МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ
БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ФАКУЛЬТЕТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАТИКИ
Кафедра методов оптимального управления

ОПТИМАЛЬНОЕ РОБАСТНОЕ УПРАВЛЕНИЕ

Курсовая работа

Швырёв Владислав Игоревич
студента 3 курса,
специальность «прикладная математика»

Научный руководитель:
канд. физ.-мат. наук
доцент Н.М. Дмитрук

Минск, 2020

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ

Объем введения для дипломных работ не менее 1 стр. Для магистерских диссертаций 2-3 стр.

Описать исследуемую в работе проблему, отметить актуальность и новизну задачи или подхода к ее решению.

Еще раз подчеркнуть цель работы (не повторять указанную в реферате).

Кратко изложить содержание работы, примерно в таком виде: В частности, в разд. 1 обосновано .... В разд. 2 исследуется ..... В разд. 3 продолжается исследование задач .... В разд. 4 эффективность предложенных методов иллюстрируется численными примерами... В заключении приводятся краткие выводы по результатам проведенной работы и даются рекомендации о перспективах дальнейших исследований по исследуемой тематике.

ГЛАВА 1

ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ОБЗОР ЛИТЕРАТУРЫ

В данной главе приводятся основные сведения о современных подходах в теории управления динамическими системами, в частности, обсуждается принцип управления в режиме реального времени и основанная на нем реализация оптимальной обратной связи в реальном времени.

1.1 Оптимальное управление в реальном времени

Синтез оптимальных управлений типа обратной связи является главной проблемой теории оптимального управления. Но что такое синтез? Синтез это построение обратной связи в явном виде, а именно формулы, выражающие обратную связь как функцию от позиции процесса управления, в которой явно указаны значения связи для дискретно выбранных позиций. Это классический смысл синтеза. Правда только в отдельных классах задач нам удастся построить обратную связь в классическом понимании. Это такие задачи как, линейные задачи быстродействия на плоскости или линейно-квадратичные задачи. Нынче подход к построению обратных связей отличается от того, что было раньше, в связи с развитием вычислительной техники. Теперь обратная связь не строится заранее, а непрерывно вычисляется в процессе управления в соответствии с получаемой информацией о реализующихся состояниях. Перейдём к использованию принципа управления в реальном времени при реализации оптимальной обратной связи. Для этого будем использовать следующую задачу оптимального управления детерминированной системой. Рассмотрим задачу оптимального управления

$$J(u) = c'x(t_f) \to \min, \tag{1.1}$$

$$\dot{x} = A(t)x + B(t)u,\ x(t_0) = x_0,$$

$$x(t_f) \in X_f, \quad u(t) \in U, \quad t \in T = [t_0, t_f],$$

где $X_f \subseteq \mathbb{R}^n$ — терминальное множество,
$U \subset \mathbb{R}$ — множество доступных значений управляющего воздействия
$x = x(t) \in \mathbb{R}^n$ — состояние системы (1.1) в момент времени t;
$u = u(t) \in \mathbb{R}^n$ — значение управляющего воздействия в момент времени t;

$A(t) \in \mathbb{R}^{n\times n}, b(t) \in \mathbb{R}^n$— заданные кусочно-непрерывные матричная и векторные функции;

Определение 1.1 Управляющее воздействие $u(t) \in U$, $t \in T$, называется программой, если соответствующая ему траектория $x(t)$, $t \in T$, математической модели (1.1) удовлетворяет условию $x(t_f) \in X_f$.

Определение 1.2 Программа $u^0(t)$, $t \in T$, называется оптимальной (программным решением задачи (1.1)), если критерий качества на нем достигает минимального значения:

$$J(u^0) = \min J(u),$$

где минимум ищется среди всех программ.

Для определения позиционного решения погрузим задачу (1) в семейство задач:

$$J(u) = c'x(t_f) \to \min, \tag{1.2}$$

$$\dot{x} = A(t)x + B(t)u, \; x(\tau) = z,$$

$$x(t_f) \in X_f, \quad u(t) \in U, \quad t \in T = [t_0, t_f],$$

зависящее от $\tau \in T, z \in \mathbb{R}^n$.

Определение 1.3 Пара (τ,z) состоящая из момента времени $\tau \in Tz \in \mathbb{R}^n$ называется позицией процесса управления.

Пусть u^0 (t| τ ,z),$t \in T^0$ — оптимальная программа задачи (1.1) для позиции (τ,z).

Определение 1.4 Функция :

$$u^0(\tau, z) = u^0(\tau \mid \tau, z), \tau \in [t_0, t_f], z \in \mathbb{R}^n,$$

называется оптимальной обратной связью.

А построение данной функции называют синтезом оптимальной системы управления.

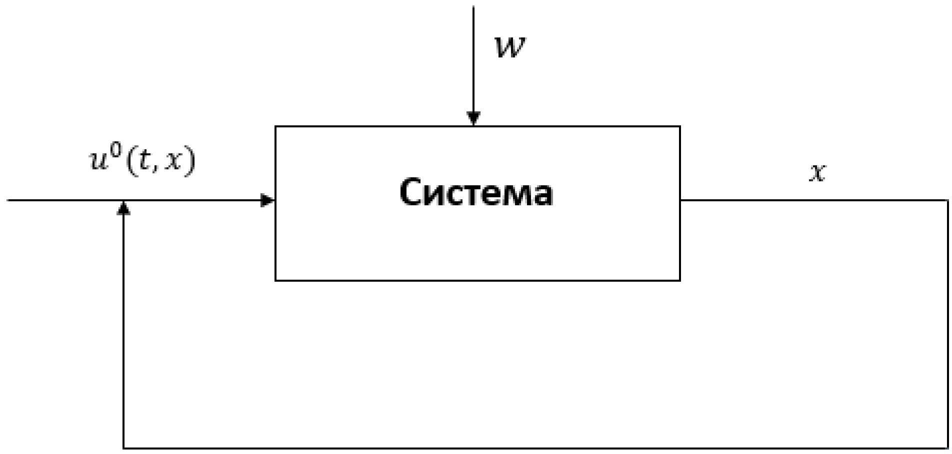

Рис. 1.1:

Подстановка обратной связи из Определения(1.4) в систему (1.1) называется замыканием системы управления. Замкнутая система имеет вид:

$$\dot{x} = A(t)x + b(t)u^0(t, x(t)), x(t_0) = x_0,$$

и изображена на рисунке 1.1:

Применение оптимальной обратной связи в конкретном процессе управления проиллюстрируем на примере задачи оптимального управления линейной системой (1.1) в классе дискретных управляющих воздействий.

Определение 1.5 Управляющее воздействие $u(t) \in U, t \in T$, называется дискретным, если $u(t) \equiv u(\tau), t \in [\tau, \tau + h[, \tau \in T_h, T_h = \{t_0, t_0 + h, \ldots, t_f - h\}$,$h = (t_f - t_0)/N, N \in \mathbb{N}, N > 1$, h - период квантования.

Рассмотрим решение задачи (1.1) для позиции (t_0, x_0). Подадим на вход объекта управляющее воздействие $u^*(t_0) = u^0(t_0, x_0)$. В момент времени $t = h$ объект перейдет в состояние $x^*(h)$ под действием управляющего воздействия и возмущения. Для позиции $(h, x^*(h))$ подсчитываем управляющее воздействие $u^*(t) = u^0(h, x^*(h)), t \in [h, 2h[$. Продолжая процесс управления, получим управляющие воздействия $u^*(t), t \in T$, и последовательность состояний объекта $x^*(\tau), \tau \in T_h$, которые соответствуют управляющему воздействию.

Определение 1.6 Функция:

$$u^*(\tau), \tau \in T_h,$$

называется реализацией оптимальной обратной связи в конкретном процессе управления.

Так же сформулируем ещё одно определение

Определение 1.7 Процесс управления осуществляется в реальном времени, если для каждого $\tau \in T_h$текущее значение $u^*(\tau)$ вычисляется за время $s(\tau)$, не превышающее h. Устройство, выполняющее эту работу, называется оптимальным регулятором.

При отсутствии в системе (1.1) возмущений, реализация $u^*(t), t \in T$, оптимальной обратной связи (1.4) совпадет с оптимальной программой $u^0(t|t_0, x_0), t \in T$, что является следствием принципа оптимальности .

....

Каждая глава завершается краткими выводами. Разумный способ написания выводов — переписать (это значит использовать те же мысли, но не копировать фразы!) в утвердительной форме (рассмотрено, получено и т.д.) то, что написано во врезке.

ГЛАВА 2

ОПТИМАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ ДИНАМИЧЕСКИМИ СИСТЕМАМИ ПО НЕПОЛНЫМ И НЕТОЧНЫМ ИЗМЕРЕНИЯМ

В данной главе формулируется задача оптимального гарантированного управления для линейной нестационарной системы с неизвестным начальным состоянием и с неизвестным ограниченным возмущений.Указаны цели управления и приводятся основные понятия и определения.

2.1 Постановка задачи.Оптимальная гарантирующая программа

На промежутке времени $T = [t_0, t_f]$, рассмотрим линейную нестационарную систему управления с возмущением:

$$\dot{x} = A(t)x + B(t)u + f(t)w, x(t_0) = x_0, \tag{2.1}$$

где:
$t \in T$
$x = x(t) \in \mathbb{R}^n$– состояние системы (2.1) в момент времени t;
$u = u(t) \in \mathbb{U}$ – значение управляющего воздействия в момент t;
$U \subseteq \mathbb{R}^r$ – ограниченное множество его доступных значений
$w(t) = w(t) \in \mathbb{R}$– неизвестное заранее возмущение;
$A(t) \in \mathbb{R}^n \times n, B(t) \in \mathbb{R}^n \times r, f(t) \in \mathbb{R}^n$ – заданные кусочно-непрерывные матричные и векторные функции.
Будем полагать, что возмущение кусочно-непрерывно и ограничено: $w(t) \in W \subset \mathbb{R}^r$.
Недетерминированной системе (2.1) соответствует детерминированная система вида

$$\dot{x} = A(t)x + B(t)u \tag{2.2}$$

Управление системой будем осуществлять с помощью дискретных управлений с периодом квантования h. Дискретное управление имеет вид $u(t) \equiv u(s), t \in [s, s+h[, s \in T_h$, где $T_h = t_0, t_0 + h, ..., t_f - h, h = (t_f - t_0)/N, N$ -

натуральное число
Начальное состояние $x(t_0) = x_0$ динамической системы (2.2) считается неизвестным. Однако известна некоторая простая оценка начального состояния. Эта оценка задается включением

$$x(t_0) \in X_0 \subset \mathbb{R}^n$$

Определение 2.1 Множество возможных значений начального состояния $X_0 \subset \mathbb{R}^n$ называется априорным распределением начального состояния $x(t_0)$.

Как правило, X_0 - некоторое простое множество, например параллелепипед.Его и будем всегда брать
Давайте же обозначим цели нашего управления. Целью управления является:
1) перевод системы(2.2) с гарантией на заданное терминальное множество

$$S = x \in \mathbb{R}^n : h_i^{'} x \leq g_i, i = \overline{1, m}$$

2) минимизация гарантированного значения терминального критерия качества

$$h_0^{'} x(t_f)$$

Здесь термин "с гарантией"означает что включение $x(t_f) \in \mathbb{X}^*$ должно выполняться для любых возможных в силу неопределённости терминальных состояний системы (2.2) Пусть, как и ранее, $x(t_f \mid t_0, x_0, u(\cdot))$ - траектория системы (2.2), стартующая в момент t_0 из начального состояния $x_0 \in X_0$ под действием управления $u(\cdot) = (u(t), t \in [t_0, t_f])$
Тогда перевод системы (2.2) на терминальное множество S с гарантией означает выполнение условия

$$x(t_f \mid t_0, x_0, u(\cdot)) \in S, x_0 \in X_0 \tag{2.3}$$

Под "гарантированным значением"критерия качества понимается минимальное значение терминального функционала $h_0^{'} x(t_f)$ при наихудшей реализации неопределённости

$$J(u \mid t_0, X_0) = \max_{x_0 \in X_0} {h_0}^{'} x(t_f \mid t_0, x_0, u(\cdot));$$

$$J(t_0, X_0) = \min_u J(u \mid t_0, X_0) = \min_u \max_{x_0 \in X_0} {h_0}^{'} x(t_f \mid t_0, x_0, u(\cdot))$$

До начала процесса управления мы обладаем только перечисленной информацией.И на её основе можно спрогнозировать поведение системы в будущем и предложить оптимальную (априорную) программу $u^0(\cdot) = u^0(\cdot \mid t_0, X_0)$, выполняющую цель управления

Определение 2.2 Управление $u(t) \in U, t \in [t_0, t_f]$, называется(априорной) программой, если на нем выполняется условие(2.3). Программа $u^0(t), t \in [t_0, t_f]$ - оптимальная,если $J(u^0 \mid t_0, X_0) = \min J(u \mid t_0, X_0)$ где минимум ищется среди всех программ.

Априорная неопределённость начального состояния X_0 порождает неопределённость движения рассматриваемого динамического объекта, которую при заданной функции управления $u(\cdot)$ можно описать с помощью формулы Коши:

$$X(t) = F(t, t_0)X_0 + \int_{t_0}^{t} F(t, \vartheta)B(\vartheta)u(\vartheta)d\vartheta$$

где $F(t, \vartheta)$ - фундаментальная матрица системы (2.2)

В любой момент времени t текущее состояние системы (2.2) содержится в множестве $X(t) \subset \mathbb{R}^n$ и никакое $x \notin X(t)$ не может быть достигнуто в данной системе.
Переформулируем теперь цели которых мы придерживаемся:
1) Выполнение включения

$$X(t_f) \subset S,$$

2)минимизация по u гарантированного значения критерия качества

$$J(u \mid t_0, X_0) = \max_{x \in X(t_f)} h_0{}' x$$

Определение 2.3 Дискретная функция $u(\cdot)$, удовлетворяющая ограничению $u = u(t) \in \mathbb{U}$, называется гарантирующей программой (программным гарантирующим управляющим воздействием), если выполняется включение $X(t_f) \subset S$,

Определение 2.4 Оптимальная гарантирующая программа $u(\cdot)$ – такая гарантирующая программа, на которой критерий качества достигает минимального значения

$$J(u^0) = \min_u J(u),$$

где минимум ищется среди всех гарантирующих программ, определенных согласно определению 2.1

ГЛАВА 3

ЧИСЛЕННЫЕ ЭКСПЕРИМЕНТЫ

врезка

3.1 Постановка задачи

3.2 Построение оптимальной гарантирующей программы

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В дипломной работе/ магистерской диссертации рассмотрена задача... . Для исследуемой задачи сформулировны/доказаны/предложены... Проведен анализ... Результаты проиллюстрированы численными экспериментами для ...

Привести краткие выводы и рекомендации по дальнейшему развитию или использованию результатов.

Объем примерно 0,7-1 стр.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1 Балашевич, Н.В. Построение оптимальных обратных связей по математическим моделям с неопределенностью / Н.В. Балашевич, Р. Габасов, Ф.М. Кириллова // Ж. вычисл. матем. и матем. физ. – 2004. – Т. 44, № 2. – С. 265-286.

2 Габасов, Р. Принципы оптимального управления / Р. Габасов, Ф.М. Кириллова // Докл. НАН Беларуси. – 2004. – Т. 48, № 1. – С. 15-18.

3 Габасов, Р. Оптимальное децентрализованное управление динамическими системами в условиях неопределенности / Р. Габасов, Н.М. Дмитрук, Ф.М. Кириллова // Ж. вычисл. матем. и матем. физ. – 2011. – Т. 51, № 7. – С. 1209-1227.

4 Габасов Р., Кириллова Ф. М., Костюкова О. И. Оптимизация линейной системы управления в режиме реального времени //Известия РАН. Техническая кибернетика. – 1992. – Т. 4. – С. 3-19.

5 Габасов Р., Н.М. Дмитрук, Ф.М. Кириллова. Оптимальное наблюдение за нестационарными системами // Известия РАН. Теория и системы управления. № 3, 2002. С. 35 – 46.

6 Габасов Р., Кириллова Ф.М., Поясок Е.И. Оптимальное наблюдение в реальном времени линейного динамического объекта // Доклады Академии наук. 2013. Т. 448, № 3. С. 145–148.

7 Габасов Р., Н.М. Дмитрук, Ф.М. Кириллова. Оптимальное управление многомерными системами по неточным измерениям их выходных сигналов // Труды Института матема-тики и механики УрО РАН, Т.10, №2, 2004. С. 33-57.

8 Кириллова, Ф.М. Синтез оптимальных систем – оптимальное управление в реальном времени / Ф.М. Кириллова, Н.М. Дмитрук, Р. Габасов // В сборнике "Динамика систем и процессы управления Труды Международной конференции, посвященной 90-летию со дня рождения академика Н.Н. Красовского". – Изд-во: Институт математики и механики УрО РАН им. Н.Н. Красовского, Екатеринбург, 2015. – С. 208-219

9 Методы оптимизации: пособие / Р. Габасов [и др]. – Минск: Издательство «Четыре четверти», 2011. – 472 с.