华中科技大学机械学院2008级硕士研究生

《现代控制工程》课程试题

2008年12月6日·星期六

姓名：余俊　　学号：M200870620

$h_0=b_0=0$

$h_1=b_1-a_1h_0=3.$

$h_2=b_2-a_1h_1-a_2h_0=-25$

$h_3=b_3-a_1h_2-a_2h_1-a_3h_0=205$

∴系统的状态方程和输出方程为

$$\begin{bmatrix}\dot x_1\\ \dot x_2\\ \dot x_3\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0&1&0\\0&0&1\\0&-8&-9\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\x_2\\x_3\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}3\\-25\\205\end{bmatrix}u$$

$$y=[1\ 0\ 0]\begin{bmatrix}x_1\\x_2\\x_3\end{bmatrix}$$

1.（8分）已知某控制系统的微分方程为

$$\dddot y+9\ddot y+8\dot y=3\ddot u+2\dot u+4u$$

其中 y 为输出变量，u 为输入变量，试用待定系数法写出系统的状态空间表达式。

2.（15分）已知系统的传递函数为

$$G(s)=\frac{Y(s)}{U(s)}=\frac{6}{s(s+2)^2(s+3)}$$

$\boxed{\text{并联法}\rightarrow\text{画图}\rightarrow\text{写状态表达式}\quad G(s)=\frac{1/2}{s}+\frac{-2}{s+3}+\frac{3/2}{s+2}+\frac{-3}{(s+2)^2}}$

试求出系统的 A 矩阵为若当型的状态空间表达式，并绘出其对应的状态变量图。

二.解：$G(s)=\dfrac{6}{s^4+7s^3+16s^2+12s}$

其状态空间表达式为

$$\begin{bmatrix}\dot x_1\\ \dot x_2\\ \dot x_3\\ \dot x_4\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\\0&-12&-16&-7\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\x_2\\x_3\\x_4\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}0\\0\\0\\1\end{bmatrix}u$$

$$y=[6\ 0\ 0\ 0]\begin{bmatrix}x_1\\x_2\\x_3\\x_4\end{bmatrix}$$

$\lambda=-2$

由 $|\lambda I-A|=\begin{bmatrix}\lambda&-1&0&0\\0&\lambda&-1&0\\0&0&\lambda&-1\\0&12&16&\lambda+7\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-2&-1&0&0\\0&-2&-1&0\\0&0&-2&-1\\0&12&16&5\end{bmatrix}$

$R[-2I-A]=3\neq(4-2)$ 故A矩阵不能化成对角阵 只能化成若当型

变换矩阵 $T=\begin{bmatrix}1&0&1&1\\ \lambda_1&1&\lambda_3&\lambda_4\\ \lambda_1^2&2\lambda_1&\lambda_3^2&\lambda_4^2\\ \lambda_1^3&3\lambda_1^2&\lambda_3^3&\lambda_4^3\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1&0&1&1\\-2&1&-3&0\\4&-4&9&0\\-8&12&-27&0\end{bmatrix}$

$T^{-1}=\begin{bmatrix}0&0&3/4&1/4\\0&-3&-5/2&-1/2\\0&-4/3&-4/3&-1/3\\1&4/3&7/12&1/12\end{bmatrix}$

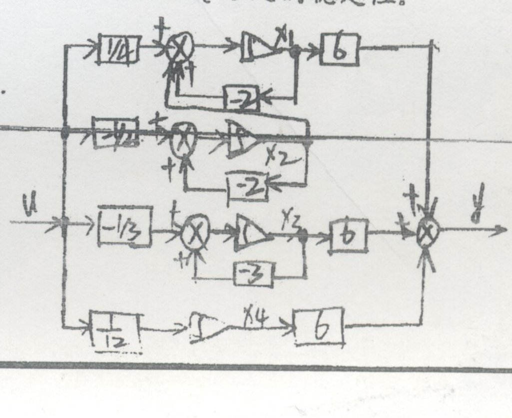
$\therefore\bar A=T^{-1}AT=\begin{bmatrix}-2&1&&\\&-2&&\\&&-3&\\&&&0\end{bmatrix}$

$\bar B=T^{-1}B=\begin{bmatrix}1/4\\-1/2\\-1/3\\1/12\end{bmatrix}$　$\bar C=CT=[6\ 0\ 6\ 6]$

则若当状态空间表达式为

$$\therefore\dot W=\begin{bmatrix}-2&1&&\\&-2&&\\&&-3&\\&&&0\end{bmatrix}W+\begin{bmatrix}1/4\\-1/2\\-1/3\\1/12\end{bmatrix}u.$$

$$y=[6\ 0\ 6\ 6]W.$$



3.（15分）图1所示质量－阻尼器－弹簧系统，其质量、阻尼系数和弹簧刚度分别如图示。具有外力F(t)和阻尼器气缸速度V两种输入作用，试以质量块M_1和M_2的位移z(t)和y(t)为输出，以外力F(t)和阻尼器气缸速度V为输入，建立系统的状态方程和输出方程。

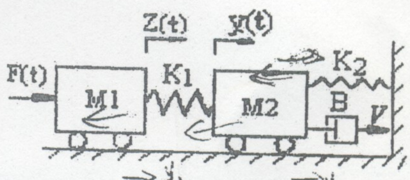


图1

y_1　y_2　v_1　v_2

$m_1\ddot y_1+k_1(y_1-y_2)=f$

$m_2\ddot y_2+B(\dot y_2-V)+k_2y_2=k_1(y_1-y_2)$

4.（5分）已知系统的状态方程和输出方程为

$$\dot X=\begin{bmatrix}0&1&0\\-2&-3&0\\-1&0&-3\end{bmatrix}X+\begin{bmatrix}0\\2\\3\end{bmatrix}u;\qquad Y=[2\ \ 1\ \ 0]X$$

试绘出其对应的状态变量图。

5.（10分）已知某线性离散系统的齐次状态方程为

$$X(k+1)=\begin{bmatrix}0&1&0\\0&0&1\\0&2&0\end{bmatrix}X(k)$$

试用李雅普诺夫稳定性分析法判定系统在平衡点 $X_e=0$ 处的稳定性。