



Katedra za Signale i sisteme
Elektrotehnički fakultet
Univerzitet u Beogradu



Spektralna analiza signala

Domaći zadatak

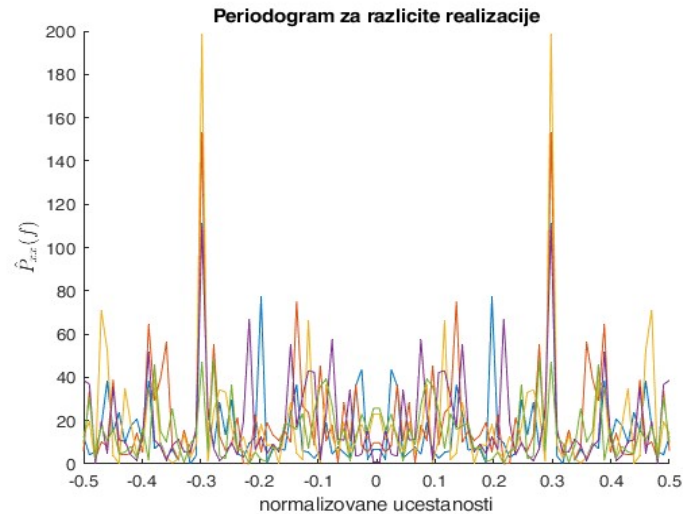
Student:
Aleksandar Đorđević 2019/0086

Mentor:
dr. Predrag Tadić

Cilj ovog domaćeg zadatka je procena spektralne gustine snage signala. Na raspolaganju su nam 50 različitih realizacija signala svaka dužine 256 odabiraka. Procenu je potrebno izvršiti pomoću 3 metode: *Periodogram*, *Welch-ov metod* i *Blackman-Tukey metod*.

2. zadatak

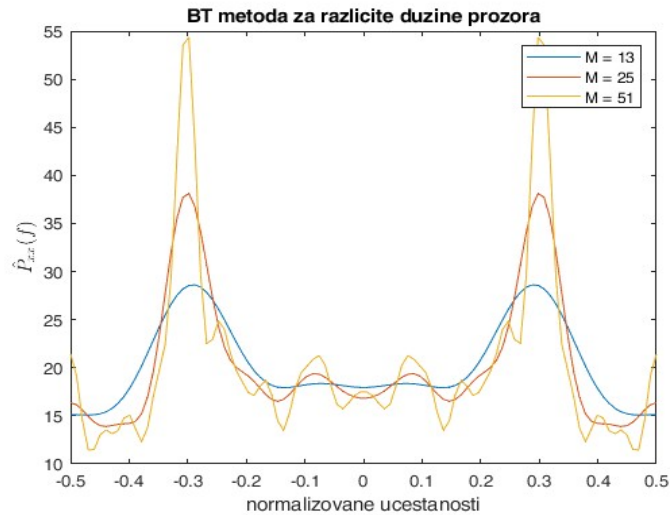
Na sledećem grafiku su prikazani periodogramске procene spektralne gustine snage za 5 različitih nasumično izabranih realizacija.



Primitimo da je periodogram simetričan u odnosu na nulu što je poželjno jer je i sam spektralna gustina snage takođe parna funkcija. Izdvajaju se komponente na normalizovanim učestanostima od -0.3 i 0.3. Možemo videti pikove i na drugim učestanostima, ali za druge realizacije na drugim mestima te se ne može zaključiti gde se zaista još nalaze pikovi. Takođe možemo primetiti velike varijanse pogotovo na mestima gde se nalaze pikovi što je i očekivano jer se periodogramsku procenu karakteriše velika varijansa.

3. zadatak

U ovom delu je za jednu realizaciju signala i izabranu *Bartlett*-ovu prozorsku funkciju određena "optimalna" dužina prozorske funkcije za *Blackman-Tukey* metodu tehnikom zatvaranja prozora. Dobijena vrednost za dužinu prozorske funkcije je 25. Na sledećem grafiku prikazane su procene SGS za dužinu prozorske funkcije manje od "optimalne", veće od optimalne i optimalne. Dužina prozorske funkcije ne sme biti prevelika jer tada posmatramo preveliki deo signala

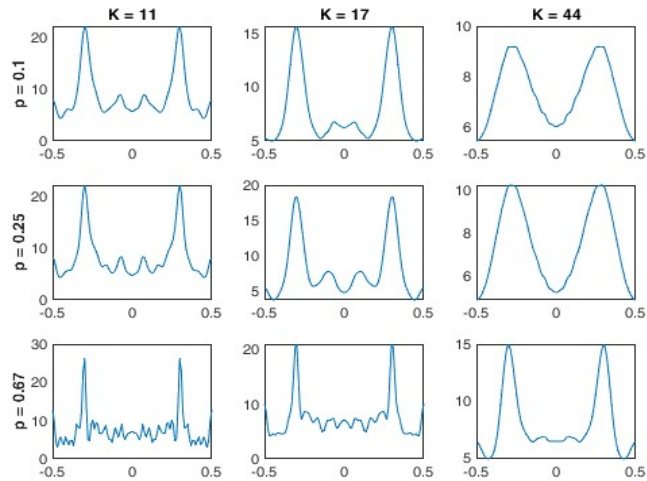


te se gubi na njegovoj stacionarnosti. Istovremeno mora biti dovoljno velika da se uhvati statistika tog dela signala (jedan odabirak nam ne bi mnogo rekao o ponašanju tog signala na tom mestu).

Za premalo M vidimo da je spektar toliko razmazan da je teško uočiti gde se tačno nalaze dominantne komponente signala. Za preveliko M procen postane toliko dinamična da ne znamo koje komponente posledica prirode signala. Za "optimalno" M se vide komponente na 0.3, -0.3, 0.1, -0.1 i mala komponenta na nuli.

4. zadatak

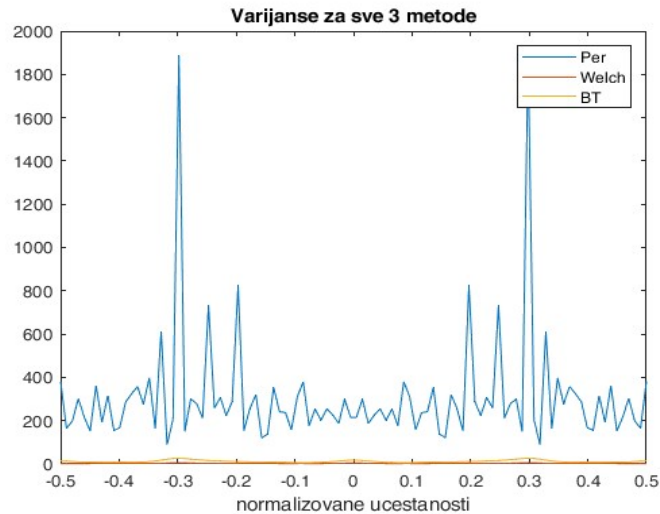
Slično kao u prethodnom zadatku ovde su određeni "optimalni" parametri za *Welch*-ovu metodu. Za broj podsekvenci dobijena je vrednost 17, a za procenat preklapanja 25%. Na sledećem grafiku su prikazane procene SGS *Welch*-ovom metodom za premale, prevelike i "optimalne" vrednosti ova dva parametra.



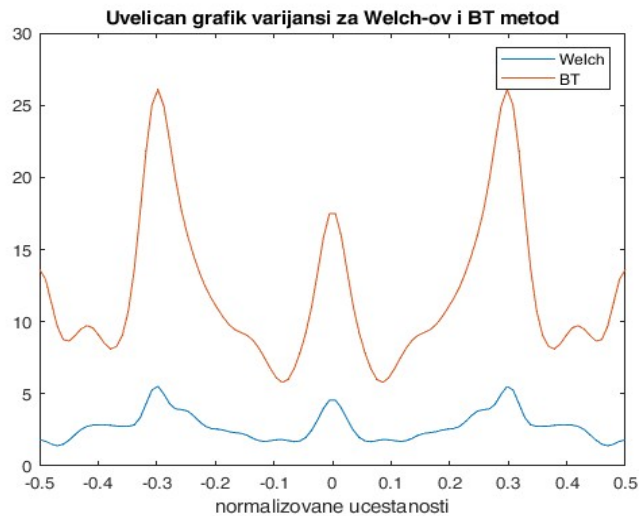
Za "optimalne" parametre opet vidimo komponente na -0.3 i 0.3 kao i -0.1 i 0.1. Povećanjem broja podsekvenci spektar postaje sve više razmazan i ne vide se dobro gde se nalaze dominantne komponente signala. Njegovim smanjenjem spektar je dinamičniji to jest pojavljuju se još neke komponente. Povećanjem procenta preklapanja spektar postaje sve dinamičniji, a smanjenjem se sve više razmazuje.

5. zadatak

Na sledećem grafiku su prikazane varijanse u zavisnosti od učestanosti za sve 3 metode. Kako



je varijansa periodograma mnogo veća od ostale dve (što je i očekivano) varijanse ostale dve metode se ne vide najbolje te su prikazane bez varijanse periodograma na sledećem grafiku.



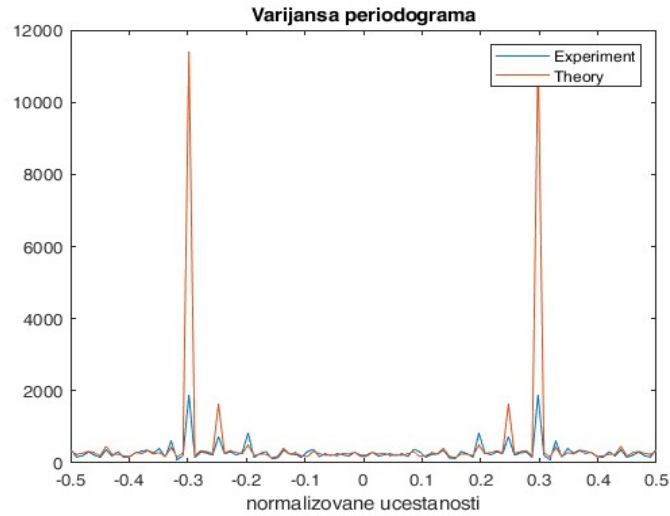
Vidimo da je po pitanju varijanse *Welch*-ova metoda najbolja. Takođe primetimo da su varijanse veće na mestima gde je vrednost SGS veća. Medijane varijansi za periodogram, *Welch*-ov metod i *Blackman-Tukey* metod su redom 254.2907, 2.5710 i 9.7621.

6. zadatak

Formula za varijansu periodograma izvedena u slučaju belog šuma se koristi za aproksimaciju varijanse periodograma i kod drugih signala. Formula glasi ovako:

$$\text{var} \hat{P}_{per}(f) = P_{xx}^2(f) \left(1 + \left(\frac{\sin 2\pi N f}{N \sin 2\pi f} \right)^2 \right)$$

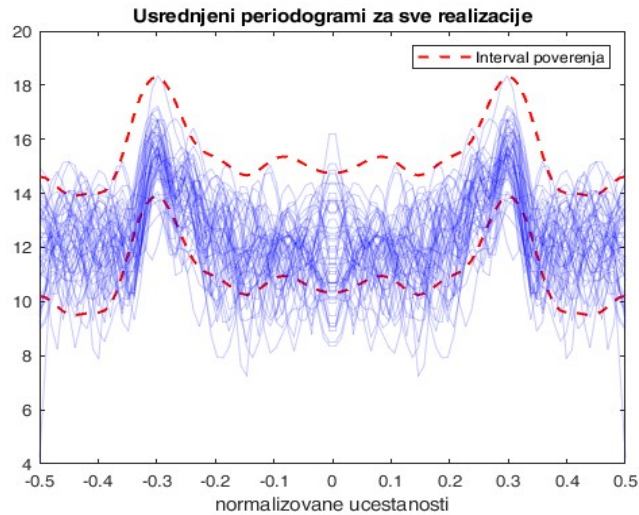
Na grafiku su prikazane varijanse periodograma dobijene usrednjavanjem po realizacijama i pomoću formule.



Vidimo da su po obliku varijanse slične ali se po vrednostima značajno razlikuju pogotovo na mestima gde su vrednosti SGS velike. Ova razlika se javlja zbog prisustva sinusoida u signalu.

7. zadatak

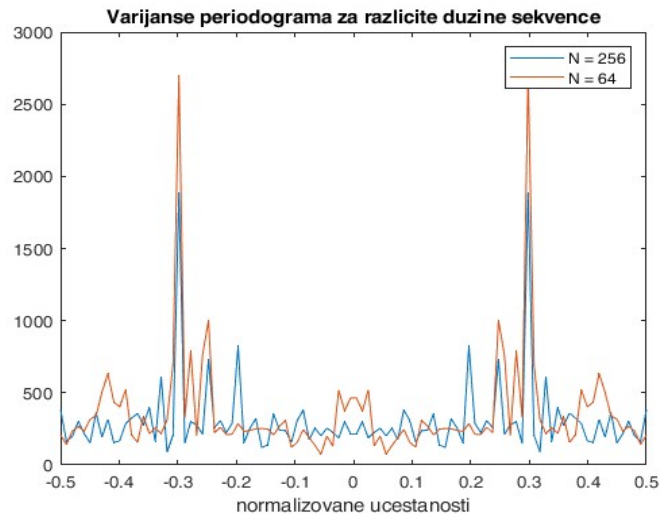
Na sledećem grafiku prikazani su usrednjeni periodogrami za sve realizacije zajedno sa intervalom poverenja od 95% izvedenim za Blackman-Tukey estimaciju u decibelima. Vidimo da



zaista velika deo usrednjenih periodograma upada u intervale poverenja. Ovo je i očekivano jer se *Blackman-Tukey* estimacija može posmatrati kao razmazani periodogram.

8. zadatak

Na sledećem grafiku su prikazane varijanse periodograma dobijene usrednjavanjem po realizacijama za punu sekvencu od 256 odabiraka i skraćenu od 64 odabiraka. Medijane varijansi za



punu i skraćenu sekvencu su redom: 254.2907 i 251.1268. Vidimo da se varijansa za nijansu smanjila. To se desava jer kada koristimo manje odabiraka oni su međusobno korelisani i te se varijansa smanjuje.