# 相变理论

第三章 单元系的相变 第四章 多元系的相变

热动平衡判据 开系的热力学基本方程 复相系的平衡条件和性质

相变分类

临界现象和临界指数

朗道的连续相变理论

多元系的热力学函数和热力学方程 多元复相系的平衡条件和性质 相律和相图 化学平衡条件

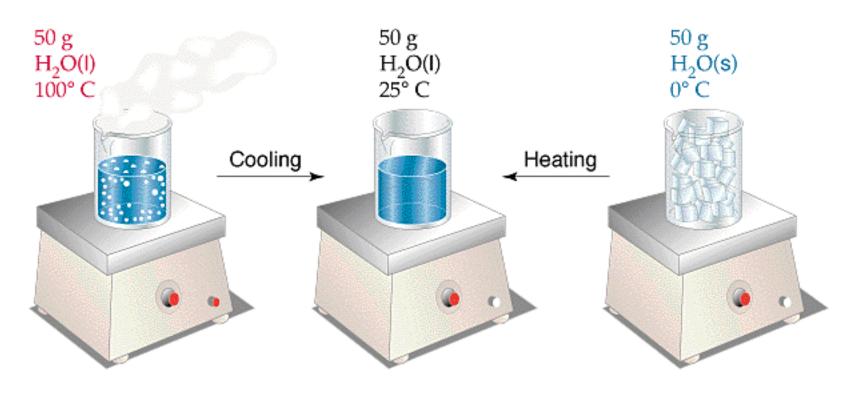
热力学第三定律





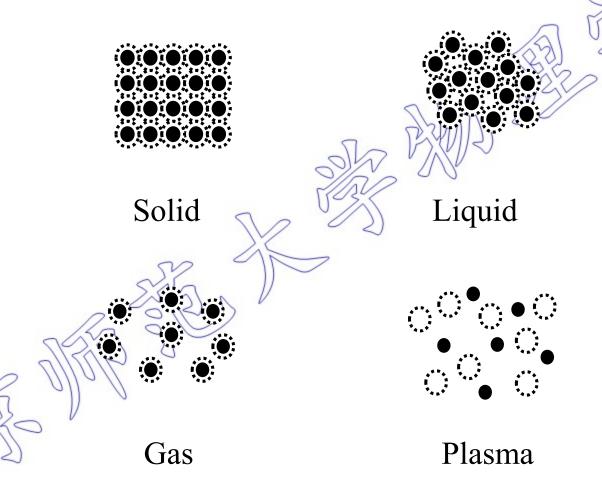
# **Phase Equilibrium & Phase Transition**







States of Matter (Phase)







cold



Fully ionized plasma.

Atoms in plasma become increasingly ionized.



Free electrons move among positively charged ions.



Molecular dissociation into component atoms.



#### Gas Phase

Atoms or molecules move essentially unconstrained.



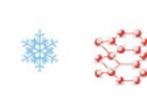
#### Liquid Phase

Atoms or molecules remain together but move relatively freely.

### Solid Phase

Atoms or molecules are held tightly in place.





# State of Matter Definitions

# Phase Diagram

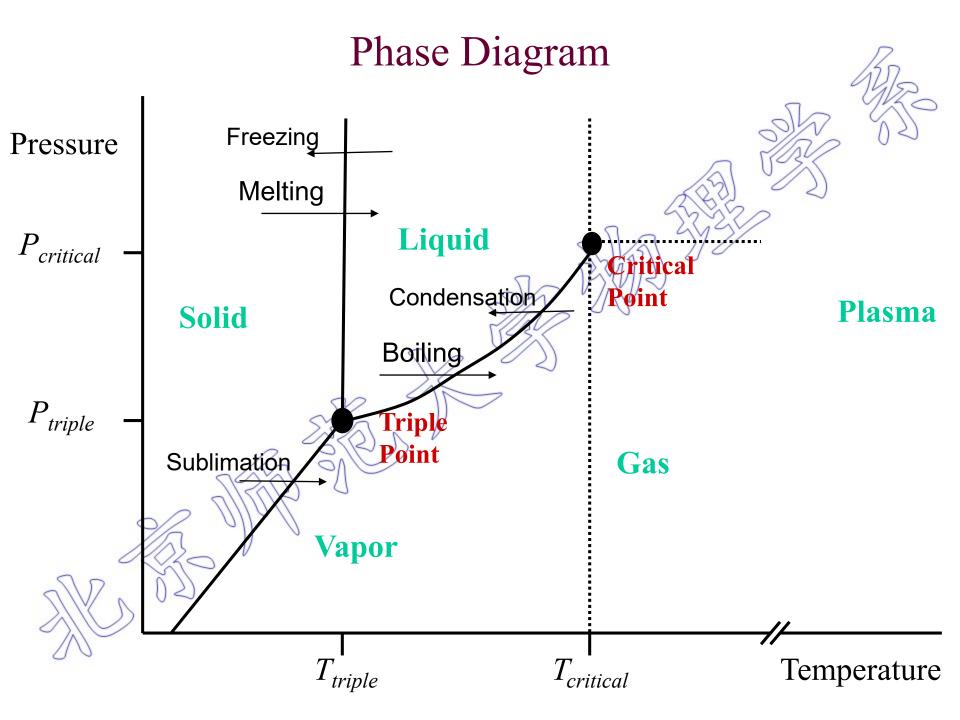
Plot of Pressure versus Temperature

# Triple Point

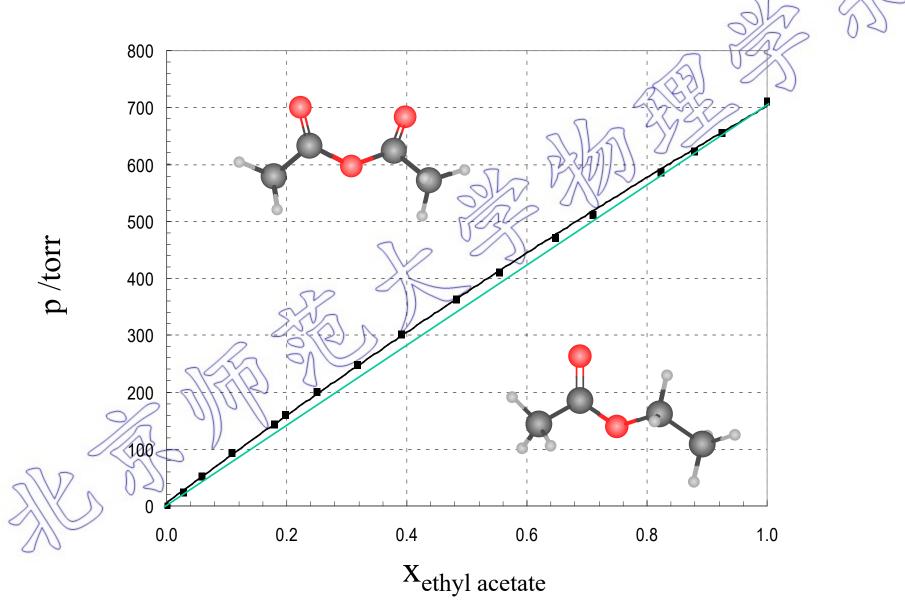
 A point on the phase diagram at which all three phases exist (solid, liquid and gas)

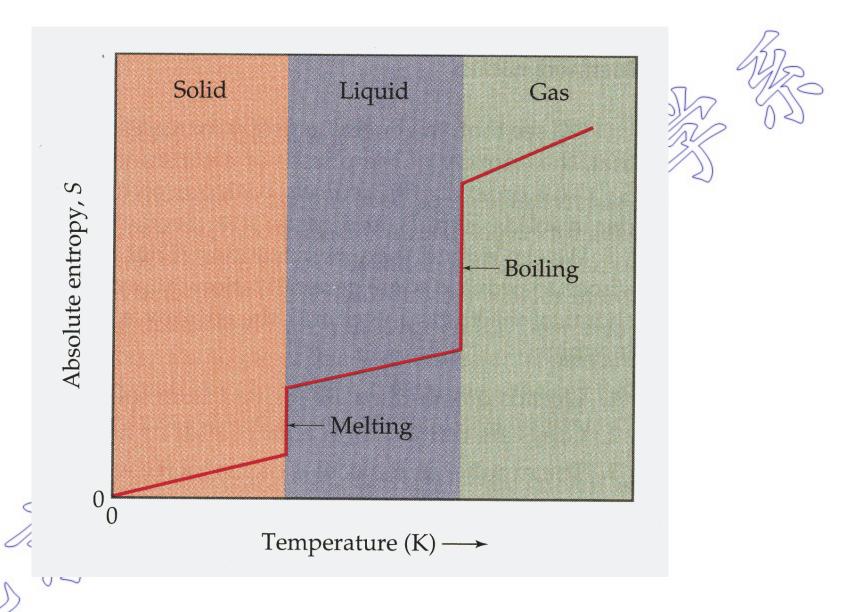
# Critical Point

 A point on the phase diagram at which the density of the liquid and vapor phases are the same



# Ethyl Acetate in Acetic Anhydride

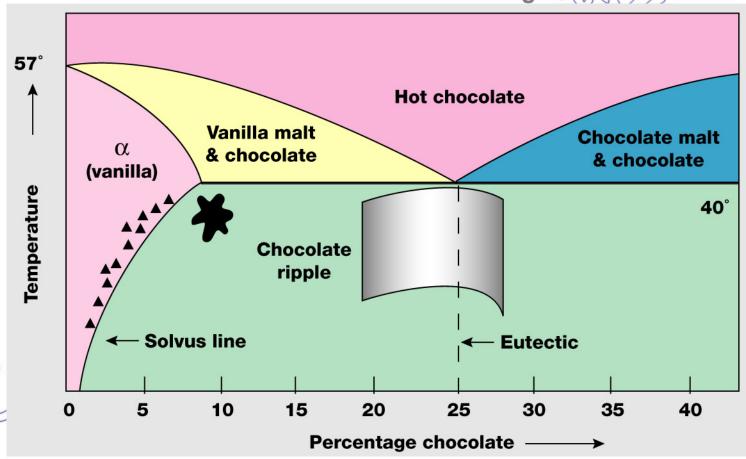




Entropy increases for  $s \rightarrow l \rightarrow g$ 

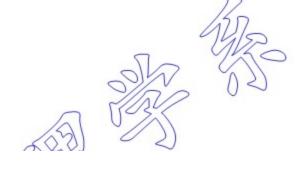






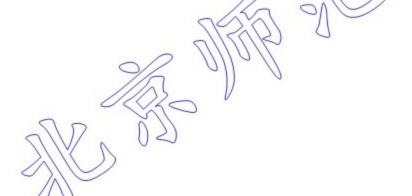


# 单元系的相变



# 热动平衡判据

前面,我们主要讨论了平衡态的热力学(状态,状态参量,过程)。本节我们希望能从理论上给出严格,判别体系是否处在平衡态的判据,以及体系处在平衡态时,各种态参量所必须满足的条件,并用这些条件去研究体系的各种特征。





熵判据 热力学第二定律,熵增加原理。

对绝热隔离体系或孤立系,自发过程总是朝着熵增加的方向进行,直到达到平衡态为止。因此,绝热隔离体系或孤立系达到平衡态时,熵达到最大。

熵判据: 一个体系在总能量保持不变时, 对于各种可能的变动, 平衡态的熵最大

$$\Delta S < 0$$
 充分必要条件 
$$\Delta S = \delta S + \frac{1}{2} \delta^2 S$$
 
$$\delta S = 0 \quad \delta^2 S < 0$$

虚变动的概 念



稳定条件

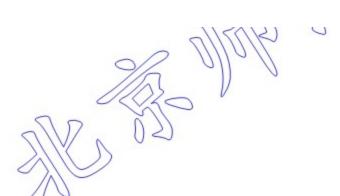




自由能判据 体系和大热源接触,体积不变(温度,体积不变) 一个体系在保持温度,体积不变时,对于各种可能的变动,平衡态的自由能最小

$$\delta F = 0 \quad \delta^2 F > 0$$

物理意义: 当体系和大热源接触以保持恒温且不对外做功时,过程只能朝着自由能减少的方向进行,到达平衡态时,自由能最小。



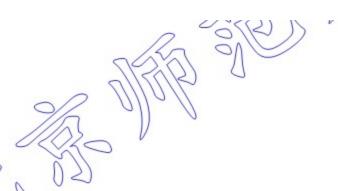


吉布斯函数判据 考虑体系在恒温恒压条件下。

一个体系在恒温恒压条件下,对于各种可能的变动,平衡 态的吉布斯函数最小

$$\delta G = 0 \quad \delta^2 G > 0$$

物理意义: 当体系在恒温恒压条件下时,过程只能朝着自由能减少的方向进行,到达平衡态时,吉布斯函数最小。



焓判据 考虑体系在压强p和熵S不变条件下。

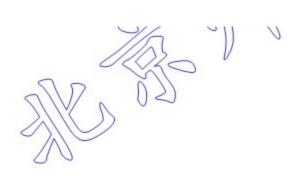
一个体系在压强p和熵S不变的条件下,对于各种可能的变动,平衡态的焓H最小

$$\delta H = 0 \quad \delta^2 H > 0$$

内能判据 考虑体系在体积V和熵S不变的条件下。

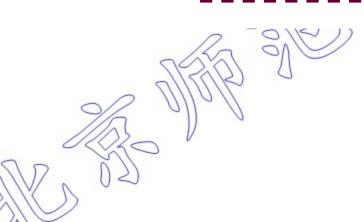
一个体系在体积V和熵S不变的条件下,对于各种可能的变动,平衡态的内能最小

$$\delta U = 0 \quad \delta^2 U > 0$$





- (1) 所有这些判据中,最根本的是熵判据,其他判据都可以从 <sup>2</sup> 熵判据导出。而熵判据是根据热力学第二定律给出的。因此,所有这些判据都来源于热力学第二定律,即关于自发过程进行的方向性的规律。
- (2)根据马休定理,在选定一定的独立变数后,如果选择相应的特性函数,若这些特性函数已知,则体系的热力学性质可以唯一地由这个特性函数决定。所以,以上判据适应的条件正是独立变数和特性函数关系的反映。





# 平衡条件

**热学平衡条件** 假定一孤立体系分成两部分, 在体积V不变的条件下

$$U = U_1 + U_2 = \mathring{\mathbb{R}} \, \mathfrak{Y}$$

$$\delta U = \delta U_1 + \delta U_2 = 0$$

$$\delta S = \delta S_1 + \delta S_2 = \frac{\delta U_1}{T_1} + \frac{\delta U_2}{T_2} = 0$$

$$\delta S = \delta U_1 \left( \frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2} \right) = 0$$

所以

$$T_1 = T_2$$

由此条件可以理解热传导过程的方向。







力学平衡条件 设体系两部分已达到热平衡,在体积为 $V_1,V_2$ ,在不考虑外场的条件下

$$V = V_1 + V_2 = 常数$$

$$\delta V = \delta V_1 + \delta V_2 = 0$$

$$\delta F = \delta F_1 + \delta F_2 = \delta V_1 (P_2 - P_1) = 0$$

所以

$$P_1 = P_2$$



相平衡条件 一般地,在无外力场的情况下,当设体系各部分已 达到热平衡和力学平衡,整个体将达到热平衡。这一结论 仅对均匀体系而言。当各个部分不完全均匀时,则应考虑 如化学组分,或状态(如水和水蒸气)的不同。

元: 化学组分

相: 指体系中物理性质均匀的部分,他和其他部分之间有一定的分界面分隔开来。

对于这样的多元或复相系统(常称为开系统),通常利用 吉布斯函数来研究。

吉布斯函数反映了系统"物质量"的性质

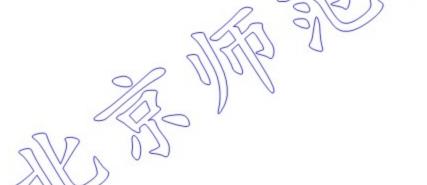


$$dG = -SdT + VdP + \underline{\mu}dn \tag{1}$$

右方第三项代表由于物质的量改变了dn所引起的吉布斯函数的改变

$$\mu = \left(\frac{\partial G}{\partial n}\right)_{T,p} \tag{2}$$

称为化学势。它等于在温度和压强不变的条件下,增加1mol物质时,吉布斯函数的改变。



### 考虑到吉布斯函数是广延量

$$G(T, p, n) = n \underline{G_m(T, p, n)}$$

$$\mu = \left(rac{\partial G}{\partial n}
ight)_{T,p} = G_m(T,p,n)$$
 化学势为摩尔吉布斯函数

如果已知吉布斯函数 G(T, p, n)

$$S = -\left(\frac{\partial G}{\partial T}\right)_{p,n}; \ V = \left(\frac{\partial G}{\partial p}\right)_{T,n}; \ V = \left(\frac{\partial G}{\partial T}\right)_{T,p}$$

 $dU = TdS + pdV + \mu dn$  开系的热力学基本方程

$$dH = TdS + Vdp + \mu dn$$

$$dF = +SdT - pdV + \mu dn$$

 $=F-\mu n=J(T,V,\mu)$  巨热力势,特性函数

$$dJ = -SdT - pdV + nd\mu;$$

$$dJ = -SdT - pdV + nd\mu; \qquad S = -\left(\frac{\partial J}{\partial T}\right)_{V,n}$$



$$p = -\left(\frac{\partial J}{\partial V}\right)_{T,\mu}$$
$$n = -\left(\frac{\partial G}{\partial \mu}\right)_{T,V}$$
$$J = F - G = -pV$$



考虑在T, p不变的条件下,有两相之间交换粒子带来的结果

$$N = N_1 + N_2 = 常数$$
  
 $\delta N = \delta N_1 + \delta N_2 = 0$   
由吉布斯判据 $G = N\mu(T, P)$   
 $\delta G = \delta G_1 + \delta G_2$   
 $= \mu_1 \delta N_1 + \mu_2 \delta N_2 = \delta N_1(\mu_1 - \mu_2) = 0$ 

所以,体系达到相平衡的充分必要条件是两相的化学是相



等:

$$\mu_1 = \mu_2$$



# 平衡的稳定条件

利用内能平衡条件

$$\delta U = 0 \quad \delta^2 U > 0$$

或,利用熵平衡条件

$$\Delta S < 0$$
 充分必要条件  
 $\Delta S = \delta S + \frac{1}{2}\delta^2 S$   
 $\delta S = 0$   $\delta^2 S < 0$ 

利用泰勒展开

$$\delta^{2}S = \left[ \left( \frac{\partial^{2}S}{\partial U^{2}} \right) (\delta U)^{2} + 2 \frac{\partial^{2}S}{\partial U \partial V} \delta U \delta V + \left( \frac{\partial^{2}S}{\partial V^{2}} \right) (\delta V)^{2} \right] < 0$$

$$C_{V} > 0 \quad \left( \frac{\partial \overline{p}}{\partial V} \right)_{T} < 0$$

$$2 \text{ 这就是平衡的稳定条件,称为热力学不等式。}$$

要点:请推导这一条件



# 平衡稳定性条件的物理解释



假如子系统的温度由于涨落或某种外界影响而略高于媒质,热量将从子系统传递到媒质,使子系统的温度降低,从而恢复平衡。

(2).  $\left[\frac{\partial p}{\partial V}\right]_T < 0$  压强传递的方向

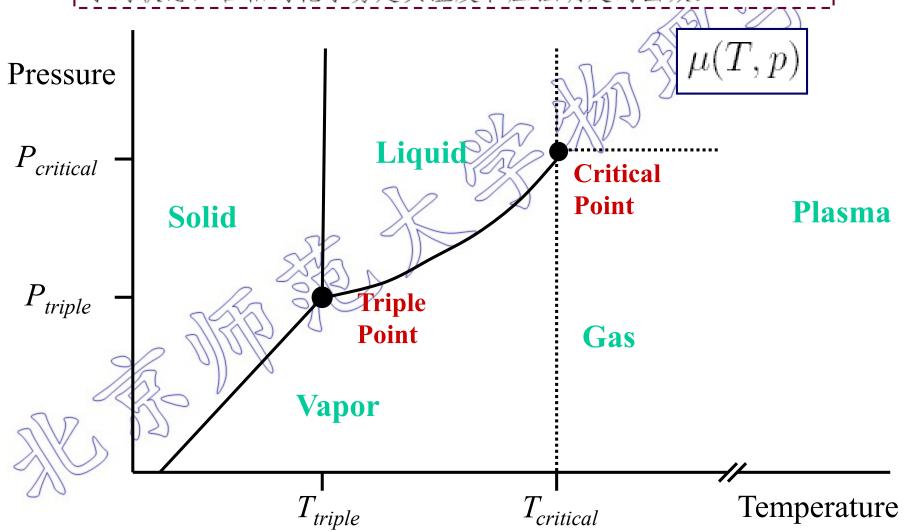
假如子系统的体积由于某种原因而发生收缩,子系统的压强将增高而略高于媒质的压强,从而子系统膨胀而恢复平衡。

请注意:如果平衡的稳定条件得到满足,当系统对平衡发生某种偏离时,系统中将会自发产生相应的过程,以恢复系统的平



# 单元复相系的平衡性质

在一定的温度和压强下,系统的平衡状态是其吉布斯函数最小的状态,各相的化学势是其温度和压强确定的函数。



如果在一温度和压强范围内, $\alpha$ 相的化学势 $\nu^{\alpha}(T,P)$ 较其他相 的化学势为低,系统将以 $\alpha$ 相单独存在。这个温度和压强范围就 的化字努力低,系统将以 $\alpha$ 相单独存在。这个温度和压强泡围就  $\alpha$ 是 $\alpha$ 相的单相区域。在这个区域内,温度和压强是独立的状态参 量。



$$\begin{split} T^{\alpha} &= T^{\beta} = T \\ p^{\alpha} &= p^{\beta} = p \\ \mu^{\alpha}(T,p) &= \mu^{\beta}(T,p) = \mu(T,p) \end{split}$$

这就是两相平衡的曲线方程

$$U^{\alpha} + U^{\beta} = 常量, \quad \delta U^{\alpha} + \delta U^{\beta} = 0$$

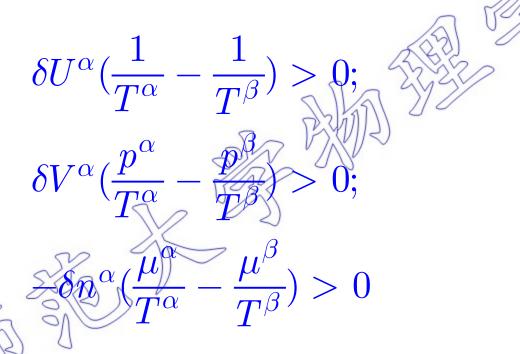
$$V^{\alpha} + V^{\beta} = 常量, \quad \delta V^{\alpha} + \delta V^{\beta} = 0$$

$$n^{\alpha} + n^{\beta} = 常量, \quad \delta n^{\alpha} + \delta n^{\beta} = 0$$

$$\delta S^{\alpha} + \delta S^{\beta} = \delta U^{\alpha} \left(\frac{1}{T^{\alpha}} - \frac{1}{T^{\beta}}\right) + \delta V^{\alpha} \left(\frac{p^{\alpha}}{T^{\alpha}} - \frac{p^{\beta}}{T^{\beta}}\right) - \delta n^{\alpha} \left(\frac{\mu^{\alpha}}{T^{\alpha}} - \frac{\mu^{\beta}}{T^{\beta}}\right)$$



# 平衡条件不满足时, 复相系演化的方向





$$T^{\alpha} = T^{\beta} = T^{\gamma} = T$$

$$p^{\alpha} = p^{\beta} = p^{\gamma} = p$$

$$\mu^{\alpha}(T, p) = \mu^{\beta}(T, p) = \mu^{\gamma}(T, p) = \mu(T, p)$$

# 这就是三相点方程

课后习题3.3-3.7

# 两相平衡曲线(Clausius-Clapeyron 方程)

给出两相平衡曲线的斜率

$$\frac{dp}{dT} = -\frac{\left(\frac{\partial \mu^{\beta}}{\partial T}\right)_{p} - \left(\frac{\partial \mu^{\alpha}}{\partial T}\right)_{p}}{\left(\frac{\partial \mu^{\beta}}{\partial p}\right)_{T} - \left(\frac{\partial \mu^{\alpha}}{\partial p}\right)_{T}} = \frac{L}{T(v_{m}^{\beta} - v_{m}^{\alpha})}$$

$$L = T(s_{m}^{\beta} - s_{m}^{\alpha}) \quad \text{相 变潜热}$$

注意推导

相变潜热与温度的关系

$$\frac{dL}{dT} = c_{\beta}^{(1)} - c_{\alpha}^{(2)} + \frac{L}{T}$$

Clausius-Clapeyron 方程适用的条件

$$s^{\beta} \neq s^{\alpha}, \quad \left(\frac{\partial \mu^{\beta}}{\partial T}\right)_{p} \neq \left(\frac{\partial \mu^{\alpha}}{\partial T}\right)_{p}$$
$$v^{\beta} \neq v^{\alpha}, \quad \left(\frac{\partial \mu^{\beta}}{\partial p}\right)_{T} \neq \left(\frac{\partial \mu^{\alpha}}{\partial p}\right)_{T}$$







# 饱和蒸气压方程

(Kirchhoff 方程)

$$\ln p = -\frac{L_0}{RT} + \frac{c_p^{\beta} - c_p^{\alpha}}{T} \ln T + const$$

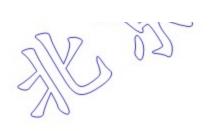
在确定了积分常数后

注意推导

$$\ln p = A - \frac{B}{T} + C \ln T$$

$$A = \frac{s_{\beta}^{0} - s_{\alpha}^{0} - c_{p}^{\beta,0} + c_{p}^{\alpha,0}}{R}, \quad B = \frac{h_{\beta}^{0} - c_{\alpha}^{0}}{R}, \quad C = \frac{c_{p}^{\beta,0} - c_{p}^{\alpha,0}}{R}$$

称为蒸气压常数





# 临界点和气液两相的转变

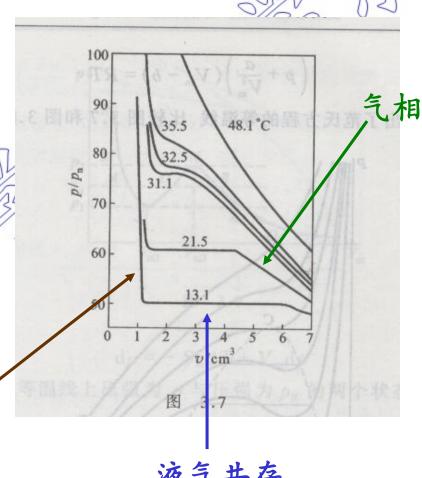
- (1) 等温线中的水平段的长 度随温度升高而缩短
- (2) 在临界点, 水平段的左 右两端重合
- (3) 临界等温线在临界点的 切线是水平的

临界点

$$\left(\frac{\partial p}{\partial V}\right)_T = 0$$

必要但不充分!

液相



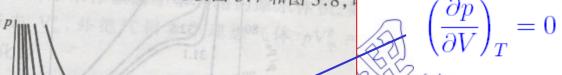
液气共存

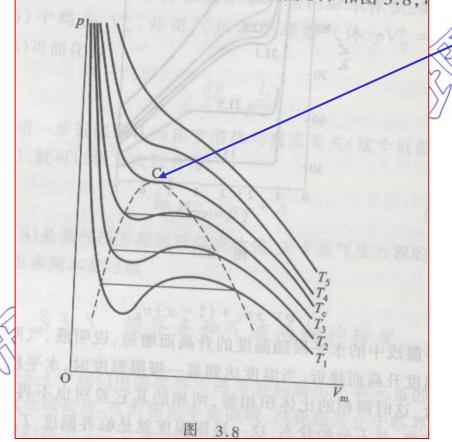


# 利用Van der Waals方程来讨 论

$$\left(p + \frac{a}{V_m^2}\right)(V_m - b) = RT$$

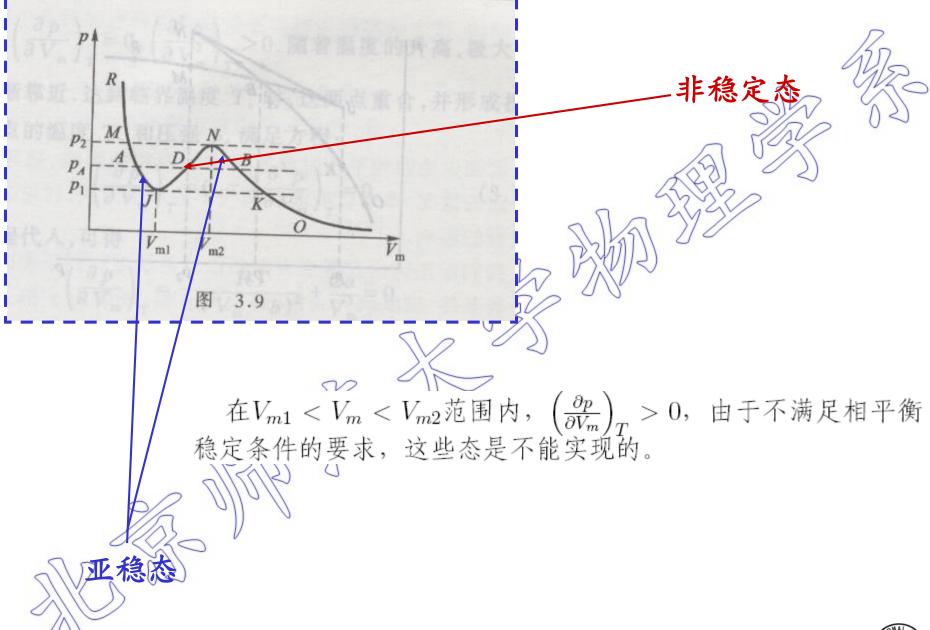


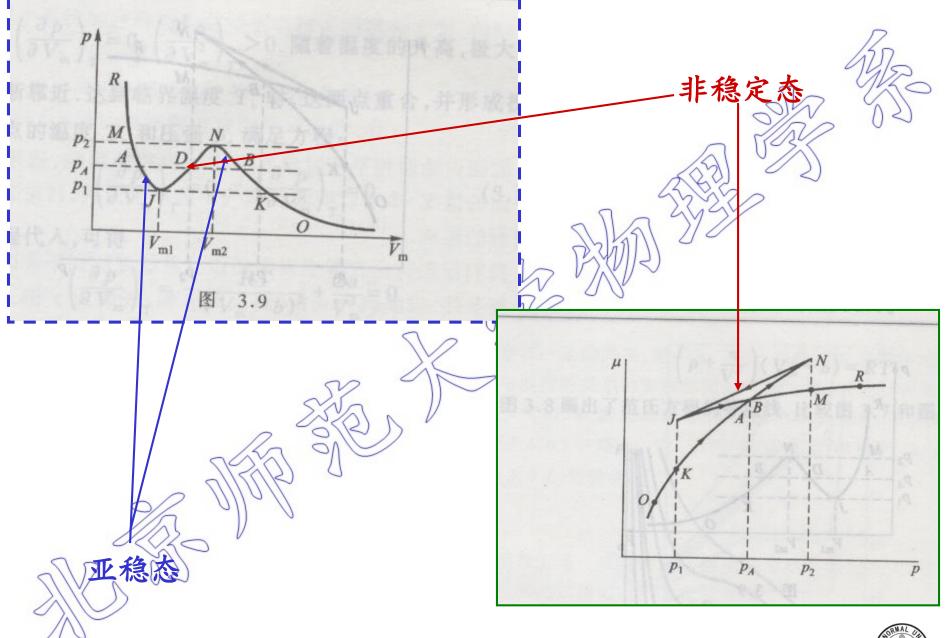




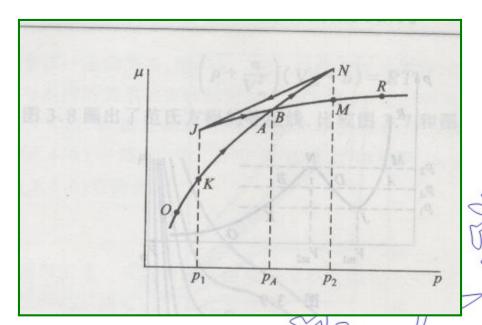
对应一个p值, 有三个可能的V值

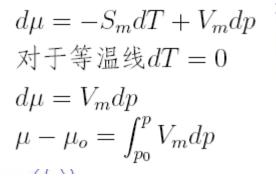






现在我们讨论,根据吉布斯函数最小的要求,讨论在 $p_1 < p_2$ 范围内,在给定的T,p下,什么状态是是稳定的。





积分等于等温线与p轴之间的面积

$$\mu_A = \mu_B$$

A:气相 B:液相

两相的相变平衡点

线段OKBAMR上各点代 表系统的稳定平衡态



$$O \rightarrow N$$
  $\mu - \mu_0 > 0$   $\mu$ 增加  $N \rightarrow J$   $\mu - \mu_0 < 0$   $\mu$ 減少  $J \rightarrow A \rightarrow M$   $\mu - \mu_0 > 0$   $\mu$ 增加

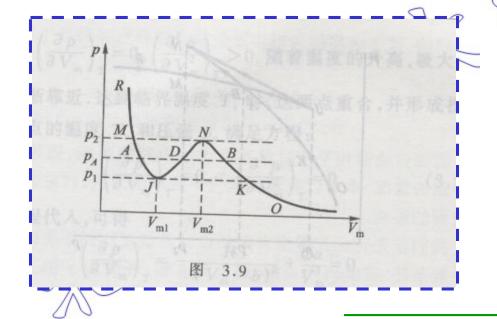


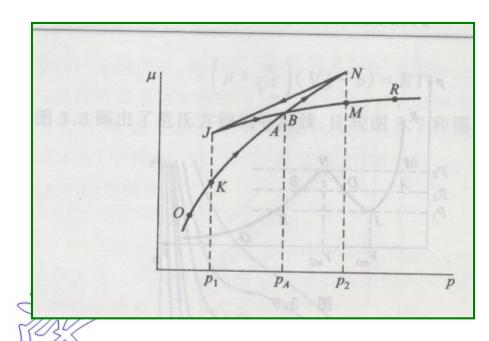
# Maxwell等面积法则

$$\mu_A = \mu_B$$

$$\mu_B - \mu_A = \int_{BNDJA} V_m dp = 0$$
面积 $BND =$ 面积 $DJA$ 

## 可由此确定AB点





$$\mu$$
极大点 $N: \left(\frac{\partial p}{\partial V_m}\right)_T = 0; \quad \left(\frac{\partial^2 p}{\partial V_m^2}\right)_T < 0$ 

$$\mu$$
极小点 $J: \left(\frac{\partial p}{\partial V_m}\right)_T = 0; \quad \left(\frac{\partial^2 p}{\partial V_m^2}\right)_T > 0$ 

随着温度T的升高,J,N逐步靠近,达到临界温度时,两点重合



#### 临界点

$$\left(\frac{\partial p}{\partial V_m}\right)_T=0;$$
  $\left(\frac{\partial^2 p}{\partial V_m^2}\right)_T=0$  临界点的充分必要条件



$$\begin{pmatrix}
p + \frac{a}{V_m^2} \end{pmatrix} (V_m - b) = RT$$

$$T_c = \frac{8a}{27Rb}, \quad p_c = \frac{a}{27b^2}, \quad V_{mc} = 3b$$

$$\frac{RT_c}{P_c V_{mc}} = \frac{8}{3} = 2.667 \quad \text{临界指数}$$

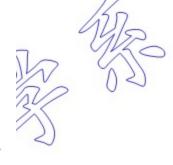
#### 对各种物质应该是相同的

实测结果:He(3.28);H2(3.27);Ne(3.43);Ar(3.42);...



引入新的Scaled Variables

$$t^* = \frac{T}{T_c}, \quad p^* = \frac{p}{p_c}, \quad v^* = \frac{V_m}{V_{mc}}$$
$$\left(p^* + \frac{3}{V^{*2}}\right)\left(V^* - \frac{1}{3}\right) = \frac{8}{3}t^* \quad \text{Van der Waals对比方程}$$



7/1/42/11 00

该方程不含与具体物质的性质有关的常数。

如果采用对比变量,各种气(液)体的物态方程是完全相同的

→ 对应态定律



# 相变分类

#### Clausius-Clapeyron 方程

$$\frac{dp}{dT} = -\frac{\left(\frac{\partial \mu^{\beta}}{\partial T}\right)_{p} - \left(\frac{\partial \mu^{\alpha}}{\partial T}\right)_{p}}{\left(\frac{\partial \mu^{\beta}}{\partial p}\right)_{T} - \left(\frac{\partial \mu^{\alpha}}{\partial p}\right)_{T}} = \frac{L}{T(v_{m}^{\beta} - v_{m}^{\alpha})} \stackrel{\text{3}}{\underset{\text{3}}{\stackrel{\text{3}}}}\stackrel{\text{3}}{\stackrel{\text{3}}{\stackrel{\text{3}}}}\stackrel{\text{3}}{\stackrel{\text{3}}}\stackrel{\text{3}}{\stackrel{\text{3}}}\stackrel{\text{3}}{\stackrel{\text{3}}}\stackrel{\text{3}}}\stackrel{\text{3}}\stackrel{\text{3}}}\stackrel{\text{3}}\stackrel{\text{3}$$

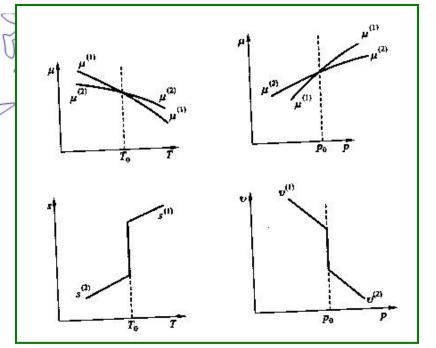
## 存在相变潜热和体积突变

Clausius-Clapeyron 方程适用的条件



$$s^{\beta} \neq s^{\alpha}, \quad \left(\frac{\partial \mu^{\beta}}{\partial T}\right)_{p} \neq \left(\frac{\partial \mu^{\alpha}}{\partial T}\right)_{p}$$
$$v^{\beta} \neq v^{\alpha}, \quad \left(\frac{\partial \mu^{\beta}}{\partial p}\right)_{T} \neq \left(\frac{\partial \mu^{\alpha}}{\partial p}\right)_{T}$$





但也有另一类相变,既不存在相变潜热而且体积是连续变化的

ASS.

在这样的情况下,Clausius-Clapeyron不再成立

$$s^{\beta} = s^{\alpha}, \left(\frac{\partial \mu^{\beta}}{\partial T}\right)_{p} = \left(\frac{\partial \mu^{\alpha}}{\partial T}\right)_{p}$$

$$\frac{dp}{dT} = -\frac{\left(\frac{\partial \mu^{\beta}}{\partial T}\right)_{p} - \left(\frac{\partial \mu^{\alpha}}{\partial T}\right)_{p}}{\left(\frac{\partial \mu^{\beta}}{\partial p}\right)_{T} - \left(\frac{\partial \mu^{\alpha}}{\partial p}\right)_{T}} = \frac{0}{0}$$

$$v^{\beta} = v^{\alpha}, \left(\frac{\partial \mu^{\beta}}{\partial p}\right)_{T} = \left(\frac{\partial \mu^{\alpha}}{\partial p}\right)_{T}$$

有很多生动的例子!



# 二级相变



$$\mu^{\alpha} = \mu \beta;$$

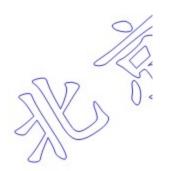
$$s^{\beta} = s^{\alpha}, \quad \left(\frac{\partial \mu^{\beta}}{\partial T}\right)_{p} = \left(\frac{\partial \mu^{\alpha}}{\partial T}\right)_{p};$$

$$v^{\beta} = v^{\alpha}, \quad \left(\frac{\partial \mu^{\beta}}{\partial p}\right)_{T} = \left(\frac{\partial \mu^{\alpha}}{\partial p}\right)_{T};$$

## 但是

$$\left(\frac{\partial^2 \mu^{\beta}}{\partial p^2}\right)_T \neq \left(\frac{\partial^2 \mu^{\alpha}}{\partial p^2}\right)_T \Rightarrow \left(\frac{\partial v^{\beta}}{\partial p}\right)_T \neq \left(\frac{\partial v^{\alpha}}{\partial p}\right)_T;$$

$$\left(\frac{\partial^2 \mu^{\beta}}{\partial T^2}\right)_p \neq \left(\frac{\partial^2 \mu^{\alpha}}{\partial T^2}\right)_p \Rightarrow \quad \left(\frac{\partial s^{\beta}}{\partial p}\right)_T \neq \left(\frac{\partial s^{\alpha}}{\partial p}\right)_T;$$



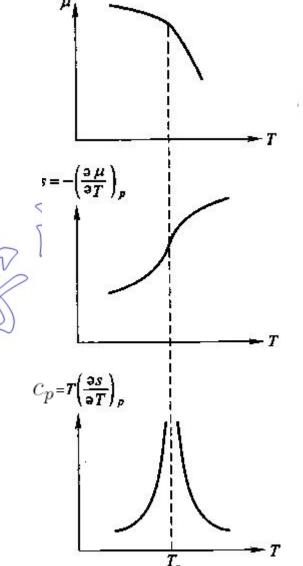
$$\frac{\partial^{2} \mu^{\beta}}{\partial T \partial p} \neq \frac{\partial^{2} \mu^{\alpha}}{\partial T \partial p} \Rightarrow \left(\frac{\partial v^{\beta}}{\partial T}\right)_{p} \neq \left(\frac{\partial v^{\alpha}}{\partial T}\right)_{p}$$



$$c_{p} = T \left( \frac{\partial s}{\partial T} \right)_{p} = -T \frac{\partial^{2} \mu}{\partial T^{2}}$$

$$\alpha = \frac{1}{v} \left( \frac{\partial v}{\partial T} \right)_{p} = \frac{1}{v} \frac{\partial^{2} \mu}{\partial T \partial p}$$

$$\kappa_{T} = -\frac{1}{v} \left( \frac{\partial v}{\partial p} \right)_{T} = -\frac{1}{v} \frac{\partial^{2} \mu}{\partial p^{2}}$$



二级相变没有相变潜热和体积突变,但定压热容量,定压膨胀系数和等温压缩系数存在突变



### Ehrenfest方程---二级相变情况下的Clausius-Clapeyron方程



$$v^{\beta} = v^{\alpha} \Longrightarrow \frac{dp}{dT} = \frac{\alpha_2 - \alpha_1}{\kappa_2 - \kappa_1} = \frac{\Delta \alpha}{\Delta \kappa}$$
$$s^{\beta} = s^{\alpha} \Longrightarrow \frac{dp}{dT} = \frac{C_{p_2} - C_{p_1}}{Tv(\alpha_2 - \alpha_1)} = \frac{\Delta C_p}{Tv\Delta \alpha}$$

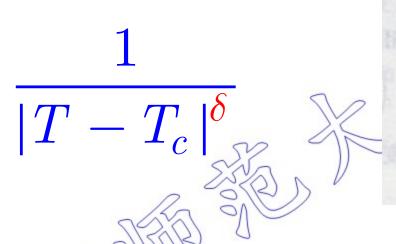
$$\Delta C_p = \frac{Tv(\Delta\alpha)^2}{\Delta\kappa}$$
 注意推导

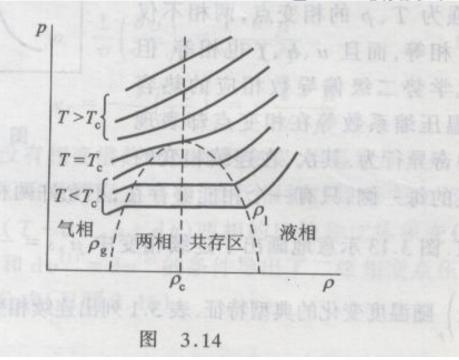
表示在二级相变时,在相变点处,定压热容量的跳跃 $\Delta C_p$ 与定压膨胀系数的跳跃 $\Delta \alpha$ 以及等温压缩系数的跳跃 $\Delta \kappa$ 之间的关



### 临界现象与临界指数

连续相变的相变点也称为临界 点。临界现象是指物质在连续 相变临界点邻域的非解析行为。





具体问题具体分析

临界现象具有普遍性

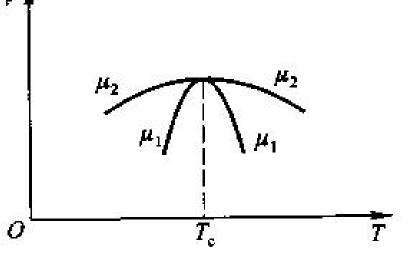




#### Von Laue关于二级相变的质疑

$$\mu^{\alpha} = \mu^{\beta}$$

$$\left(\frac{\partial \mu^{\beta}}{\partial T}\right)_{p_0} = \left(\frac{\partial \mu^{\alpha}}{\partial T}\right)_{p_0}$$



$$\Delta\mu(T_c + dT, p_c + dp) = \Delta\mu(T_c, p_c) + \left(\frac{\partial\Delta\mu}{\partial p}\right)_{T_c} dp + \left(\frac{\partial\Delta\mu}{\partial T}\right)_{p_c} dT + \frac{1}{2} \left[ \left(\frac{\partial^2\Delta\mu}{\partial T^2}\right)_{p_c} + \left(\frac{\partial^2\Delta\mu}{\partial p^2}\right)_{T_c} + 2\frac{\partial^2\Delta\mu}{\partial p\partial T} dT dp \right] + \cdots$$



$$\Delta\mu(T_c + dT, p_c + dp) = -\frac{v}{2\Delta\kappa} \left[ \Delta\alpha(dT) - \Delta\kappa(dp) \right]^2$$



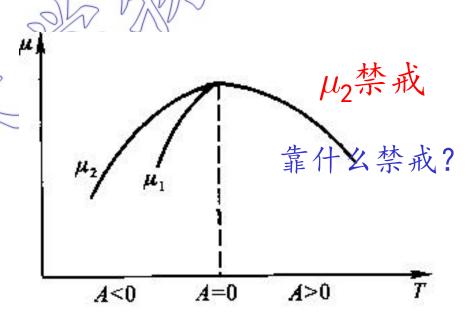
## $\Delta\mu$ 与 $\Delta\kappa$ 异号

## 在相变点的两侧, 两相的化学势保持同样的符号

Von Laue揭示了一个根本矛盾:一方面,自然界确实存在二级相变,Ehrenfest方程已得到实验验证;另一方面,二级相变的存在,表面上又似乎和吉布斯函数的平衡判据相矛盾

为了解决这一问题, 朗道提出了有序相变理论

到现在,有序相变理论 仍然是连续相变理论中极 重要,极成功的唯象理论





### 郎道的连续相变理论

$$\mu(T,p) \to \mu(T,p,\eta)$$

Order Parameter

• 132 •	第三章 单元系的相图	E	
表 3.1。			
相变	序 参 量	例子	T <sub>c</sub> /K
液气	$\rho_1 - \rho_g$	H <sub>2</sub> O	647.05
铁磁	磁化强度 ( )	Fe	1044.0
反铁磁	子晶格磁化强度	FeF <sub>2</sub>	78.26
超流	He 原子的量子概率幅度	He <sup>4</sup>	1.8~2.
超导	电子对的量子概率幅度	Pb	7.19
二元合金	次晶格中某组元的密度	Cu - Zn	739

当温度升高时,有序度以跃变的方式从某一有限值变为零,则这种相变为一级相变,如果有序度连续的方式变为零,则这种相变为二级相变。

$$\mu = \mu_0 + A(T, p)\eta^2 + \frac{1}{2}C(T, p)\eta^4 + \cdots$$

#### 对于稳定平衡态

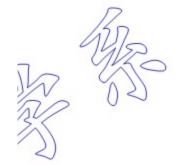
$$\begin{cases} \frac{\partial \mu}{\partial \eta} = 0\\ \frac{\partial^2 \mu}{\partial \eta^2} > 0 \end{cases}$$

$$\frac{\partial \mu}{\partial \eta} = 2\eta (A + C\eta^2) = 0$$

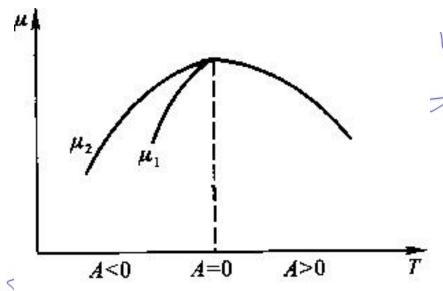
$$\Longrightarrow \left\{ \begin{array}{c} \eta = 0 \\ \eta^2 = -\frac{A}{C} \to \eta = \sqrt{-\frac{A}{C}} \end{array} \right.$$



$$\eta = 0 \quad \frac{\partial^2 \mu}{\partial \eta^2} \rightarrow \begin{cases} > 0 & A > 0 & 稳定平衡相 \\ < 0 & A < 0 & 不稳定相 \end{cases}$$



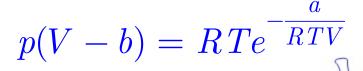
$$\eta = \sqrt{-\frac{A}{C}} \quad \frac{\partial^2 \mu}{\partial \eta^2} \rightarrow -4A \left\{ \begin{array}{ll} > 0 & A < 0 & \text{fight of } x \neq x \neq x \\ \\ < 0 & A > 0 & \text{line}(x \neq x \neq x) \end{array} \right.$$



连续相变为二级相变



例题: 设气体遵循下列状态方程



求临界点处  $\frac{pV}{RT}$ 

