

Boletín Laboratorio 2

Ignacio Osorio

September 25, 2020

Abstract

En este laboratorio se implementaron y analizaron tres algoritmos de búsqueda. La búsqueda lineal, binaria y doblada. Con el fin de poder observar el comportamiento de los algoritmos frente a distintos vectores. Variando tanto el tamaño del vector como la posición del elemento buscado. De esta forma se buscó analizar el trade-off de los algoritmos y sus constantes asociadas.

1 Ejercicio 1

Los algoritmos fueron implementados en C++ y probados en un computador personal. Las especificaciones del computador se pueden ver en la tabla 1. Todos los códigos generados para este laboratorio se encuentran adjuntos a este documento.

Los algoritmos fueron implementados de forma iterativa.

2 Ejercicio 2

2.1 Búsqueda Lineal

Este algoritmo realizara una búsqueda lineal comenzando desde el primer elemento contenido en el vector hasta el último. Se detendrá si encuentra una ocurrencia del elemento buscado o cuando llegue al final del arreglo.

Su complejidad temporal en el peor caso es de $O(n)$, donde n es el número de elementos en el arreglo. Si se realiza un análisis adaptativo considerando la posición del elemento, es fácil ver que la complejidad permanecerá lineal a esta posición, por lo que será $O(p)$, donde p es la posición del elemento buscado.

Este algoritmo utiliza espacio constante para guardar una referencia a la posición del elemento. No requiere de procesamiento de los datos.

2.2 Búsqueda Binaria

Un requerimiento de este algoritmo es que los datos se encuentren ordenados previamente. La búsqueda se realiza utilizando el paradigma dividir y conquistar. Se divide el arreglo por la mitad y se compara la mediana del vector (en caso de ser número par se toma solo el elemento menor como mediana), en caso de ser el elemento se retorna la posición, en caso de ser mayor se procede a repetir el algoritmo con el sub-arreglo a la izquierda de la mediana, en caso contrario se realiza con el sub-arreglo derecho. Siempre creando los sub-arreglos de tal forma que excluyan la variable comparada.

Esto se realiza hasta que el sub-arreglo llega a tener tamaño 0 o se encuentra el elemento.

Su complejidad temporal es fácilmente calculable utilizando el teorema maestro. Como se puede ver en las siguientes ecuaciones, al tener $a = b^c$, la complejidad es de tipo $O(n^c \log(n)) = O(\log(n))$.

Table 1: Especificaciones del computador personal.

CPU	RAM	SO
Intel Core i7-7700HQ	16 GB	Windows 10 Home

$$T(n) = aT\left(\frac{n}{b}\right) + O(n^c)$$

$$T(n) = T\left(\frac{n}{2}\right) + O(1)$$

$$a = 1$$

$$b = 2$$

$$c = 0$$

Este algoritmo tiene un análisis espacial similar al anterior, por lo que se puede decir que es $O(1)$.

La etapa de preprocesamiento tendría complejidad $O(n \cdot \log(n))$ si se utilizó algún algoritmo típico basado en comparaciones. Esta complejidad podría ser menor, dependiendo de las características de la entrada y el uso de bucket sort, radix sort u otro de la misma línea.

2.3 Búsqueda Doblada

Al igual que la búsqueda binaria, este algoritmo requiere que los datos se encuentren ordenados previamente para realizar la búsqueda. Además, busca integrar una cota superior logarítmica a la complejidad temporal y permitir un análisis adaptativo para mejorar el comportamiento del algoritmo para ubicaciones más cercanas del inicio.

Esto lo consigue modificando la búsqueda lineal, realizando saltos exponenciales en las posiciones $i = \{\forall j \in \mathbf{N}_0 : 2^j\}$. Cuando el elemento x_i es mayor que el elemento que se está buscando, procede a realizar una búsqueda binaria en el sub arreglo de tamaño $\frac{i}{2}$ que está limitado por los elementos x_{i-1} y x_i .

El análisis del peor caso dará una primera parte logarítmica en base 2 con respecto del tamaño del arreglo y la búsqueda lineal sobre el $\frac{n}{2}$ tendrá la misma complejidad, por lo tanto la complejidad total será de $O(\log(n))$.

Al realizar un análisis adaptativo del algoritmo, con respecto de la posición p en la que se encuentra el elemento tendremos $T(p) = \lfloor \log(p) \rfloor + 1 + O(\log(p))$, donde las componentes $\lfloor \log(p) \rfloor + 1$ corresponden a los saltos exponenciales de la búsqueda y la componente $O(\log(p))$ representa a la búsqueda binaria en el último espacio generado por el salto. Por lo tanto $T(p) \in O(\log(p))$.

3 Ejercicio 3

Los algoritmos fueron evaluados midiendo sus tiempos de respuesta cada mil elementos insertados (variando el tamaño), usando datos aleatorios que están contenidos en el arreglo, en un rango sobre el primer tercio del arreglo, para eliminar muchos datos pequeños que arruinaban la precisión.

Además, se evaluó el comportamiento de los algoritmos frente a la posición del elemento buscado. Para esto se utilizó un arreglo de 100k elementos y se hicieron mediciones para búsquedas de datos aleatorios en ventanas de mil elementos.

Cada valor de tiempo fue calculado como el promedio de 10k mediciones.

4 Ejercicio 4

Se pueden observar los resultados en los gráficos 1 y 2.

5 Conclusiones

Fue necesario restringir el dominio de los números aleatorios, para así reducir la cantidad de ruido en la toma de muestras.

Se puede observar que el comportamiento del algoritmo lineal cumple con lo esperado.

La búsqueda doblada solo logra ser más veloz que la binaria cuando los elementos se encontraban considerablemente al principio (dentro de los primeros 100 elementos), el resto del tiempo se mantenían relativamente

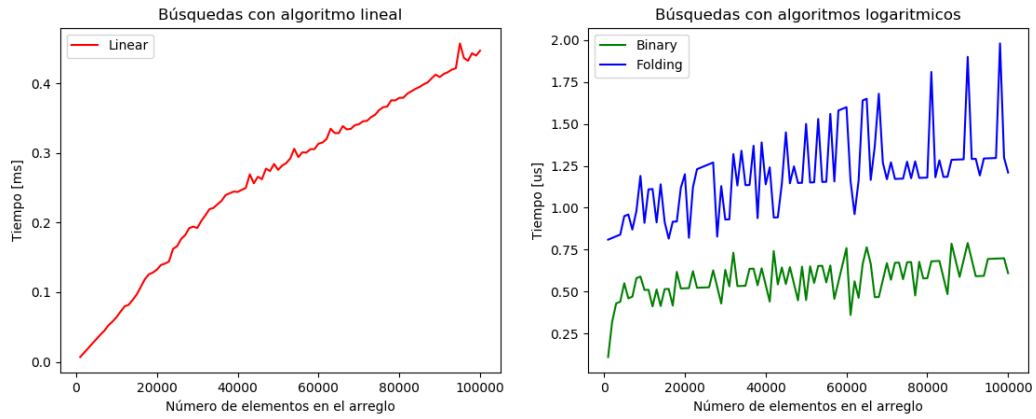


Figure 1: Tiempo que demora los algoritmos en función del tamaño del arreglo.

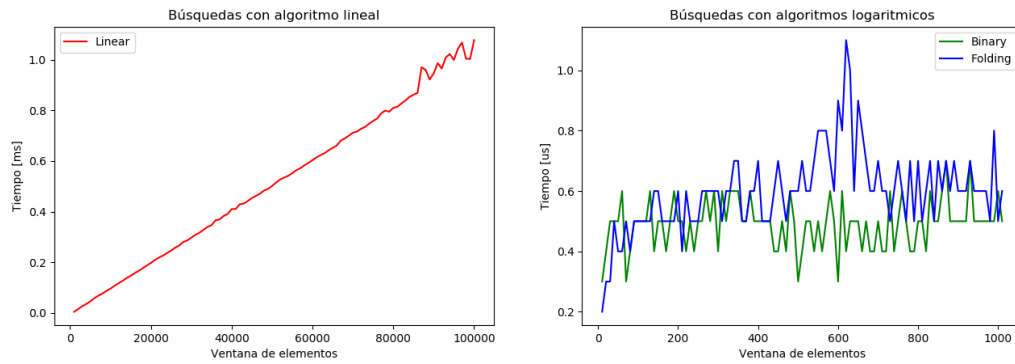


Figure 2: Tiempo que demoran los algoritmos en función de la posición del elemento.

iguales, excepto cuando p tendía hasta n , donde el rendimiento de la búsqueda binaria estaba claramente por encima de la doblada. Esto último se puede observar en el gráfico 3.

A pesar de tener un análisis adaptativo mejor, la búsqueda doblada muestra ser buena solo para casos específicos donde tengamos restricciones en la entrada.

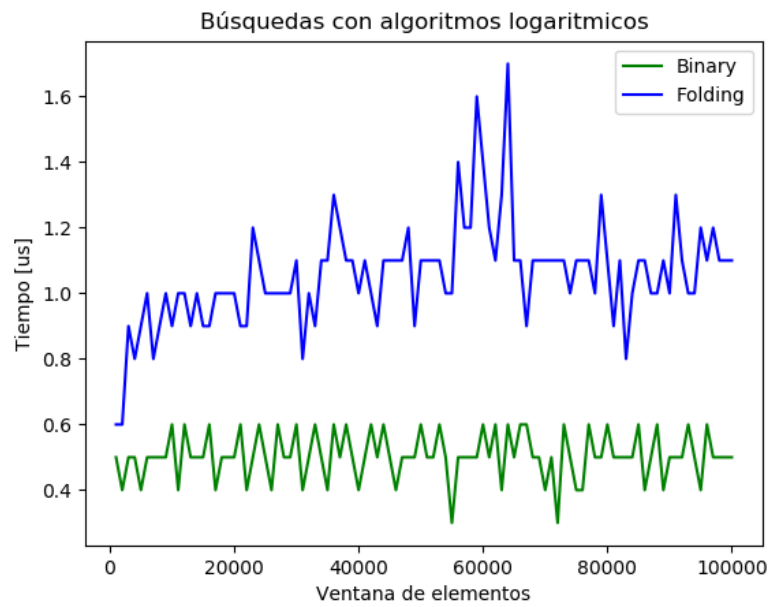


Figure 3: Tiempo que demoran los algoritmos logaritmicos en función de posiciones grandes.