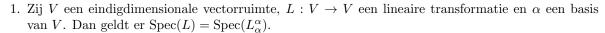
## Zelfreflectie Hoofdstuk 5







2. Zij V een eindigdimensionale vectorruimte van dimensie n en  $T:V\to V$  een lineaire transformatie van V. Juist of fout:

$$1 \le m(\lambda) \le d(\lambda) \le n$$



waarbij  $\lambda \in \operatorname{Spec}(L)$ ?

- 3. Verklaar de zin boven Gevolg 5.9 op pagina 182.
- 4. Argumenteer welke van de volgende matrices diagonaliseerbaar zijn:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}.$$

- 5. Hebben twee matrices met dezelfde rijgereduceerde vorm dezelfde eigenwaarden?
- 6. Zij  $A, Q \in \mathbb{R}^{n \times n}$  met Q inverteerbaar. We hebben gezien dat  $Q^{-1}AQ$  en A dezelfde eigenwaarden hebben. Stel dat v een eigenvector is van A met eigenwaarde  $\lambda$ . Kan je expliciet een eigenvector van  $Q^{-1}AQ$  met eigenwaarde  $\lambda$  opschrijven?
- 7. Beschouw Stelling 5.8 op pagina 182. Welke kenmerken hebben gelijkvormige matrices nog meer gemeen (bijvoorbeeld: nulruimte, kolomruimte, ...)?
- 8. Juist of fout? De eigenruimte van de eigenwaarde  $\lambda$  bevat precies alle eigenvectoren horende bij  $\lambda$ .
- 9. Juist of fout?
  - (a) Elke matrix  $A \in \mathbb{C}^{n \times n}$  is diagonaliseerbaar over  $\mathbb{C}$ .
  - (b) Een matrix  $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$  die diagonaliseerbaar is over  $\mathbb{R}$  is automatisch diagonaliseerbaar over  $\mathbb{C}$ .
- 10. Toon aan dat de determinant en het spoor van  $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$  respectievelijk gelijk zijn aan het product en de som van alle (complexe) eigenwaarden van A, waarbij elke eigenwaarde geteld wordt met haar algebraïsche multipliciteit.
- 11. Zoek de fout in de volgende redenering.
  - Zij  $\mathcal{L}:V\to V$  een lineaire transformatie. Door Stelling 4.34 toe te passen op deze transformatie vindt men een matrixvoorstelling L van  $\mathcal{L}$  van de vorm

$$L = \begin{pmatrix} \mathbb{I}_r & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

met r de rang van  $\mathcal{L}$ . Dus  $\mathcal{L}$  is diagonaliseerbaar met  $\operatorname{Spec}(\mathcal{L}) = \{1, 0\}$ .