

Serial Number

Roll No. —

SET / सेट :

**B**

**IS-7065**

**Higher Secondary Supplementary Examination - 2024**

**हायर सेकेण्डरी पूरक परीक्षा - 2024**

**उच्च गणित**

**HIGHER MATHEMATICS**

**(Hindi & English Versions)**

Total  
Questions : 23

Total Printed  
Pages : 16 Pages

Time :  
3 Hours

Maximum  
Marks : 80

**निर्देश :**

- (i) सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।
- (ii) प्रश्न क्रमांक 1 से 5 तक के प्रत्येक उपप्रश्न पर 1-1 अंक निर्धारित हैं।
- (iii) प्रश्न क्रमांक 6 से 15 तक प्रत्येक 2 अंक का है।
- (iv) प्रश्न क्रमांक 16 से 19 तक प्रत्येक 3 अंक का है।
- (v) प्रश्न क्रमांक 20 से 23 तक प्रत्येक 4 अंक का है।

**Instructions :**

- (i) All the questions are **compulsory**.
- (ii) Subquestions of Question Nos. 1 to 5 carry 1 mark each.
- (iii) Question Nos. 6 to 15 carry 2 marks each.
- (iv) Question Nos. 16 to 19 carry 3 marks each.
- (v) Question Nos. 20 to 23 carry 4 marks each.



1 सही जोड़ी बनाइये :

स्तम्भ 'अ'

स्तम्भ 'ब'

(i)  $\int \frac{dx}{a^2 + x^2}$

(a)  $a^x \log a$

(ii)  $\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}}$

(b)  $\frac{5}{2}x\sqrt{x^2 + 25} + \frac{25}{2}\log|x + \sqrt{x^2 + 25}| + c$

(iii)  $\frac{d}{dx}a^x$

(c)  $\frac{1}{2}x\sqrt{x^2 + 25} + \frac{25}{2}\log|x + \sqrt{x^2 + 25}| + c$

(iv)  $\int \frac{dx}{a^2 - x^2}$

(d)  $\frac{a^x}{\log a}$

(v)  $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 + 25}}$

(e)  $\sin^{-1} \frac{x}{a} + c$

(vi)  $\int a^x dx$  जब समाकलन

(f)  $\frac{1}{a} \tan^{-1} \frac{x}{a} + c$

अचर = 0

(vii)  $\int \sqrt{x^2 + 25} dx$

(g)  $\frac{1}{2a} \log \left| \frac{a+x}{a-x} \right| + c$

(h)  $\log|x + \sqrt{x^2 + 25}| + c$

Match the correct pairs :

**Column 'A'**

**Column 'B'**

(i)  $\int \frac{dx}{a^2 + x^2}$

(a)  $a^x \log a$  .

(ii)  $\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}}$

(b)  $\frac{5}{2}x\sqrt{x^2 + 25} + \frac{25}{2} \log \left| x + \sqrt{x^2 + 25} \right| + c$

(iii)  $\frac{d}{dx} a^x$

(c)  $\frac{1}{2}x\sqrt{x^2 + 25} + \frac{25}{2} \log \left| x + \sqrt{x^2 + 25} \right| + c$

(iv)  $\int \frac{dx}{a^2 - x^2}$

(d)  $\frac{a^x}{\log a}$  .

(v)  $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 + 25}}$

(e)  $\sin^{-1} \frac{x}{a} + c$  .

(vi)  $\int a^x dx$  when constant

(f)  $\frac{1}{a} \tan^{-1} \frac{x}{a} + c$  .

of integration = 0

(vii)  $\int \sqrt{x^2 + 25} dx$

(g)  $\frac{1}{2a} \log \left| \frac{a+x}{a-x} \right| + c$  .

(h)  $\log \left| x + \sqrt{x^2 + 25} \right| + c$  .



2 निम्नलिखित कथनों में सत्य या असत्य लिखिए:

(i) यदि  $A = \{2, 3, 4\}$  हो तो अवयव  $(2, 3)$  वाले तुल्यता संबंधों की संख्या 3 है।

(ii)  $\sin^{-1} x$  की मुख्य शाखा का परिसर  $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$  होता है।

(iii) आव्यूह गुणन सदैव क्रम विनिमेय होता है।

(iv) फलन  $f, f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x + 5, x \in R, R$  पर वर्धमान फलन है।

(v) अवकल समीकरण  $2x^2 \frac{d^3 y}{dx^3} - 3 \left( \frac{dy}{dx} \right)^2 + y = 0$  की कोटि 3 है।

(vi)  $\hat{i} \cdot \left( \hat{j} \times \hat{k} \right) + \hat{j} \cdot \left( \hat{k} \times \hat{i} \right) + \hat{k} \cdot \left( \hat{i} \times \hat{j} \right) = 1$

Write true or false in the following statements:

(i) Let  $A = \{2, 3, 4\}$ , then number of equivalence relation containing  $(2, 3)$  is 3.

(ii) The range of principal value branch of  $\sin^{-1} x$  is  $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ .

(iii) Matrix multiplication is always commutative.

(iv) Function  $f, f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x + 5, x \in R$  is increasing function on  $R$ .

(v) Order of differential equation  $2x^2 \frac{d^3 y}{dx^3} - 3 \left( \frac{dy}{dx} \right)^2 + y = 0$  is 3.

(vi)  $\hat{i} \cdot \left( \hat{j} \times \hat{k} \right) + \hat{j} \cdot \left( \hat{k} \times \hat{i} \right) + \hat{k} \cdot \left( \hat{i} \times \hat{j} \right) = 1$

3 प्रत्येक का एक शब्द/वाक्य में उत्तर दीजिए:

(i) रिक्त संबंध को परिभाषित कीजिए।

(ii)  $\cos^{-1} \cos\left(\frac{7\pi}{6}\right)$  का मुख्य मान लिखिए।

(iii) यदि आव्यूह  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$ , तो  $A \cdot A'$  ज्ञात कीजिए।

(iv)  $\begin{vmatrix} \cos 20^\circ & \sin 20^\circ \\ \sin 70^\circ & \cos 70^\circ \end{vmatrix}$  का मान ज्ञात कीजिए।

(v)  $\frac{dy}{dx} = \frac{x+1}{y}$ , ( $y \neq 0$ ) का व्यापक हल ज्ञात कीजिए।

(vi) यदि  $P(E) = 0.6$  और  $P(E \cap F) = 0.2$ , तो  $P\left(\frac{F}{E}\right)$  का मान लिखिए।

(vii) यदि आव्यूह  $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$ , तो  $A^2$  का मान लिखिए।

Give answer in one word/sentence each :

(i) Define empty relation.

(ii) Write principal value of  $\cos^{-1} \cos\left(\frac{7\pi}{6}\right)$ .

(iii) If matrix  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$ , then find  $A \cdot A'$ .

(iv) Find the value of  $\begin{vmatrix} \cos 20^\circ & \sin 20^\circ \\ \sin 70^\circ & \cos 70^\circ \end{vmatrix}$ .

(v) Find general solution of  $\frac{dy}{dx} = \frac{x+1}{y}$ , ( $y \neq 0$ ).

(vi) If  $P(E) = 0.6$  and  $P(E \cap F) = 0.2$ , then write the value of  $P\left(\frac{F}{E}\right)$ .

(vii) If matrix  $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$ , then write the value of  $A^2$ .

4 सही विकल्प चुनकर लिखिए :

(i)  $f(x) = x^2$  द्वारा प्रदत्त फलन  $f : R \rightarrow R$  में

- (a)  $f$  एकैकी आच्छादक है
- (b)  $f$  बहुएक आच्छादक है
- (c)  $f$  एकैकी है परंतु आच्छादक नहीं है
- (d)  $f$  न तो एकैकी है और न आच्छादक है

(ii) यदि  $\cos^{-1} x = y$ , तो

- (a)  $0 \leq y \leq \pi$
- (b)  $-\frac{\pi}{2} \leq y \leq \frac{\pi}{2}$
- (c)  $0 < y < \pi$
- (d)  $-\frac{\pi}{2} < y < \frac{\pi}{2}$

(iii)  $m \times 1$  कोटि का आव्यूह कहलाता है—

- (a) एक स्तंभ आव्यूह
- (b) एक पंक्ति आव्यूह
- (c) एक वर्ग आव्यूह
- (d) एक तत्समक आव्यूह

(iv) यदि  $\begin{vmatrix} x & 2 \\ 18 & x \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 6 & 2 \\ 18 & 6 \end{vmatrix}$  हो, तो  $x$  बराबर है:

- (a) 6
- (b)  $\pm 6$
- (c) -6
- (d) 0

(v) यदि  $A$  और  $B$  दो घटनाएँ इस प्रकार हैं कि  $P\left(\frac{A}{B}\right) = P\left(\frac{B}{A}\right) \neq 0$ , तब—

- (a)  $A \subset B$
- (b)  $A = B$
- (c)  $A \cap B = \phi$
- (d)  $P(A) = P(B)$

(vi) मान लीजिए सदिश  $\vec{a}$  और  $\vec{b}$  इस प्रकार हैं कि  $|\vec{a}| = 3$  और  $|\vec{b}| = \frac{\sqrt{2}}{3}$ , तब

$\vec{a} \times \vec{b}$  एक मात्रक सदिश है, यदि  $\vec{a}$  और  $\vec{b}$  के बीच का कोण है:

- (a)  $\frac{\pi}{6}$
- (b)  $\frac{\pi}{4}$
- (c)  $\frac{\pi}{3}$
- (d)  $\frac{\pi}{2}$

Choose and write the correct option :

(i) In the function  $f : R \rightarrow R$ , given by  $f(x) = x^2$

- (a)  $f$  is one-one onto
- (b)  $f$  is many-one onto
- (c)  $f$  is one-one but not onto
- (d)  $f$  is neither one-one nor onto

(ii) If  $\cos^{-1} x = y$ , then

- (a)  $0 \leq y \leq \pi$
- (b)  $-\frac{\pi}{2} \leq y \leq \frac{\pi}{2}$
- (c)  $0 < y < \pi$
- (d)  $-\frac{\pi}{2} < y < \frac{\pi}{2}$

(iii) Matrix of order  $m \times 1$  is called

- (a) A column matrix
- (b) A row matrix
- (c) A square matrix
- (d) An identity matrix

(iv) If  $\begin{vmatrix} x & 2 \\ 18 & x \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 6 & 2 \\ 18 & 6 \end{vmatrix}$ , then  $x$  is equal to

- (a) 6
- (b)  $\pm 6$
- (c) -6
- (d) 0

(v) If  $A$  and  $B$  are two events such that  $P\left(\frac{A}{B}\right) = P\left(\frac{B}{A}\right) \neq 0$ , then

- (a)  $A \subset B$
- (b)  $A = B$
- (c)  $A \cap B = \phi$
- (d)  $P(A) = P(B)$

(vi) Let the vectors  $\vec{a}$  and  $\vec{b}$  be such that  $|\vec{a}| = 3$  and  $|\vec{b}| = \frac{\sqrt{2}}{3}$ , then

$\vec{a} \times \vec{b}$  is a unit vector, if the angle between  $\vec{a}$  and  $\vec{b}$  is:

- (a)  $\frac{\pi}{6}$
- (b)  $\frac{\pi}{4}$
- (c)  $\frac{\pi}{3}$
- (d)  $\frac{\pi}{2}$

- (i)  $\cos^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)$  का मुख्य मान \_\_\_\_\_ है।
- (ii)  $x$  के सापेक्ष  $\sin 3x$  का अवकलज \_\_\_\_\_ होता है।
- (iii) एक वृत्त की त्रिज्या  $r = 2$  cm पर  $r$  के सापेक्ष क्षेत्रफल में परिवर्तन की दर \_\_\_\_\_ है।
- (iv) अवकल समीकरण  $x \frac{dy}{dx} - y = 2x^2$  का समाकलन गुणक \_\_\_\_\_ है।
- (v) रेखा  $\vec{r} = 2\hat{i} + 3\hat{j} - 5\hat{k} + \lambda(\hat{i} + \hat{j} - \hat{k})$  बिंदु \_\_\_\_\_ से होकर गुजरती है।
- (vi) यदि  $\vec{a} = \hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k}$ , तो  $|\vec{a}| =$  \_\_\_\_\_ होगा।

Fill in the blanks :

- (i) Principal value of  $\cos^{-1}\left(\frac{-1}{2}\right)$  is \_\_\_\_\_.
- (ii) The derivative of  $\sin 3x$  with respect to  $x$  is \_\_\_\_\_.
- (iii) The rate of change of the area of a circle with respect to its radius  $r$  at  $r = 2$  cm is \_\_\_\_\_.
- (iv) The integrating factor of the differential equation  $x \frac{dy}{dx} - y = 2x^2$  is \_\_\_\_\_.
- (v) Line  $\vec{r} = 2\hat{i} + 3\hat{j} - 5\hat{k} + \lambda(\hat{i} + \hat{j} - \hat{k})$  passes through the point \_\_\_\_\_.
- (vi) If  $\vec{a} = \hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k}$ , then  $|\vec{a}| =$  \_\_\_\_\_.



- 6 प्राचल का विलोपन किए बिना  $\frac{dy}{dx}$  ज्ञात कीजिए यदि  $x = 2at^2$ ,  $y = at^4$ । 2

Without eliminating the parameter find  $\frac{dy}{dx}$ , If  $x = 2at^2$ ,  $y = at^4$ .

अथवा / OR

$x = 2$  पर फलन  $f(x) = 2x + 3$  के सांतत्य की जाँच कीजिए।

Examine the continuity of the function  $f(x) = 2x + 3$  at  $x = 2$ .

- 7 एक घन का आयतन  $8 \text{ cm}^3/\text{s}$  की दर से बढ़ रहा है। ज्ञात कीजिए घन का पृष्ठ क्षेत्रफल किस दर से बढ़ रहा है जबकि इसके किनारे की लंबाई  $12 \text{ cm}$  है। 2  
The volume of a cube is increasing at the rate of  $8 \text{ cm}^3/\text{s}$ . Find the rate at which surface area of the cube is increasing when the length of an edge is  $12 \text{ cm}$ .

अथवा / OR

वह अंतराल ज्ञात कीजिए जिसमें  $f(x) = 2x^2 - 3x$  से प्रदत्त फलन वर्धमान है।

Find interval in which the function given by  $f(x) = 2x^2 - 3x$  is increasing.

- 8 मान ज्ञात कीजिए / Evaluate : 2

$$\int_0^2 x\sqrt{2-x} dx$$

अथवा / OR

मान ज्ञात कीजिए / Evaluate :

$$\int_0^{\pi/2} \frac{\sqrt{\sin x}}{\sqrt{\sin x} + \sqrt{\cos x}} dx$$

- 9 सदिश  $\vec{a} = \hat{i} + 3\hat{j} + 7\hat{k}$  का सदिश  $\vec{b} = \hat{i} + \hat{j} + 8\hat{k}$  पर प्रक्षेप ज्ञात कीजिए। 2

Find the projection of vector  $\vec{a} = \hat{i} + 3\hat{j} + 7\hat{k}$  on the vector

$$\vec{b} = \hat{i} + \hat{j} + 8\hat{k}.$$

अथवा / OR





14  $\tan^{-1}(1) + \cos^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right) + \sin^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right)$  का मान ज्ञात कीजिए।

2

Find the value of  $\tan^{-1}(1) + \cos^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right) + \sin^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right)$ .

अथवा / OR

सिद्ध कीजिए  $3\sin^{-1}x = \sin^{-1}(3x - 4x^3)$ ,  $x \in \left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$

Prove that  $3\sin^{-1}x = \sin^{-1}(3x - 4x^3)$ ,  $x \in \left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$

15 यदि  $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 \end{bmatrix}$ ,  $B = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$ , तो  $A \cdot B$  ज्ञात कीजिए।

2

If  $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 \end{bmatrix}$ ,  $B = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$ , then find  $A \cdot B$ .

अथवा / OR

यदि  $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$  तथा  $B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ , तो  $(A + 2B)'$  ज्ञात कीजिए।

If  $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$  and  $B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ , then find  $(A + 2B)'$ .



- 18 वृत्त  $x^2 + y^2 = 25$  से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

3

Find the area of the region bounded by the circle  $x^2 + y^2 = 25$ .

अथवा / OR

- दीर्घवृत्त  $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$  से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

Find the area of the region bounded by the ellipse  $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$ .

- 19 अवकल समीकरण  $(e^x + e^{-x})dy - (e^x - e^{-x})dx = 0$  का व्यापक हल ज्ञात कीजिए।

3

Find the general solution of the differential equation

$$(e^x + e^{-x})dy - (e^x - e^{-x})dx = 0.$$

अथवा / OR

अवकल समीकरण  $x \frac{dy}{dx} - y + x \sin\left(\frac{y}{x}\right) = 0$  का व्यापक हल ज्ञात कीजिए।

Find the general solution of the differential equation

$$x \frac{dy}{dx} - y + x \sin\left(\frac{y}{x}\right) = 0.$$

- 20  $\int \frac{5x-2}{1+2x+3x^2} dx$  का मान ज्ञात कीजिए।

4

Find the value of  $\int \frac{5x-2}{1+2x+3x^2} dx$ .

अथवा / OR

$\int e^x \left( \frac{1+\sin x}{1+\cos x} \right) dx$  का मान ज्ञात कीजिए।

Find the value of  $\int e^x \left( \frac{1+\sin x}{1+\cos x} \right) dx$ .

21  $p$  का मान ज्ञात कीजिए ताकि रेखाएँ  $\frac{1-x}{3} = \frac{7y-14}{2p} = \frac{z-3}{2}$  और

4

$$\frac{7-7x}{3p} = \frac{y-5}{1} = \frac{6-z}{5} \text{ परस्पर लंब हो।}$$

Find the value of  $p$  so that the lines  $\frac{1-x}{3} = \frac{7y-14}{2p} = \frac{z-3}{2}$  and

$$\frac{7-7x}{3p} = \frac{y-5}{1} = \frac{6-z}{5} \text{ are mutually perpendicular.}$$

अथवा / OR

$$\text{रेखाओं } \vec{r} = 2\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k} + \lambda(2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}) \text{ तथा}$$

$$\vec{r} = 3\hat{i} + 2\hat{j} + 2\hat{k} + \mu(3\hat{i} - 5\hat{j} + 2\hat{k}) \text{ के बीच की न्यूनतम दूरी ज्ञात कीजिए।}$$

Find the shortest distance between the lines

$$\vec{r} = 2\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k} + \lambda(2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}) \text{ and}$$

$$\vec{r} = 3\hat{i} + 2\hat{j} + 2\hat{k} + \mu(3\hat{i} - 5\hat{j} + 2\hat{k}).$$

22 निम्नलिखित समीकरण निकाय को आव्यूह विधि से हल कीजिए :

$$3x - 2y + 3z = 8$$

$$2x + y - z = 1$$

$$4x - 3y + 2z = 4$$

Solve the following system of equation by matrix method :

$$3x - 2y + 3z = 8$$

$$2x + y - z = 1$$

$$4x - 3y + 2z = 4$$

अथवा / OR

यदि  $A = \begin{bmatrix} 3 & 7 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$  और  $B = \begin{bmatrix} 6 & 8 \\ 7 & 9 \end{bmatrix}$  है, तो सत्यापित कीजिए  $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$

If  $A = \begin{bmatrix} 3 & 7 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$  and  $B = \begin{bmatrix} 6 & 8 \\ 7 & 9 \end{bmatrix}$ , then verify that  $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$

23 यदि  $y = \cos^{-1} x$  है, तो सिद्ध कीजिए कि  $(1-x^2) \frac{d^2y}{dx^2} - x \frac{dy}{dx} = 0$

4

If  $y = \cos^{-1} x$ , then prove that  $(1-x^2) \frac{d^2y}{dx^2} - x \frac{dy}{dx} = 0$

अथवा / OR

यदि  $(\cos x)^y = (\cos y)^x$ , तो  $\frac{dy}{dx}$  का मान ज्ञात कीजिए।

If  $(\cos x)^y = (\cos y)^x$ , then find the value of  $\frac{dy}{dx}$ .