

Serial Number

Roll No. _____

SET / सेट :

C

IS-7065

Higher Secondary Supplementary Examination - 2024

हायर सेकेंडरी पूरक परीक्षा - 2024

उच्च गणित

HIGHER MATHEMATICS

(Hindi & English Versions)

Total
Questions : 23

Total Printed
Pages : 16 Pages

Time :
3 Hours

Maximum
Marks : 80

निर्देश :

- (i) सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।
- (ii) प्रश्न क्रमांक 1 से 5 तक के प्रत्येक उपप्रश्न पर 1-1 अंक निर्धारित हैं।
- (iii) प्रश्न क्रमांक 6 से 15 तक प्रत्येक 2 अंक का है।
- (iv) प्रश्न क्रमांक 16 से 19 तक प्रत्येक 3 अंक का है।
- (v) प्रश्न क्रमांक 20 से 23 तक प्रत्येक 4 अंक का है।

Instructions :

- (i) All the questions are compulsory.
- (ii) Subquestions of Question Nos. 1 to 5 carry 1 mark each.
- (iii) Question Nos. 6 to 15 carry 2 marks each.
- (iv) Question Nos. 16 to 19 carry 3 marks each.
- (v) Question Nos. 20 to 23 carry 4 marks each.

2 सही विकल्प चुनकर लिखिए :

1×6=6

(i) $f(x) = x^2$ द्वारा प्रदत्त फलन $f: R \rightarrow R$ में

- (a) f एकैकी आच्छादक है
- (b) f बहुएक आच्छादक है
- (c) f एकैकी है परंतु आच्छादक नहीं है
- (d) f न तो एकैकी है और न आच्छादक है

(ii) यदि $\cos^{-1}x = y$, तो

- (a) $0 \leq y \leq \pi$
- (b) $-\frac{\pi}{2} \leq y \leq \frac{\pi}{2}$
- (c) $0 < y < \pi$
- (d) $-\frac{\pi}{2} < y < \frac{\pi}{2}$

(iii) $m \times 1$ कोटि का आव्यूह कहलाता है—

- (a) एक स्तंभ आव्यूह
- (b) एक पंक्ति आव्यूह
- (c) एक वर्ग आव्यूह
- (d) एक तत्समक आव्यूह

(iv) यदि $\begin{vmatrix} x & 2 \\ 18 & x \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 6 & 2 \\ 18 & 6 \end{vmatrix}$ हो, तो x बराबर है:

- (a) 6
- (b) ± 6
- (c) -6
- (d) 0

(v) यदि A और B दो घटनाएँ इस प्रकार हैं कि $P\left(\frac{A}{B}\right) = P\left(\frac{B}{A}\right) \neq 0$, तब—

- (a) $A \subset B$
- (b) $A = B$
- (c) $A \cap B = \phi$
- (d) $P(A) = P(B)$

(vi) मान लीजिए सदिश \vec{a} और \vec{b} इस प्रकार हैं कि $|\vec{a}| = 3$ और $|\vec{b}| = \frac{\sqrt{2}}{3}$, तब

$\vec{a} \times \vec{b}$ एक मात्रक सदिश है, यदि \vec{a} और \vec{b} के बीच का कोण है:

- (a) $\frac{\pi}{6}$
- (b) $\frac{\pi}{4}$
- (c) $\frac{\pi}{3}$
- (d) $\frac{\pi}{2}$

Missing Page 4

3 रिक्त स्थानों को पूर्ति कीजिए :

1×6=6

- (i) $\cos^{-1}\left(\frac{-1}{2}\right)$ का मुख्य मान _____ है।
- (ii) x के सापेक्ष $\sin 3x$ का अवकलज _____ होता है।
- (iii) एक वृत्त की त्रिज्या $r = 2 \text{ cm}$ पर _____ के सापेक्ष क्षेत्रफल में परिवर्तन की दर _____ है।
- (iv) अवकल समीकरण $x \frac{dy}{dx} - y = 2x^2$ का समाकलन गुणक _____ है।
- (v) रेखा $\vec{r} = 2\hat{i} + 3\hat{j} - 5\hat{k} + \lambda(\hat{i} + \hat{j} - \hat{k})$ बिंदु _____ से होकर गुजरती है।
- (vi) यदि $\vec{a} = \hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k}$, तो $|\vec{a}| = \underline{\hspace{2cm}}$ होगा।

Fill in the blanks :

- (i) Principal value of $\cos^{-1}\left(\frac{-1}{2}\right)$ is _____.
- (ii) The derivative of $\sin 3x$ with respect to x is _____.
- (iii) The rate of change of the area of a circle with respect to its radius r at $r = 2 \text{ cm}$ is _____.
- (iv) The integrating factor of the differential equation $x \frac{dy}{dx} - y = 2x^2$ is _____.
- (v) Line $\vec{r} = 2\hat{i} + 3\hat{j} - 5\hat{k} + \lambda(\hat{i} + \hat{j} - \hat{k})$ passes through the point _____.
- (vi) If $\vec{a} = \hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k}$, then $|\vec{a}| = \underline{\hspace{2cm}}$.

4 सही जोड़ी बनाइये :

स्तम्भ 'अ'

स्तम्भ 'ब'

(i) $\int \frac{dx}{a^2 + x^2}$

(a) $a^x \log a$

(ii) $\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}}$

(b) $\frac{5}{2}x\sqrt{x^2 + 25} + \frac{25}{2}\log\left|x + \sqrt{x^2 + 25}\right| + c$

(iii) $\frac{d}{dx}a^x$

(c) $\frac{1}{2}x\sqrt{x^2 + 25} + \frac{25}{2}\log\left|x + \sqrt{x^2 + 25}\right| + c$

(iv) $\int \frac{dx}{a^2 - x^2}$

(d) $\frac{a^x}{\log a}$

(v) $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 + 25}}$

(e) $\sin^{-1} \frac{x}{a} + c$

(vi) $\int a^x dx$ जव समाकलन

(f) $\frac{1}{a} \tan^{-1} \frac{x}{a} + c$

अचर = 0

(vii) $\int \sqrt{x^2 + 25} dx$

(g) $\frac{1}{2a} \log \left| \frac{a+x}{a-x} \right| + c$

(h) $\log \left| x + \sqrt{x^2 + 25} \right| + c$

Missing Page 7

5 निम्नलिखित कथनों में सत्य या असत्य लिखिए:

- (i) यदि $A = \{2, 3, 4\}$ हो तो अवयव $(2, 3)$ वाले तुल्यता संबंधों की संख्या 3 है।
- (ii) $\sin^{-1} x$ की मुख्य शाखा का परिसर $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ होता है।
- (iii) आव्यूह गुणन सदैव क्रम विनिमेय होता है।
- (iv) फलन $f, f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x + 5, x \in R, R$ पर वर्धमान फलन है।
- (v) अवकल समीकरण $2x^2 \frac{d^3 y}{dx^3} - 3 \left(\frac{dy}{dx} \right)^2 + y = 0$ की कोटि 3 है।
- (vi) $\hat{i} \cdot (\hat{j} \times \hat{k}) + \hat{j} \cdot (\hat{k} \times \hat{i}) + \hat{k} \cdot (\hat{i} \times \hat{j}) = 1$

Write true or false in the following statements:

- (i) Let $A = \{2, 3, 4\}$, then number of equivalence relation containing $(2, 3)$ is 3.
- (ii) The range of principal value branch of $\sin^{-1} x$ is $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$.
- (iii) Matrix multiplication is always commutative.
- (iv) Function $f, f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x + 5, x \in R$ is increasing function on R .
- (v) Order of differential equation $2x^2 \frac{d^3 y}{dx^3} - 3 \left(\frac{dy}{dx} \right)^2 + y = 0$ is 3.
- (vi) $\hat{i} \cdot (\hat{j} \times \hat{k}) + \hat{j} \cdot (\hat{k} \times \hat{i}) + \hat{k} \cdot (\hat{i} \times \hat{j}) = 1$

- 6 सदिश $\vec{a} = \hat{i} + 3\hat{j} + 7\hat{k}$ का सदिश $\vec{b} = \hat{i} + \hat{j} + 8\hat{k}$ पर प्रक्षेप ज्ञान कीजिए। 2

Find the projection of vector $\vec{a} = \hat{i} + 3\hat{j} + 7\hat{k}$ on the vector $\vec{b} = \hat{i} + \hat{j} + 8\hat{k}$.

अथवा / OR

उस त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसकी भुजाएँ $\vec{a} = \hat{j} + 2\hat{k}$ और $\vec{b} = \hat{i} + 2\hat{j}$ द्वारा दी गई हैं।

Find the area of a triangle whose adjacent sides are given by $\vec{a} = \hat{j} + 2\hat{k}$ and $\vec{b} = \hat{i} + 2\hat{j}$.

- 7 उस रेखा का कार्तीय समीकरण ज्ञात कीजिए जो बिंदु $(-2, 4, -5)$ से जाती है और 2

रेखा $\frac{x+3}{3} = \frac{y-4}{5} = \frac{z+8}{6}$ के समानांतर है।

Find the Cartesian equation of the line which passes through the point

$(-2, 4, -5)$ and parallel to the line $\frac{x+3}{3} = \frac{y-4}{5} = \frac{z+8}{6}$.

अथवा / OR

उस रेखा के दिक् कोसाइन ज्ञात कीजिए जो निर्देशाक्षों के साथ समान कोण बनाती है।

Find the direction cosines of that line which makes equal angles with the coordinate axes.

- 8 सिद्ध कीजिए $f(x) = \sin x$ से प्रदत्त फलन अंतराल $\left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ में वर्धमान है। 2

Prove that function given by $f(x) = \sin x$ is increasing in the interval $\left(0, \frac{\pi}{2}\right)$.

अथवा / OR

अंतराल $[1, 5]$ में $f(x) = 2x^3 - 15x^2 + 36x + 1$ द्वारा प्रदत्त फलन के निरपेक्ष उच्चतम और निरपेक्ष निम्नतम मानों को ज्ञात कीजिए।

Find the absolute maximum and absolute minimum values of a function given by $f(x) = 2x^3 - 15x^2 + 36x + 1$ on the interval $[1, 5]$.

- 9 यदि $\vec{a} = 2\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$, $\vec{b} = \hat{i} - 2\hat{j} - \hat{k}$ और $\vec{c} = 3\hat{i} + \hat{j}$ इस प्रकार है कि $\vec{a} - \lambda \vec{b}$, \vec{c} पर लंब है, तो λ का मान ज्ञात कीजिए। 2

If $\vec{a} = 2\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$, $\vec{b} = \hat{i} - 2\hat{j} - \hat{k}$ and $\vec{c} = 3\hat{i} + \hat{j}$ are such that $\vec{a} - \lambda \vec{b}$ is perpendicular to \vec{c} , then find the value of λ .

अथवा / OR

मान लीजिए सदिश $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ क्रमशः $a_1\hat{i} + a_2\hat{j} + a_3\hat{k}$, $b_1\hat{i} + b_2\hat{j} + b_3\hat{k}$, $c_1\hat{i} + c_2\hat{j} + c_3\hat{k}$ के रूप में दिए हुए हैं तब सिद्ध कीजिए कि

$$\vec{a} \times (\vec{b} + \vec{c}) = \vec{a} \times \vec{b} + \vec{a} \times \vec{c}$$

Let the vectors $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ be given as $a_1\hat{i} + a_2\hat{j} + a_3\hat{k}$, $b_1\hat{i} + b_2\hat{j} + b_3\hat{k}$, $c_1\hat{i} + c_2\hat{j} + c_3\hat{k}$, then prove that $\vec{a} \times (\vec{b} + \vec{c}) = \vec{a} \times \vec{b} + \vec{a} \times \vec{c}$.

- 10 सिद्ध कीजिए कि समुच्चय $\{1, 2, 3\}$ में $R = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (1, 2), (2, 3)\}$ द्वारा प्रदत्त संबंध स्वतुल्य है, परंतु न तो सर्वात्मक है और न संक्रामक है। 2

Prove that the relation R in the set $\{1, 2, 3\}$ given by

$R = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (1, 2), (2, 3)\}$ is reflexive but neither symmetric nor transitive.

अथवा / OR

सिद्ध कीजिए कि $f(x) = 2x$ द्वारा प्रदत्त फलन $f: R \rightarrow R$ एकैकी तथा आच्छादक है।

Prove that the function $f: R \rightarrow R$, given by $f(x) = 2x$ is one-one and onto.

11 $\tan^{-1}(1) + \cos^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right) + \sin^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right)$ का मान ज्ञात कीजिए।

2

Find the value of $\tan^{-1}(1) + \cos^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right) + \sin^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right)$.

अथवा / OR

सिद्ध कीजिए $3\sin^{-1}x = \sin^{-1}(3x - 4x^3)$, $x \in \left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$

Prove that $3\sin^{-1}x = \sin^{-1}(3x - 4x^3)$, $x \in \left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$

12 यदि $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$, तो $A \cdot B$ ज्ञात कीजिए।

2

If $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$, then find $A \cdot B$.

अथवा / OR

यदि $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ तथा $B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$, तो $(A + 2B)'$ ज्ञात कीजिए।

If $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ and $B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$, then find $(A + 2B)'$.

- 13 प्राचल का विलोपन किए बिना $\frac{dy}{dx}$ ज्ञात कीजिए यदि $x = 2at^2$, $y = at^4$ ।

2

Without eliminating the parameter find $\frac{dy}{dx}$. If $x = 2at^2$, $y = at^4$.

अथवा / OR

$x = 2$ पर फलन $f(x) = 2x + 3$ के सातत्य की जाँच कीजिए।

Examine the continuity of the function $f(x) = 2x + 3$ at $x = 2$.

- 14 एक घन का आयतन $8 \text{ cm}^3/\text{s}$ की दर से बढ़ रहा है। ज्ञात कीजिए घन का पृष्ठ क्षेत्रफल किस दर से बढ़ रहा है जबकि इसके किनारे की लंबाई 12 cm है।

2

The volume of a cube is increasing at the rate of $8 \text{ cm}^3/\text{s}$. Find the rate at which surface area of the cube is increasing when the length of an edge is 12 cm .

अथवा / OR

यह अंतराल ज्ञात कीजिए जिसमें $f(x) = 2x^2 - 3x$ से प्रदत्त फलन वर्धमान है।

Find interval in which the function given by $f(x) = 2x^2 - 3x$ is increasing.

- 15 मान ज्ञात कीजिए / Evaluate :

$$\int_0^2 x\sqrt{2-x} dx$$

अथवा / OR

मान ज्ञान कीजिए / Evaluate :

$$\int_0^{\pi/2} \frac{\sqrt{\sin x}}{\sqrt{\sin x} + \sqrt{\cos x}} dx$$

- 16 एक थैले में 4 लाल और 4 काली गेंदें हैं और एक अन्य थैले में 2 लाल और 6 काली 3

गेंदें हैं। दोनों थैलों में से एक को यादृच्छिक रूप से चुना जाता है और उसमें से एक गेंद निकाली जाती है जो कि लाल है। इस बात की क्या प्रायिकता है कि गेंद पहले थैले से निकाली गई है?

A bag contains 4 red and 4 black balls, another bag contains 2 red and 6 black balls. One of the two bags is selected at random and a ball is drawn from the bag which is found to be red. Find the probability that the ball is drawn from the first bag.

अथवा / OR

मान लें A और B स्वतंत्र घटनाएँ हैं तथा $P(A) = 0.3$ और $P(B) = 0.4$,

तब (i) $P(A \cap B)$, (ii) $P(A \cup B)$ और (iii) $P\left(\frac{A}{B}\right)$ ज्ञात कीजिए।

Given two independent events A and B such that $P(A) = 0.3$ and

$P(B) = 0.4$, then find out (i) $P(A \cap B)$, (ii) $P(A \cup B)$ and (iii) $P\left(\frac{A}{B}\right)$.

<https://www.mpboardonline.com>

- 17 वृत्त $x^2 + y^2 = 25$ से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। 3

Find the area of the region bounded by the circle $x^2 + y^2 = 25$.

अथवा / OR

दीर्घवृत्त $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$ से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

Find the area of the region bounded by the ellipse $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$.

- 18 अवकल समीकरण $(e^x + e^{-x})dy - (e^x - e^{-x})dx = 0$ का व्यापक हल ज्ञात कीजिए।
Find the general solution of the differential equation
 $(e^x + e^{-x})dy - (e^x - e^{-x})dx = 0$.

अथवा / OR

- अवकल समीकरण $x \frac{dy}{dx} - y + x \sin\left(\frac{y}{x}\right) = 0$ का व्यापक हल ज्ञात कीजिए।

Find the general solution of the differential equation

$$x \frac{dy}{dx} - y + x \sin\left(\frac{y}{x}\right) = 0.$$

- 19 निम्न अवरोधों के अंतर्गत $Z = -3x + 4y$ का न्यूनतमीकरण कीजिए:

$$x + 2y \leq 8, 3x + 2y \leq 12, x \geq 0, y \geq 0$$

Minimise $Z = -3x + 4y$ subject to the constraints

$$x + 2y \leq 8, 3x + 2y \leq 12, x \geq 0, y \geq 0$$

अथवा / OR

- निम्न अवरोधों के अंतर्गत $Z = 3x + 5y$ का न्यूनतमीकरण कीजिए:

$$x + 3y \geq 3, x + y \geq 2, x, y \geq 0$$

Minimize $Z = 3x + 5y$ subject to the constraints

$$x + 3y \geq 3, x + y \geq 2, x, y \geq 0$$

- 20 p का मान ज्ञात कीजिए ताकि रेखाएँ $\frac{1-x}{3} = \frac{7y-14}{2p} = \frac{z-3}{2}$ और

$$\frac{7-7x}{3p} = \frac{y-5}{1} = \frac{6-z}{5}$$
 परस्पर लंब हो।

Find the value of p so that the lines $\frac{1-x}{3} = \frac{7y-14}{2p} = \frac{z-3}{2}$ and

$$\frac{7-7x}{3p} = \frac{y-5}{1} = \frac{6-z}{5}$$
 are mutually perpendicular.

अथवा / OR

रेखाओं $\vec{r} = 2\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k} + \lambda(2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k})$ तथा

$\vec{r} = 3\hat{i} + 2\hat{j} + 2\hat{k} + \mu(3\hat{i} - 5\hat{j} + 2\hat{k})$ के बीच की न्यूनतम दूरी ज्ञात कीजिए।

Find the shortest distance between the lines

$\vec{r} = 2\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k} + \lambda(2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k})$ and

$\vec{r} = 3\hat{i} + 2\hat{j} + 2\hat{k} + \mu(3\hat{i} - 5\hat{j} + 2\hat{k})$.

21 निम्नलिखित समीकरण निकाय को आव्यूह विधि से हल कीजिए :

4

$$3x - 2y + 3z = 8$$

$$2x + y - z = 1$$

$$4x - 3y + 2z = 4$$

Solve the following system of equation by matrix method :

$$3x - 2y + 3z = 8$$

$$2x + y - z = 1$$

$$4x - 3y + 2z = 4$$

अथवा / OR

यदि $A = \begin{bmatrix} 3 & 7 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$ और $B = \begin{bmatrix} 6 & 8 \\ 7 & 9 \end{bmatrix}$ है, तो सत्यापित कीजिए, $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$

If $A = \begin{bmatrix} 3 & 7 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$ and $B = \begin{bmatrix} 6 & 8 \\ 7 & 9 \end{bmatrix}$, then verify that $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$

22 यदि $y = \cos^{-1} x$ है, तो सिद्ध कीजिए कि $(1-x^2) \frac{d^2 y}{dx^2} - x \frac{dy}{dx} = 0$

If $y = \cos^{-1} x$, then prove that $(1-x^2) \frac{d^2 y}{dx^2} - x \frac{dy}{dx} = 0$

अथवा / OR

यदि $(\cos x)^y = (\cos y)^x$, तो $\frac{dy}{dx}$ का मान ज्ञात कीजिए।

If $(\cos x)^y = (\cos y)^x$, then find the value of $\frac{dy}{dx}$.

23 $\int \frac{5x-2}{1+2x+3x^2} dx$ का मान ज्ञात कीजिए।

Find the value of $\int \frac{5x-2}{1+2x+3x^2} dx$.

अथवा / OR

$\int e^x \left(\frac{1+\sin x}{1+\cos x} \right) dx$ का मान ज्ञात कीजिए।

Find the value of $\int e^x \left(\frac{1+\sin x}{1+\cos x} \right) dx$.