

Roll No

AL/CD-302 (GS)**B.Tech., III Semester**

Examination, June 2023

Grading System (GS)**Introduction to Probability and Statistics****Time : Three Hours****Maximum Marks : 70****Note:** i) Answer any five questions.

किन्हीं पाँच प्रश्नों को हल कीजिए।

ii) All questions carry equal marks.

सभी प्रश्न के समान अंक हैं।

iii) In case of any doubt or dispute the English version question should be treated as final.

किसी भी प्रकार के संदेह अथवा विवाद की स्थिति में अंग्रेजी भाषा के प्रश्न को अंतिम माना जायेगा।

1. a) Define continuous random variable. Also show that

$$E(X_1 X_2 \cdots X_n) = E(X_1)E(X_2) \cdots E(X_n)$$

सतत यादृच्छिक चर परिभाषित करें। दिखाइए

$$E(X_1 X_2 \cdots X_n) = E(X_1)E(X_2) \cdots E(X_n)$$

b) Define non-central and central moments. Also, show that

$$V(2X + 3) = 4V(X)$$

गैर-केंद्रीय और केंद्रीय क्षणों को परिभाषित करें। दिखाइए।

$$V(2X + 3) = 4V(X)$$

2. a) Show that Poisson distribution is a limiting case of binomial distribution under the case

$$n \rightarrow \infty, p \rightarrow 0 \text{ and } np = m.$$

दिखाएँ कि पॉइसन बंटन मामले $n \rightarrow \infty, p \rightarrow 0$ and $np = m$ के अंतर्गत द्विपद बंटन का एक सीमित मामला है।b) Define gamma distribution. If X follows exponential distribution with parameter θ , then obtain its mean and variance.गामा बंटन को परिभाषित कीजिए। यदि X पैरामीटर θ के साथ चर घातांकी वितरण का अनुसरण करता है, तो इसका माध्य और प्रसरण प्राप्त करें।3. a) If $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, then show that $\phi_x(t) = e^{i\mu t - \frac{1}{2}t^2\sigma^2}$.अगर $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, तो दिखाओ $\phi_x(t) = e^{i\mu t - \frac{1}{2}t^2\sigma^2}$

b) A large number of measurement is normally distributed with a mean 65.5 cm and S.D. of 6.2 cm. Find the percentage of measurement that fall between 54.8 cm and 68.8 cm. माप की एक बड़ी संख्या को आमतौर पर माध्य 65.5 सेमी और S.D. 6.2 सेमी के साथ वितरित किया जाता है। माप का प्रतिशत ज्ञात करें जो 54.8 सेमी और 68.8 सेमी के बीच आता है।

4. a) Write down merits and demerits of measure of central tendency. Find the median for the following data; केंद्रीय प्रवृत्ति के माप के गुण और दोष लिखिए। निम्नलिखित आकड़ों के माध्यिका ज्ञात कीजिए।

Wages	2000-3000	3000-4000	4000-5000	5000-6000	6000-7000
No. of workers	3	5	20	10	5

- b) Show that sum of two independent random variables follows normal distribution.

दिखाएं कि दो स्वतंत्र यादृच्छिक चर का योग सामान्य वितरण का अनुसरण करता है।

5. a) Using method of Least squares, find the curve $y = ax + ax^2$ that best fit the following data:

लीस्ट स्क्वायर की विधि का उपयोग करके वक्र $y = ax + ax^2$ खोजें सब से उपयुक्त हो

x	1	2	3	4	5
y	1.8	5.1	8.9	14.1	19.8

- b) Out of 8000 graduates in a town, 800 are females, out of 1600 graduate employees, 120 are females, Use χ^2 test to determine if any distinction is made in appointment on the basis of sex. The value of χ^2 for 1 degree of freedom at 5% level is 3.841.

एक कस्बे में 8000 स्नातकों में से 800 महिलाएं हैं, 1600 स्नातक कर्मचारियों में से 120 महिलाएं हैं, लिंग के आधार पर नियुक्ति में कोई अंतर किया गया है या नहीं यह निर्धारित करने के लिए χ^2 परीक्षण का उपयोग करें। 5% स्तर पर स्वतंत्रता की 1 डिग्री के लिए χ^2 का मान 3.841 है।

6. a) Define Poisson distribution and obtain its mean and variance.

पॉइसन बंटन को परिभाषित कीजिए और इस का माध्य तथा प्रसरण प्राप्त कीजिए।

- b) Define gamma distribution with parameter λ and obtain its mean, variance, and characteristic function.

प्राचल λ के साथ गामा बंटन को परिभाषित कीजिए तथा इसका माध्य, प्रसरण और अभिलाक्षणिक फलन प्राप्त कीजिए।

7. a) What do you mean by measure of kurtosis? Obtain β_1 and β_2 for the following function :

$$f(x) = y_0 x(2-x); 0 \leq x \leq 2$$

कर्टोसिस के माप से आप क्या समझते हैं? निम्नलिखित फंक्शन के लिए β_1 और β_2 प्राप्त करें :

$$f(x) = y_0 x(2-x); 0 \leq x \leq 2$$

- b) Define Karl Pearson's correlation coefficient and obtain the correlation coefficient for the following data:

कार्ल पियर्सन के सहसंबंध गुणांक को परिभाषित करें और निम्नलिखित डाटा के लिए सहसंबंध गुणांक प्राप्त करें:

X	65	66	67	67	68	69	70	72
Y	67	68	65	68	72	72	69	71

8. a) Find the rank correlation coefficient to the following data: निम्न डाटा के लिए रैंक सहसंबंध गुणांक खोजें:

x	65	63	67	64	68	62	70	66	68	67	69	71
y	68	66	68	65	69	66	68	65	71	67	68	70

- b) Define binomial distribution and derive its moment generating function. Hence, obtain its mean and variance. द्विपद बंटन परिभाषित कीजिए तथा इसका आघूर्ण जनरेटिंग फलन व्युत्पन्न कीजिए। अतः इसका माध्य और प्रसरण ज्ञात कीजिए।
