

Roll No

BT-1002 (CBGS) (2017 Batch)**B.Tech., I & II Semester**

Examination, June 2022

Choice Based Grading System (CBGS)**Mathematics - I****Time : Three Hours****Maximum Marks : 70****Note:** i) Attempt any five questions.

किन्हीं पाँच प्रश्नों को हल कीजिए।

ii) All questions carry equal marks.

सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

iii) In case of any doubt or dispute the English version question should be treated as final.

किसी भी प्रकार के संदेह अथवा विवाद की स्थिति में अंग्रेजी भाषा के प्रश्न को अंतिम माना जायेगा।

1. a) Find the tangent at a point 't' on the curve $x = a \cosh t$,
 $y = b \sinh t$.

वक्र $x = a \cosh t$, $y = b \sinh t$ के बिंदु 't' पर स्पर्श रेखा का समीकरण ज्ञात कीजिये।

- b) Verify Rolle's theorem for the function

$$f(x) = x^3 - 6x^2 + 11x - 6$$

फलन $f(x) = x^3 - 6x^2 + 11x - 6$ के लिए रोले के प्रमेय का सत्यापन करिए।

2. a) Evaluate the following:

निम्न का मान ज्ञात कीजिए।

i) $\int \frac{x^3}{1+x^8} dx$ ii) $\int x \sin^{-1} x dx$

- b) Evaluate the following.

निम्न का मान ज्ञात कीजिये।

i) $D^n (e^{ax})$ ii) $D^n (x^n)$

3. a) Expand the function $f(x) = e^x$ by Maclaurin's theorem.
फलन $f(x) = e^x$ का मैक्लॉरिन प्रमेय द्वारा प्रसार कीजिये।

- b) Find the maximum or minimum value of the function

$$f = xy + a^3 \left\{ \frac{1}{x} + \frac{1}{y} \right\}$$

फलन $f = xy + a^3 \left\{ \frac{1}{x} + \frac{1}{y} \right\}$ की उच्चतम या न्यूनतम मान ज्ञात कीजिये।

4. a) Find the maximum and minimum value of the function
 $x^3 + y^3 - 3axy$.

फलन $x^3 + y^3 - 3axy$ का महत्तम व न्यूनतम मान ज्ञात कीजिए।

- b) If $x^x y^y z^z = c$, then show that at $x = y = z$

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = -(x \log ex)^{-1}$$

यदि $x^x y^y z^z = c$ हो तो सिद्ध कीजिए कि $x = y = z$ पर

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = -(x \log ex)^{-1}$$

5. a) The radius of a sphere is found to be 20 cm. with a possible error of 0.02 cm. Find the relative error in calculating the volume.

किसी गोले की त्रिज्या 20 cm प्राप्त की गई इस गणना में संभावित त्रुटि 0.02 cm है। तब गोले के आयतन में होने वाली रिलेटिव त्रुटि की गणना कीजिए।

- b) If $x^y + y^x = c$, then find $\frac{dy}{dx}$.

यदि $x^y + y^x = c$, हो तो $\frac{dy}{dx}$ ज्ञात कीजिए।

6. a) If $x^x y^y z^z = c$ then show that

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = -(x \log ex)^{-1} \text{ for } x = y = z.$$

यदि $x^x y^y z^z = c$ हो तो $x = y = z$ के लिए सिद्ध कीजिए कि

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = -(x \log ex)^{-1}$$

- b) Evaluate

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left\{ \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \dots + \frac{1}{2n} \right\}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left\{ \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \dots + \frac{1}{2n} \right\} \text{ का मान ज्ञात कीजिए।}$$

7. a) Evaluate $\int_1^2 \int_1^x \frac{dx dy}{xy}$.

$$\text{ज्ञात कीजिये } \int_1^2 \int_1^x \frac{dx dy}{xy}$$

- b) Evaluate $\iint_R y dx dy$, where R is the region bounded by the parabola $y^2 = 4ax$ and $x^2 = 4ay$.

ज्ञात कीजिये $\iint_R y dx dy$, जहाँ पर R, पैराबोलास $y^2 = 4ax$ एवं $x^2 = 4ay$ से घिरा हुआ क्षेत्र है।

8. a) Evaluate $\int_0^1 \int_0^{x^2} e^{y/x} dy dx$.

$$\int_0^1 \int_0^{x^2} e^{y/x} dy dx \text{ का मान ज्ञात कीजिए।}$$

- b) Evaluate $\int_0^2 \int_0^x \int_0^{x+y} e^x (y+2z) dx dy dz$.

$$\int_0^2 \int_0^x \int_0^{x+y} e^x (y+2z) dx dy dz \text{ का मान ज्ञात कीजिए।}$$
