

Roll No

BT-102 (GS)
B.Tech., I & II Semester
 Examination, June 2022
Grading System (GS)
Mathematics-I
Time : Three Hours

Maximum Marks : 70

Note: i) Attempt any five questions.

किन्हीं पाँच प्रश्नों को हल कीजिए।

ii) All questions carry equal marks.

सभी प्रश्नों के समान अंक हैं।

iii) In case of any doubt or dispute the English version question should be treated as final.

किसी भी प्रकार के संदेह अथवा विवाद की स्थिति में अंग्रेजी भाषा के प्रश्न को अंतिम माना जायेगा।

1. a) Verify Rolle's theorem for the function $f(x) = \frac{\sin x}{e^x}$.फंक्शन $f(x) = \frac{\sin x}{e^x}$ के लिए रोले के प्रमेय की जाँच करें।b) Find the minimum value of x^2yz^3 , subject to the condition $2x + y + 3z = a$. x^2yz^3 का न्यूनतम मान ज्ञात कीजिये, शर्त $2x + y + 3z = a$ के अधीन।

BT-102 (GS)

PTO

[2]

2. a) Verify Cauchy's Mean value theorem for the function $\sin x$ and $\cos x$ in $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$. $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ में फंक्शन $\sin x$ और $\cos x$ के लिए Cauchy के माध्य मान प्रमेय को सत्यापित करें।

b) State and prove relationship between Beta and Gamma function.

बीटा और गामा फंक्शन के बीच संबंधों को स्पष्ट करके साबित करें।

3. a) Change the order of integration and

evaluate $\int_0^{4a} \int_{\frac{x^2}{4a}}^{2\sqrt{ax}} dy dx$ एकीकरण के क्रम को बदलें और $\int_0^{4a} \int_{\frac{x^2}{4a}}^{2\sqrt{ax}} dy dx$ का मूल्यांकन करें।

b) Using Double integration, find the volume of the tetrahedron bounded by the coordinate planes and the

plane $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$.

दोहरे एकीकरण का उपयोग करते हुए, निर्देशांक विमानों और समतल

 $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$ से घिरे चतुष्फलक का आयतन ज्ञात कीजिये।4. Let W_1 and W_2 be two subspace of a finite dimensional vector space $V(F)$.Then $\dim(W_1 + W_2) = \dim W_1 + \dim W_2 - \dim(W_1 \cap W_2)$.माना कि W_1 और W_2 एक परिमित आयामी वेक्टर स्पेस $V(F)$ के दो सबस्पेस हैं। फिर $\dim(W_1 + W_2) = \dim W_1 + \dim W_2 - \dim(W_1 \cap W_2)$ ।

BT-102 (GS)

Contd...

[3]

5. Obtain the Fourier series to represent

$$f(x) = \frac{1}{4}(\pi - x^2) \text{ in } 0 < x < 2\pi.$$

$f(x) = \frac{1}{4}(\pi - x^2)$ in $0 < x < 2\pi$ का प्रतिनिधित्व करने के लिए फूरियर श्रृंखला प्राप्त करें।

6. a) Show that $T : V_3(\mathbb{R}) \rightarrow V_2(\mathbb{R})$ is defined as

$T(a_1, a_2, a_3) = (a_1 - a_2, a_1 - a_3)$ is linear transformation.

दिखाएँ कि $T : V_3(\mathbb{R}) \rightarrow V_2(\mathbb{R})$ को $T(a_1, a_2, a_3) = (a_1 - a_2, a_1 - a_3)$ के रूप में परिभाषित किया गया है, रैखिक रूपांतरण है।

- b) Test the convergence of the series

$$\sum_{n=1}^{\infty} (\sqrt{n^4 + 1} - \sqrt{n^4 - 1}).$$

श्रृंखला के अभिसरण का परीक्षण करें $\sum_{n=1}^{\infty} (\sqrt{n^4 + 1} - \sqrt{n^4 - 1})$ ।

7. a) Verify Cayley-Hamilton theorem for the matrix

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 5 \\ 3 & 5 & 6 \end{bmatrix}$$

सत्यापित करें Cayley-Hamilton के लिए हैमिल्टन प्रमेय

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 5 \\ 3 & 5 & 6 \end{bmatrix}$$

[4]

- b) Examine the consistency of the system and if consistent, solve the equation's

$$4x - 2y + 6z = 8, x - y - 3z = -1, 15x - 3y + 9z = 21.$$

सिस्टम की स्थिरता की जांच करें और यदि सुसंगत हैं, तो समीकरण के $4x - 2y + 6z = 8, x - y - 3z = -1, 15x - 3y + 9z = 21$ को हल करें।

8. Diagonalize the matrix $A = \begin{bmatrix} 8 & -8 & -2 \\ 4 & -3 & -2 \\ 3 & -4 & 1 \end{bmatrix}$.

मैट्रिक्स $A = \begin{bmatrix} 8 & -8 & -2 \\ 4 & -3 & -2 \\ 3 & -4 & 1 \end{bmatrix}$ को विकर्णीकृत करें।
