

Roll No

EC-703 (C) (GS)**B.Tech., VII Semester**

Examination, November 2023

Grading System (GS)**Probability Theory and Stochastic Processor****Time : Three Hours****Maximum Marks : 70****Note:** i) Attempt any five questions.

किन्हीं पाँच प्रश्नों को हल कीजिए।

ii) All questions carry equal marks.

सभी प्रश्नों के समान अंक हैं।

iii) In case of any doubt or dispute the English version question should be treated as final.

किसी भी प्रकार के संदेह अथवा विवाद की स्थिति में अंग्रेजी भाषा के प्रश्न को अंतिम माना जायेगा।

1. a) State and prove Bays theorem of probability.
बेज़ की संभाव्यता प्रमेय बताइए और सिद्ध करें।
b) If A and B are independent events, prove that the events A' and B, A and B', and A and B' are also independent.
यदि A और B स्वतंत्र घटनाएँ हैं, तो साबित करें कि घटनाएँ A' और B, A और B', और A और B' भी स्वतंत्र हैं।
2. a) A missile can be accidentally launched if two relays A and B both have failed. The probabilities of A and B failing are known to be 0.01 and 0.03 respectively. It is also known that B is more likely to fail (probability 0.06) if A failed.
i) What is the probability of an accidental missile launch?
ii) What is the probability that A will fail if B has failed?
iii) Are events "A fails" and "B fails" statistically independent.

यदि दो रिले A और B दोनों विफल हो गए हैं तो एक मिसाइल को गलती से लॉन्च किया जा सकता है। A और B के असफल होने की संभावनाएँ क्रमशः 0.01 और 0.03 मानी जाती हैं। यह भी ज्ञात है कि यदि A असफल होता है तो B के असफल होने की अधिक संभावना है (संभावना 0.06)।

- i) आकस्मिक मिसाइल प्रक्षेपण की संभावना क्या है?
- ii) यदि B असफल हो गया तो A के असफल होने की क्या प्रायिकता है?
- iii) क्या घटनाएँ "A विफल" और "B विफल" सांख्यिकीय रूप से स्वतंत्र हैं?

- b) A Gaussian random variable has mean value 1 and variance of 4. Find the probability that random variable has value between 1 and 2.

गाऊसी यादृच्छिक चर का माध्य मान 1 और प्रसरण 4 है। इसकी प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि यादृच्छिक चर का मान 1 और 2 के बीच है।

3. a) Verify that Rayleigh Density is a valid density Function.
सत्यापित करें कि रेले घनत्व एक वैध घनत्व फ़ंक्शन है।
b) Find the moment generating function about origin of the Poisson distribution.
पॉइसन वितरण की उत्पत्ति के बारे में आघूर्ण उत्पन्न करने वाला फलन ज्ञात कीजिए।
4. a) Find the density of the random variable $Z = X + Y$, where X and Y are two independent uniform random variables over $(-1, 1)$.
यादृच्छिक चर $Z = X + Y$ का घनत्व ज्ञात करें, जहाँ X और Y $(-1, 1)$ पर दो स्वतंत्र समान यादृच्छिक चर हैं।

- b) Define moment generating function. State and prove the properties of moment generating function.
आघूर्ण उत्पन्न करने वाले फलन को परिभाषित करें। आघूर्ण उत्पन्न करने वाले फलन के गुण बताइये और सिद्ध कीजिये।
5. a) State and prove the properties of Joint distribution function.
संयुक्त वितरण फलन के गुण बताइये एवं सिद्ध कीजिये।
b) Explain briefly about time average and ergodicity.
समय औसत और एर्गोडिसिटी के बारे में संक्षेप में बताइए।
6. a) $X(t) = A \cos \omega t$ is a random process, where 'A' is uniform random variable over $(0, \pi)$. Check $X(t)$ for stationarity.
 $X(t) = A \cos \omega t$ एक यादृच्छिक प्रक्रिया है, जहाँ 'A' $(0, \pi)$ पर एकसमान यादृच्छिक चर है। स्थिरता के लिए $X(t)$ की जाँच करें।
b) Consider a random process $X(t) = \cos(\omega t + \theta)$ where ω is a real constant and θ is a uniform random variable in $(0, \pi/2)$. Show that $X(t)$ is not a WSS process. Also find the average power in the process.
एक यादृच्छिक प्रक्रिया $X(t) = \cos(\omega t + \theta)$ पर विचार करें जहाँ ω एक वास्तविक स्थिरांक है और θ $(0, \pi/2)$ में एक समान यादृच्छिक चर है। दिखाएँ कि $X(t)$ एक WSS प्रक्रिया नहीं है। इस प्रक्रिया में औसत शक्ति भी ज्ञात कीजिए।
7. a) Prove that Power Spectral Density (PSD) and Auto correlation function of Random process form a Fourier transform pair.
साबित करें कि पावर स्पेक्ट्रल डेंसिटी (PSD) और रैंडम प्रक्रिया का ऑटो-सहसंबंध फंक्शन एक फूरियर ट्रांसफॉर्म जोड़ी बनाते हैं।

- b) Prove that $S_{yy}(\omega) = |H(\omega)|^2 S_{xx}(\omega)$
साबित करें कि $S_{yy}(\omega) = |H(\omega)|^2 S_{xx}(\omega)$
8. a) State and prove any three properties of cross power density spectrum.
क्रॉस पावर घनत्व स्पेक्ट्रम के किन्हीं तीन गुणों को बताइए और सिद्ध करें।
b) Classify random processes and explain.
यादृच्छिक प्रक्रियाओं को वर्गीकृत करें और समझाइए।
