

姓 名	
报 名 号	

2024 年上海市初中学业水平考试

# 数学 试卷

## 数学 试卷

考生注意：

1. 本场考试时间 100 分钟，试卷共 4 页，满分 150 分，答题纸共 2 页。
2. 作答前，在答题纸指定位置填写姓名、报名号、座位号。将核对后的条形码贴在答题纸指定位置。
3. 所有作答务必填涂或书写在答题纸上与试卷题号相对应的区域，不得错位。在试卷上作答一律不得分。
4. 用 2B 铅笔作答选择题，用黑色字迹钢笔、水笔或圆珠笔作答非选择题。

一、选择题：（本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分。每题只有一个选项是正确的）

1 如果  $x > y$ ，那么下列正确的是

- A.  $x + 5 < y + 5$ ;      B.  $x - 5 < y - 5$ ;      C.  $5x > 5y$ ;      D.  $-5x > -5y$ .

2 如果  $f(x) = \frac{2-x}{x-3}$ ，那么下列正确的是

- A.  $x = 2$ ;      B.  $x \neq 2$ ;      C.  $x = 3$ ;      D.  $x \neq 3$ .

3 以下一元二次方程有两个相等实数根的是

- A.  $x^2 - 6x = 0$ ;      B.  $x^2 - 9 = 0$ ;      C.  $x^2 - 6x + 6 = 0$ ;      D.  $x^2 - 6x + 9 = 0$ .

4 科学家同时培育了甲乙丙丁四种花，这四种花开花时间最短且最平稳的是

种类	甲种类	乙种类	丙种类	丁种类
平均数	2.3	2.3	2.8	3.1
方差	1.05	0.78	1.05	0.78

- A. 甲种类;      B. 乙种类;      C. 丙种类;      D. 丁种类.

5 四边形  $ABCD$  为矩形，过  $A$ 、 $C$  作对角线  $BD$  的垂线，过  $B$ 、 $D$  作对角线  $AC$  的垂线。如果四个垂线拼成一个四边形，那么这个四边形为

- A. 菱形;      B. 矩形;      C. 直角梯形;      D. 等腰梯形.

6 在  $\triangle ABC$  中， $AC = 3$ ， $BC = 4$ ， $AB = 5$ ，点  $P$  在  $\triangle ABC$  内，分别以  $A$ 、 $B$ 、 $P$  为圆心画圆， $r_A = 1$ ， $r_B = 2$ ， $r_P = 3$ ， $\odot A$  与  $\odot P$  内切，则  $\odot P$  与  $\odot B$  的关系是

- A. 内含;      B. 外切;      C. 相交;      D. 相离.

二、填空题：（本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分）

7 计算： $(4x^2)^3 = \underline{\hspace{1cm}}$ .8 计算： $(a+b)(b-a) = \underline{\hspace{1cm}}$ .9 已知  $\sqrt{2x-1} = 1$ ，则  $x = \underline{\hspace{1cm}}$ .

- 10 科学家研发了一种新的蓝光唱片, 一张蓝光唱片的容量约为  $2 \times 10^5$  GB, 一张普通唱片的容量约为 25GB, 则蓝光唱片的容量是普通唱片的   ▲   倍.
- 11 如果正比例函数  $y = kx$  的图像经过点  $(7, -13)$ , 则  $y$  的值随  $x$  的增大而   ▲   (选填“增大”或“减小”).
- 12 在菱形  $ABCD$  中,  $\angle ABC = 66^\circ$ , 则  $\angle BAC =$    ▲    $^\circ$ .
- 13 某种商品的销售量  $y$  (万元) 与广告投入  $x$  (万元) 成一次函数关系, 当投入 10 万元时销售额 1000 万元, 当投入 90 万元时销售额 5000 万元, 则投入 80 万元时, 销售额为   ▲   元.
- 14 一个袋子中有若干个白球和绿球, 它们除了颜色外都相同. 随机从中摸一个球, 恰好摸到绿球的概率是  $\frac{3}{5}$ , 则袋子中至少有   ▲   个绿球.
- 15 如图 1, 在平行四边形  $ABCD$  中,  $E$  为对角线  $AC$  上一点, 设  $\overrightarrow{AC} = \vec{a}$ ,  $\overrightarrow{BE} = \vec{b}$ , 若  $AE = 2EC$ , 则  $\overrightarrow{DC} =$    ▲   (结果用含  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  的式子表示).

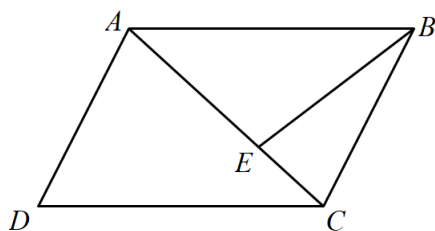


图 1

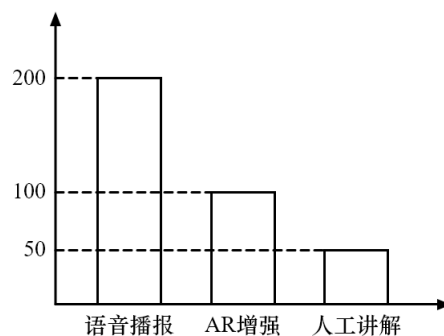


图 2

- 16 博物馆为展品准备了人工讲解、语音播报和 AR 增强三种讲解方式, 为了解游客偏好, 共下发并回收有效问卷 1000 张, 其中 700 人没有讲解需求, 剩余 300 人中需求情况如图 2 所示 (一人可以选择多种). 那么在总共 2 万人的参观中, 需要 AR 增强讲解的人数约有   ▲   人.
- 17 在平行四边形  $ABCD$  中,  $\angle ABC$  是锐角, 将  $CD$  沿着直线  $l$  翻折至  $AB$  所在直线, 对应点分别为  $C'$ 、 $D'$ , 若  $AC' : AB : BC = 1 : 3 : 7$ , 则  $\cos \angle ABC =$    ▲  .
- 18 对于一个二次函数  $y = a(x - m)^2 + k$  ( $a \neq 0$ ) 中存在一点  $P(x', y')$ , 使得  $x' - m = y' - k \neq 0$ , 则称  $2|x' - m|$  为该抛物线的“开口大小”, 那么抛物线  $y = -\frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{3}x + 3$  的“开口大小”为   ▲  .

三、解答题: (本大题共 7 题, 满分 78 分)

19 (本题满分 10 分)

计算:  $|1 - \sqrt{3}| + 24^{\frac{1}{3}} + \frac{1}{2 + \sqrt{3}} - (1 - \sqrt{3})^0$ .

20 (本题满分 10 分)

解方程组: 
$$\begin{cases} x^2 - 3xy - 4y^2 = 0 & \text{①} \\ x + 2y = 6 & \text{②} \end{cases}.$$

21 (本题满分 10 分, 第 (1) 题 4 分, 第 (2) 题 6 分)

如图 3, 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 反比例函数  $y = \frac{k}{x}$  ( $k$  为常数且  $k \neq 0$ ) 上有一点  $A(-3, m)$ , 且与直线  $y = -2x + 4$  交于另一点  $B(n, 6)$ .

(1) 求  $k$  与  $m$  的值;

(2) 过点  $A$  作直线  $l \parallel x$  轴与直线  $y = -2x + 4$  交于点  $C$ , 求  $\sin \angle OCA$  的值.

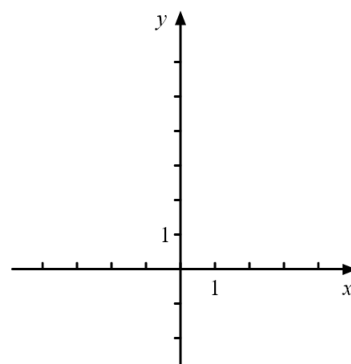


图 3

22 (本题满分 10 分, 第 (1) 题 6 分, 第 (2) 题 4 分)

数学小组用两副相同的三角板 (分别是含  $45^\circ$  的直角三角板和含  $60^\circ$  的直角三角板) 拼出如图 4 所示的平行四边形, 已知任意一副三角板的两个直角三角形斜边上的高都为  $h$ .

(1) ① 用  $h$  表示两种三角形的直角边;

② 用  $h$  表示中间阴影部分的面积.

(2) 用这两副三角板拼出不同于右图所示的平行四边形 (不需要标出角度, 作出三角形的边即可).

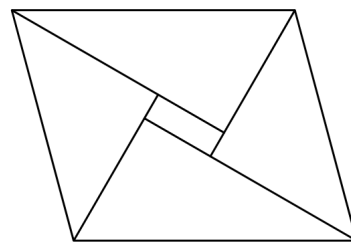


图 4

23 (本题满分 12 分, 第 (1) 题 5 分, 第 (2) 题 7 分)

如图 5, 在矩形  $ABCD$  中,  $E$  为边  $CD$  上一点, 且  $AE \perp BD$ .

(1) 求证:  $AD^2 = DE \cdot DC$ ;

(2) 设  $F$  为线段  $AE$  延长线上一点, 且  $EF = CF = \frac{1}{2}BD$ ,

求证:  $CE = AD$ .

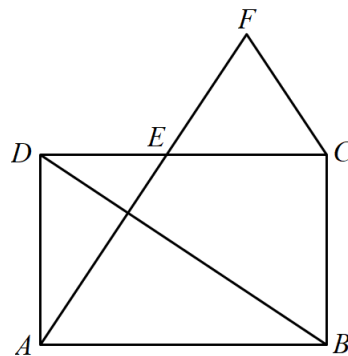


图 5

24 (本题满分 12 分, 第 (1) 题 4 分, 第 (2) 题 8 分)

在平面直角坐标系  $xOy$  中, 抛物线  $y = \frac{1}{3}x^2$  平移后的图像经过点  $A(0, -\frac{5}{3})$  和  $B(5, 0)$ .

- (1) 求平移后新抛物线的表达式;
- (2) 直线  $x = m (m > 0)$  与新抛物线交于点  $P$ , 与原抛物线交于点  $Q$ .
  - ① 当  $PQ < 3$  时, 求  $m$  的取值范围;
  - ② 记点  $P$  在原抛物线上的对应点为  $P'$ , 如果四边形  $P'BPQ$  有一组对边平行, 求点  $P$  的坐标.

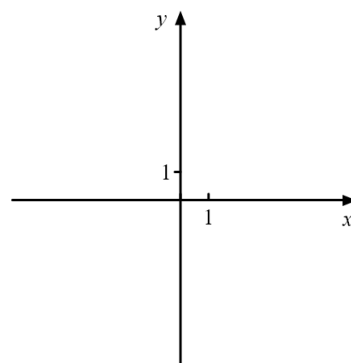


图 6

25 (本题满分 14 分, 第 (1) 题 4 分, 第 (2) 题 10 分)

在梯形  $ABCD$  中,  $AD \parallel BC$ , 点  $E$  在边  $AB$  上, 且  $AE = \frac{1}{3}AB$ .

- (1) 如图 7 所示, 点  $F$  在边  $CD$  上, 且  $DF = \frac{1}{3}DC$ , 联结  $EF$ , 求证:  $EF \parallel BC$ ;
- (2) 当  $AD = AE = 1$  时:
  - ① 如图 8, 联结  $DE$ , 如果  $\triangle ADE$  的外接圆的圆心恰好落在  $\angle B$  的角平分线上, 求  $\triangle ADE$  的外接圆的半径长;
  - ② 如图 9, 如果点  $M$  在边  $BC$  上, 联结  $EM$ 、 $DM$ 、 $EC$ ,  $DM$  与  $EC$  交于  $N$ . 如果  $BC = 4$ ,  $CD^2 = DN \cdot DM$  且  $\angle DMC = \angle CEM$ , 求边  $CD$  的长.

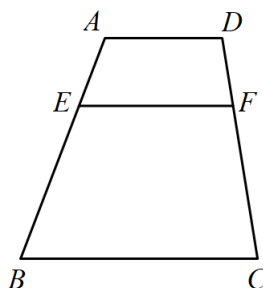


图 7

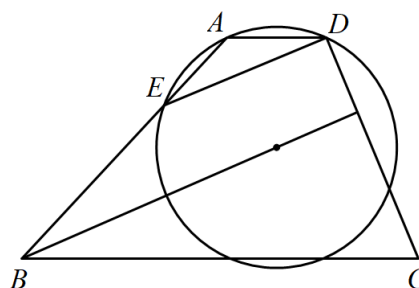


图 8

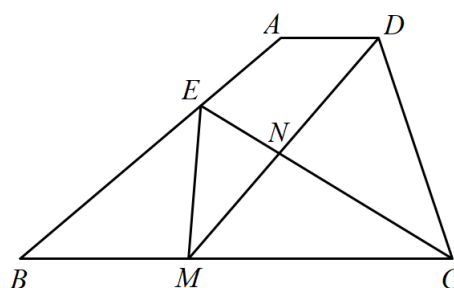


图 9