

姓 名	
报 名 号	

2024 年上海市初中学业水平考试

数学 试卷

数学 试卷

考生注意：

1. 本场考试时间 100 分钟，试卷共 4 页，满分 150 分，答题纸共 2 页。
2. 作答前，在答题纸指定位置填写姓名、报名号、座位号。将核对后的条形码贴在答题纸指定位置。
3. 所有作答务必填涂或书写在答题纸上与试卷题号相对应的区域，不得错位。在试卷上作答一律不得分。
4. 用 2B 铅笔作答选择题，用黑色字迹钢笔、水笔或圆珠笔作答非选择题。

一、选择题：（本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分。每题只有一个选项是正确的）

- 1 如果 $x > y$ ，那么下列正确的是
A. $x + 5 < y + 5$ ； B. $x - 5 < y - 5$ ； C. $5x > 5y$ ； D. $-5x > -5y$.
- 2 如果 $f(x) = \frac{2-x}{x-3}$ ，那么下列正确的是
A. $x = 2$ ； B. $x \neq 2$ ； C. $x = 3$ ； D. $x \neq 3$.
- 3 以下一元二次方程有两个相等实数根的是
A. $x^2 - 6x = 0$ ； B. $x^2 - 9 = 0$ ； C. $x^2 - 6x + 6 = 0$ ； D. $x^2 - 6x + 9 = 0$.
- 4 科学家同时培育了甲乙丙丁四种花，这四种花开花时间最短且最平稳的是

种类	甲种类	乙种类	丙种类	丁种类
平均数	2.3	2.3	2.8	3.1
方差	1.05	0.78	1.05	0.78

- A. 甲种类； B. 乙种类； C. 丙种类； D. 丁种类.
- 5 四边形 $ABCD$ 为矩形，过 A 、 C 作对角线 BD 的垂线，过 B 、 D 作对角线 AC 的垂线。如果这四条垂线可以组成一个四边形，那么这个四边形为
A. 菱形； B. 矩形； C. 直角梯形； D. 等腰梯形.
- 6 在 $\triangle ABC$ 中， $AC = 3$ ， $BC = 4$ ， $AB = 5$ ，点 P 在 $\triangle ABC$ 内，分别以 A 、 B 、 P 为圆心画圆， $r_A = 1$ ， $r_B = 2$ ， $r_P = 3$ ， $\odot A$ 与 $\odot P$ 内切，则 $\odot P$ 与 $\odot B$ 的关系是
A. 内含； B. 外切； C. 相交； D. 相离.

二、填空题：（本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分）

- 7 计算： $(4x^2)^3 = \underline{\hspace{1cm}}$.
- 8 计算： $(a+b)(b-a) = \underline{\hspace{1cm}}$.
- 9 已知 $\sqrt{2x-1} = 1$ ，则 $x = \underline{\hspace{1cm}}$.

- 10 科学家研发了一种新的蓝光唱片, 一张蓝光唱片的容量约为 2×10^5 GB, 一张普通唱片的容量约为 25GB, 则蓝光唱片的容量是普通唱片的 ▲ 倍.
- 11 如果正比例函数 $y = kx$ 的图像经过点 $(7, -13)$, 则 y 的值随 x 的增大而 ▲ (选填“增大”或“减小”).
- 12 在菱形 $ABCD$ 中, $\angle ABC = 66^\circ$, 则 $\angle BAC =$ ▲ $^\circ$.
- 13 某种商品的销售量 y (万元) 与广告投入 x (万元) 成一次函数关系, 当投入 10 万元时销售额 1000 万元, 当投入 90 万元时销售额 5000 万元, 则投入 80 万元时, 销售额为 ▲ 元.
- 14 一个袋子中有若干个白球和绿球, 它们除了颜色外都相同. 随机从中摸一个球, 恰好摸到绿球的概率是 $\frac{3}{5}$, 则袋子中至少有 ▲ 个绿球.
- 15 如图 1, 在平行四边形 $ABCD$ 中, E 为对角线 AC 上一点, 设 $\overrightarrow{AC} = \vec{a}$, $\overrightarrow{BE} = \vec{b}$, 若 $AE = 2EC$, 则 $\overrightarrow{DC} =$ ▲ (结果用含 \vec{a} , \vec{b} 的式子表示).

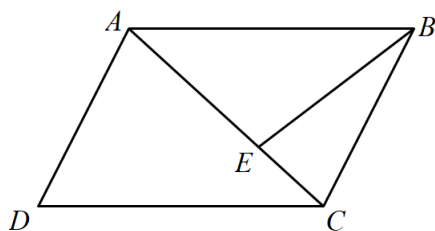


图 1

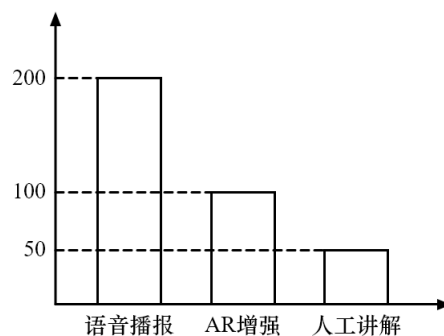


图 2

- 16 博物馆为展品准备了人工讲解、语音播报和 AR 增强三种讲解方式, 为了解游客偏好, 共下发并回收有效问卷 1000 张, 其中 700 人没有讲解需求, 剩余 300 人中需求情况如图 2 所示 (一人可以选择多种). 那么在总共 2 万人的参观中, 需要 AR 增强讲解的人数约有 ▲ 人.
- 17 在平行四边形 $ABCD$ 中, $\angle ABC$ 是锐角, 将 CD 沿着直线 l 翻折至 AB 所在直线, 对应点分别为 C' 、 D' , 若 $AC' : AB : BC = 1 : 3 : 7$, 则 $\cos \angle ABC =$ ▲ .
- 18 对于一个二次函数 $y = a(x - m)^2 + k$ ($a \neq 0$) 中存在一点 $P(x', y')$, 使得 $x' - m = y' - k \neq 0$, 则称 $2|x' - m|$ 为该抛物线的“开口大小”, 那么抛物线 $y = -\frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{3}x + 3$ 的“开口大小”为 ▲ .

三、解答题: (本大题共 7 题, 满分 78 分)

19 (本题满分 10 分)

计算: $|1 - \sqrt{3}| + 24^{\frac{1}{3}} + \frac{1}{2 + \sqrt{3}} - (1 - \sqrt{3})^0$.

20 (本题满分 10 分)

解方程组:
$$\begin{cases} x^2 - 3xy - 4y^2 = 0 & \text{①} \\ x + 2y = 6 & \text{②} \end{cases}.$$

21 (本题满分 10 分, 第 (1) 题 4 分, 第 (2) 题 6 分)

如图 3, 在平面直角坐标系 xOy 中, 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ (k 为常数且 $k \neq 0$) 上有一点 $A(-3, m)$, 且与直线 $y = -2x + 4$ 交于另一点 $B(n, 6)$.

(1) 求 k 与 m 的值;

(2) 过点 A 作直线 $l \parallel x$ 轴与直线 $y = -2x + 4$ 交于点 C , 求 $\sin \angle OCA$ 的值.

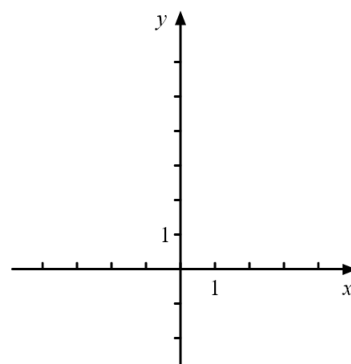


图 3

22 (本题满分 10 分, 第 (1) 题 6 分, 第 (2) 题 4 分)

数学小组用两副相同的三角板 (分别是含 45° 的直角三角板和含 60° 的直角三角板) 拼出如图 4 所示的平行四边形, 已知任意一副三角板的两个直角三角形斜边上的高都为 h .

(1) ① 用 h 表示两种三角形的直角边;

② 用 h 表示中间阴影部分的面积.

(2) 用这两副三角板拼出不同于右图所示的平行四边形 (不需要标出角度, 作出三角形的边即可).

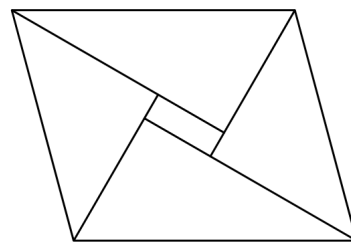


图 4

23 (本题满分 12 分, 第 (1) 题 5 分, 第 (2) 题 7 分)

如图 5, 在矩形 $ABCD$ 中, E 为边 CD 上一点, 且 $AE \perp BD$.

(1) 求证: $AD^2 = DE \cdot DC$;

(2) 设 F 为线段 AE 延长线上一点, 且 $EF = CF = \frac{1}{2}BD$,

求证: $CE = AD$.

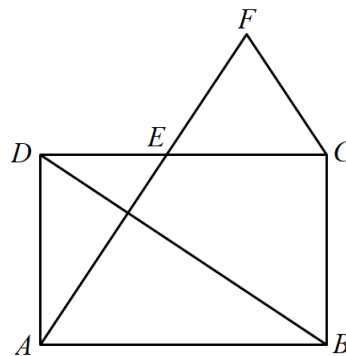


图 5

24 (本题满分 12 分, 第 (1) 题 4 分, 第 (2) 题 8 分)

在平面直角坐标系 xOy 中, 抛物线 $y = \frac{1}{3}x^2$ 平移后的图像经过点 $A(0, -\frac{5}{3})$ 和 $B(5, 0)$.

- (1) 求平移后新抛物线的表达式;
- (2) 直线 $x = m (m > 0)$ 与新抛物线交于点 P , 与原抛物线交于点 Q .
 - ① 当 $PQ < 3$ 时, 求 m 的取值范围;
 - ② 记点 P 在原抛物线上的对应点为 P' , 如果四边形 $P'BPQ$ 有一组对边平行, 求点 P 的坐标.

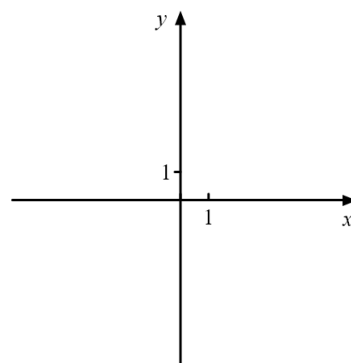


图 6

25 (本题满分 14 分, 第 (1) 题 4 分, 第 (2) 题 10 分)

在梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, 点 E 在边 AB 上, 且 $AE = \frac{1}{3}AB$.

- (1) 如图 7 所示, 点 F 在边 CD 上, 且 $DF = \frac{1}{3}DC$, 联结 EF , 求证: $EF \parallel BC$;
- (2) 当 $AD = AE = 1$ 时:
 - ① 如图 8, 联结 DE , 如果 $\triangle ADE$ 的外接圆的圆心恰好落在 $\angle B$ 的角平分线上, 求 $\triangle ADE$ 的外接圆的半径长;
 - ② 如图 9, 如果点 M 在边 BC 上, 联结 EM 、 DM 、 EC , DM 与 EC 交于 N . 如果 $BC = 4$, $CD^2 = DN \cdot DM$ 且 $\angle DMC = \angle CEM$, 求边 CD 的长.

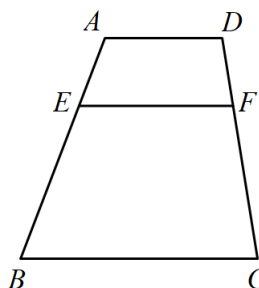


图 7

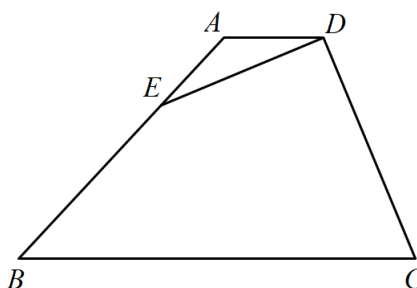


图 8

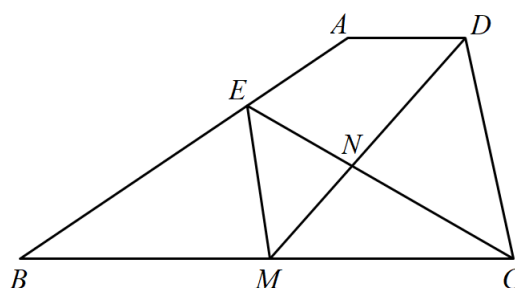


图 9