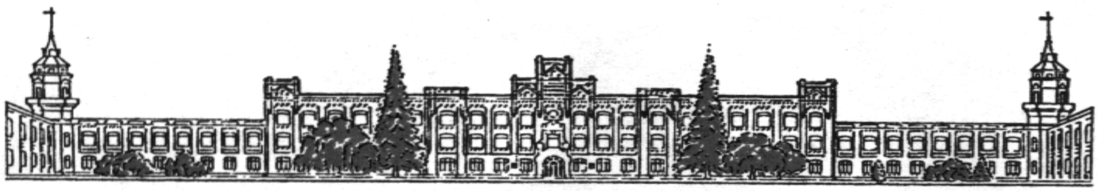


Міністерство освіти і науки, молоді та спорту України
Національний Технічний Університет України
«Київський Політехнічний Інститут»
Навчально-науковий комплекс
«Інститут прикладного системного аналізу»
Кафедра системного проектування

«ТЕОРІЯ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ»

Методичні вказівки до виконання комплексної контрольної роботи для студентів напряму підготовки 6.050101 «Комп'ютерні науки», спеціальностей 8.05010102 «Інформаційні технології проектування» та 8.05010103 «Системне проектування» денної та заочної форм навчання

Склали: доц. ЛАДОГУБЕЦЬ ВОЛОДИМИР ВАСИЛЬОВИЧ
доц. ФІНОГЕНОВ ОЛЕКСІЙ ДМИТРОВИЧ
доц. БЕЗНОСИК ОЛЕКСАНДР ЮРІЙОВИЧ

Київ - 2012 р.

Теорія прийняття рішень : Методичні вказівки до виконання комплексної контрольної роботи для студентів напряму підготовки 6.050101 «Комп'ютерні науки», спеціальностей 8.05010102 «Інформаційні технології проектування» та 8.05010103 «Системне проектування» денної та заочної форм навчання / Укл. О.Ю. Безносик, В.В. Ладогубець, О.Д. Фіногенов. – К. : НТУУ «КПІ», 2012 р. – 42 с.

Рекомендовано Вченою радою ННК ІПСА НТУУ «КПІ»
(Протокол № 1 від 29.01.2013 р.)

Укладачі: *Безносик Олександр Юрійович*, канд. техн. наук
Ладогубець Володимир Васильович, канд. техн. наук
Фіногенов Олексій Дмитрович, канд. техн. наук

Відповідальний редактор: *А.І. Петренко*, д.т.н., проф.

Рецензент: *П.І. Бідюк*, д.т.н., проф.

ЗМІСТ

ВСТУП

Методи теорії прийняття рішень (ТПР) відіграють важливу роль в різноманітних галузях науки та техніки, зокрема при вирішенні задач проектування складних технічних та організаційних систем, планування розвитку підприємств та корпорацій, міст та регіонів. З врахуваннями розвитку інтелектуальних систем, систем моніторингу та контролю навколишнього середовища, робототехнічних засобів для прийняття рішень вже не достатньо лише інтуїції інженера, а вартість виправлення помилки постійно зростає. Використання методів ТПР дозволяє забезпечити отримання якісного вибору у складних умовах і з достатнім ступенем точності.

Дисципліна «Теорія прийняття рішень» відноситься до циклу математичної, природничо-наукової підготовки; базується на знанні дисциплін «Теорія ймовірностей і математична статистика» та «Методи оптимізації» і використовується в курсах «Методи та засоби штучного інтелекту», «Моделювання складних систем» та в рамках магістерської підготовки.

Метою дисципліни є систематизоване викладання сучасного математичного апарату прийняття рішень в складних системах та набуття студентами необхідних знань в цій галузі та практичних навичок у розробці моделей та розв’язання практичних задач прийняття рішень в умовах невизначеності та ризику.

Завдання вивчення дисципліни полягає у формуванні системи наступних знань та умінь:

<u>Знання</u>

– знання принципів і правил формалізації економічних ситуацій, здатність застосовувати математичні методи обґрунтування та прийняття управлінських і технічних рішень у різних ситуаціях;

– ґрунтовна математична підготовка та знання теоретичних, методичних і алгоритмічних основ інформаційних технологій для їх використання під час розв’язання прикладних і наукових завдань в області інформаційних систем і технологій.

Уміння

– підготовленість до розроблення нових математичних методів, ефективних алгоритмів і методів реалізації функцій інформаційних систем і технологій в прикладних областях, зокрема під час розробки методів і систем штучного інтелекту;
– уміння застосовувати математичні методи обґрунтування та прийняття управлінських і технічних рішень, адекватних умовам, в яких функціонують об’єкти інформатизації.

Проведення 2-х годинної комплексної контрольної роботи (ККР) має мету забезпечити об'єктивне оцінювання рівня залишкових знань студентів з навчальної дисципліни. ККР охоплює весь перелік питань, що розглядаються під час лекційних та лабораторних занять, має професійне (фахове) спрямування та складається з декількох завдань.

До складу завдань ККР виносяться практичні задачі з тем:

– загальні аспекти прийняття рішень;
– моделі та методи прийняття рішень в умовах повної інформації;
– моделі та методи прийняття рішень за умов багатокритерійності;
– прийняття рішень методом аналітичної ієрархії (МАІ).

При виконанні завдань ККР дозволяється використання студентами калькулятору.

ТИПОВИЙ ПРИКЛАД ЗАВДАННЯ

1. Визначити найкоротший маршрут (довжину) в задачі комівояжера методом розгалужень і границь:

Місто	M1	M2	M3	M4
M1		3	5	2
M2	3		1	7
M3	5	1		8
M4	2	7	8	

2. Визначити найкращі альтернативи за Парето та за Слейтером:

Критерії	Альтернативи							
	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8
Q1	1	6	5	1	5	7	3	1
Q2	4	2	7	5	2	4	2	5
Q3	6	1	7	2	2	5	2	6

3. Визначити найкращу альтернативу за допомогою методу лінійної згортки (p1=0.2, p2=0.3, p3=0.5) для значень альтернатив в області критеріїв для завдання п.2.
4. Визначити найкращу альтернативу за допомогою методу лексикографічної оптимізації ($Q1 > Q2 > Q3$) для значень альтернатив в області критеріїв для завдання п.2.
5. Визначити найкращу альтернативу за допомогою методу послідовних поступок ($Q1 \overset{1}{>} Q2 \overset{2}{>} Q3$) для значень альтернатив в області критеріїв для завдання п.2.

6. Визначити найкращу(-і) стратегію(-ї) (А1-А8) за допомогою функції корисності для 4-х інтервалів: [1-2], [3-4], [5-6], [7-8]. В якості значень коефіцієнтів використовувати середину інтервалів в області критеріїв для п.2.
7. Визначити найкращу альтернативу методом аналізу ієрархій за наданих матриць попарних порівнянь. Для оцінки використати строкові суми. Значення округляти до 2-х знаків після коми. У разі нерівності суми коефіцієнтів нормування 1, віднімати або додавати бракуючи частки до найбільшого значення.

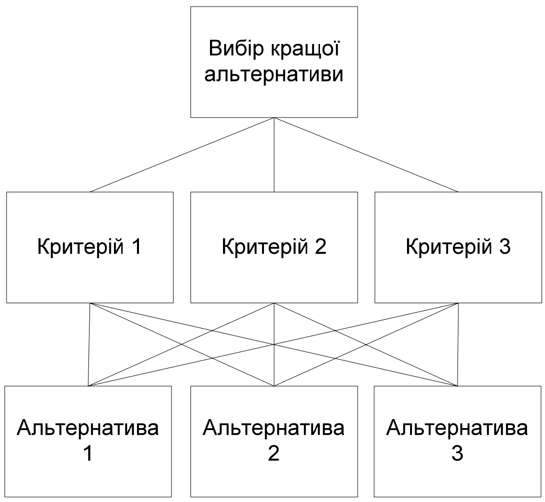


Рисунок 1 – Схема ієрархії

1/2	=	0.5
1/3	=	0.33
1/4	=	0.25
1/5	=	0.2
1/6	=	0.17
1/7	=	0.14
1/8	=	0.13
1/9	=	0.11

$$Q = \begin{vmatrix} 1 & 1/4 & 1/5 \\ 4 & 1 & 3 \\ 5 & 1/3 & 1 \end{vmatrix}$$

$$Q_1 = \begin{vmatrix} 1 & 3 & 7 \\ 1/3 & 1 & 9 \\ 1/7 & 1/9 & 1 \end{vmatrix} \qquad Q_2 = \begin{vmatrix} 1 & 7 & 1/2 \\ 1/7 & 1 & 1/5 \\ 2 & 5 & 1 \end{vmatrix} \qquad Q_3 = \begin{vmatrix} 1.1 \\ 0.7 \\ 0.2 \end{vmatrix}$$

ЗАДАЧА №1.

ЗАДАЧА КОМІВОЯЖЕРА. МЕТОД РОЗГАЛУЖЕНЬ І ГРАНИЦЬ

Визначити найкоротший маршрут (довжину) в задачі комівояжера методом розгалужень і границь

Місто	М1	М2	М3	М4
М1		3	5	2
М2	3		1	7
М3	5	1		8
М4	2	7	8	

Короткі теоретичні відомості

Задача комівояжера є однією з найбільш відомих задач комбінаторної оптимізації та відноситься до класу NP–важких задач та існує в багатьох модифікаціях. Розроблена велика кількість алгоритмів (жадібні алгоритми, генетичні алгоритми та інші), серед яких одним з найефективніших є алгоритм на базі методу розгалужень і границь (іноді називають алгоритмом Літтла, по першому автору роботи, в якій було запропоновано даний алгоритм).

В загальному випадку, задача комівояжера формулюється наступним чином: «Визначити мінімальний маршрут, якщо комівояжер повинен вийти з першого міста та обійти N міст, відстані між котрими відомі, заходячи до кожного рівно 1 раз, та повернутися у перше місто».

Нехай відстані між містами задані у вигляді матриці відстаней С:

	М1	М2	…	MN
М1		c_{12}	…	c_{1N}
М2	c_{21}		…	c_{2N}
…	…	…		…
MN	c_{N1}	c_{N2}	…	

Зауваження	«Віднімання або додавання будь-якої константи до всіх елементів строки або стовпця матриці С залишає мінімальний маршрут мінімальним».

Якщо всі елементи матриці невід'ємні (додатні або 0), то мінімальний маршрут можна визначити, якщо вдасться побудувати такий порядок міст, щоб перехід між містами проходив лише по 0. Таким чином, можна записати наступний алгоритм:

1) Для кожної строки матриці С визначається мінімальний елемент, який віднімається від усіх елементів відповідної строки (приведення по строках).

2) Для кожного стовпця отриманої матриці визначається мінімальний елемент, який віднімається від усіх елементів відповідного стовпця (приведення по стовпцях).

3) Для кожного нуля визначити суму мінімальних елементів строки і стовпця, де він розташований, за виключенням самого елементу 0 (зважування нулів).

4) Визначити $c_{ij}=0$ з найбільшою сумою (вагою) та провести розгалуження:

4.1) обрати перехід з i-го до j-го міста – викреслити, відповідно, *i*-ту строку та *j*-тий стовпець з матриці. Заборонити перехід через елемент c_{ji} або через елемент, що замикає існуючий маршрут;

4.2) заборонити перехід через елемент c_{ij}.

Після цього кроку в кожній строчці і в кожному стовпці матриці, що отримана, повинно бути не менше 1 забороненого переходу (або перехід c_{ii}).

5) Якщо отримана матриця не нульова та має розмірність $N' > 2$, повторити 1–5, інакше, обрахувати мінімальний опорний маршрут і перейти до 6.

6) Перевірити матриці, що отримані при розгалуженні (4.2) – за допомогою алгоритму 1–6. Якщо мінімальний опорний маршрут менший за той, що можна отримати при розгалуженні – перейти до наступного розгалуження; якщо більший, то при порівнянні наступного розгалуження використовувати нове значення мінімального опорного маршруту. Якщо всі розгалуження перевірені – отриманий маршрут є мінімальним.

Приклад

Крок 1. Приведемо матрицю відстаней по строках:

Таблиця 1.1

	M1	M2	M3	M4
M1		3	5	7
M2	3		1	2
M3	5	1		8
M4	7	2	8	

Таблиця 1.2

	M1	M2	M3	M4	Min
M1		3	5	7	3
M2	3		1	2	1
M3	5	1		8	1
M4	7	2	8		2
∑					7

Таблиця 1.3

	M1	M2	M3	M4
M1		0	2	4
M2	2		0	1
M3	4	0		7
M4	5	0	6	

Крок 2. Приведемо отриману матрицю відстаней по стовбцях:

Таблиця 1.4

	M1	M2	M3	M4
M1		0	2	4
M2	2		0	1
M3	4	0		7
M4	5	0	6	

Таблиця 1.5

	M1	M2	M3	M4	∑
M1		0	2	4	
M2	2		0	1	
M3	4	0		7	
M4	5	0	6		
Min	2	0	0	1	3

Таблиця 1.6

	M1	M2	M3	M4
M1		0	2	3
M2	0		0	0
M3	2	0		6
M4	3	0	6	

Мінімально можлива довжина маршруту складає 7+3=10.

Крок 3. Визначимо «вагу» кожного нуля («вагою» нуля є сума мінімальних елементів стовпця і строки, в яких стоїть нуль, за виключенням його самого):

Таблиця 1.7

	M1	M2	M3	M4
M1		0^2	2	3
M2	0^2		0^2	0^3
M3	2	0^2		6
M4	3	0^3	6	

Крок 4. В якості розгалуження оберемо переміщення, для яких «вага» нуля найбільша, наприклад: $(M4, M2)$ та $\overline{(M4, M2)}$. Для $(M4, M2)$ забороняємо стан $(M2, M4)$ і отримуємо:

Таблиця 1.8

	M1	M3	M4
M1		2	3
M2	0	0	
M3	2		6

Крок 5. Повторимо кроки 1-4 для отриманої матриці відстаней.

Приведення по строках:

Таблиця 1.9

	M1	M3	M4
M1		2	3
M2	0	0	
M3	2		6

Таблиця 1.10

	M1	M3	M4	Min
M1		2	3	2
M2	0	0		0
M3	2		6	2
$\sum$				4

Таблиця 1.11

	M1	M3	M4
M1		0	1
M2	0	0	
M3	0		4

Приведення по стовбцях:

Таблиця 1.12

	M1	M3	M4
M1		0	1
M2	0	0	
M3	0		4

Таблиця 1.13

	M1	M3	M4	∑
M1		0	1	
M2	0	0		
M3	0		4	
Min	0	0	1	1

Таблиця 1.14

	M1	M3	M4
M1		0	0
M2	0	0	
M3	0		3

Тобто, перехід М4–М2 збільшує мінімально можливу довжину маршруту на 4+1=5. Загальна довжина маршруту після переходу складає 5+10=15.

Оцінка нулів

Таблиця 1.15

	M1	M3	M4
M1		0^0	0^3
M2	0^0	0^0	
M3	0^3		3

В якості розгалуження оберемо переміщення, для яких «вага» нуля найбільша, наприклад: $(M1, M4)$ та $\overline{(M1, M4)}$.

Для $(M1, M4)$ забороняємо стан $(M2, M1)$ і отримуємо:

Таблиця 1.15

	M1	M3
M2		0
M3	0	

Оскільки отримана матриця відстаней нульова, то можна обрати міста, що залишилися, в будь-якій послідовності (М2–М3 та М3–М1).

Таким чином, опорний маршрут складається з наступної послідовності міст:

M2–M3–M1–M4–M2

Довжина опорного маршруту складає:

$$\sum d_i=1+5+7+2=15$$

Крок 6. Перевіримо варіанти, які входили в розгалуження.

6.1 Розгалуження $\overline{(M1,M4)}$

Оскільки після розгалуження $(M1,M4)$ довжина маршруту не збільшувалась, то альтернативне розгалуження $\overline{(M1,M4)}$ (табл. 1.15), також не може дати нам більш короткий маршрут.

6.2 Розгалуження $\overline{(M4,M2)}$

Матриця відстаней в разі використання розгалуження $\overline{(M4,M2)}$ прийме вигляд:

Таблиця 1.16

	M1	M2	M3	M4
M1		0	2	3
M2	0		0	0
M3	2	0		6
M4	3		6	

Приведемо отриману матрицю по строках:

Таблиця 1.17

	M1	M2	M3	M4
M1		0	2	3
M2	0		0	0
M3	2	0		6
M4	3		6	

Таблиця 1.18

	M1	M2	M3	M4	Min
M1		0	2	3	0
M2	0		0	0	0
M3	2	0		6	0
M4	3		6		3
∑					3

Таблиця 1.19

	M1	M2	M3	M4
M1		0	2	3
M2	0		0	0
M3	2	0		6
M4	0		3	

Таким чином, мінімально можлива довжина маршруту при використанні розгалуження $\overline{(M4, M2)}$ складає 10+3=13 < 15 (довжина опорного маршруту). Оскільки при цьому розгалуженні можливо отримати більш короткий маршрут, то повторимо кроки 3-4. Оцінимо «вагу» нулів:

Таблиця 1.20

	M1	M2	M3	M4
M1		0^2	2	3
M2	0^0		0^2	0^3
M3	2	0^2		6
M4	0^3		3	

В якості розгалуження оберемо переміщення, для яких «вага» нуля найбільша, наприклад: $(M2, M4)$ та $\overline{(M2, M4)}$. Для $(M2, M4)$ стан $(M4, M2)$ вже заборонено. Отримуємо:

Таблиця 1.21

	M1	M2	M3
M1		0	2
M3	2	0	
M4	0		3

Приведемо матрицю відстаней по стовпцях (вочевидь, по строках мінімальні елементи кожної строки дорівнюють нулю).

Таблиця 1.22

	M1	M2	M3
M1		0	2
M3	2	0	
M4	0		3

Таблиця 1.23

	M1	M2	M3	∑
M1		0	2	
M3	2	0		
M4	0		3	
Min	0	0	2	2

Таблиця 1.24

	M1	M2	M3
M1		0	0
M3	2	0	
M4	0		1

Таким чином, розгалуження $(M2, M4)$ збільшує мінімально можливий маршрут на 2, а його довжина становить 13+2=15 = 15 (довжина опорного маршруту). Розглядати далі не має сенсу, так як довжина маршруту вже не може бути менше довжини опорного.

Залишилось розглянути останнє розгалуження на попередньому кроці: $\overline{(M2, M4)}$ за умови $\overline{(M4, M2)}$. Матриця відстаней прийме вигляд:

Таблиця 1.25

	M1	M2	M3	M4
M1		0	2	3
M2	0		0	
M3	2	0		6
M4	0		3	

Приведемо отриману матрицю по стовпцях:

Таблиця 1.26

	M1	M2	M3	M4
M1		0	2	3
M2	0		0	
M3	2	0		6
M4	0		3	

Таблиця 1.27

	M1	M2	M3	M4	∑
M1		0	2	3	
M2	0		0		
M3	2	0		6	
M4	0		3		
Min	0	0	0	3	3

Таблиця 1.28

	M1	M2	M3	M4
M1		0	2	0
M2	0		0	
M3	2	0		3
M4	0		3	

Розгалуження $\overline{(M2, M4)}$ за умови $\overline{(M4, M2)}$ збільшує мінімально можливий маршрут на 3. Довжина мінімально можливого маршруту становить: 13+3=16 > 15 (довжина опорного маршруту).

Таким чином мінімальна довжина маршруту відповідає опорному маршруту і дорівнює 15 (див. рис. 2).

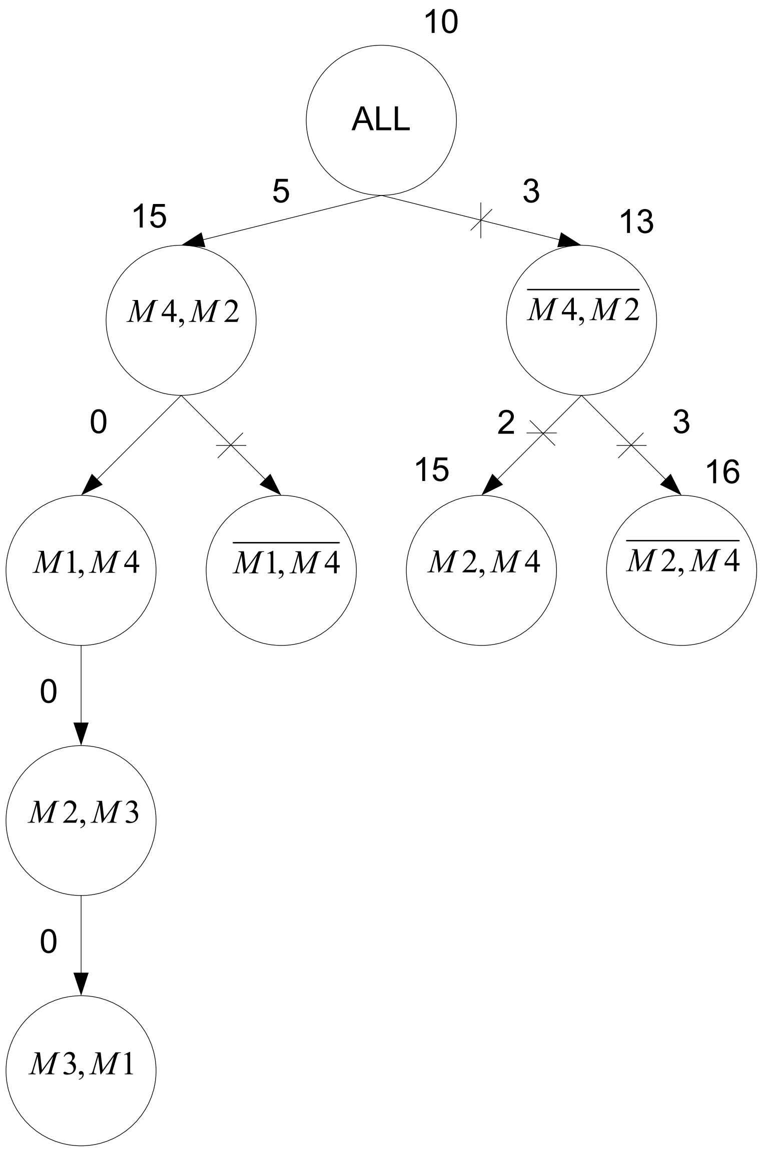


Рисунок 2 – Граф пошуку мінімальної довжини маршруту

Відповідь: 15.

ЗАДАЧА №2.
ВИЗНАЧЕННЯ НАЙКРАЩИХ АЛЬТЕРНАТИВ ЗА ПАРЕТО ТА ЗА СЛЕЙТЕРОМ

Визначити найкращі альтернативи за Парето та за Слейтером:

Критерії	Альтернативи							
	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8
Q1	1	6	5	1	5	7	3	1
Q2	4	2	7	5	2	4	2	5
Q3	6	1	7	2	2	5	2	6

Короткі теоретичні відомості

Постановка задачі багатокритеріального вибору включає:

1) множину можливих рішень *X*;

2) векторний критерій $f = (f_1, f_2, ..., f_m)$ – де $f_1, f_2, ..., f_m$ – числові функції, які визначені на множині можливих рішень *X*;

3) відношення переваги (рос. «отношение предпочтения») $\succ_X$.

Задача багатокритеріального вибору складається у відшуканні множини рішень, що обираються, $C(X)$, $C(X) \subset X$ з врахуванням відношення переваги $\succ_X$ на основі заданого векторного критерію *f*, який відображає набір цілей особи, що приймає рішення (ОПР).

Рішення $x^* \in X$ називається оптимальним по Парето (парето-оптимальним), якщо не існує такого можливого вирішення $x \in X$, для якого має місто нерівність $f(x) \geq f(x^*)$. Всі парето-оптимальні рішення утворюють множину Парето, що позначається $P_f(X)$.

Рішення $x^* \in X$ називається оптимальним по Слейтеру, якщо не існує такого можливого вирішення $x \in X$, для якого має місто нерівність $f(x) > f(x^*)$. Всі оптимальні рішення по Слейтеру утворюють множину Слейтера, що позначається $S_f(X)$.

Запис $f(x') \geq f(x'')$ (або $f(x') > f(x'')$) означає виконання покомпонентних нерівностей $f_j(x') \geq f_j(x'')$ (або $f_j(x') > f_j(x'')$) для всіх *j=1(1)m*, причому $f(x') \neq f(x'')$. Тобто компоненти першого вектора $f(x')$ не менші за відповідні компоненти другого вектора $f(x'')$, і принаймні одна компонента першого вектора строго більша за відповідну компоненту другого (або всі компоненти першого вектора $f(x')$ строго більші за відповідні компоненти другого).

Домінування альтернативи A_i над A_j по Парето та Слейтером позначаються як $A_i \succ PA_j$ та $A_i \succ SA_j$ відповідно.

Приклад. Визначимо альтернативи, що домінуються, для вилучення їх з множини Парето: $A3 \succ PA1$, $A3 \succ PA4$, $A3 \succ PA5$, $A3 \succ PA7$, $A3 \succ PA8$, $A6 \succ PA2$.

Критерії	Альтернативи							
	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8
Q1	1	6	5	1	5	7	3	1
Q2	4	2	7	5	2	4	2	5
Q3	6	1	7	2	2	5	2	6
Альтернатива, що домінує	A3	A6		A3	A3		A3	A3

До множини найкращих альтернатив за Парето входять: А3 та А6.

Визначимо альтернативи, що домінуються, для вилучення їх з множини Слейтера: $A3 \succ SA1$, $A3 \succ SA4$, $A3 \succ SA7$, $A3 \succ SA8$, $A6 \succ SA2$.

Критерії	Альтернативи							
	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8
Q1	1	6	5	1	5	7	3	1
Q2	4	2	7	5	2	4	2	5
Q3	6	1	7	2	2	5	2	6
Альтернатива, що домінує	A3	A6		A3			A3	A3

До множини найкращих альтернатив за Слейтером входять: А3, А5 та А6.

Відповідь: множина Парето {А3, А6}, множина Слейтера {А3,А5,А6}.

ЗАДАЧА №3.
ЛІНІЙНА ЗГОРТКА

Визначити найкращу альтернативу за допомогою методу лінійної згортки (p1=0.2, p2=0.3, p3=0.5) для значень альтернатив в області критеріїв для завдання п.2.

Критерії	Альтернативи							
	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8
Q1	1	6	5	1	5	7	3	1
Q2	4	2	7	5	2	4	2	5
Q3	6	1	7	2	2	5	2	6

Короткі теоретичні відомості

Лінійна згортка зводить задачу відшукання найкращих альтернатив за декількома критеріями до задачі відшукання найкращої альтернативи за глобальним критерієм:

$$\max \sum_{i=1}^{N} A_{ij} w_i \, , \, j = 1(1)M$$

де N – кількість критеріїв, M – номер альтернативи, w_i – вага і-го критерію.

Приклад. Обрахуємо значення кожної альтернативи за наданих ваг критеріїв:

Критерії	Альтернативи							
	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8
Q1	1	6	5	1	5	7	3	1
Q2	4	2	7	5	2	4	2	5
Q3	6	1	7	2	2	5	2	6
∑	4.4	2.3	**6.6**	2.7	2.6	5.1	2.2	4.7

Максимальне значення суми відповідає альтернативі А3.

Відповідь: А3.

ЗАДАЧА №4.

МЕТОД ЛЕКСИКОГРАФІЧНОЇ ОПТИМІЗАЦІЇ

Визначити найкращу альтернативу за допомогою методу лексикографічної оптимізації ($Q1 \succ Q2 \succ Q3$) для значень альтернатив в області критеріїв для завдання п.2.

Критерії	Альтернативи							
	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8
Q1	1	6	5	1	5	7	3	1
Q2	4	2	7	5	2	4	2	5
Q3	6	1	7	2	2	5	2	6

Короткі теоретичні відомості

Метод лексикографічної оптимізації базується на послідовному відшуканні найкращих альтернатив за пріоритетами критеріїв. На кожному кроці послідовно розглядаються альтернативи лише за одним критерієм, серед яких залишають лише ті, що мають найбільше значення. Після чого (в разі потреби) крок повторюють для наступного критерію на множині альтернатив, що залишились.

Приклад. Крок 1. Визначимо максимальне значення альтернатив за критерієм Q1:

$$\max Q1(A_i)$$

де i – номера альтернатив з множини альтернатив, що залишились до розгляду (на першому кроці – всі альтернативи).

Максимальне значення $\max Q1(A_i) = 7$. В множину альтернатив, що залишаються, потрібно внести всі альтернативи, для яких значення $Q1(A_i) = 7$. В нашому випадку це лише одна альтернатива A6, а тому наступний крок не потрібен.

Відповідь: A6.

ЗАДАЧА №5.

МЕТОД ПОСЛІДОВНИХ ПОСТУПОК

Визначити найкращу альтернативу за допомогою методу послідовних поступок ($Q1 \overset{1}{\succ} Q2 \overset{2}{\succ} Q3$) для значень альтернатив в області критеріїв для завдання п.2.

Критерії	Альтернативи							
	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8
Q1	1	6	5	1	5	7	3	1
Q2	4	2	7	5	2	4	2	5
Q3	6	1	7	2	2	5	2	6

Короткі теоретичні відомості

Метод послідовних поступок базується на послідовному відшуканні найкращих альтернатив за пріоритетами критеріїв. На кожному кроці послідовно розглядаються альтернативи лише за одним критерієм, серед яких залишають лише ті, що мають найбільше значення або менші на розмір поступки. Після чого (в разі потреби) крок повторюють для наступного критерію на множині альтернатив, що залишились.

Приклад. Крок 1. Визначимо максимальне значення альтернатив за критерієм Q1:

$$\max Q1(A_i)$$

де i – номера альтернатив з множини альтернатив, що залишились до розгляду (на першому кроці – всі альтернативи).

Максимальне значення $\max Q1(A_i) = 7$. В множину альтернатив, що залишаються, з врахуванням поступки потрібно внести всі альтернативи, для яких значення $Q1(A_i) \geq 7 - 1 \geq 6$. В нашому випадку це альтернативи A2 та A6.

Крок 2. Визначимо максимальне значення альтернатив за критерієм Q2 з множини альтернатив, що залишились $\{A2, A6\}$.

Максимальне значення $\max Q2(A_i) = 4$. В множину альтернатив, що залишаються, з врахуванням поступки потрібно внести всі альтернативи, для яких значення $Q2(A_i) \geq 4 - 2 \geq 2$. В нашому випадку залишаються обидві альтернативи A2 та A6.

Крок 3. На останньому кроці обирають лише альтернативи, що мають найбільше значення серед тих, що залишились, за останнім критерієм.

В нашому випадку найкраща альтернатива A6, оскільки $Q3(A6) = 5 > Q3(A2) = 1$.

Відповідь: A6.

ЗАДАЧА №6.

ВИКОРИСТАННЯ ФУНКЦІЇ КОРИСНОСТІ

Визначити найкращу(-і) стратегію(-ї) (А1-А8) за допомогою функції корисності для 4-х інтервалів: [1-2], [3-4], [5-6], [7-8]. В якості значень коефіцієнтів використовувати середину інтервалів в області критеріїв для п.2.

Критерії	Альтернативи							
	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8
Q1	1	6	5	1	5	7	3	1
Q2	4	2	7	5	2	4	2	5
Q3	6	1	7	2	2	5	2	6

Короткі теоретичні відомості

Модель задачі може бути представлена у вигляді наступної матриці:

	O_1	O_2	…	O_m
x_1	$u(x_1,O_1)$	$u(x_1,O_2)$	...	$u(x_1,O_m)$
x_2	$u(x_2,O_1)$	$u(x_2,O_2)$	...	$u(x_2,O_m)$
…	...	...	...	...
x_n	$u(x_n,O_1)$	$u(x_n,O_2)$	...	$u(x_n,O_m)$

Тут $u(x_i,O_j)$ – корисність результату O_j при використанні стратегії x_i.

Якщо відомі ймовірності $P(O_j \mid x_i), i=\overline{1,n}, j=\overline{1,m}$, то можливо вивести очікувану корисність для кожної стратегії:

$$E[U(x_i)] = \sum_{j=1}^{m} u(x_i,O_j)P(O_j \mid x_i), i=\overline{1,n}$$

Вочевидь, що в якості оптимальної стратегії слід обирати ту, для якої очікувана корисність максимальна.

Приклад. Визначимо можливі результати стратегій у вигляді кількості потраплянь значень в межі 4-х інтервалів [1-2], [3-4], [5-6], [7-8]:

	O1[1,2]	O2[3,4]	O3[5,6]	O4[7,8]
A1	1	1	1	0
A2	2	0	1	0
A3	0	0	1	2
A4	2	0	1	0
A5	2	0	1	0
A6	0	1	1	1
A7	2	1	0	0
A8	1	0	2	0

Обрахуємо їх ймовірності

	P(O1)	P(O2)	P(O3)	P(O4)
A1	0.33	0.33	0.33	0
A2	0.66	0	0.33	0
A3	0	0	0.33	0.66
A4	0.66	0	0.33	0
A5	0.66	0	0.33	0
A6	0	0.33	0.33	0.33
A7	0.66	0.33	0	0
A8	0.33	0	0.66	0

Визначимо очікувану корисність, використовуючи в якості корисності результатів середини інтервалів O1–O4:

$$E[U(A1)] = \sum_{j=1}^{4} u(A1, O_j)P(O_j \mid A1) = 0.33*1.5 + 0.33*3.5 + 0.33*5.5 + 0*7.5 = 3.465$$

$$E[U(A2)] = \sum_{j=1}^{4} u(A2, O_j)P(O_j \mid A2) = 0.66*1.5 + 0*3.5 + 0.33*5.5 + 0*7.5 = 2.805$$

$$E[U(A3)] = \sum_{j=1}^{4} u(A3, O_j)P(O_j \mid A3) = 0*1.5 + 0*3.5 + 0.33*5.5 + 0.66*7.5 = 6.765$$

$$E[U(A4)] = \sum_{j=1}^{4} u(A4, O_j)P(O_j \mid A4) = 0.66*1.5 + 0*3.5 + 0.33*5.5 + 0*7.5 = 2.805$$

$$E[U(A5)] = \sum_{j=1}^{4} u(A5, O_j)P(O_j \mid A5) = 0.66*1.5 + 0*3.5 + 0.33*5.5 + 0*7.5 = 2.805$$

$$E[U(A6)] = \sum_{j=1}^{4} u(A6, O_j) P(O_j \mid A6) = 0*1.5 + 0.33*3.5 + 0.33*5.5 + 0.33*7.5 = 5.445$$

$$E[U(A7)] = \sum_{j=1}^{4} u(A7, O_j) P(O_j \mid A7) = 0.66*1.5 + 0.33*3.5 + 0*5.5 + 0*7.5 = 2.145$$

$$E[U(A8)] = \sum_{j=1}^{4} u(A8, O_j) P(O_j \mid A8) = 0.33*1.5 + 0*3.5 + 0.66*5.5 + 0*7.5 = 4.125$$

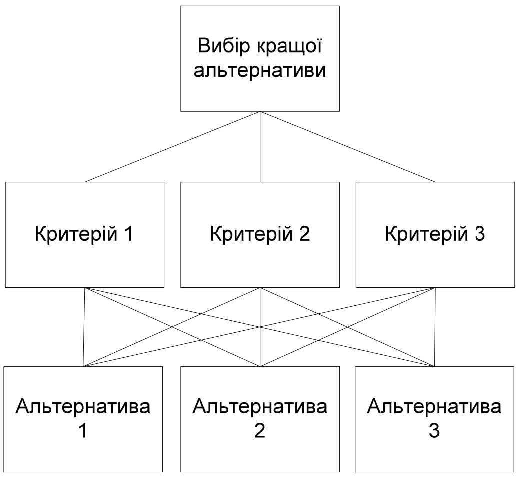
Максимальна корисність відповідає 3-й стратегії $E[U(A3)] = 6.765$.

Відповідь: A3.

ЗАДАЧА №7.

МЕТОД АНАЛІЗУ ІЄРАРХІЙ

Визначити найкращу альтернативу методом аналізу ієрархій за наданих матриць попарних порівнянь. Для оцінки використати строкові суми. Значення округляти до 2-х знаків після коми. У разі нерівності суми коефіцієнтів нормування 1, віднімати або додавати бракуючи частки до найбільшого значення.



1/2	=	0.5
1/3	=	0.33
1/4	=	0.25
1/5	=	0.2
1/6	=	0.17
1/7	=	0.14
1/8	=	0.13
1/9	=	0.11

$$Q = \begin{vmatrix} 1 & 1/4 & 1/5 \\ 4 & 1 & 3 \\ 5 & 1/3 & 1 \end{vmatrix}$$

$$Q_1 = \begin{vmatrix} 1 & 3 & 7 \\ 1/3 & 1 & 9 \\ 1/7 & 1/9 & 1 \end{vmatrix} \qquad Q_2 = \begin{vmatrix} 1 & 7 & 1/2 \\ 1/7 & 1 & 1/5 \\ 2 & 5 & 1 \end{vmatrix} \qquad Q_3 = \begin{vmatrix} 1.1 \\ 0.7 \\ 0.2 \end{vmatrix}$$

Короткі теоретичні відомості

Метод аналізу ієрархій побудований на декомпозиції складної проблеми на більш прості складові з обробкою послідовності суджень особи, що приймає рішення, за допомогою парних порівнянь і подальшим синтезом множини суджень.

Основні етапи методу аналізу ієрархій:

1. Побудувати ієрархію за рівнями: цілі, критерії, альтернативи.
2. Заповнити матрицю попарних порівнянь важливості критеріїв.
3. Заповнити матриці попарних порівнянь для альтернатив за кожним з критеріїв.
4. Обчислити вагові коефіцієнти важливості W_i для критеріїв (Q) та альтернатив w_{ij} за кожним з критеріїв (Q_i):

$$W_i = \frac{1}{\lambda_{\max}} \sum_{j=1}^{N} a_{ij}, \qquad i = 1(1)N$$

$$w_{ij} = \frac{1}{\lambda_{\max,i}} \sum_{j=1}^{N} a_{ij}, \qquad i = 1(1)N$$

де a_{ij} – елементи відповідних матриць (Q – матриця попарних порівнянь важливості критеріїв, Q_i – матриці попарних порівнянь альтернатив за кожним із критеріїв). Для спрощення обрахунків замість визначення власних значень $\lambda_{\max}$ можна використовувати строкові суми, наприклад:

$$w_{ij} = \sum_{j=1}^{N} a_{ij} \Bigg/ \sum_{i,j=1}^{N} a_{ij}, \qquad i = 1(1)N$$

5. Обчислити кількісний індикатор якості кожної альтернативи за формулою:

$$Q(a_i) = \sum_{j=1}^{N} w_{ij} W_i, \qquad i = 1(1)N$$

Найкращою вважається альтернатива з максимальним значенням $Q(a_i)$.

Приклад. Визначимо вагові коефіцієнти оцінки альтернатив з матриці попарних порівнянь для критерію 1 (Q1):

$$\begin{array}{cccccccc}
 & & & \sum_{\text{стр.}} & & \sum_{\text{норм}} & & w_{1j} \\
Q_1 & \begin{array}{|c|c|c|}\hline 1 & 3 & 7 \\ \hline 0.33 & 1 & 9 \\ \hline 0.14 & 0.11 & 1 \\ \hline\end{array} & \to & \begin{array}{|c|}\hline 11 \\ \hline 10.33 \\ \hline 1.25 \\ \hline\end{array} & \to & \begin{array}{|c|}\hline 0.49 \\ \hline 0.46 \\ \hline 0.06 \\ \hline\end{array} & \to & \begin{array}{|c|}\hline 0.48 \\ \hline 0.46 \\ \hline 0.06 \\ \hline\end{array} \\
\sum & & & 22.58 & & 1.01 & & 1.0
\end{array}$$

де $\sum_{\text{стр.}}$ – строкові суми, $\sum_{\text{норм}}$ – нормовані строкові суми, w_{1j} – вагові коефіцієнти альтернатив за критерієм 1 (Q_1) – приведені до суми, що дорівнює 1.

Аналогічно визначимо вагові коефіцієнти для Q_2, Q_3 та Q:

$$\begin{array}{cccccccc}
 & & & \sum_{\text{стр.}} & & \sum_{\text{норм}} & & w_{2j} \\
Q_2 & \begin{array}{|c|c|c|}\hline 1 & 7 & 0.5 \\ \hline 0.14 & 1 & 0.2 \\ \hline 2 & 5 & 1 \\ \hline\end{array} & \to & \begin{array}{|c|}\hline 8.5 \\ \hline 1.34 \\ \hline 8 \\ \hline\end{array} & \to & \begin{array}{|c|}\hline 0.48 \\ \hline 0.08 \\ \hline 0.45 \\ \hline\end{array} & \to & \begin{array}{|c|}\hline 0.47 \\ \hline 0.08 \\ \hline 0.45 \\ \hline\end{array} \\
\sum & & & 17.84 & & 1.01 & & 1.0
\end{array}$$

$$\begin{array}{cccccccc}
 & & & \sum_{\text{стр.}} & & \sum_{\text{норм}} & & w_{3j} \\
Q_3 & \begin{array}{|c|}\hline 1.1 \\ \hline 0.7 \\ \hline 0.2 \\ \hline\end{array} & \to & \begin{array}{|c|}\hline 1.1 \\ \hline 0.7 \\ \hline 0.2 \\ \hline\end{array} & \to & \begin{array}{|c|}\hline 0.55 \\ \hline 0.35 \\ \hline 0.1 \\ \hline\end{array} & \to & \begin{array}{|c|}\hline 0.55 \\ \hline 0.35 \\ \hline 0.1 \\ \hline\end{array} \\
\sum & & & 2 & & 1.0 & & 1.0
\end{array}$$

$$\begin{array}{cccccccc}
 & & & \sum_{\text{стр.}} & & \sum_{\text{норм}} & & W_{j} \\
Q & \begin{array}{|c|c|c|}\hline 1 & 0.25 & 0.2 \\ \hline 4 & 1 & 3 \\ \hline 5 & 0.33 & 1 \\ \hline\end{array} & \to & \begin{array}{|c|}\hline 1.45 \\ \hline 8 \\ \hline 6.33 \\ \hline\end{array} & \to & \begin{array}{|c|}\hline 0.09 \\ \hline 0.51 \\ \hline 0.4 \\ \hline\end{array} & \to & \begin{array}{|c|}\hline 0.09 \\ \hline 0.51 \\ \hline 0.4 \\ \hline\end{array} \\
\sum & & & 15.78 & & 1.0 & & 1.0
\end{array}$$

Визначимо значення кожної альтернативи, використовуючи обраховані вагові коефіцієнти:

$$
Q(A_j)\;
\begin{array}{ccc}
w_{1j} & w_{2j} & w_{3j} \\
\hline
\multicolumn{1}{|c|}{0.48} & \multicolumn{1}{c|}{0.47} & \multicolumn{1}{c|}{0.55} \\
\hline
\multicolumn{1}{|c|}{0.46} & \multicolumn{1}{c|}{0.08} & \multicolumn{1}{c|}{0.35} \\
\hline
\multicolumn{1}{|c|}{0.06} & \multicolumn{1}{c|}{0.45} & \multicolumn{1}{c|}{0.1} \\
\hline
\end{array}
\;*\;
\begin{array}{c}
W_j \\
\hline
\multicolumn{1}{|c|}{0.09} \\
\hline
\multicolumn{1}{|c|}{0.51} \\
\hline
\multicolumn{1}{|c|}{0.4} \\
\hline
\end{array}
\;=\;
\begin{array}{|l|}
\hline
0.48*0.09+0.47*0.51+0.55*0.4 \\
\hline
0.46*0.09+0.08*0.51+0.35*0.4 \\
\hline
0.06*0.09+0.45*0.51+0.1*0.4 \\
\hline
\end{array}
\;=\;
\begin{array}{|l|}
\hline
0.5 \\
\hline
0.22 \\
\hline
0.27 \\
\hline
\end{array}
$$

Максимальне значення 0.5 відповідає альтернативі A1.

Відповідь: A1.

ЗАВДАННЯ ДЛЯ САМОПЕРЕВІРКИ

ЗАДАЧА №1. ЗАДАЧА КОМІВОЯЖЕРА. МЕТОД РОЗГАЛУЖЕНЬ І ГРАНИЦЬ

Визначити найкоротший маршрут (довжину) в задачі комівояжера методом розгалужень і границь.

Задача 1.1 (Рівень: типовий)

	M1	M2	M3	M4
M1		4	8	10
M2	4		4	1
M3	8	4		14
M4	10	1	14	

Задача 1.2 (Рівень: типовий)

	M1	M2	M3	M4
M1		4	8	10
M2	4		4	3
M3	8	4		5
M4	10	3	5	

Задача 1.3 (Рівень: ускладнений)

	M1	M2	M3	M4	M5
M1		4	8	10	5
M2	4		4	1	9
M3	8	4		14	3
M4	10	1	14		7
M5	5	9	3	7	

Задача 1.4 (Рівень: ускладнений)

	M1	M2	M3	M4	M5
M1		4	8	10	5
M2	6		4	1	9
M3	5	4		14	3
M4	7	3	11		7
M5	7	8	6	4	

Задача 1.5 (Рівень: підвищеної складності)

	M1	M2	M3	M4	M5	M6	M7
M1		4	8	10	5	3	6
M2	6		4	5	9	6	4
M3	5	4		5	3	4	5
M4	7	3	11		7	3	11
M5	7	8	6	4		5	7
M6	3	4	5	2	1		4
M7	7	2	4	8	3	5	

ЗАДАЧА №2. ВИЗНАЧЕННЯ НАЙКРАЩИХ АЛЬТЕРНАТИВ ЗА ПАРЕТО ТА ЗА СЛЕЙТЕРОМ

Визначити найкращі альтернативи за Парето та за Слейтером.

Задача 2.1 (Рівень: типовий)

Критерії	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8
Q1	4	1	5	6	6	3	2	3
Q2	4	6	5	6	1	6	2	2
Q3	5	1	8	2	5	7	6	1

Задача 2.2 (Рівень: типовий)

Критерії	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8
Q1	3	4	6	4	5	8	7	7
Q2	3	2	5	3	3	7	4	5
Q3	7	2	4	4	3	5	8	8

Задача 2.3 (Рівень: ускладнений)

Критерії	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	A10	A11	A12
Q1	2	5	6	6	4	2	3	1	8	6	9	10
Q2	8	10	6	6	3	1	6	7	7	3	5	1
Q3	3	9	4	7	1	8	3	4	1	5	2	6

Задача 2.4 (Рівень: ускладнений)

Критерії	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8
Q1	5	8	2	9	1	2	7	1
Q2	7	6	2	6	7	2	1	1
Q3	3	8	4	1	3	1	1	8
Q4	2	7	7	4	1	4	1	1

Задача 2.5 (Рівень: підвищеної складності)

Критерії	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	A10	A11	A12
Q1	4	4	1	7	1	3	3	9	9	4	1	5
Q2	5	9	2	5	8	4	1	9	1	1	6	2
Q3	4	8	4	1	1	1	6	6	5	9	1	1
Q4	2	9	2	5	9	3	8	6	4	1	7	1
Q5	6	1	5	1	1	2	9	4	4	6	9	1

ЗАДАЧА №3. ЛІНІЙНА ЗГОРТКА

Визначити найкращу альтернативу за допомогою методу лінійної згортки для значень альтернатив в області критеріїв.

Задача 3.1 – (p1=0.2,p2=0.3,p3=0.5) – (Рівень: типовий)

Критерії	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8
Q1	4	1	5	6	6	3	2	3
Q2	4	6	5	6	1	6	2	2
Q3	5	1	8	2	5	7	6	1

Задача 3.2 – (p1=0.2,p2=0.3,p3=0.5) – (Рівень: типовий)

Критерії	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8
Q1	3	4	6	4	5	8	7	7
Q2	3	2	5	3	3	7	4	5
Q3	7	2	4	4	3	5	8	8

Задача 3.3 – (p1=0.2,p2=0.3,p3=0.5) – (Рівень: ускладнений)

Критерії	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	A10	A11	A12
Q1	2	5	6	6	4	2	3	1	8	6	9	10
Q2	8	10	6	6	3	1	6	7	7	3	5	1
Q3	3	9	4	7	1	8	3	4	1	5	2	6

Задача 3.4 – (p1=0.1,p2=0.6,p3=0.2,p4=0.1) – (Рівень: ускладнений)

Критерії	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8
Q1	5	8	2	9	1	2	3	1
Q2	7	6	2	6	8	2	1	1
Q3	2	4	4	1	3	1	1	8
Q4	1	7	2	4	5	4	1	1

Задача 3.5 – (p1=0.2,p2=0.2,p3=0.2,p4=0.3,p5=0.1) – (Рівень: підвищеної складності)

Критерії	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	A10	A11	A12
Q1	4	4	1	7	1	3	3	9	9	4	1	5
Q2	5	9	2	5	8	4	1	9	1	1	6	2
Q3	4	8	4	1	1	1	6	6	5	9	1	1
Q4	2	9	2	5	9	3	8	6	4	1	7	1
Q5	6	1	5	1	1	2	9	4	4	6	9	1

ЗАДАЧА №4. МЕТОД ЛЕКСИКОГРАФІЧНОЇ ОПТИМІЗАЦІЇ

Визначити найкращу альтернативу за допомогою методу лексикографічної оптимізації для значень альтернатив в області критеріїв.

Задача 4.1 – (Q1>Q2>Q3) – (Рівень: типовий)

Критерії	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8
Q1	4	1	5	6	6	3	2	3
Q2	4	6	5	6	1	6	2	2
Q3	5	1	8	2	5	7	6	1

Задача 4.2 – (Q1>Q2>Q3) – (Рівень: типовий)

Критерії	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8
Q1	3	4	6	4	5	8	7	7
Q2	3	2	5	3	3	7	4	5
Q3	7	2	4	4	3	5	8	8

Задача 4.3 – (Q1>Q2>Q3) – (Рівень: ускладнений)

Критерії	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	A10	A11	A12
Q1	2	5	6	6	4	2	3	1	8	6	9	10
Q2	8	10	6	6	3	1	6	7	7	3	5	1
Q3	3	9	4	7	1	8	3	4	1	5	2	6

Задача 4.4 – (Q2>Q1>Q4>Q3) – (Рівень: ускладнений)

Критерії	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8
Q1	5	8	2	9	1	2	3	1
Q2	7	6	2	6	8	2	1	1
Q3	2	4	4	1	3	1	1	8
Q4	1	7	2	4	5	4	1	1

Задача 4.5 – (Q4>Q5>Q1>Q2>Q3) – (Рівень: підвищеної складності)

Критерії	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	A10	A11	A12
Q1	4	4	1	7	1	3	3	9	9	4	1	5
Q2	5	9	2	5	8	4	1	9	1	1	6	2
Q3	4	8	4	1	1	1	6	6	5	9	1	1
Q4	2	9	2	5	9	3	8	6	4	1	7	1
Q5	6	1	5	1	1	2	9	4	4	6	9	1

ЗАДАЧА №5. МЕТОД ПОСЛІДОВНИХ ПОСТУПОК

Визначити найкращу альтернативу за допомогою методу послідовних поступок для значень альтернатив в області критеріїв

Задача 5.1 – ($Q1 \overset{1}{\succ} Q2 \overset{2}{\succ} Q3$) – (Рівень: типовий)

Критерії	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8
Q1	4	1	5	6	6	3	2	3
Q2	4	6	5	6	1	6	2	2
Q3	5	1	8	2	5	7	6	1

Задача 5.2 – ($Q1 \overset{1}{\succ} Q2 \overset{2}{\succ} Q3$) – (Рівень: типовий)

Критерії	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8
Q1	3	4	6	4	5	8	7	7
Q2	3	2	5	3	3	7	4	5
Q3	7	2	4	4	3	5	8	8

Задача 5.3 – ($Q3 \overset{3}{\succ} Q1 \overset{4}{\succ} Q3$) – (Рівень: ускладнений)

Критерії	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	A10	A11	A12
Q1	2	5	6	6	4	2	3	1	8	6	9	10
Q2	8	10	6	6	3	1	6	7	7	3	5	1
Q3	3	9	4	7	1	8	3	4	1	5	2	6

Задача 5.4 – ($Q2 \overset{2}{\succ} Q4 \overset{3}{\succ} Q1 \overset{1}{\succ} Q3$) – (Рівень: ускладнений)

Критерії	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8
Q1	5	8	2	9	1	2	3	1
Q2	7	6	2	6	8	2	1	1
Q3	2	4	4	1	3	1	1	8
Q4	1	7	2	4	5	4	1	1

Задача 5.5 – ($Q4 \overset{3}{\succ} Q2 \overset{3}{\succ} Q3 \overset{2}{\succ} Q5 \overset{3}{\succ} Q1$) – (Рівень: підвищеної складності)

Критерії	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	A10	A11	A12
Q1	4	4	1	7	1	3	3	9	9	4	1	5
Q2	5	9	2	5	8	4	1	9	1	1	6	2
Q3	4	8	4	1	1	1	6	6	5	9	1	1
Q4	2	9	2	5	9	3	8	6	4	1	7	1
Q5	6	1	5	1	1	2	9	4	4	6	9	1

ЗАДАЧА №6. ВИКОРИСТАННЯ ФУНКЦІЇ КОРИСНОСТІ

Визначити найкращу(-і) стратегію(-ї) (A1-AX) за допомогою функції корисності для N інтервалів, В якості значень коефіцієнтів використовувати середину інтервалів в області критеріїв

Задача 6.1 – (N=4: [1-2],[3-4],[5-6],[7-8]) – (Рівень: типовий)

Критерії	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8
Q1	4	1	5	6	6	3	2	3
Q2	4	6	5	6	1	6	2	2
Q3	5	1	8	2	5	7	6	1

Задача 6.2 – (N=4: [1-2],[3-4],[5-6],[7-8]) – (Рівень: типовий)

Критерії	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8
Q1	3	4	6	4	5	8	7	7
Q2	3	2	5	3	3	7	4	5
Q3	7	2	4	4	3	5	8	8

Задача 6.3 – (N=5: [1-2],[3-4],[5-6],[7-8],[9-10]) – (Рівень: ускладнений)

Критерії	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	A10	A11	A12
Q1	2	5	6	6	4	2	3	1	8	6	9	10
Q2	8	10	6	6	3	1	6	7	7	3	5	1
Q3	3	9	4	7	1	8	3	4	1	5	2	6

Задача 6.4 – (N=5: [1-2],[3-4],[5-6],[7-8],[9-10]) – (Рівень: ускладнений)

Критерії	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8
Q1	5	8	2	9	1	2	3	1
Q2	7	6	2	6	8	2	1	1
Q3	2	4	4	1	3	1	1	8
Q4	1	7	2	4	5	4	1	1

Задача 6.5 – (N=3: [1-3],[4-6],[7-9]) – (Рівень: підвищеної складності)

Критерії	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	A10	A11	A12
Q1	4	4	1	7	1	3	3	9	9	4	1	5
Q2	5	9	2	5	8	4	1	9	1	1	6	2
Q3	4	8	4	1	1	1	6	6	5	9	1	1
Q4	2	9	2	5	9	3	8	6	4	1	7	1
Q5	6	1	5	1	1	2	9	4	4	6	9	1

ЗАДАЧА №7. МЕТОД АНАЛІЗУ ІЄРАРХІЙ

Визначити найкращу альтернативу методом аналізу ієрархій за наданих матриць попарних порівнянь. Для оцінки використати строкові суми. Значення округляти до 2-х знаків після коми. У разі нерівності суми коефіцієнтів нормування 1, віднімати або додавати бракуючи частки до найбільшого значення.

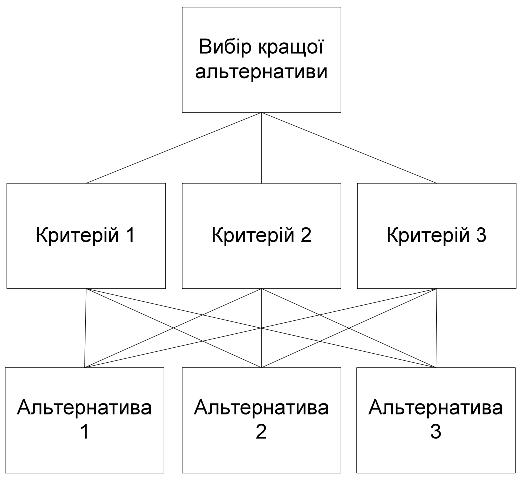


Рисунок 3 – Схема ієрархії

1/2	=	0.5
1/3	=	0.33
1/4	=	0.25
1/5	=	0.2
1/6	=	0.17
1/7	=	0.14
1/8	=	0.13
1/9	=	0.11

Задача 7.1 – (рис. 3) – (Рівень: типовий)

$$Q = \begin{vmatrix} 1 & 4 & 5 \\ 1/4 & 1 & 6 \\ 1/5 & 1/6 & 1 \end{vmatrix} \quad Q_1 = \begin{vmatrix} 1 & 7 & 1/3 \\ 1/7 & 1 & 1/3 \\ 3 & 3 & 1 \end{vmatrix} \quad Q_2 = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1/5 \\ 1 & 1 & 1/2 \\ 5 & 2 & 1 \end{vmatrix} \quad Q_3 = \begin{vmatrix} 7 \\ 4 \\ 1 \end{vmatrix}$$

Задача 7.2 – (рис. 3) – (Рівень: типовий)

$$Q = \begin{vmatrix} 1 & 1/2 & 1 \\ 2 & 1 & 1/3 \\ 1 & 3 & 1 \end{vmatrix} \quad Q_1 = \begin{vmatrix} 1 & 7 & 8 \\ 1/7 & 1 & 7 \\ 1/8 & 1/7 & 1 \end{vmatrix} \quad Q_2 = \begin{vmatrix} 1 & 3 & 9 \\ 1/3 & 1 & 3 \\ 1/9 & 1/3 & 1 \end{vmatrix} \quad Q_3 = \begin{vmatrix} 3 \\ 8 \\ 5 \end{vmatrix}$$

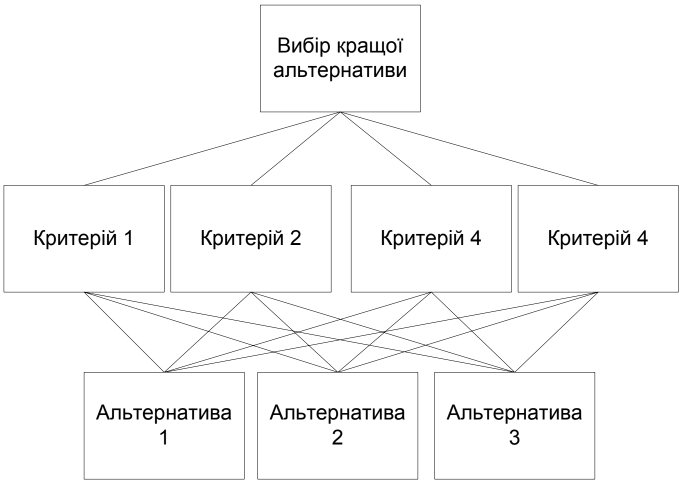


Рисунок 4 – Схема ієрархії

1/2	=	0.5
1/3	=	0.33
1/4	=	0.25
1/5	=	0.2
1/6	=	0.17
1/7	=	0.14
1/8	=	0.13
1/9	=	0.11

Задача 7.3 – (рис. 4) – (Рівень: ускладнений)

$$Q = \begin{vmatrix} 1 & 1/8 & 1 & 1/4 \\ 8 & 1 & 3 & 6 \\ 1 & 1/3 & 1 & 2 \\ 4 & 1/6 & 1/2 & 1 \end{vmatrix} \qquad Q_1 = \begin{vmatrix} 1 & 1/7 & 3 \\ 7 & 1 & 8 \\ 1/3 & 1/8 & 1 \end{vmatrix} \qquad Q_2 = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 4 \\ 1 & 1 & 8 \\ 1/4 & 1/8 & 1 \end{vmatrix}$$

$$Q_3 = \begin{vmatrix} 1 & 7 & 1/3 \\ 1/7 & 1 & 1/5 \\ 3 & 5 & 1 \end{vmatrix} \qquad Q_4 = \begin{vmatrix} 1 & 1/3 & 6 \\ 3 & 1 & 6 \\ 1/6 & 1/6 & 1 \end{vmatrix}$$

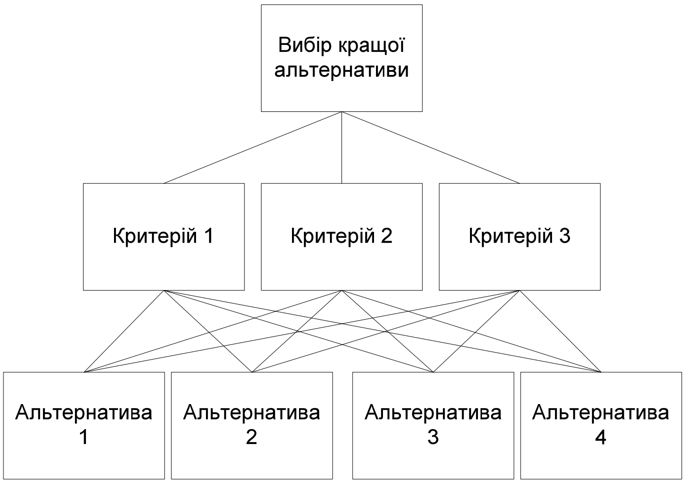


Рисунок 5 – Схема ієрархії

1/2	=	0.5
1/3	=	0.33
1/4	=	0.25
1/5	=	0.2
1/6	=	0.17
1/7	=	0.14
1/8	=	0.13
1/9	=	0.11

Задача 7.4 – (рис. 5) – (Рівень: ускладнений)

$$Q = \begin{vmatrix} 1 & 4 & 1 \\ 1/4 & 1 & 1/5 \\ 1 & 5 & 1 \end{vmatrix} \qquad Q_1 = \begin{vmatrix} 1 & 1/3 & 4 & 6 \\ 3 & 1 & 1/5 & 9 \\ 1/4 & 5 & 1 & 1/2 \\ 1/6 & 1/9 & 2 & 1 \end{vmatrix}$$

$$Q_2 = \begin{vmatrix} 1 & 1/4 & 1/7 & 3 \\ 4 & 1 & 1 & 1 \\ 7 & 1 & 1 & 1/4 \\ 1/3 & 1 & 4 & 1 \end{vmatrix} \qquad Q_3 = \begin{vmatrix} 1 & 5 & 1/3 & 1 \\ 1/5 & 1 & 5 & 1/8 \\ 3 & 1/5 & 1 & 2 \\ 1 & 8 & 1/2 & 1 \end{vmatrix}$$

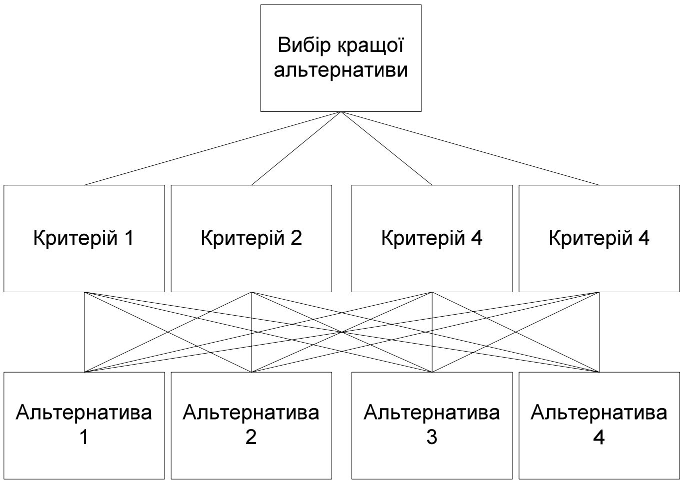


Рисунок 6 – Схема ієрархії

1/2	=	0.5
1/3	=	0.33
1/4	=	0.25
1/5	=	0.2
1/6	=	0.17
1/7	=	0.14
1/8	=	0.13
1/9	=	0.11

Задача 7.5 – (рис. 6) – (Рівень: підвищеної складності)

$$Q = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 8 & 9 \\ 1 & 1 & 8 & 3 \\ 1/8 & 1/8 & 1 & 7 \\ 1/9 & 1/3 & 1/7 & 1 \end{vmatrix}$$

$$Q_1 = \begin{vmatrix} 1 & 3 & 1/3 & 1/5 \\ 1/3 & 1 & 1/2 & 1 \\ 3 & 2 & 1 & 1/2 \\ 5 & 1 & 2 & 1 \end{vmatrix} \qquad Q_2 = \begin{vmatrix} 1 & 1/5 & 1/8 & 1/4 \\ 5 & 1 & 1/6 & 1 \\ 8 & 6 & 1 & 1/6 \\ 4 & 1 & 6 & 1 \end{vmatrix}$$

$$Q_3 = \begin{vmatrix} 1 & 6 & 1/8 & 4 \\ 1/6 & 1 & 1 & 1/3 \\ 8 & 1 & 1 & 1/5 \\ 1/4 & 3 & 5 & 1 \end{vmatrix} \qquad Q_4 = \begin{vmatrix} 1 & 5 & 1/4 & 1 \\ 1/5 & 1 & 6 & 3 \\ 4 & 1/6 & 1 & 1/8 \\ 1 & 1/3 & 8 & 1 \end{vmatrix}$$

ВІДПОВІДІ НА ЗАВДАННЯ ДЛЯ САМОПЕРЕВІРКИ

<table>
<tr><th rowspan="2">№
задачі</th><th colspan="5">№ підзадачі</th></tr>
<tr><th>1</th><th>2</th><th>3</th><th>4</th><th>5</th></tr>
<tr><td>1</td><td>23</td><td>20</td><td>23</td><td>21</td><td>24</td></tr>
<tr><td rowspan="4">2</td><td colspan="5">по Парето</td></tr>
<tr><td>A3
A4
A5
A6</td><td>A6
A8</td><td>A2
A4
A9
A11
A12</td><td>A1
A2
A4</td><td>A1
A2
A7
A8
A10
A11</td></tr>
<tr><td colspan="5">по Слейтеру</td></tr>
<tr><td>A2
A3
A4
A5
A6</td><td>A6
A7
A8</td><td>A2
A3
A4
A9
A10
A11
A12</td><td>A1
A2
A3
A4
A5
A8</td><td>A1
A2
A3
A5
A7
A8
A9
A10
A11</td></tr>
<tr><td>3</td><td>A3</td><td>A8</td><td>A2</td><td>A5</td><td>A2
A8</td></tr>
<tr><td>4</td><td>A4</td><td>A6</td><td>A12</td><td>A5</td><td>A2</td></tr>
<tr><td>5</td><td>A3</td><td>A8</td><td>A4</td><td>A2</td><td>A8</td></tr>
<tr><td>6</td><td>A3</td><td>A6
A8</td><td>A2</td><td>A2</td><td>A8</td></tr>
<tr><td>7</td><td>A3</td><td>A1</td><td>A2</td><td>A2</td><td>A4</td></tr>
</table>

СПИСОК РЕКОМЕНДОВАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Катренко А.В. Теорія прийняття рішень : підручник / Катренко А.В., Пасічник В.В., Пасько В.П. – Київ : Видавнича група BHV, 2009. – 448 с.

2. Зайченко Ю.П. Дослідження операцій / Зайченко Ю.П. – К. : Видавничий дім «Слово», 2003. – 688 с. – ISBN 966-8407-11-3.

3. Лотов А.В. Многокритериальные задачи принятия решений / Лотов А.В., Поспелова И.И. – М. : МАКС Пресс, 2008. – 197 с.

4. Саати Т. Принятие решений. Метод анализа иерархий / Саати Т. – М. : «Радио и связь», 1993. – 278 с.

5. Ладогубець В.В. Алгоритми параметричної оптимізації складних систем (курс лекцій) / Ладогубець В.В., Ладогубець Т.С., Ладогубець О.В. – К. : «Аверс», 2006. – 139 с.

6. Бартіш М.Я. Методи оптимізації. Теорія і алгоритми : Навчальний посібник / Бартіш М.Я. – Львів : Видавничий центр ЛНУ ім. Івана Франка, 2006. – 223 с.