

D. Merasionalkan Penyebut Pecahan Bentuk Akar Kuadrat

Bilangan pecahan $\frac{8}{\sqrt{6}}, \frac{6}{2+\sqrt{5}}, \frac{12}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}, \dots$ dalam matematika disebut bilangan pecahan yang belum sederhana, karena penyebut $\sqrt{6}, \sqrt{5}, \sqrt{3}$ dan $\sqrt{2}$ merupakan bilangan irasional. Untuk itu perlu diubah menjadi bilangan rasional agar menjadi bilangan pecahan yang sederhana. Proses itu disebut dengan **merasionalkan** penyebut pecahan bentuk akar. Untuk mengetahui cara merasionalkan, perhatikan contoh-contoh berikut.

1. Merasionalkan Bentuk $\frac{a}{\sqrt{b}}$

Contoh 13

Rasionalkan bentuk pecahan $\frac{6}{\sqrt{3}}$

Pembahasan

$$\begin{aligned} \frac{6}{\sqrt{3}} &= \frac{6}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} \\ &= \frac{6\sqrt{3}}{(\sqrt{3})^2} = \frac{6\sqrt{3}}{3} = 2\sqrt{3} \end{aligned}$$

Merasionalkan $\frac{a}{\sqrt{b}}$ dilakukan dengan mengalikannya dengan $\frac{\sqrt{b}}{\sqrt{b}}$ sehingga,
$$\frac{a}{\sqrt{b}} = \frac{a}{\sqrt{b}} \times \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{b}} = \frac{a\sqrt{b}}{b} \text{ dengan } b > 0$$

2. Merasionalkan Bentuk $\frac{c}{a+\sqrt{b}}$ atau $\frac{c}{a-\sqrt{b}}$

Untuk merasionalkan bentuk tersebut dilakukan dengan mengalikan pembilang dan penyebutnya dengan sekawan penyebutnya .

Bentuk $a+\sqrt{b}$ sekawannya adalah $a-\sqrt{b}$
 $a-\sqrt{b}$ sekawannya adalah $a+\sqrt{b}$
 $2+\sqrt{3}$ sekawannya adalah $2-\sqrt{3}$ dan lain sebagainya.

Contoh 15

Rasionalkan bentuk-bentuk pecahan berikut.

a. $\frac{14}{\sqrt{2}-3}$

b. $\frac{1}{3+\sqrt{5}}$

Pembahasan

Penyebut soal a) $\sqrt{2}-3$ sekawannya adalah $\sqrt{2}+3$

Penyebut soal b) $3+\sqrt{5}$ sekawannya adalah $3-\sqrt{5}$

Ingat, bahwa $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$ akan diperoleh bahwa:

$(\sqrt{2}-3)(\sqrt{2}+3) = (\sqrt{2})^2 - 3^2 = 2-9$

$(3+\sqrt{5})(3-\sqrt{5}) = 3^2 - (\sqrt{5})^2 = 9-5$

a.
$$\begin{aligned} \frac{14}{\sqrt{2}-3} &= \frac{14}{\sqrt{2}-3} \times \frac{\sqrt{2}+3}{\sqrt{2}+3} \\ &= \frac{14 \times (\sqrt{2}+3)}{2-9} \\ &= \frac{14 \times (\sqrt{2}+3)}{-7} \\ &= -2 \times (\sqrt{2}+3) \end{aligned}$$

b.
$$\begin{aligned} \frac{1}{3+\sqrt{5}} &= \frac{1}{3+\sqrt{5}} \times \frac{3-\sqrt{5}}{3-\sqrt{5}} \\ &= \frac{3-\sqrt{5}}{9-5} \\ &= \frac{3-\sqrt{5}}{4} \end{aligned}$$

- Untuk merasionalkan bentuk $\frac{c}{a+\sqrt{b}}$ dikalikan $\frac{a-\sqrt{b}}{a-\sqrt{b}}$ sehingga menjadi
$$\frac{c}{a+\sqrt{b}} = \frac{c}{a+\sqrt{b}} \times \frac{a-\sqrt{b}}{a-\sqrt{b}} = \frac{c(a-\sqrt{b})}{a^2-b}$$
- Untuk merasionalkan bentuk $\frac{c}{a-\sqrt{b}}$ dikalikan $\frac{a+\sqrt{b}}{a+\sqrt{b}}$ sehingga menjadi
$$\frac{c}{a-\sqrt{b}} = \frac{c}{a-\sqrt{b}} \times \frac{a+\sqrt{b}}{a+\sqrt{b}} = \frac{c(a+\sqrt{b})}{a^2-b}, \text{ dengan } a > 0, b > 0 \text{ dan } a^2 \neq b$$

E. Merasionalkan Bentuk $\frac{c}{\sqrt{a} + \sqrt{b}}$ atau $\frac{c}{\sqrt{a} - \sqrt{b}}$

Contoh 16

Sederhanakan bentuk $\frac{2}{\sqrt{3} + \sqrt{5}}$

Pembahasan

Untuk merasionalkan $\frac{2}{\sqrt{3} + \sqrt{5}}$ dikalikan dengan sekawan penyebut yaitu $\sqrt{3} - \sqrt{5}$ sehingga menjadi

$$\begin{aligned} \frac{2}{\sqrt{3} + \sqrt{5}} &= \frac{2}{\sqrt{3} + \sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{3} - \sqrt{5}}{\sqrt{3} - \sqrt{5}} \\ &= \frac{2(\sqrt{3} - \sqrt{5})}{3 - 5} \\ &= \frac{2(\sqrt{3} - \sqrt{5})}{-2} \\ &= -(\sqrt{3} - \sqrt{5}) \\ &= -\sqrt{3} + \sqrt{5} \end{aligned}$$

- Untuk merasionalkan bentuk $\frac{c}{\sqrt{a} + \sqrt{b}}$ pembilang dan penyebut dikalikan dengan $(\sqrt{a} - \sqrt{b})$ menjadi:

$$\frac{c}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} = \frac{c}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} \times \frac{\sqrt{a} - \sqrt{b}}{\sqrt{a} - \sqrt{b}} = \frac{c(\sqrt{a} - \sqrt{b})}{a - b}$$

- 2. Untuk merasionalkan bentuk $\frac{c}{\sqrt{a} - \sqrt{b}}$ pembilang dan penyebut dikalikan dengan $(\sqrt{a} + \sqrt{b})$ menjadi:

$$\frac{c}{\sqrt{a} - \sqrt{b}} = \frac{c}{\sqrt{a} - \sqrt{b}} \times \frac{\sqrt{a} + \sqrt{b}}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} = \frac{c(\sqrt{a} + \sqrt{b})}{a - b}$$

dengan $a > 0$ $b > 0$ dan $a \neq b$

Latihan 5

Rasionalkan penyebut pecahan berikut

1. $\frac{2}{\sqrt{5}} = \frac{2}{\sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots}$
2. $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = \dots\dots\dots$
3. $\frac{-12}{\sqrt{6}} = \dots\dots\dots$
4. $\sqrt{3\frac{1}{2}} = \dots\dots\dots$
5. $\frac{2}{2 + \sqrt{2}} = \frac{2}{2 + \sqrt{2}} \times \frac{2 - \sqrt{2}}{2 - \sqrt{2}} = \frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots} = \frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots} = \frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots}$
6. $\frac{8}{3 + \sqrt{5}} = \frac{8}{3 + \sqrt{5}} \times \frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots} = \dots\dots\dots$
7. $\frac{1}{1 - \sqrt{2}} = \frac{1}{1 - \sqrt{2}} \times \frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots} = \dots\dots\dots$
8. $\frac{14}{4 + \sqrt{3}} = \dots\dots\dots$
9. $\frac{12}{\sqrt{6} + \sqrt{3}} = \dots\dots\dots$
10. $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2} - \sqrt{3}} = \dots\dots\dots$