

Группа Р3207

К работе допущен _____

Студент Батманов Даниил Е.

Работа выполнена _____

Преподаватель Коробков Максим П.

Отчет принят _____

Рабочий протокол и отчет по лабораторной работе №1.09

Определение момента инерции методом крутильных колебаний

1. Цель работы.

Определение момента инерции различных твёрдых тел методом крутильных колебаний. Проверка справедливости теоремы Гюйгенса-Штейнера.

2. Задачи, решаемые при выполнении работы.

- Измерение коэффициента угловой жесткости спиральной пружины;
- Прямые измерения периодов крутильных колебаний тел различной формы;
- Расчёт моментов инерции объектов измерения и сравнение их с теоретическими значениями.

3. Объект исследования.

Тела различной формы (диск, шар, цилиндр и т.п.), которые периодически изменяют своё угловое положение относительно некоторой неподвижной оси под действием упругих сил.

4. Метод экспериментального исследования.

Многократное прямое измерение времени 3 полных колебаний тел в различном положении относительно оси вращения. Многократное косвенное измерение силы действия штанги на крюк динамометра.

5. Рабочие формулы и исходные данные.

$I = \frac{kT^2}{4\pi^2}$ – момент инерции различных тел;

$\langle M(\varphi) \rangle = \frac{1}{3} \sum_{i=1}^3 F_i(\varphi) r_i(\varphi)$ – среднее значение момента силы для углов закручивания пружины;

$\Delta I_{rod} = I_{rod} \sqrt{\left(\frac{\Delta k}{k}\right)^2 + \left(\frac{2\Delta T}{T}\right)^2}$ – погрешность собственного центрального момента инерции;

$\Delta T = \frac{T_{max} - T_{min}}{2}$ – погрешность периода колебаний;

$\alpha = \frac{8\pi^2 m}{k}$ – угловой коэффициент для нахождения квадрата периода колебаний тел;

$T_0^2 = \frac{4\pi^2}{k} (I_{rod} + 2I_c)$ – свободный коэффициент для нахождения квадрата колебаний тел;

$I_c = m\left(\frac{r^2}{4} + \frac{h^2}{12}\right)$ – теоретическое значение центрального момента инерции.

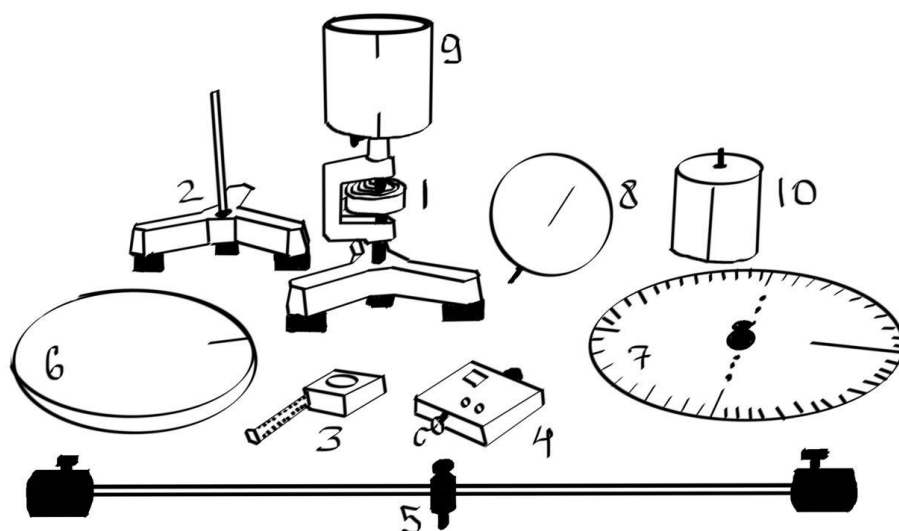
6. Измерительные приборы.

№ п/п	Наименование	Тип прибора	Используемый диапазон	Погрешность прибора
-------	--------------	-------------	-----------------------	---------------------

1	Рулетка	Аналоговый	0 – 2 м	$\pm 0,001$ м
2	Динамометр	Цифровой	–50 – 50 Н	$\pm 0,01$ Н
3	Секундомер	Цифровой	0 – 25 с	$\pm 0,01$ с
4	Весы	Цифровой	0 – 4000 г	$\pm 0,001$ кг

7. Схема установки (перечень схем, которые составляют Приложение 1).

Рисунок 1 – Схема установки



- 1) Штатив со спиральной пружиной
- 2) Штатив для крепления электронного динамометра
- 3) Рулетка
- 4) Электронный динамометр
- 5) Штанга с двумя подвижными грузами
- 6) Сплошной диск
- 7) Диск с отверстиями
- 8) Шар
- 9) Полый цилиндр
- 10) Сплошной цилиндр

8. Результаты прямых измерений и их обработки (таблицы, примеры расчетов).

Таблицы №1-5 –

<https://docs.google.com/spreadsheets/d/1CcTfnpT2DnIMyLpTMHKM3k1bmKzXjVkJZPDkiJS22FJA/edit#gid=0>

$$\langle M(\frac{3\pi}{2}) \rangle = \text{ОКРУГЛ}\left(\frac{1}{3} * (\text{СУММ}(A4 * B4; A5 * B5; A6 * B6)); 2\right) = 0,11 \text{ Н} * \text{м}$$

$$L^2 = A16 * A16 = 0,0729 \text{ м}^2$$

$$\langle T \rangle^2 = \text{ОКРУГЛ}(\text{СРЗНАЧ}(B16:D16) * \text{СРЗНАЧ}(B16:D16); 2) = 62,09 \text{ с}^2$$

$$I = \text{ОКРУГЛ}\left(\frac{\$G\$42 * E35 * E35}{4 * \text{ПИ}(\) * \text{ПИ}(\)}; 5\right) = 0,00148 \text{ кг} * \text{м}^2$$

$$I_T = \text{ОКРУГЛ}\left(\frac{K17 * (\frac{L17}{2}) * (\frac{L17}{2})}{2}; 5\right) = 0,00174 \text{ кг} * \text{м}^2 \text{ (сплошной диск)}$$

9. Расчет результатов косвенных измерений (таблицы, примеры расчетов).

Таблица №6: МНК для k –

<https://docs.google.com/spreadsheets/d/1CcTfnpT2DnIMyLpTMHKM3k1bmKzXjVkJZPDkiJS22FJA/edit#gid=0>

$$k = \text{ОКРУГЛ}\left(\frac{6 * D49 - B49 * C49}{6 * E49 - (B49 * B49)}; 4\right) = 0,0223 \text{ Н} * \text{м}$$

$$I_{rod} = \frac{kT^2}{4\pi^2} = \frac{0,0223 * 2,56^2}{4\pi^2} = 0,0037 \text{ кг} * \text{м}^2$$

$$I_{rod}(\text{теор}) = \frac{ml^2}{12} = \frac{0,134 * 0,6^2}{12} = 0,00402 \text{ кг} * \text{м}^2$$

Таблица №8 (вычисления для таблицы №2) –

<https://docs.google.com/spreadsheets/d/1CcTfnpT2DnIMyLpTMHKM3k1bmKzXjVkJZPDkiJS22FJA/edit#gid=0>

$$a = \frac{8 * \text{ПИ}(\) * \text{ПИ}(\) * (K14)}{G42} = 807,27$$

$$T_0^2 = \left(\frac{4 * \pi * \pi}{G42} \right) * (0,0004 + 0,0037) = 7,26$$

$$m = \frac{ak}{8\pi^2} = \frac{807,27 * 0,0223}{8\pi^2} = 0,228 \text{ кг} (m_T = 0,228 \text{ кг})$$

$$I_c = \frac{\left(T_0^2 - \frac{4\pi^2 I_{rod}}{k} \right) k}{8\pi^2} = \frac{\left(7,26 - \frac{4\pi^2 * 0,0037}{0,0223} \right) 0,0223}{8\pi^2} = 0,000033 \text{ кг} * \text{м}^2$$

$$I_{c(T)} = m \left(\frac{r^2}{4} + \frac{h^2}{12} \right) = 0,228 \left(\frac{(0,015)^2}{4} + \frac{0,04^2}{12} \right) = 0,000043 \text{ кг} * \text{м}^2$$

Таблица №9 (вычисления для таблицы №3) –

<https://docs.google.com/spreadsheets/d/1CcTfpnT2DnIMyLpTMHKM3k1bmkzXjVkJZPDkiJS22FJA/edit#gid=0>

$$a = (8 * \pi * \pi) * \pi / G42 = 708,13$$

$$T_0^2 = (4 * \pi * \pi) / G42 * (0,0004 + 0,0036) = 7,08$$

$$m = \frac{ak}{4\pi^2} = \frac{708,13 * 0,0223}{4\pi^2} = 0,3(9) \text{ кг} (m_T = 0,4 \text{ кг})$$

$$I_c = \frac{T_0^2 k}{4\pi^2} = \frac{7,08 * 0,0223}{4\pi^2} = 0,004 \text{ кг} * \text{м}^2$$

$$I_{c(T)} = \frac{mr^2}{2} = \frac{0,4 * 0,15^2}{2} = 0,0045 \text{ кг} * \text{м}^2$$

10. Расчет погрешностей измерений (для прямых и косвенных измерений).

Таблица №7: Δk –

<https://docs.google.com/spreadsheets/d/1CcTfpnT2DnIMyLpTMHKM3k1bmkzXjVkJZPDkiJS22FJA/edit#gid=0>

$$\Delta k = \text{ОКРУГЛ} \left(\left(\frac{6}{6-2} \right) * (J49 - K49 * K49 - G42 * G42 * (L49 - (M49 * M49))) ; 7 \right) = 0,0000058 \text{ Н} * \text{м}$$

$$\Delta I_{rod} = I_{rod} \sqrt{\left(\frac{\Delta k}{k} \right)^2 + \left(\frac{2\Delta T}{T} \right)^2} = 0,0037 \sqrt{\left(\frac{0,0024}{0,0223} \right)^2 + \left(\frac{2 \frac{2,57 - 2,53}{2}}{2,56} \right)^2} = 0,0004 \text{ кг} * \text{м}^2$$

11. Графики (перечень графиков, которые составляют Приложение 2).

График №1: График зависимости момента силы от угла закручивания пружины –

<https://www.desmos.com/calculator/qvx0ahyxug?lang=ru>

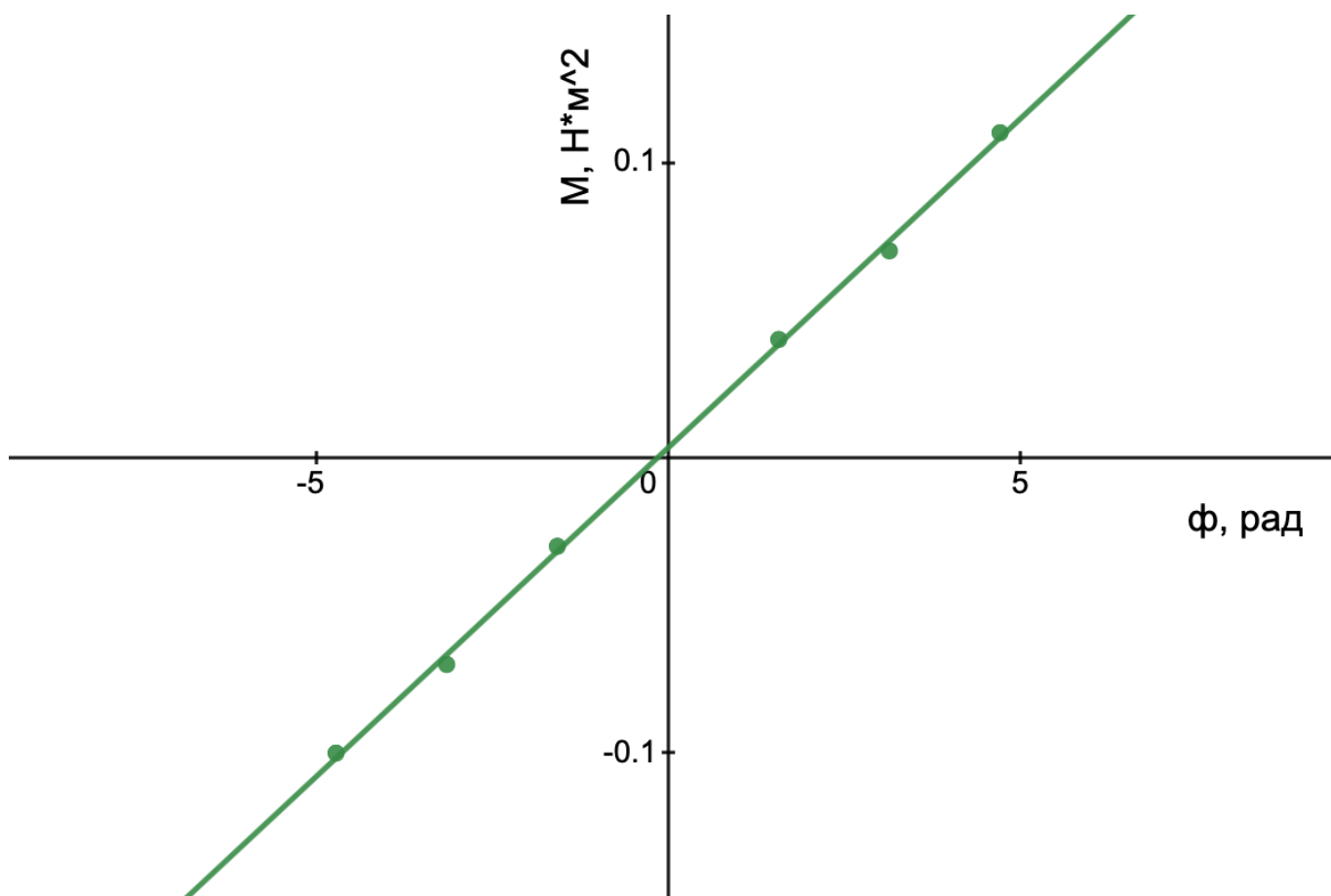


График №2: Зависимость квадрата периода колебаний от квадрата расстояния (штанга с грузами) – <https://www.desmos.com/calculator/5bw8qx6mwm?lang=ru>

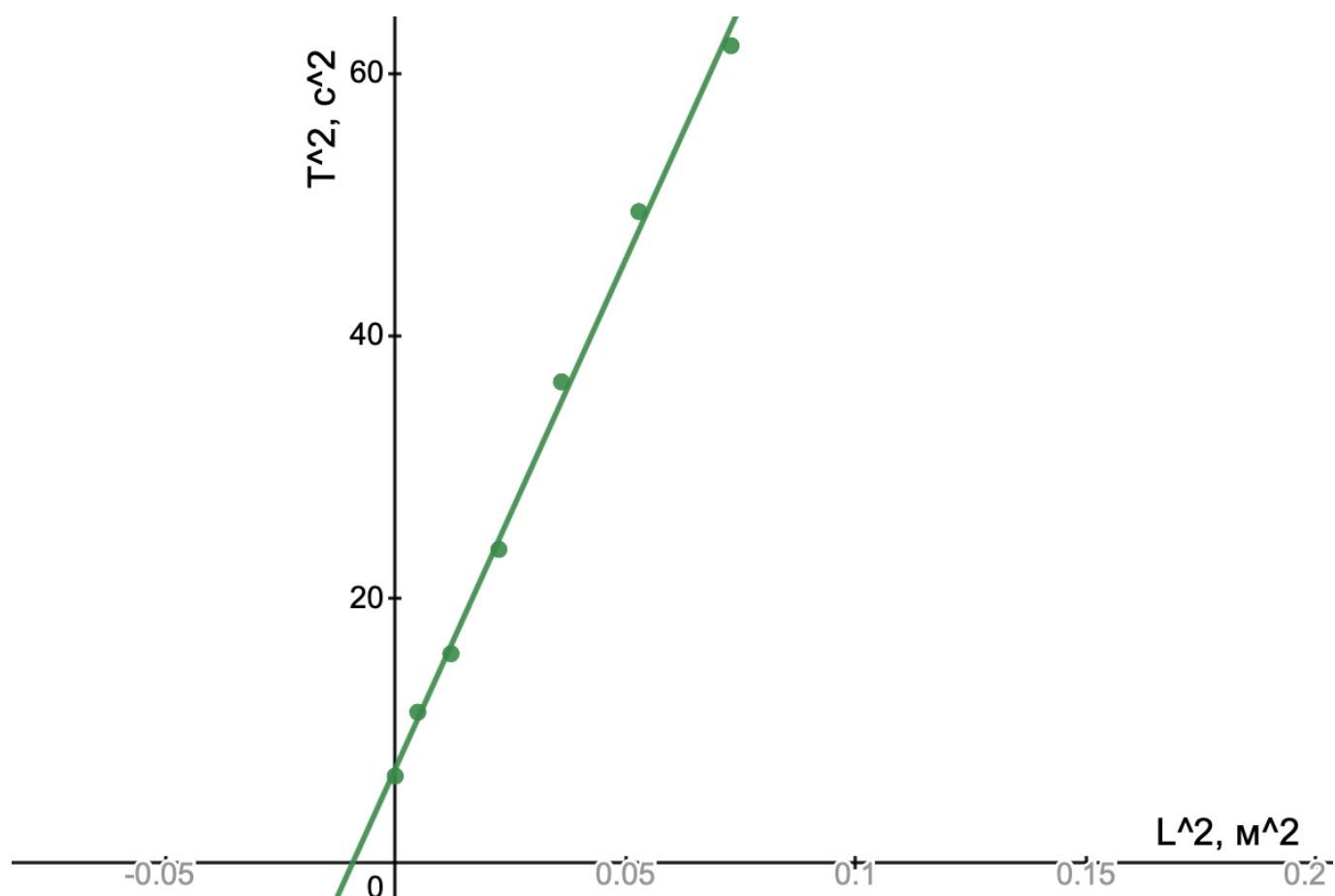
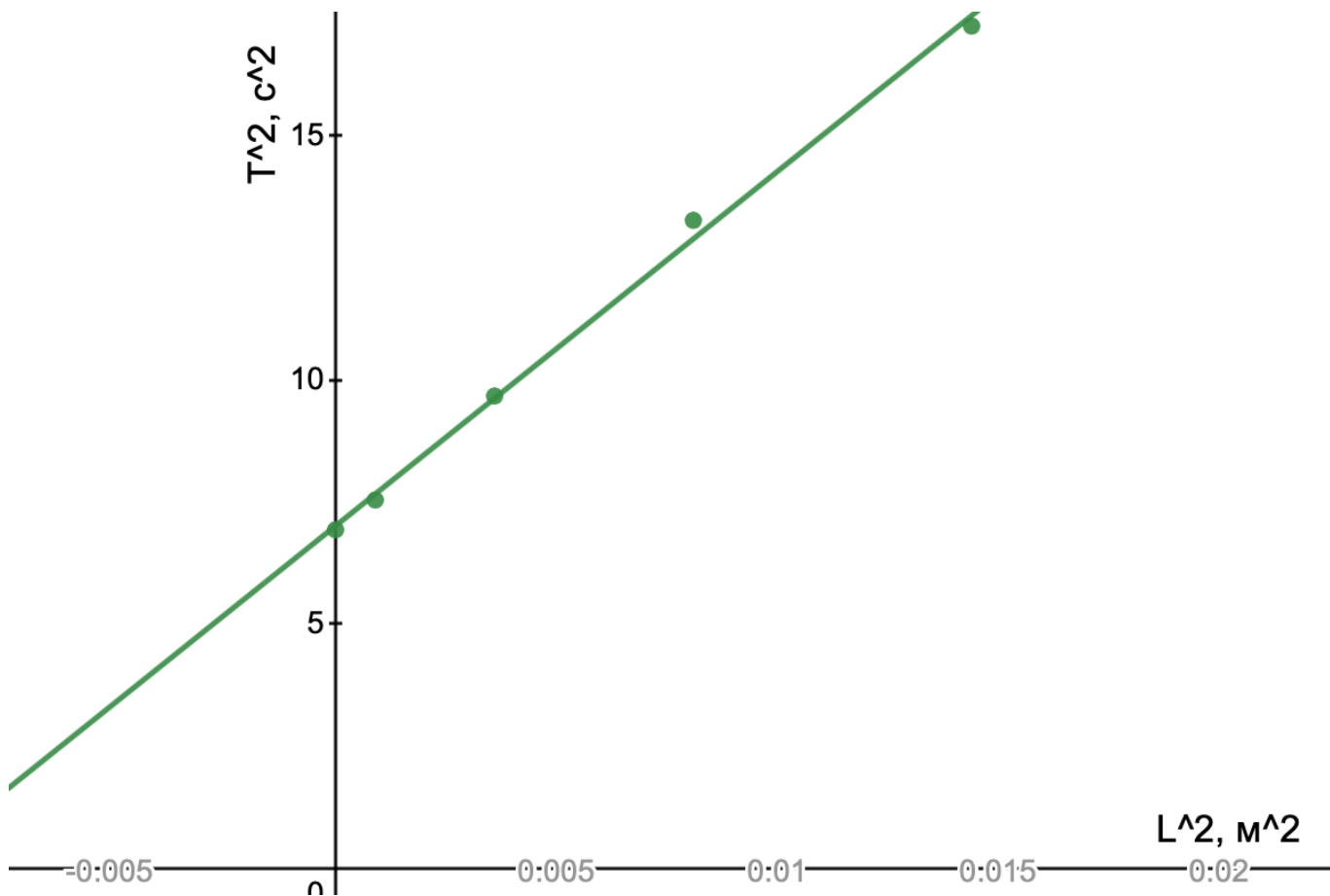


График №3: Зависимость квадрата периода колебаний от квадрата расстояния (диск с отверстиями) – <https://www.desmos.com/calculator/ybffsidakz?lang=ru>



12. Окончательные результаты.

$$k = 0,0223 \text{ Н} \cdot \text{м}$$

Штанга:

$$I_{rod} = 0,0037 \pm 0,0004 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$$

$$I_{rod(\text{теор})} = 0,00402 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$$

Грузик:

$$m = 0,228 \text{ кг} (m_T = 0,228 \text{ кг})$$

$$I_c = 0,000033 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$$

$$I_{c(T)} = 0,000043 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$$

Диск с отверстиями:

$$m = 0,3(9) \text{ кг} (m_T = 0,4 \text{ кг})$$

$$I_c = 0,004 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$$

$$I_{c(T)} = 0,0045 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$$

Сплошной диск:

$$I_c = 0,00148 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$$

$$I_{c(T)} = 0,00174 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$$

Полый цилиндр:

$$I_c = 0,00073 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$$

$$I_{c(T)} = 0,00106 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$$

Сплошной цилиндр:

$$I_c = 0,00039 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$$

$$I_{c(T)} = 0,00048 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$$

Шар:

$$I_c = 0,00137 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$$

$$I_{c(T)} = 0,00181 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$$

13. Выводы и анализ результатов работы.

В ходе выполнения лабораторной работы удалось сделать вывод, что упругие свойства спиральной пружины имеют линейный характер (что доказывают графики), а уже это значит, что момент инерции тела относительно любой оси вращения равен его моменту инерции относительно параллельной оси, что озвучивает теорема Гюйгенса-Штейнера.