

Группа Р3207

К работе допущен _____

Студент Батманов Даниил Е.

Работа выполнена _____

Преподаватель Коробков Максим П.

Отчет принят _____

Рабочий протокол и отчет по лабораторной работе №1.01

Исследование распределения случайной величины

1. Цель работы.

Исследовать закон распределения случайной величины. Вычислить среднее значение и дисперсию случайной величины, полученной в результате многократных измерений определённого интервала времени.

2. Задачи, решаемые при выполнении работы.

- Закрепить клетку кролика, подготовить секундомер и тетрадку с ручкой для фиксации интервалов времени.
- Провести многократные измерения интервала времени между подъёмами передних лап подопытным кроликом;
- Построить гистограмму распределения результатов измерения;
- Вычислить среднее значение и дисперсию полученной выборки;
- Сравнить гистограмму с графиком функции Гаусса с такими же, как и у экспериментального распределения средним значением и дисперсией.

3. Объект исследования.

Случайная величина, полученная в результате измерения интервала времени между подъёмами передних лап подопытным кроликом.

4. Метод экспериментального исследования.

Многократное прямое измерение интервала времени, фиксация результатов в таблице.

5. Рабочие формулы и исходные данные.

$\langle t \rangle_N = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N t_i$ – среднее арифметическое всех результатов измерений;

$\sigma_N = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (t_i - \langle t \rangle_N)^2}$ – выборочное среднеквадратичное отклонение;

$\sigma_{\langle t \rangle} = \sqrt{\frac{1}{N(N-1)} \sum_{i=1}^N (t_i - \langle t \rangle_N)^2}$ – среднеквадратичное отклонение среднего значения;

$\rho_{max} = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}}$ – максимальное значение плотности распределения;

$\rho(t) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(t - \langle t \rangle_N)^2}{2\sigma^2}}$ – нормальное распределение, описываемое функцией Гаусса;

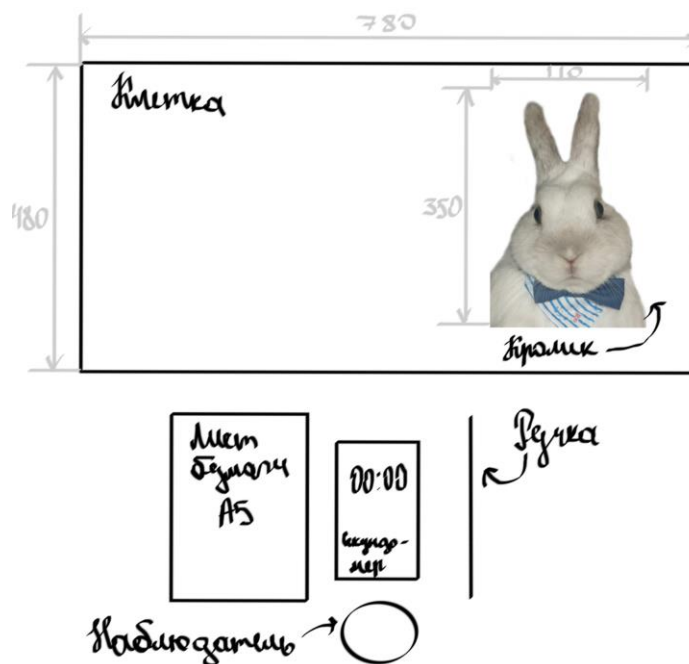
$\Delta t = t_{\alpha, N} \sigma_{\langle t \rangle_N}$ – доверительный интервал.

6. Измерительные приборы.

№ п/п	Наименование	Тип прибора	Используемый диапазон	Погрешность прибора
1	Секундомер (IOS)	Цифровой	0 – 1,167682e9 с	0,005 с

7. Схема установки (перечень схем, которые составляют Приложение 1).

Рисунок 1 – Схема установки



8. Результаты прямых измерений и их обработки (таблицы, примеры расчетов).

Таблица 1. Результаты прямых измерений.

* Значения большие 73,98 обозначим за промахи. Выделим их жёлтым цветом.

№	t_i, c	$t_i - \langle t \rangle_N, c$	$(t_i - \langle t \rangle_N)^2, c^2$
1	17,51	9,28	86,1184
2	5,16	-3,07	9,4249
3	19,47	11,24	126,3376
4	5,71	-2,52	6,3504
5	23,17	14,94	223,2036
6	18,19	9,96	99,2016
7	4,74	-3,49	12,1801
8	3,86	-4,37	19,0969
9	16,52	8,29	68,7241
10	0,53	-7,7	59,29
11	0,42	-7,81	60,9961
12	13,64	5,41	29,2681
13	75,5		
14	4,74	-3,49	12,1801
15	146,61		
16	204,17		
17	278,75		
18	0,76	-7,47	55,8009
19	1,41	-6,82	46,5124
20	2,13	-6,1	37,21
21	0,33	-7,9	62,41
22	0,17	-8,06	64,9636
23	0,28	-7,95	63,2025
24	0,17	-8,06	64,9636

25	0,96	-7,27	52,8529
26	6,1	-2,13	4,5369
27	4,17	-4,06	16,4836
28	12,21	3,98	15,8404
29	7,24	-0,99	0,9801
30	0,15	-8,08	65,2864
31	0,6	-7,63	58,2169
32	4,8	-3,43	11,7649
33	5,8	-2,43	5,9049
34	16,11	7,88	62,0944
35	29,01	20,78	431,8084
36	20,77	12,54	157,2516
37	2,23	-6	36
38	517,19		
39	4,62	-3,61	13,0321
40	204,77		
41	1,23	-7	49
42	0,76	-7,47	55,8009
43	3,14	-5,09	25,9081
44	50,55	42,32	1790,9824
45	1,13	-7,1	50,41
46	30,01	21,78	474,3684
47	0,16	-8,07	65,1249
48	21,31	13,08	171,0864
49	0,12	-8,11	65,7721
50	0,14	-8,09	65,4481
	$\langle t \rangle_N \approx 8,23 \text{ c}$	$\sum_{i=1}^N (t_i - \langle t \rangle_N) = 0,11 \text{ c}$	$\sigma_N \approx 10,61 \text{ c}$ $\rho_{\max} \approx 0,0376 \text{ c}^{-1}$

Ссылка на таблицу 1 в Google Spreadsheets:

<https://docs.google.com/spreadsheets/d/1N7RBE3a6vTUrbNYneX0yzQKU33Zzl4nIrJ9g2jCfpU/edit?usp=sharing>

$$\langle t \rangle_N = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N t_i = \text{“=ОКРУГЛ(СРЗНАЧ(B2:B45); 2)” c}$$

$$\sum_{i=1}^N (t_i - \langle t \rangle_N) = \text{“=СУММ(C2:C45)” c}$$

$$\sigma_N = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (t_i - \langle t \rangle_N)^2} = \text{“=ОКРУГЛ(СТЕПЕНЬ(1/44 * СУММ(D2:D45); 1/2); 2)” c}$$

$$\rho_{\max} = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} = \text{“=ОКРУГЛ(1 / (D46 * СТЕПЕНЬ(2 * ПИ(); 1/2)); 4)” c}^{-1}$$

9. Расчет результатов косвенных измерений (таблицы, примеры расчетов).

Таблица 2. Данные для построения гистограммы.

Границы интервалов, с	ΔN	$\frac{\Delta N}{N \Delta t}, \text{c}^{-1}$	t, с	$\rho(t), \text{c}^{-1}$
0,12	31	$\approx 0,098$	3,72	$\approx 0,034$
7,32				
7,32	2	$\approx 0,006$	10,92	$\approx 0,036$
14,52				
14,52	7	$\approx 0,022$	18,12	$\approx 0,024$
21,72				
21,72	1	$\approx 0,003$	25,32	$\approx 0,01$
28,92				
28,92	2	$\approx 0,006$	32,52	$\approx 0,0027$
36,12				
36,12	0	0	39,72	$\approx 0,0004$
43,32				
43,32	1	$\approx 0,003$	46,935	$\approx 0,00005$
50,55				

Таблица 3. Стандартные доверительные интервалы.

	Интервал, с		ΔN	$\frac{\Delta N}{N}$	Р
	от	до			
$t \in [\langle t \rangle_N - \sigma, \langle t \rangle_N + \sigma]$	-2,38	18,84	37	0,84	$\cong 0,683$
$t \in [\langle t \rangle_N - 2\sigma, \langle t \rangle_N + 2\sigma]$	-12,99	29,45	42	0,954	$\cong 0,954$
$t \in [\langle t \rangle_N - 3\sigma, \langle t \rangle_N + 3\sigma]$	-23,61	40,06	43	0,98	$\cong 0,997$

$$t_{min} = 0,12 \text{ с}$$

$$t_{max} = 50,55 \text{ с}$$

$$\sqrt{N} \approx 7 \Rightarrow \Delta t = \frac{50,55 - 0,12}{7} \approx 7,2 \text{ с}$$

$$\frac{\Delta N}{N \Delta t} = \frac{31}{44 * 7,2} \approx 0,098$$

$$\rho(3,72) = \frac{1}{10,61 * \sqrt{2\pi}} e^{\left(\frac{(3,72 - 8,23)^2}{2 * 10,61^2} \right)} \approx 0,034 \text{ с}^{-1}$$

10. Расчет погрешностей измерений (для прямых и косвенных измерений).

$$\sigma_{(t)} = \sqrt{\frac{1}{44 * 43} \sum_{i=1}^{44} (t_i - 8,23)^2} = 2,6 \text{ с} - \text{среднеквадратичное отклонение среднего значения};$$

$\Delta t = t_{\alpha, N} \sigma_{(t)N} = 2,01 * 2,6 = 5,226$ – доверительный интервал для измеряемого в работе промежутка длины.

11. Графики (перечень графиков, которые составляют Приложение 2).

График 1. Гистограмма и функция Гаусса (построено при помощи MS Word и MS Excel).

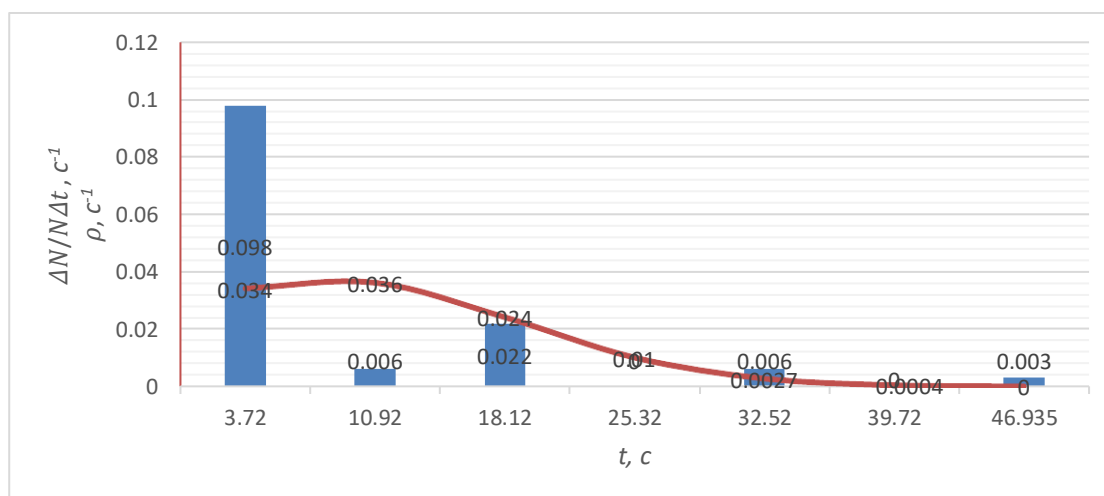
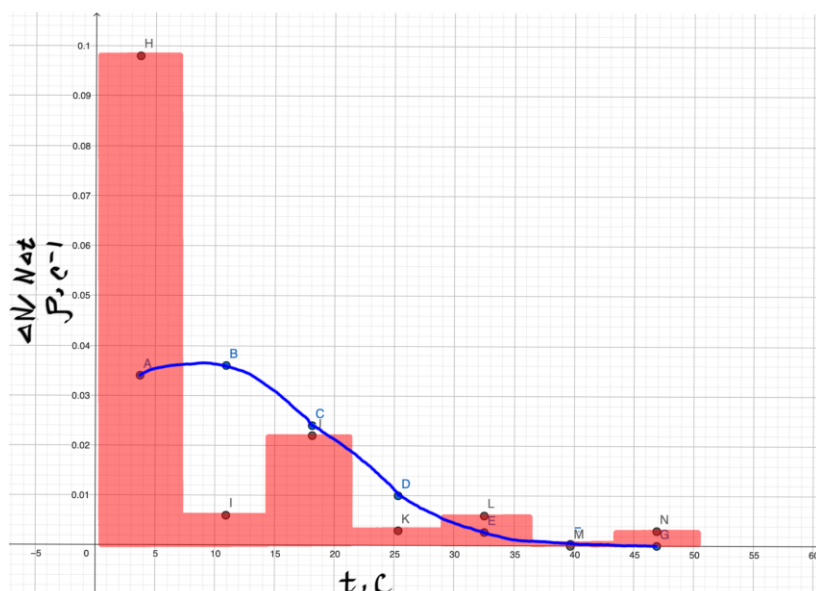


График 2. Альтернативная гистограмма и функция Гаусса (построено при помощи Geogebra и SketchBook).



12. Окончательные результаты.

$\langle t \rangle_N = 8,23 \text{ с}$ – среднее арифметическое всех результатов измерений;
 $\sigma_N = 10,61 \text{ с}$ – выборочное среднеквадратичное отклонение;
 $\sigma_{\langle t \rangle} = 2,6 \text{ с}$ – среднеквадратичное отклонение среднего значения;
 $\rho_{max} = 0,0376 \text{ с}^{-1}$ – максимальное значение плотности распределения;
 $t_{\alpha, N} = 2,01 \text{ с}$ – коэффициент Стьюдента, при $\alpha = 0,95$;
 $\Delta t = 5,226$ – доверительный интервал.

13. Выводы и анализ результатов работы.

В результате работы, получилось исследовать закон распределения случайной величины, путём вычисления характеристик случайной величины. Также получилось собрать набор случайных величин, путём наблюдения. Сравнив гистограмму с графиком функции Гаусса, удалось разглядеть сходство, а также понять, что при большей выборке данных и уменьшении Δt , сходство было бы ещё заметнее. Объяснить перевес в сторону интервала с меньшим средним значением времени можно тем, что кролик при копании и перемещении быстро поднимает лапки, а если он лежит или занимается какими-либо другими делами, то делает это сильно реже. Эту зависимость легко заметить на графике. Более того, я научился вычислять характеристики случайной величины и анализировать их.

14. Дополнительные задания.

15. Выполнение дополнительных заданий.

16. Замечания преподавателя (*исправления, вызванные замечаниями преподавателя, также помещают в этот пункт*).