

MAT 1105 B

EJERCICIOS RESUELTOS

Ecuaciones No Lineales



1. De la siguiente ecuación:

$$f(x) = x^3 - 10x - 5$$

Despejando x , se tienen las siguientes ecuaciones de la forma $x = g(x)$:

$$\text{a) } x = \sqrt[3]{10x + 5} \quad \text{b) } x = \frac{10x+5}{x^2}$$

Calcule la raíz por el método de punto fijo, tomando en cuenta el criterio $|g'(x)| < 1$ y el valor inicial $x_0 = 1$, en ambos casos, y determinar cual ecuación converge a una raíz de $f(x)$.

Solución

a) De la ecuación: $g(x) = \sqrt[3]{10x + 5}$ se obtiene la derivada:

$$|g'(x)| = \left| \frac{10}{3\sqrt[3]{(10x + 5)^2}} \right|$$

1ra. Iteración

Utilizando el valor inicial $x_0 = 1$, se tienen los siguientes valores:

$$x_1 = \sqrt[3]{10x_0 + 5} = \sqrt[3]{10(1) + 5} = 2.46621$$
$$\text{error} = |x_1 - x_0| = |2.46621 - 1| = 1.46221$$

Como el error aun es relativamente grande se tendrá que realizar otra iteración.

$$|g'(x_1)| = \left| \frac{10}{3\sqrt[3]{(10x_1 + 5)^2}} \right| = \left| \frac{10}{3\sqrt[3]{(10(1) + 5)^2}} \right| = 1.07682 \approx 1$$

El resultado del criterio de convergencia está muy cercano a 1 por lo que se puede decir que el método converge a un resultado pero que por el momento será lentamente.

2da. Iteración

$$x_2 = \sqrt[3]{10x_1 + 5} = \sqrt[3]{10(2.46621) + 5} = 3.09552$$
$$\text{error} = |x_2 - x_1| = |3.09552 - 2.46621| = 0.62931$$

$$|g'(x_2)| = \left| \frac{10}{3^3 \sqrt{(10x_2 + 5)^2}} \right| = \left| \frac{10}{3^3 \sqrt{(10(3.09552) + 5)^2}} \right| = 1.00993 \approx 1$$

3ra. Iteración

$$x_3 = \sqrt[3]{10x_2 + 5} = \sqrt[3]{10(3.09552) + 5} = 3.30056$$

$$error = |x_3 - x_2| = |3.30056 - 3.09552| = 0.20503$$

$$|g'(x_3)| = \left| \frac{10}{3^3 \sqrt{(10x_3 + 5)^2}} \right| = \left| \frac{10}{3^3 \sqrt{(10(3.30056) + 5)^2}} \right| = 0.99143 < 1$$

Los valores de las próximas iteraciones se muestran en la siguiente tabla:

i	x_i	$ g'(x_i) $	$ x_i - x_{i-1} $
0	1,00000		
1	2,46621	1,07682	1,46621
2	3,09552	1,00993	0,62931
3	3,30056	0,99143	0,20503
4	3,36214	0,98613	0,06158
5	3,38020	0,98460	0,01806
6	3,38546	0,98416	0,00526
7	3,38699	0,98403	0,00153
8	3,38744	0,98399	0,00044
9	3,38757	0,98398	0,00013
10	3.38760	0.98398	0.00004

Respuesta:

La raíz de la ecuación es la siguiente:

$$x_{10} = 3.38760$$

$$error = 4 \cdot 10^{-5}$$

- b) De la ecuación: $g(x) = \frac{10x+5}{x^2}$ se obtiene la derivada:

$$|g'(x)| = \left| -\frac{10x+10}{x^3} \right|$$

1ra. Iteración

Utilizando el valor inicial $x_0 = 1$, se tienen los siguientes valores:

$$x_1 = \frac{10x_0 + 5}{x_0^2} = \frac{10(1) + 5}{(1)^2} = 15$$

$$error = |x_1 - x_0| = |15 - 1| = 14$$

Como el error aun es grande se tendrá que realizar otra iteración.

$$|g'(x_1)| = \left| -\frac{10x_1+10}{x_1^3} \right| = \left| -\frac{10(15)+10}{(15)^3} \right| = 0.04741 < 1$$

El resultado del criterio de convergencia es mucho más pequeño a 1 por lo que se podría decir que el método converge muy rápido, pero se tendrá que ver otra iteración.

2da. Iteración

$$x_2 = \frac{10x_1+5}{x_1^2} = \frac{10(15)+5}{(15)^2} = 0.68889$$

$$error = |x_2 - x_1| = |0.68889 - 15| = 14.31111$$

$$|g'(x_2)| = \left| -\frac{10x_2+10}{x_2^3} \right| = \left| -\frac{10(0.68889)+10}{(0.68889)^3} \right| = 54.65990 > 1$$

Respuesta:

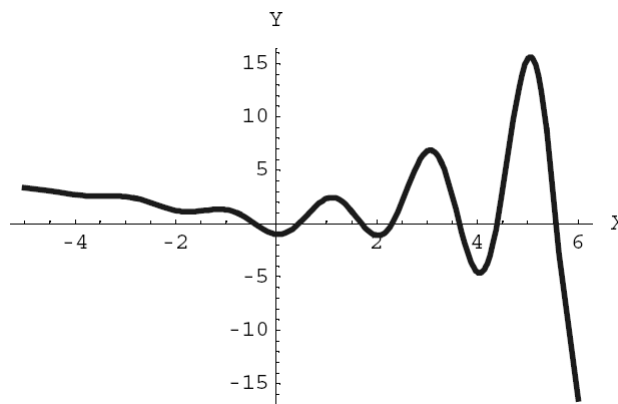
El criterio de convergencia $|g'(x_2)|$, es muy grande y el error aumento desde la anterior iteración por lo que se dirá que:

El método no converge con la ecuación $g(x) = \frac{10x+5}{x^2}$, y el valor inicial $x_0 = 1$, por lo que no se podrá obtener un resultado satisfactorio

2. La función:

$$f(x) = \ln(x^2 + 1) - e^{x/2} \cos(\pi x)$$

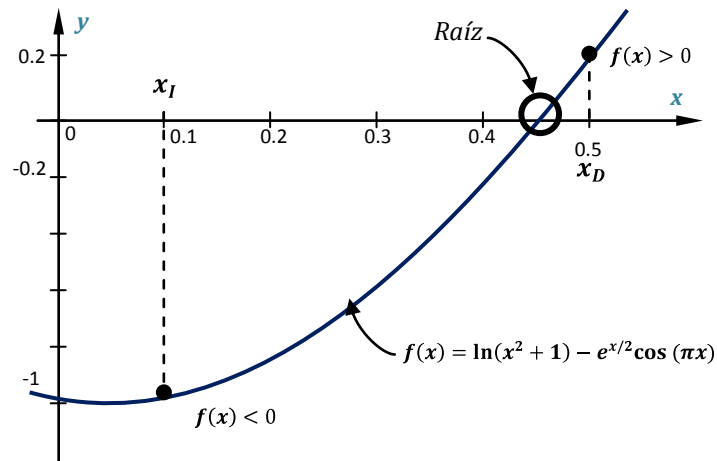
Tiene una cantidad infinita de raíces, graficando en el intervalo $[-5,6]$ se tiene:



- a) Se quiere emplear el método de la bisección para encontrar una solución aproximada de la primera raíz de la ecuación $f(x) = 0$, en el intervalo $[0.1, 0.5]$, con una exactitud de 10^{-2} .
- b) Aproximar mediante el método de Newton-Raphson la raíz de $f(x) = 0$, tomando como valor inicial $x_0 = 0.6$, con una exactitud de 10^{-5} .

Solución

- a) Resolviendo por el método de bisección, primero se grafica la función en el intervalo:



Evaluando la función en los dos puntos se tiene:

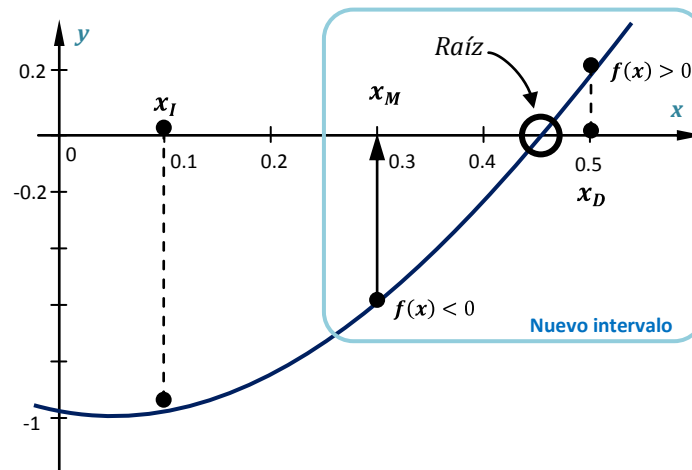
$$\begin{array}{ll} x_{Izquierda} = x_I = 0.1 & f(x_I) = -0.98987 \text{ (menor a 0)} \\ x_{Derecha} = x_D = 0.5 & f(x_D) = 0.22314 \text{ (mayor a 0)} \end{array}$$

Se observa que en el intervalo existe una raíz de la función, cuando un punto es menor que cero y el otro es mayor que cero, por lo que puede proceder a resolver la ecuación por el método de bisección:

1ra. Iteración

En primer lugar se divide el intervalo a la mitad y se obtiene un nuevo valor:

$$x_M = \frac{x_I + x_D}{2} = \frac{0.1 + 0.5}{2} = 0.3$$



Evaluando la función en este punto:

$$x_{Medio} = x_M = 0.3 \quad f(x_M) = -0.59673 \text{ (menor a 0)}$$

Este valor también se considera para determinar la exactitud en este método:

$$\text{error} = |f(x_M)| = 0.59673$$

Como este valor es mayor a la exactitud requerida de 10^{-2} , se deberá continuar con un nuevo intervalo en otra iteración.

Comparando con los valores de los extremos:

$$f(x_I) = -0.98987$$

$$f(x_M) = -0.59673$$

$$f(x_D) = +0.22314$$

$$x_I = 0.1$$

$$x_M = 0.3$$

$$x_D = 0.5$$

Se obtiene el nuevo intervalo, con el punto medio y el punto externo que tenga el signo opuesto. Con lo que el nuevo intervalo será:

$$x_I = x_M = 0.3, \quad (\text{es reemplazado con el nuevo valor})$$

$$x_D = 0.5 \quad (\text{se mantiene})$$

2da. Iteración

$$x_M = \frac{x_I + x_D}{2} = \frac{0.3 + 0.5}{2} = 0.4$$

$$f(x_M) = -0.22901 \quad (\text{menor a } 0)$$

$$\text{error} = |f(x_M)| = 0.22901$$

$$f(x_I) = -0.59673$$

$$f(x_M) = -0.22901$$

$$f(x_D) = +0.22314$$

$$x_I = 0.3$$

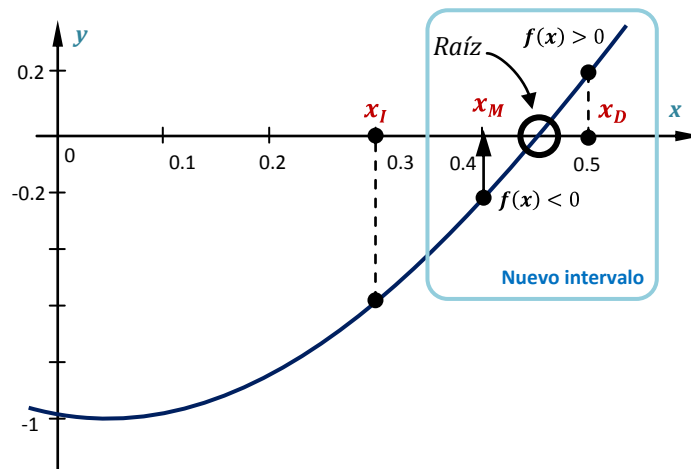
$$x_M = 0.4$$

$$x_D = 0.5$$

El nuevo intervalo es:

$$x_I = x_M = 0.4, \quad (\text{es reemplazado con el nuevo valor})$$

$$x_D = 0.5 \quad (\text{se mantiene})$$



Las siguientes iteraciones se muestran en la siguiente tabla:

i	x_I	x_M	x_D	$f(x_I)$	$f(x_M)$	$f(x_D)$	$error$
1	0.1	0.3	0.5	-0,98987	-0,59673	0,22314	0,59673
2	0,3	0,4	0,5	-0,59673	-0,22901	0,22314	0.22901
3	0,4	0,45	0,5	-0,22901	-0,01150	0,22314	0.01150
4	0,45	0,475	0,5	-0,01150	0,10396	0,22314	0.10396
5	0,45	0,4625	0,475	-0,01150	0,04573	0,10396	0,04573
6	0,45	0,45625	0,4625	-0,01150	0,01698	0,04573	0,01698
7	0,45	0,453125	0,45625	-0,01150	0,00271	0,01698	$2.71 \cdot 10^{-3}$

Respuesta

Luego de siete iteraciones se obtiene una raíz con una exactitud menor al valor requerido:

$$x = 0.453125$$

$$error = 2.71 \cdot 10^{-3}$$

b) Resolviendo por el método de Newton-Raphson, se utiliza la siguiente formula:

$$x_{i+1} = x_i - \frac{f(x_i)}{f'(x_i)}$$

Donde:

$$f(x) = \ln(x^2 + 1) - e^{x/2} \cos(\pi x)$$

$$f'(x) = \frac{df(x)}{dx} = \frac{2x}{x^2+1} - \frac{1}{2} e^{x/2} \cos(\pi x) + \pi e^{x/2} \sin(\pi x)$$

1ra. Iteración

Con el valor inicial dado $x_0 = 0.6$, se reemplaza en la ecuación:

$$x_1 = x_0 - \frac{f(x_0)}{f'(x_0)} = 0.6 - \frac{f(0.6)}{f'(0.6)} = 0.45859$$

$$error = |x_1 - x_0| = |0.45859 - 0.6| = 0.14141$$

2da. Iteración

$$x_2 = x_1 - \frac{f(x_1)}{f'(x_1)} = 0.45859 - \frac{f(0.45859)}{f'(0.45859)} = 0.45256$$

$$error = |x_2 - x_1| = |0.45256 - 0.45859| = 0.00603$$

3ra. Iteración

$$x_3 = x_2 - \frac{f(x_2)}{f'(x_2)} = 0.45256 - \frac{f(0.45256)}{f'(0.45256)} = 0.45253$$

$$error = |x_3 - x_2| = |0.45253 - 0.45256| = 2.65 \cdot 10^{-5}$$

4ta. Iteración

$$x_4 = x_3 - \frac{f(x_3)}{f'(x_3)} = 0.45253 - \frac{f(0.45253)}{f'(0.45253)} = 0.45253$$
$$error = |x_4 - x_3| = |0.45253 - 0.45253| = 0$$

Respuesta

Luego de realizar cuatro iteraciones se tiene el siguiente resultado:

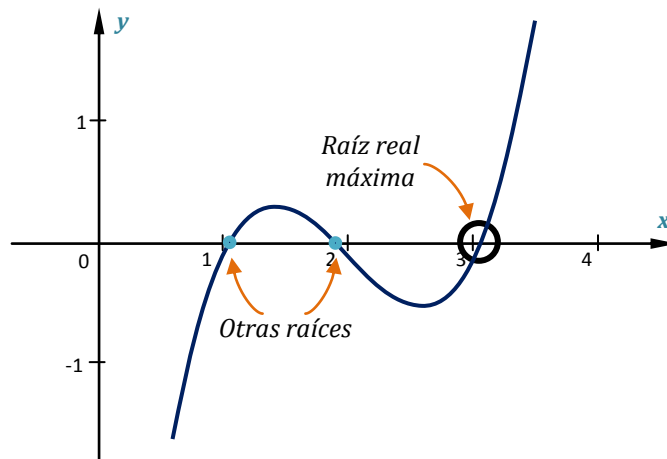
$$x = 0.45253$$
$$error = 0$$

3. Resuelva las siguientes ecuaciones:

a) Determine la raíz real máxima de $f(x) = x^3 - 6x^2 + 11x - 6.1$

Solución

Como la ecuación es de tercer grado, luego pueden existir 3 raíces reales o complejas, graficando la función se puede ver que las 3 raíces son reales, y que la raíz con valor máximo esta cerca a 3.0.



Se resolverá utilizando el método de Newton-Raphson, con el valor inicial $x_0 = 3$. Tomando en cuenta un error admisible de 10^{-4} , por lo que se utilizarán 5 decimales.

$$x_{i+1} = x_i - \frac{f(x_i)}{f'(x_i)}$$

Donde:

$$f(x) = x^3 - 6x^2 + 11x - 6.1$$

$$f'(x) = \frac{df(x)}{dx} = 3x^2 - 6x + 11$$

1ra. Iteración

$$x_1 = x_0 - \frac{f(x_0)}{f'(x_0)} = 3 - \frac{f(3)}{f'(3)} = 3.05000$$

$$|x_1 - x_0| = |3.05000 - 3| = 0.0500$$

2da. Iteración

$$x_2 = x_1 - \frac{f(x_1)}{f'(x_1)} = 3.0500 - \frac{f(3.05000)}{f'(3.05000)} = 3.04670$$

$$|x_2 - x_1| = |3.04670 - 3.05000| = 0.00330$$

3ra. Iteración

$$x_3 = x_2 - \frac{f(x_2)}{f'(x_2)} = 3.04670 - \frac{f(3.04670)}{f'(3.04670)} = 3.04668$$

$$|x_3 - x_2| = |3.04668 - 3.04670| = 0.00002$$

Respuesta

Luego de realizar cuatro iteraciones se tiene el siguiente resultado:

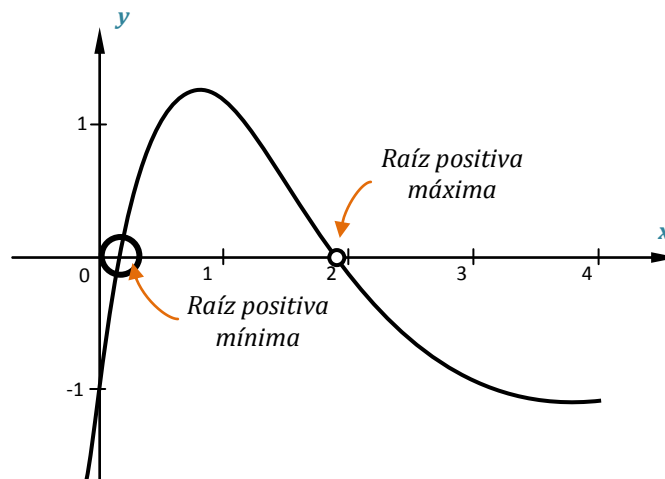
$$x = 3.04668$$

$$\text{error} = 2 \cdot 10^{-5}$$

b) Determine la raíz positiva mínima de $f(x) = 7\text{sen}(x)e^{-x} - 1$

Solución

Graficando la función se puede ver que existen dos raíces positivas, la raíz mínima esta muy cerca al origen, por lo que se tomará como valor inicial.



Resolviendo por el método de Newton-Raphson, con el valor inicial $x_0 = 0$, y tomando en cuenta un error admisible de 10^{-5} , Por lo que se utilizaran 6 decimales.

$$x_{i+1} = x_i - \frac{f(x_i)}{f'(x_i)}$$

Donde:

$$f(x) = 7\text{sen}(x)e^{-x} - 1$$

$$f'(x) = \frac{df(x)}{dx} = 7 \cos(x) e^{-x} - 7 \sin(x) e^{-x}$$

1ra. Iteración

$$x_1 = x_0 - \frac{f(x_0)}{f'(x_0)} = 0 - \frac{f(0)}{f'(0)} = 0.142857$$

$$|x_1 - x_0| = |0.142857 - 0| = 0.142857$$

2da. Iteración

$$x_2 = x_1 - \frac{f(x_1)}{f'(x_1)} = 0.142857 - \frac{f(0.142857)}{f'(0.142857)} = 0.169317$$

$$|x_2 - x_1| = |0.169317 - 0.142857| = 0.026460$$

3ra. Iteración

$$x_3 = x_2 - \frac{f(x_2)}{f'(x_2)} = 0.169317 - \frac{f(0.169317)}{f'(0.169317)} = 0.170179$$

$$|x_3 - x_2| = |0.170179 - 0.169317| = 0.000862$$

4ta. Iteración

$$x_4 = x_3 - \frac{f(x_3)}{f'(x_3)} = 0.170179 - \frac{f(0.170179)}{f'(0.170179)} = 0.170180$$

$$|x_4 - x_3| = |0.170180 - 0.170179| = 10^{-6}$$

Respuesta

Luego de realizar cuatro iteraciones se tiene el siguiente resultado:

$$x = 0.170180$$

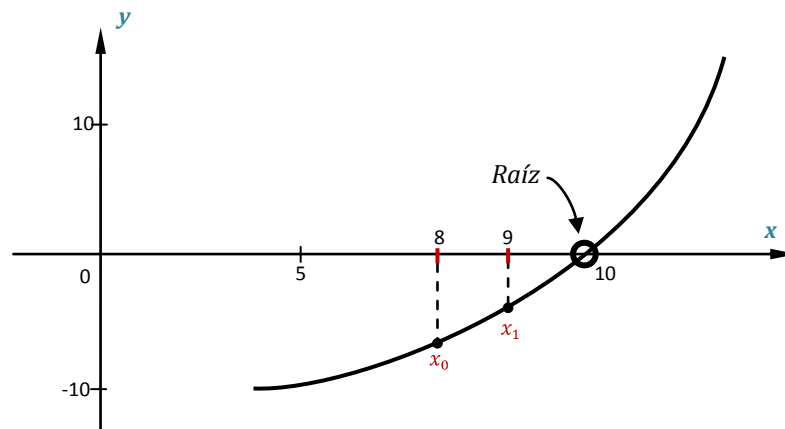
$$\text{error} = 10^{-6}$$

4. Resuelva las siguientes ecuaciones:

a) $x \log x - 10 = 0$, por el método de la secante.

Solución

Graficando la función:



Resolviendo por el método de la secante, se necesitan dos valores iniciales, pero a diferencia del método de bisección estos puntos no tienen que estar alrededor de la raíz, sino que tienen que estar próximos, como en el método de Newton-Raphson.

Se utilizarán los siguientes valores iniciales: $x_0 = 8$, $x_1 = 9$. Tomando en cuenta un error admisible de 10^{-5} .

La fórmula que se utilizará en este método es:

$$x_{i+1} = x_i - \frac{(x_i - x_{i-1})f(x_i)}{f(x_i) - f(x_{i-1})}$$

1ra. Iteración

$$\begin{aligned} f(x_0) &= -2.775280, \quad f(x_1) = -1.411817 \\ x_2 &= x_1 - \frac{(x_1 - x_0)f(x_1)}{f(x_1) - f(x_0)} = 9 - \frac{(9-8)(-1.411817)}{-1.411817 - (-2.775280)} = 10.035465 \\ \text{error} &= |x_2 - x_1| = |10.035465 - 9| = 1.035465 \end{aligned}$$

2da. Iteración

$$\begin{aligned} f(x_2) &= -0.050895 \\ x_3 &= x_2 - \frac{(x_2 - x_1)f(x_2)}{f(x_2) - f(x_1)} = 10.035465 - \frac{(10.035465-9)(-0.050895)}{-0.050895 - (-1.411817)} = 9.999436 \\ \text{error} &= |x_3 - x_2| = |9.999436 - 10.035465| = 0.036029 \end{aligned}$$

3ra. Iteración

$$\begin{aligned} f(x_3) &= -0.000809 \\ x_4 &= x_3 - \frac{(x_3 - x_2)f(x_3)}{f(x_3) - f(x_2)} = 9.999436 - \frac{(9.999436-10.035465)(-0.000809)}{-0.000809 - (-0.050895)} = 10 \\ \text{error} &= |x_4 - x_3| = |10 - 9.999436| = 0.000564 \end{aligned}$$

Respuesta

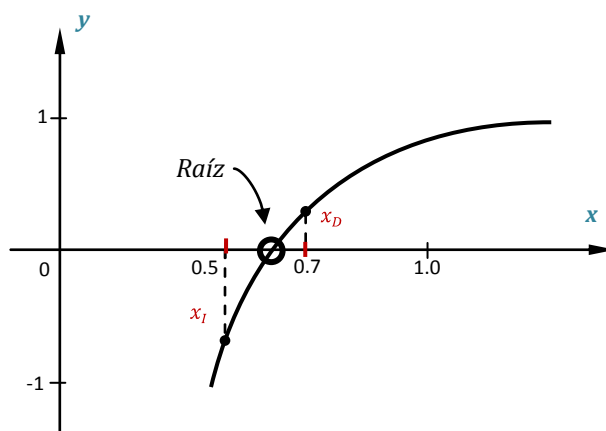
Luego de realizar tres iteraciones al evaluar la función en $x_4 = 10$, se tiene un valor igual a cero, por lo que se tomará como resultado exacto:

$$\begin{aligned} x &= 10 \\ \text{error} &= 0 \end{aligned}$$

b) $\sin x - \csc x + 1 = 0$, por el método de la falsa posición

Solución

Resolviendo por el método de Falsa Posición, se necesitan dos puntos alrededor de la raíz de la función. En este caso utilizaremos $x_I = 0.5$ y $x_D = 0.7$. Tomando en cuenta un error admisible de 10^{-5} . Graficando la función:



La formula que se utiliza en este método es:

$$x_M = x_D - \frac{(x_D - x_I)f(x_D)}{f(x_D) - f(x_I)}$$

1ra. Iteración

$$\begin{aligned} x_I &= 0.5, & f(x_I) &= -0.606404 \\ x_D &= 0.7, & f(x_D) &= 0.091947 \\ x_M &= x_D - \frac{(x_D - x_I)f(x_D)}{f(x_D) - f(x_I)} = 0.7 - \frac{(0.7 - 0.5)(0.091947)}{0.091947 - (-0.606404)} = 0.673667 \\ \text{error} &= |f(x_M)| = 0.020923 \end{aligned}$$

Como el error es mayor que el criterio de exactitud de 10^{-5} , se continúa con un nuevo intervalo, de la misma forma que el método de bisección:

$$f(x_I) = -0.606404 \quad f(x_M) = 0.020923 \quad f(x_D) = -0.091947$$

$$x_I = 0.5 \quad x_M = 0.673667 \quad x_D = 0.7$$

Se reemplaza x_D por el valor de x_M .

2da. Iteración

$$\begin{aligned} x_I &= 0.5, & f(x_I) &= -0.606404 \\ x_D &= 0.673667, & f(x_D) &= 0.020923 \\ x_M &= x_D - \frac{(x_D - x_I)f(x_D)}{f(x_D) - f(x_I)} = 0.673667 - \frac{(0.673667 - 0.5)(0.020923)}{0.020923 - (-0.606404)} = 0.667875 \\ \text{error} &= |f(x_M)| = 0.004642 \end{aligned}$$

Se reemplaza x_D por el valor de x_M .

Las siguientes iteraciones se muestran en la siguiente tabla:

i	x_I	x_M	x_D	$f(x_I)$	$f(x_M)$	$f(x_D)$	error
1	0,5	0,700000	0,673667	-0,606404	0,091947	0,020923	0,020923
2	0,5	0,673667	0,667875	-0,606404	0,020923	0,004642	0,004642

3	0,5	0,667875	0,666600	-0,606404	0,004642	0,001024	0,001024
4	0,5	0,666600	0,666319	-0,606404	0,001024	0,000226	0,000226
5	0,5	0,666319	0,666257	-0,606404	0,000226	0,000050	0,000050
6	0,5	0,666257	0,666243	-0,606404	0,000050	0,000011	0,000011
7	0,5	0,666243	0,666240	-0,606404	0,000011	0,000002	0,000002

Respuesta

Luego de siete iteraciones se obtiene una raíz con una exactitud menor al valor requerido:

$$x = 0.666243$$

$$\text{error} = 2 \cdot 10^{-6}$$

c) $e^x + x^3 + 2x^2 + 10x - 20 = 0$, por el método de Newton Raphson.

Solución

Resolviendo por el método de Newton-Raphson, se utiliza la siguiente ecuación:

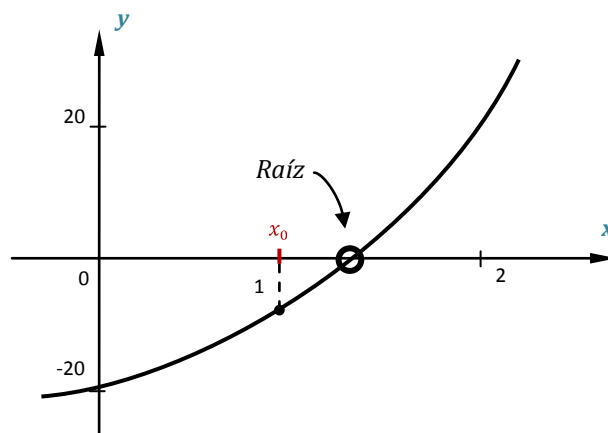
$$x_{i+1} = x_i - \frac{f(x_i)}{f'(x_i)}$$

Donde:

$$f(x) = e^x + x^3 + 2x^2 + 10x - 20$$

$$f'(x) = \frac{df(x)}{dx} = e^x + 3x^2 + 4x + 10$$

Graficando la función.



Se utilizará como valor inicial $x_0 = 1$. Con un error admisible de 10^{-5} .

1ra. Iteración

$$x_1 = x_0 - \frac{f(x_0)}{f'(x_0)} = 1 - \frac{f(1)}{f'(1)} = 1.217145$$

$$|x_1 - x_0| = |1.217145 - 1| = 0.217145$$

2da. Iteración

$$x_2 = x_1 - \frac{f(x_1)}{f'(x_1)} = 1.217145 - \frac{f(1.217145)}{f'(1.217145)} = 1.203263$$
$$|x_2 - x_1| = |1.203263 - 1.217145| = 0.013882$$

3ra. Iteración

$$x_3 = x_2 - \frac{f(x_2)}{f'(x_2)} = 1.203263 - \frac{f(1.203263)}{f'(1.203263)} = 1.203200$$
$$|x_3 - x_2| = |1.203200 - 1.203263| = 0.000063$$

4ta. Iteración

$$x_4 = x_3 - \frac{f(x_3)}{f'(x_3)} = 1.203200 - \frac{f(1.203200)}{f'(1.203200)} = 1.203200$$
$$|x_4 - x_3| = |1.203200 - 1.203200| = 10^{-9}$$

Respuesta

Luego de realizar cuatro iteraciones se tiene el siguiente resultado:

$$x = 1.203200$$
$$\text{error} = 10^{-9}$$

5. Resuelva la siguiente ecuación, utilizando cualquier método:

$$\frac{1}{f} = \frac{4}{n^{0.75}} \log(Re * f^{1-0.5n}) - \frac{0.4}{n^{1.2}}$$

Encuentre el valor de f , si se tiene que: $Re = 6000$, y un valor de $n = 0.4$.

Solución

Reemplazando los valores de Re y de n en la función, se tiene:

$$\frac{1}{f} = \frac{4}{0.4^{0.75}} \log(6000 \cdot f^{1-0.5(0.4)}) - \frac{0.4}{0.4^{1.2}} =$$
$$\frac{1}{f} = 7.952707 \log(6000 \cdot f^{0.8}) - 1.201124$$

Realizando un cambio de variable:

$$x = \frac{1}{f}, \text{ además } f = \frac{1}{x}, \text{ reemplazando:}$$
$$x = 7.952707 \log\left(6000 \cdot \left(\frac{1}{x}\right)^{0.8}\right) - 1.201124$$

Lo que nos da la siguiente función:

$$x = 7.952707 \log(6000 \cdot x^{-0.8}) - 1.201124$$

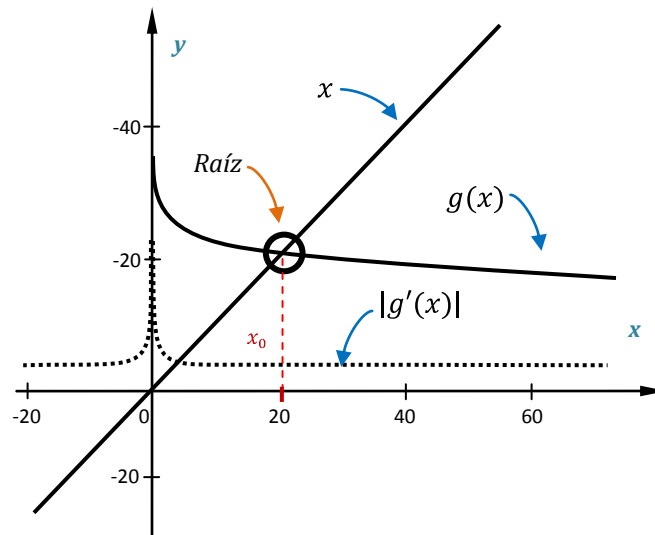
Resolviendo por el método de punto fijo, ya que el término “ x ” ya esta despejado en la ecuación, por lo que se tiene la siguiente formula:

$$x_{i+1} = g(x_i) = 7.952707 \log(6000 \cdot x_i^{-0.8}) - 1.201124$$

Para determinar el criterio de convergencia se debe hallar la derivada de la función $g(x_i)$:

$$|g'(x_i)| = \left| -\frac{2.763053}{x_i} \right|$$

Graficando las funciones, donde la raíz en este método esta en el punto de intersección entre x y $g(x)$, además de graficar la derivada de $g(x)$ para determinar la convergencia (se puede ver que cerca de la raíz la gráfica tiene un valor menor a 1):



De la gráfica se puede tomar como valor inicial $x_0 = 20$, y para hallar un resultado se tomará como error admisible 10^{-6} .

1ra. Iteración

$$x_1 = g(x_0) = 7.952707 \log(6000 \cdot x_0^{-0.8}) - 1.201124 = 20.568038$$

$$|g'(x_1)| = \left| -\frac{2.763053}{x_1} \right| = 0.138153 < 1$$

$$error = |x_1 - x_0| = 0.568038$$

2da. Iteración

$$x_2 = g(x_1) = 7.952707 \log(6000 \cdot x_1^{-0.8}) - 1.201124 = 20.490655$$

$$|g'(x_2)| = \left| -\frac{2.763053}{x_2} \right| = 0.134337 < 1$$

$$error = |x_2 - x_1| = 0.077382$$

3ra. Iteración

$$x_3 = g(x_2) = 7.952707 \log(6000 \cdot x_2^{-0.8}) - 1.201124 = 20.501070$$

$$|g'(x_3)| = \left| -\frac{2.763053}{x_3} \right| = 0.134845 < 0$$

$$error = |x_3 - x_2| = 0.010415$$

Los valores de las próximas iteraciones se muestran en la siguiente tabla:

i	x_i	$ g'(x_i) $	$ x_i - x_{i-1} $
0	20,000000		
1	20,568038	0,138153	0,568038
2	20,490655	0,134337	0,077382
3	20,501070	0,134845	0,010415
4	20,499666	0,134776	0,001404
5	20,499856	0,134784	0,000189
6	20,499830	0,134784	$2.6 \cdot 10^{-5}$
7	20,499834	0,134784	$3 \cdot 10^{-6}$
8	20,499833	0,134784	$5 \cdot 10^{-7}$

Luego el valor x es igual a:

$$x = 20.499833$$

$$error_x = 5 \cdot 10^{-7}$$

Volviendo a la variable original:

$$f = \frac{1}{x} = \frac{1}{20.499833} = 0.048781$$

$$error_f = \left| \frac{d}{dx} \left(\frac{1}{x} \right) \right| error_x = \left| -\frac{1}{x^2} \right| error_x = \left| -\frac{1}{(0.048781)^2} \right| 5 \cdot 10^{-7} = 2.1 \cdot 10^{-4}$$

Respuesta

$$f = 0.048781$$

$$error_f = 2.1 \cdot 10^{-4}$$

Univ. Antonio E. Moya Ortiz
AUXILIAR