Université de Montréal

Département d'Informatique et de Recherche Opérationnelle Structures de données

Analyse de Complexité et Piles

Auteur Franz Girardin Nourdin Azami Matricule 20078678 20078678

Table des matières

| 2 | Section 1 Analyse de complexité | | |
|-----------|--|----|--|
| | 1.1 MistFonction1 2 1.2 MistFonction2 4 1.3 MistFonction3 5 1.4 Approche récursive 6 1.4.1 Analyse de MistFonction3 1.4.2 Analyse de MistFonction3 | 6 | |
| 6 | Section 2 Pile simple | | |
| 8 | Section 3 Pile Double | | |
| 10 | Section 4 Pile spéciale | | |
| 12 | Section 5 Problèmes avec les piles | | |
| | 5.1 Royaume Um 12 5.1.1 Complexité temporelle 12 5.1.2 Algorithme en pseudo-code | 13 | |
| | | | |

Analyse de complexité

Exercice 1

Compte tenu des fonctions mystérieuses suivantes, pour chacune d'elles, déterminer quelle est la complexité dans le temps et l'espace de son exécution (Big O) et expliquer ce que vous pensez que la fonction fait. Les réponses simples ne seront pas acceptées, il est nécessaire de justifier votre réponse. Par exemple : Si dans l'exercice la récursion est utilisée, vous pouvez soutenir votre justification en présentant l'arbre de récursion. Toutes vos réponses doivent être incluses dans votre rapport.

```
public class MistFonction1{

public static int mistFonction1(int m, int n) {
    if (m == 1) && (n == 1) return 1;
    if (m == 0) || (n == 0) return 0
    return mistFonction1(m -1, n) + mistFonction1(m, n -1)
}
```

La fonction présente deux **cas de bases**, dont l'un retourne la valeur 1 lorsque *les deux* arguments ont pour valeur 1, alors que l'autre retourne 0 sous la condition que *l'un des deux* arguments a pour valur 0.

La seconde portion de la fonction engendre des appels récursifs qui prennent fin lorsque les cas de bases sont rencontrés. Nous constatons alors que chaque appel de fonction *hors base* engendre **deux appels**, jusqu'à ce que les conditions d'arrêts soient effectives.

```
f(3, 3) \longrightarrow 3 + 3 = 6
   _{\rm f}(2, 3) \longrightarrow 3
        f(1, 3) \longrightarrow 1
          f(0, 3) \longrightarrow 0 cas de base f(1, 2) \longrightarrow 1
               \_f(0, 2) \longrightarrow 0 base
                _{\mathtt{f}}\mathtt{f}(\mathtt{1,\ 1}) \longrightarrow 1 base
        f(2, 2) \longrightarrow 2
           {	extstyle }_{	extstyle }f(1, 2) \longrightarrow 1 (répète le sous-arbre ci-dessus)
           _{\rm f(2, 1)} \longrightarrow 1
              	extstyle 	extstyle f(1, 1) \longrightarrow 1 base
              f(2, 0) \longrightarrow 0 cas de base
    f(3, 2) -
                      → 3
       _{-}f(2, 2) \longrightarrow 2 (répète le sous-arbre ci-dessus)
           _f(1, 2) répète
         \botf(2, 1) répète
       _{\mathtt{f}}(3, 1) \longrightarrow 1
           _{\rm f(2, 1)} répète
          {	o}f(3, 0) \longrightarrow 0 base
```

Figure 1.1 – Exemple de f(3,3)

Ainsi, nous pouvons représenter les appels récursifs par une arbre tel qu'à chaque niveau de l'arbre, le nombre d'appels est doublé par rapport au précédent. En considérant j comme étant la valeur de m lorsque m atteint 0, et k, la valeur de n lorsque n atteint 1, on obtient l'arbre généralisé à tous les cas possibles qui est présenté à la figure 1.2.

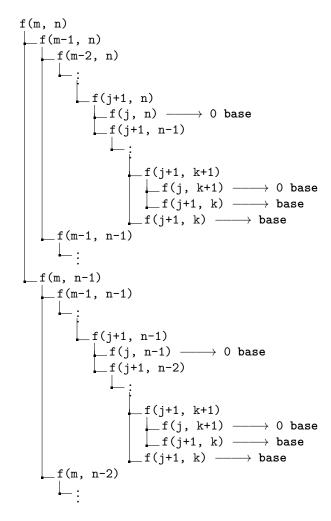


Figure 1.2 – Stucture arboressante de la fonction

Complexité dans le temps

La complexité temporelle de cette fonction est exponentielle, puisqu'à chaque appel récursif, deux nouveaux appels sont engendrés. Par ailleurs, chaque argument m et n peut augmenter la complexité. Nous avons donc :

$$O(m+n)^2$$

Note: L'arbre est symétrique :

$$\forall n, m \in \mathbb{N}, f(m, n) = f(n, m)$$

Nous avons d'ailleur montré que f(3,2) = f(2,3)

Complexité dans l'espace

Chaque appel résursif est additionné dans la pile d'appels qui emmagasine en mémoire quelles fonctions parents sont appelées par les fonction enfants. La complexité dans l'espace correspond donc à la hateur de la pile d'appel qui est elle-même liée à la profondeur maximale de l'arbre.

La profondeur maximale de l'arbre correspond au chemin le plus long de la racine de l'arbre d'appels (lorsque f(m, n) est appelé pour la première fois) jusqu'à une feuille de l'arbre (lorsque une condition de base est atteinte). Dans ce cas, la profondeur maximale est atteinte lorsqu'on suit toujours le chemin f(m-1, n) ou f(m, n-1) jusqu'à ce que m ou n atteigne 0. Si $m \neq n$, l'une des deux direction sera plus longue. Il faut donc considérer $\max(m, n)$.

On peut alors conclure que la complexité en espace de cet algorithme est :

$$O(\max(m, n))$$

```
public class MistFunction2 {
      public static List<List<String>> mistFunction2(String target, List<String> pieces) {
          List<List<String>>[] table = new ArrayList[target.length() + 1];
3
          for (int i = 0; i <= target.length(); i++) {</pre>
              table[i] = new ArrayList<>();
          table[0].add(new ArrayList<>());
          for (int i = 0; i < target.length(); i++) {</pre>
              for (String piece : pieces) {
10
                   if (i + piece.length() <= target.length() &&</pre>
                       target.startsWith(piece, i)) {
12
                       List<List<String>> newCombinations = new ArrayList<>();
                       for (List<String> subarray : table[i]) {
14
                           List<String> newSubarray = new ArrayList<>(subarray);
15
                           newSubarray.add(piece);
16
                           newCombinations.add(newSubarray);
17
                       table[i + piece.length()].addAll(newCombinations);
19
                  }
              }
21
          }
22
23
24
          return table[target.length()];
26 }
27
```

Raison dêtre L'algorithme semble compter le nombre de façons possibles de se déplacer dans une grille $m \times n$ avec comme contrainte de se déplacer uniquement vers le bas (m) ou uniquement vers la drotie (n)

1.2 MistFonction2

Raison d'être Soit une chaine de caractères target et une liste pieces dont chaque élément est un caractère de la chaîne target, la fonction engendre une liste de listes de chaînes de charactère. Cette liste correspond à toutes les combinaisons possibles de caractères permmetant d'obtenir la chaîne originale.

```
Exemple 1
Soit target = "abc" et piece = ["a", "b", "c"], on obtient alors le résultat suivant :

> table = [
        [[]], [["a"]], [["ab"], ["a", "b"]],
        [["a", "bc"], ["ab", "c"],
        ["a", "b", "c"]]

> table[target.length()] = [["a", "bc"], ["ab", "c"], ["a", "b", "c"]]

> f(target, pieces) = [["a", "bc"], ["ab", "c"], ["a", "b", "c"]]
```

Complexité dans le temps La fonctions possède deux boucles imbriquées de complexitée proportionnelle à target.lenght(). En effet, on suppose que pieces est une partitions de target tel que :

```
target.lenght() = pieces.lenght
```

Dans la seconde boucle, on vérifie si une pièce, disons de longueur k, est le début d'une sous-chaîne. En supposant que k est de longueur 1, cette opération est à temps constant. Autrement, elle dépendrait de la longueur de k.

Finalement, pour chaque combinaison existante à la position i dans table, la fonction tente de l'étendre en ajoutant une nouvelle piece valide. Cette opération de génération de combinaison est dépendante du nombre de

combinaisons précédentes C_i , qui peuvent croître de manière significative à chaque étape. Ainsi, l'opération de génération de combinaison a une complexité temporelle de $O(n \cdot C)$, où n est la longueur de la cible et C est le nombre total de combinaisons uniques à l'indice i. Si chaque piece peut être utilisée une seule fois et correspond à un caractère unique dans target, le nombre de combinaisons C_i à chaque indice reste constant, simplifiant la complexité globale de la fonction à $O(n^2)$. Cependant, dans des cas où des caractères se répètent et peuvent être combinés de différentes manières, C peut croître exponentiellement, augmentant ainsi l a complexité temporelle.

Complexité dans l'espace La complexité en espace totale est la somme de la mémoire requise pour le tableau table et les combinaisons qu'il contient. Dans le pire cas, avec un grand nombre de combinaisons, elle peut devenir exponentielle, notée $O(2^n)$. Toutefois, si chaque piece est unique et ne peut être utilisée qu'une seule fois, la complexité est réduite à $O(n^2)$, car chaque indice contiendrait au plus une combinaison de n caractères, et il y a n+1 indices.

1.3 MistFonction3

```
public class MistFunction3 {
      public static boolean mistFunction3(int target, int[] options) {
          boolean[] table = new boolean[target + 1];
           table[0] = true;
           for (int i = 0; i <= target; i++) {</pre>
               if (table[i]) {
                   for (int option : options) {
                        if (i + option <= target) {</pre>
                            table[i + option] = true;
                   }
               }
14
          }
           return table[target];
15
      }
16
17 }
```

Raison d'être La fonction vérifie s'il est possible d'additionner une combinaison d'entiers présents dans le tableau d'options options afin d'obtenir le nombre target.

Complexité dans le temps La complexité temporelle est déterminée par les deux boucles imbriquées itératives. La boucle extérireure s'exécute une seule fois de 0 à target. Plus l'entier target est grand, plus grand sera le nombre d'itérations. Pour cette portion, nous obtenons alors un complexité de O(n) où n est la valeur de target. Par ailleurs, pour chaque itération de la boucle extérireure, nous effectuons m itérations de la boucles intérieure où m est le nombre de possibilités dans le tableau options. Nous avons donc une complexité :

$$O(n \cdot m)$$

Or, il est possible que le nombre d'options fournies soit considérablement inférieure à la valeur de target. Dans ce cas, la complexité sera quasi linéaire.

$$O(n \cdot m) \xrightarrow{m \to 1} O(n)$$

Complexité dans l'espace L'opération la plus déterminante pour la complexité spaciale est la création du tableau table. Ce tableau contient une entrée de plus que la taille de l'entier target. Ainsi, plus l'entier target est grand, plus grand sera le tableau table et plus grande sera la consommation de mémoire. La complexité spaciale évolue donc linéairement avec n où n est la valeur de target :

O(n)

1.4 Approche récursive

1.4.1 Analyse de MistFonction3

Pour trouver toutes les combinaisons possibles de target en utilisant les pièces pieces, chaque appel récursif devra tenter de reconstituer target. Pour cela, chaque combinaison sera recalculée plusieurs fois, puisque pour un caractère donnée de target, on épuise les possibilités de pieces. Si target a une longeur n et pieces a une longeur m, la complexité temporelle sera alors :

$$O(m^n)$$

1.4.2 Analyse de MistFonction3

Pour vérifier $r\acute{e}cursivement$ si une combinaison d'éléments dans un tableau d'options options permet d'engendrer l'entier target, il faudrait évaluer récursivement toutes les combinaisons possibles. Pour chaque élément de options, deux possibilités s'offre à nous : inclure l'entrée à l'index courant dans la somme ou ne pas l'inclure. Cela génère 2^m appels récursifs où m est la quantité d'éléments dans les tableau original options. La complexité serait donc :

$$O(2^m)$$

Pour une target T, un tableau d'options [A, B, C] (A, B t C sont des entiers et peuvent prendre n'importe quelle valeur pour cet exemple) et un index i, nous avons les appels récursifs suivants.

```
f(T, [A, B, C], 0)

Inclure A: f(T-A, [A, B, C], 1)

Inclure B: f(T-A-B, [A, B, C], 2)

Inclure C: f(T-A-B-C, [A, B, C], 3)

Exclure C: f(T-A-B, [A, B, C], 2)

Inclure C: f(T-A-C, [A, B, C], 3)

Exclure C: f(T-A, [A, B, C], 3)

Exclure A: f(T, [A, B, C], 1)

Inclure B: f(T-B, [A, B, C], 2)

Inclure C: f(T-B-C, [A, B, C], 3)

Exclure C: f(T-B, [A, B, C], 3)

Exclure C: f(T-B, [A, B, C], 3)

Exclure C: f(T-C, [A, B, C], 3)

Exclure C: f(T-C, [A, B, C], 3)

Exclure C: f(T, [A, B, C], 3)
```

2

Pile simple

Exercice 2 (3 pts)

Écrire une classe « ArrayStack » qui fonctionne à l'aide d'un tableau générique (n'oubliez pas que vous devez également implémenter son interface appelée « Stack »). Le nombre maximal d'éléments est de 100. Ce sont les méthodes que la pile simple devrait pouvoir exécuter :

| Fonction | Signature | Détails |
|-----------|-------------------------------------|--|
| Push | <pre>public void push(E e)</pre> | Ajoute un élément sur la pile |
| Pop | <pre>public E pop()</pre> | Retire le dernier élément sur la pile et le renvoie |
| Тор | <pre>public E top()</pre> | Renvoie le dernier élément sur la pile |
| Size | <pre>public int size()</pre> | Renvoie la longueur de la pile |
| Is Empty | <pre>public boolean isEmpty()</pre> | Vérifie si la pile est vide |
| To String | <pre>public String toString()</pre> | Produit une représentation en chaîne des éléments de la pile classés de haut en bas. |

```
public class ArrayStack<E> implements Stack<E> {
    private static final int NombreElementsMaximal = 100;
      private E[] Pile; // utilisation d'un simple tableau pour l'implementation
6
      /* Le haut de la pile a comme index -1 lorsque le tableau est vide
         O lorsque le tableau a un element, 1 lorsque le tableau a 2 element,
         etc. */
      private int dessus = -1;
10
11
      // Constructeur
      public ArrayStack() {
12
          Pile = (E[]) new Object[NombreElementsMaximal];
13
14
          // safe cast; compiler may give warning
15
16
      // Implemente les methodes de l'infercae Stack.
17
      @Override
18
      public void push(E e) throws IllegalStateException {
19
          if (size() == NombreElementsMaximal) throw
20
            new IllegalStateException("La pile a atteint le nombre maximal d'éléments");
21
22
23
          //incremente l'index de dessus de pile
          this.dessus++;
24
          Pile[dessus] = e; // increment t before storing new item
25
26
27
      @Override
28
      public E pop() {
29
          if (isEmpty()) return null;
30
          E elementRetourne = Pile[dessus];
31
          //Efface artificiellement l'element
32
          Pile[dessus] = null;
          // Decremente pour avoir un index de dessus valide
34
          dessus--;
35
          return elementRetourne;
36
37
38
      @Override
39
40
      public E top() {
          if (isEmpty()) return null;
41
          return Pile[dessus];
42
      }
43
44
      @Override
45
      public int size() {
46
          return (dessus + 1);
47
48
49
50
      @Override
      public boolean isEmpty() {
51
        // Lorsque le dessus a l'index -1, on sait que la pile est vide
52
          return (dessus == -1);
53
54
55
```

```
@Override
56
57
      public String toString() {
          StringBuilder sb = new StringBuilder("Contenu de la pile: [");
58
          for (int i = dessus; i >= 0; i--) {
59
               sb.append(Pile[i]);
60
               if (i > 0) sb.append(", ");
61
          }
62
          sb.append("]");
63
          return sb.toString();
64
      }
65
66
67 }
69 public interface Stack<E> {
      void push(E e);
70
      E pop();
71
72
      E top();
      int size();
73
      boolean isEmpty();
      String toString();
75
76
```

Section

Pile Double

Exercice 3 (4 pts)

Écrire une classe « ArrayDoubleStack » qui implémente 2 piles dans un même tableau générique (n'oubliez pas que vous devez également implémenter son interface appelée « DoubleStack »). Le nombre maximal d'éléments (longueur pile 1 + longueur pile 2) est de 100. Cette classe doit avoir toutes les fonctions ci-dessus pour chaque pile, avec pour seule différence un booléen « one » qui indique si l'on traite les éléments à la 1re ou 2e pile.

| Fonction | Signature | Détails |
|----------|--|---|
| Push | <pre>public boolean push(boolean one, E e)</pre> | Ajoute un élément sur la pile et renvoie vrai. Renvoie faux si ce n'est pas possible. |
| Pop | <pre>public E pop(boolean one)</pre> | Retire le dernier élément sur la pile et le renvoie. |
| Тор | <pre>public E top(boolean one)</pre> | Renvoie le dernier élément sur la pile. |
| Size | <pre>public int size(boolean one)</pre> | Renvoie la longueur de la pile. |
| Is Full | <pre>public boolean isFull()</pre> | Vérifie si la pile est pleine. |
| Print | <pre>public void print()</pre> | Imprime le contenu des 2 piles. |

```
interface DoubleStack<E> {
   boolean push(boolean one, E element);
     E pop(boolean one);
    E top(boolean one);
     int size(boolean one);
   boolean isFull();
```

```
void print();
8 }
9 public class ArrayDoubleStack<E> implements DoubleStack<E> {
    private E[] doublePile;
10
      private int nombreMaximalElements = 100;
     private int dessus1;
12
      private int dessus2;
13
14
      public ArrayDoubleStack() {
15
          doublePile = (E[]) new Object[nombreMaximalElements];
16
          // Le dessus de la pile 1 se trouve du cote "gauche" du tableau
17
18
          dessus1 = -1;
19
          // Le dessus de la pile 2 se trouve du cote "droit" du tableau
20
          dessus2 = nombreMaximalElements;
21
22
      /* La pile est pleine lorsque l'index de pile 1 est -1 (index initial) + 50 + 1= 50 et
24
       * l'index de pile 2 est 100 (index initial) - 50 = 50*/
     public boolean isFull() {
26
          return (dessus1 + 1 == dessus2);
27
28
29
      /* La methode verifie d'abord si la double pile est pleine et ajoute
      * l'element au dessus du bon cote de la doublePile en fonction
31
32
       * de l'argument fourni (true ou false) */
      public boolean push(boolean one, E element) {
33
         if (isFull()) {
34
35
              return false;
          }
36
          if (one) {
37
              /* On increment le dessus de pile 1 et met
38
               * l'element au 'nouveau' desuss1 */
39
40
                doublePile[++dessus1] = element;
          } else {
41
              /* Ou alors On decrement le dessus de pile 2 et met
42
               * l'element au 'nouveau' desuss2 */
43
              doublePile[--dessus2] = element;
44
          }
45
          return true;
46
47
48
      public E pop(boolean one) {
49
50
          if (one) {
              // Verifie que la pile contient au moin un element
51
52
              if (dessus1 >= 0) {
                  /* Decremente l'index de dessus, efface le contenu de dessus
53
                   et retourne la valeur qui etait au dessus1 */
                   E reponse = doublePile[dessus1];
55
                   doublePile[dessus1] = null;
56
                   dessus1--;
                  return reponse;
58
              }
          } else if (!one && dessus2 < nombreMaximalElements) {</pre>
60
              E reponse = doublePile[dessus2];
61
              doublePile[dessus2] = null;
62
              dessus2++;
63
64
              return reponse;
65
66
            else {
67
          // Si aucune des pile ne contient d'element
68
69
              throw new IllegalStateException(
                   "La double pile est vide, vous ne pouvez pas obtenir d'element. ");
70
71
          }
          return null;
72
73
74
      /* En fonction du boolean fourni, on verifie si la pile
75
       * est plein et retourne l'element du dessus1 ou dessus2 */
76
    public E top(boolean one) {
77
```

```
if (one) {
78
79
                if (dessus1 >= 0) {
                    return doublePile[dessus1];
80
81
82
           } else if (!one && dessus2 < nombreMaximalElements) {
               return doublePile[dessus2];
83
84
             else {
85
                  throw new IllegalStateException(
86
87
                      "La double pile est vide, vous ne pouvez pas regarder l'element. ");
           }
88
89
           return null;
       }
90
91
       /* En fonction du boolean fourni, on retourne la valeur
92
        * dessus1 + 1 (taille pile 1) ou nbMaximalElements - dessus (taille pile 2) */
93
94
       public int size(boolean one) {
           if (one) {
95
               return dessus1 + 1;
           } else {
97
               return nombreMaximalElements - dessus2;
98
       }
100
101
102
       public void print() {
103
           System.out.println("Pile 1:");
104
           for (int i = 0; i <= dessus1; i++) {</pre>
105
               System.out.println(doublePile[i]);
           System.out.println("Pile 2:");
108
           for (int i = nombreMaximalElements - 1; i >= dessus2; i--) {
109
               System.out.println(doublePile[i]);
110
           }
       }
112
113 }
```

4

ection

Pile spéciale

Exercice 4 (3 pts)

Écrire une classe « SpecialArrayStack » qui fonctionne à l'aide d'un tableau générique (N'oubliez pas que vous devez également implémenter son interface appelée « SpecialStack »). Le nombre maximal d'éléments est de 100. La pile spéciale devrait implémenter une méthode getMax() qui devrait renvoyer l'élément maximum stocké dans la pile spéciale en O(1) temps et O(1) espace supplémentaire, en plus des mêmes méthodes qui ont été implémentées dans «Pile simple».

```
/* Seules les classes qui extends l'interface Java Comparable peuvent etre stockes dans

* la SpecialArrayStack. Notre methode push(E e) a besoin de comparer l'element qu'on est sur

* le point d'ajouter (e) a l'element Maximal Maximaux[prochainMaximum].

* Puisqu'on ne connait pas a l'avance le tyupe des objets stockes dans la

* SpecialArrayStack, il faut utiliser le type generique E */

public class SpecialArrayStack<E extends Comparable<E>> implements SpecialStack<E> {

private static final int NombreElementsMaximal = 100;

private Object[] Pile;

private Object[] Maximaux; // Tableau pour stocker les ÃolÃoments maximaux

private int dessus = -1;
```

```
private int prochainMaximum = -1; // Index pour suivre le prochain Ã@lÃ@ment maximal
12
13
14
      // Constructeur
15
16
      public SpecialArrayStack() {
           Pile = new Object[NombreElementsMaximal];
17
           // Initialisation du tableau des maximaux
18
           Maximaux = new Object[NombreElementsMaximal];
19
20
21
      // ImplÃomente les mÃothodes de l'interface Stack...
22
23
      @Override
      public void push(E e) throws IllegalStateException {
24
          if (isFull()) {
25
26
               throw nev
               IllegalStateException("La pile a atteint le nombre maximal d'ÃolÃoments");
27
          }
29
30
           if (isEmpty() || e.compareTo(getMax()) >= 0) {
               prochainMaximum++;
31
               // Ajoute le nouveau maximum au tableau des maximaux
32
33
               Maximaux[prochainMaximum] = e;
34
           dessus++;
           \label{eq:pile_dessus} \mbox{Pile[dessus] = e; // Ajoute l'$\tilde{A}$ old $\tilde{A}$ oment $\tilde{A}$ la pile}
36
37
38
      @Override
39
40
       public E pop() {
               if (isEmpty()) {
41
42
                   IllegalStateException("La pile est vide, vous ne pouvez pas retirer d'élément.");
43
44
45
               E elementRetourne = (E) Pile[dessus];
46
               Pile[dessus] = null; // Efface artificiellement l'ÃolÃoment
               dessus--;
48
49
               if (elementRetourne.equals(getMax())) {
50
               // Retire le maximum actuel du tableau des maximaux
51
52
                   Maximaux[prochainMaximum] = null;
                   prochainMaximum--;
53
               }
54
55
               return elementRetourne;
56
          }
57
58
59
      @Override
      public E top() {
60
61
           if (isEmpty()) return null;
           return (E) Pile[dessus];
62
      }
63
      @Override
65
66
      public int size() {
           return (dessus + 1);
67
68
69
70
      @Override
      public boolean isEmpty() {
71
        // Lorsque le dessus a l'index 1, on sait que la pile est vide
72
73
           return (dessus == -1);
74
75
76
      public boolean isFull() {
           return (dessus == NombreElementsMaximal - 1);
77
78
79
80
81
      @Override
      public String toString() {
82
```

```
StringBuilder sb = new StringBuilder("Contenu de la pile: [");
83
84
           for (int i = dessus; i >= 0; i--) {
               sb.append(Pile[i]);
85
                if (i > 0) sb.append(", ");
86
           }
           sb.append("]");
88
           return sb.toString();
89
       }
90
91
       public E getMax() {
92
           if (prochainMaximum == -1) {
93
                throw new IllegalStateException("La pile est vide, il n'y a pas d'élément maximal.");
94
95
           return (E) Maximaux[prochainMaximum];
96
       }
97
98 }
99
100
public interface SpecialStack<E> {
       void push(E e);
102
       E pop();
103
104
       E top();
       int size();
105
       boolean isEmpty();
106
       String toString();
107
108 }
109
```

ection

Problèmes avec les piles

5.1 Royaume Um

Notre algorithme permet de $d\acute{e}piler$ les cinq sections de la ville de Nam dans la ville temporaires Sam, avant d'enpiler ses cinq sections de la ville de Sam à la ville de Pam. À cause de l'ordre spécifique d'enpilement Dépilement $Nam \longrightarrow Sam$ et de dépilement $Sam \longrightarrow Pam$, l'ordre des section de la ville Sam est conservé dans la ville Pam.

5.1.1 Complexité temporelle

La complexité temporelle est O(n), où n est le nombre de sections, car chaque section doit être déplacée deux fois (une fois de Nam à Pam et une fois de Pam à Sam).

Algorithm 1: Algorithme de déplacement de Nam à Sam

```
Result: Déplacer tous les éléments de Nam à Sam
1 initialisation:
 2 ArrayStack nam, pam, sam;
 3 nam.push("N5 : Le Roi");
 4 nam.push("N4 : Gouvernement");
 5 nam.push("N3 : Académie");
 6 nam.push("N2 : Manufacture");
7 nam.push("N1 : Agriculture");
 s while nam n'est pas vide OU pam n'est pas vide do
      if nam n'est pas vide then
         déplacer le sommet de nam à pam;
10
      else
11
         déplacer le sommet de pam à sam;
12
      end
13
14
      imprimer l'état des piles;
      incrémenter le compteur de jours;
15
      if compteur de jours est égal à 10 then
16
         sortir de la boucle;
17
      end
18
19 end
20 if sam contient tous les éléments then
      afficher "Déplacement possible en X jours";
22 else
     afficher "Déplacement non possible en 10 jours";
24 end
```

```
public class MovingDay {
      // Creations des piles et du compteur
     private ArrayStack<String> nam;
     private ArrayStack<String> pam;
      private ArrayStack<String> sam;
      private int dayCount;
      // Constructeur mettant en place les parametres du jour
      // de demenagement
10
      public MovingDay() {
12
          nam = new ArrayStack<>();
          pam = new ArrayStack<>();
14
          sam = new ArrayStack<>();
15
16
          dayCount = 0;
          /* Initialisation des sections dans Nam
           * L'ordre des operations est important et la derniere section, N1,
19
           * est ajoutee tee est au sommet) */
          nam.push("N5: Le Roi");
21
          nam.push("N4: Gouvernement");
22
          nam.push("N3: AcadÃ@mie");
23
          nam.push("N2: Manufacture");
24
          nam.push("N1: Agriculture");
25
26
27
      public void DeplacerSection(ArrayStack<String> origine, ArrayStack<String> destination) {
28
          destination.push(origine.pop());
29
30
31
      public void DeplacerVille() {
32
          while (!nam.isEmpty() || !pam.isEmpty()) {
33
              if (!nam.isEmpty()) {
34
                   // Deplacement Nam --> Pam, tant que Nam contient un element
```

```
DeplacerSection(nam, pam);
36
37
              } else if (!pam.isEmpty()) {
                  /* Deplacement Pam --> Sam, lorsque Nam est vide
38
                    * et tant que Pam n'est pas vide */
39
                   DeplacerSection(pam, sam);
40
41
              dayCount++;
42
              printStatus();
43
              if (dayCount == 10) {
44
45
                  break;
46
          }
47
      }
48
49
      public void printStatus() {
50
          System.out.println("Jour " + dayCount + ": Nam (" + formatStack(nam) + "), Pam (" + formatStack(pam) + ")
51
       et Sam (" + formatStack(sam) + ")");
52
53
      // M	ilde{A}	ilde{\odot}thode auxiliaire pour formater le contenu de la pile pour l'affichage
54
      private String formatStack(ArrayStack<String> stack) {
55
          // Retirer les crochets pour l'affichage selon le format de l'enonce
          return stack.toString().replaceAll("[\\[\]]", "");
57
58
59
60
      public String getResult() {
          if (sam.size() == 5) {
61
               return "Il est POSSIBLE de déplacer la ville dans les 10 jours, car "
62
63
                + dayCount + " jours sont nécessaires.";
          } else {
64
              return "Il est NON POSSIBLE de dÃoplacer la ville dans les 10 jours"
65
                + ", car plus de 10 jours sont nÃ@cessaires.";
66
67
          }
68
      }
69 }
70
71
72 public class Main {
      public static void main(String[] args) {
          MovingDay jourDeDepart = new MovingDay();
74
75
          jourDeDepart.DeplacerVille();
          System.out.println(jourDeDepart.getResult());
76
      }
77
78 }
```