MARATONA OBI

NÍVEL 2

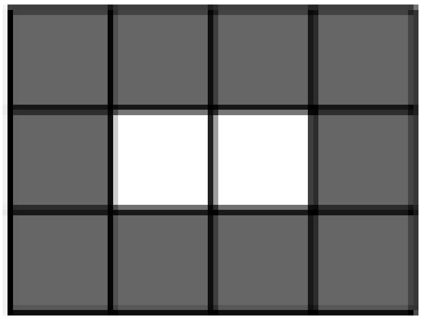
BEM - VINDOS!

AGENDA

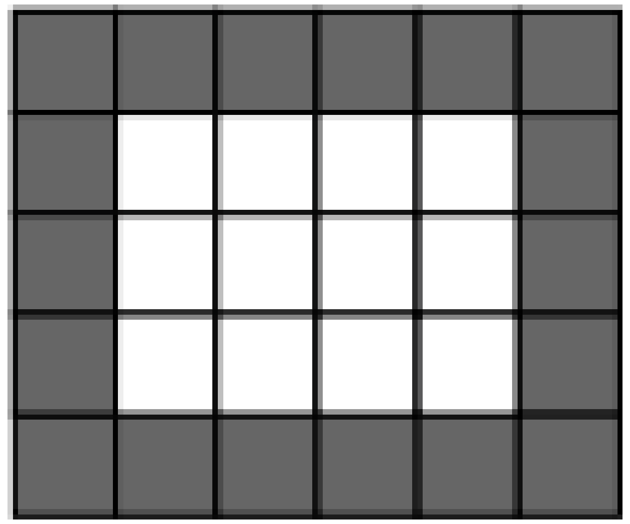
Hoje vamos realizar mais exercícios de provas antigas da Olimpíada Brasileira de Informática, agora no nível 2.

PISO DE DUAS CORES

Um arquiteto projetou uma pequena área que tem formato retangular e piso feito com ladrilhos quadrados de dimensões 20cm x 20cm. Ladrilhos de duas cores serão usados: o centro da área será formado por ladrilhos brancos e exatamente uma fileira de ladrilhos pretos serão colocados em cada lateral da área, como nas figuras abaixo



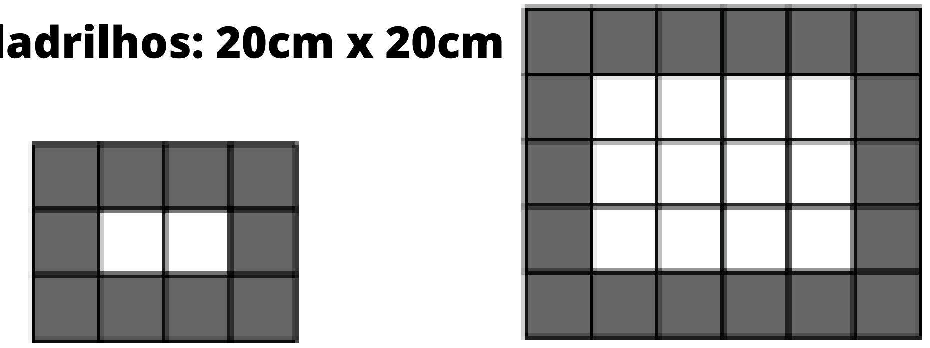
0,6m x 0,80m



1,0m x 1,2m

PISO DE DUAS CORES

ladrilhos: 20cm x 20cm



0,6m x 0,80m   1,0m x 1,2m

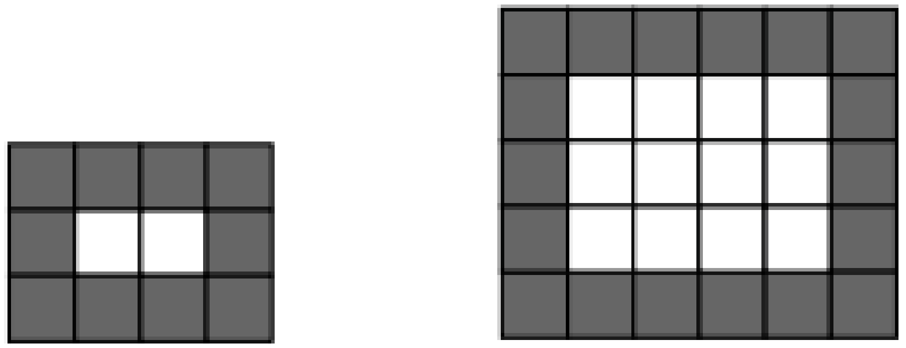
Questão 1. Se a área tem 10,0m x 10,0m quais os números mínimos de ladrilhos necessários para cobrir o piso?

(A) 2500 brancos e 200 pretos
(B) 2200 brancos e 300 pretos
(C) 2405 brancos e 95 pretos
(D) 2304 brancos e 196 pretos
(E) 400 brancos e 2100 pretos

Resolução:

PISO DE DUAS CORES

Questão 1. Se a área tem 10,0m x 10,0m quais os números mínimos de ladrilhos necessários para cobrir o piso?



0,6m x 0,80m   1,0m x 1,2m

Sabemos que cada ladrilho tem 20cm x 20cm. Como queremos cobrir uma área de 10m x 10m, precisamos descobrir quantos ladrilhos cabem em cada direção (largura e comprimento).

A ideia é simples:

- **Se sabemos as dimensões da área, podemos dividir esse valor pelo tamanho de um ladrilho para ver quantos cabem.**
- **Por exemplo, se temos 100cm de largura e cada ladrilho tem 20cm, então podemos encaixar 100 ÷ 20 = 5 ladrilhos na largura. Podemos verificar isso na figura de exemplo da questão.**

Esse raciocínio vale tanto para o comprimento quanto para a largura!

Resolução: **PISO DE DUAS CORES**

Vamos fazer isso para as dimensões da questão:

Primeiramente, é necessário trabalhar com todas as dimensões na mesma unidade de medida (Lembre-se: 1,0 m = 100 cm):

$$10{,}0 \text{ m} = (10 \times 100) \text{ cm} = 1000 \text{ cm}$$

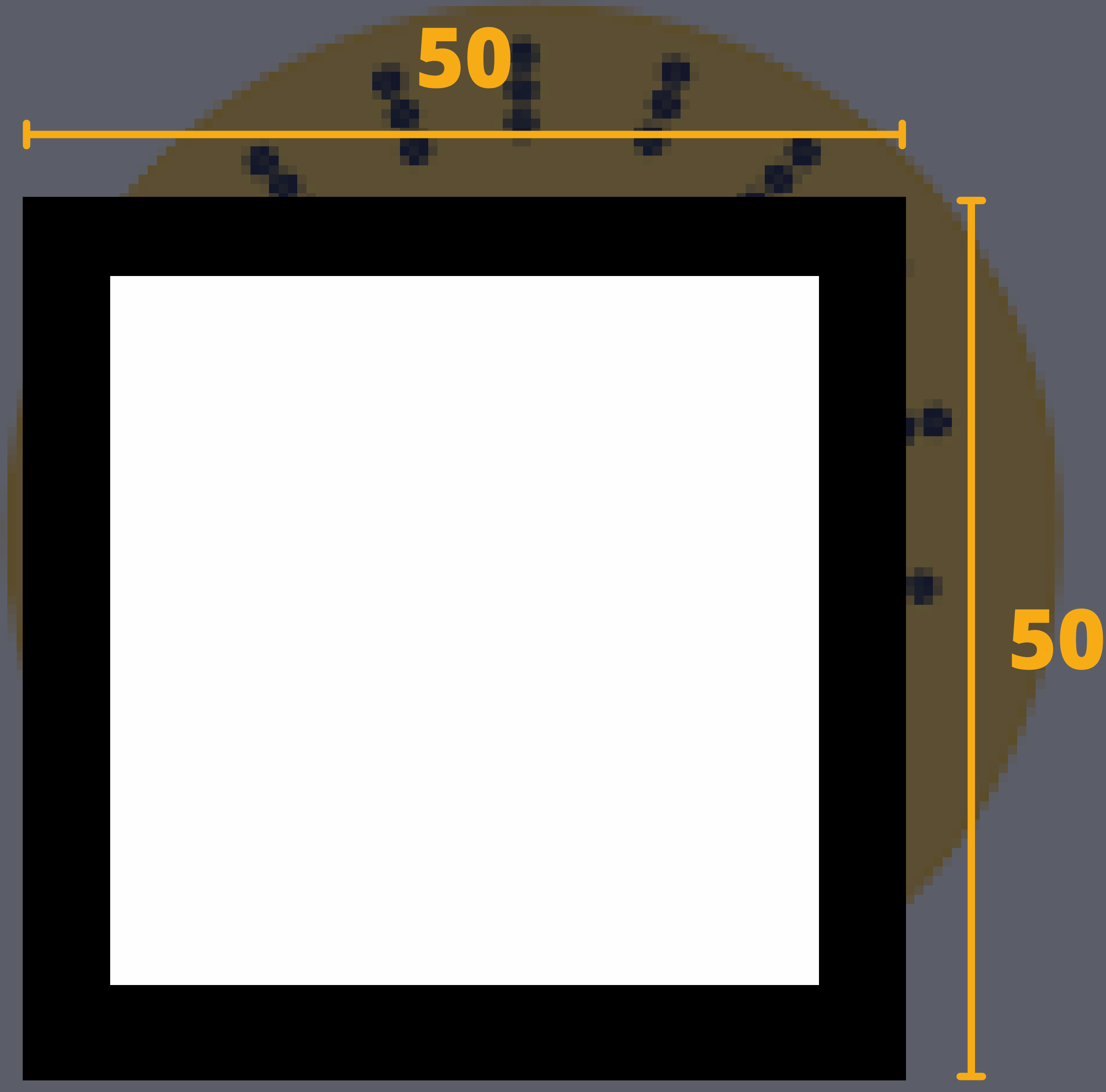
Agora, podemos obter o total de ladrilhos para a largura:

$$\text{total de ladrilhos} = \frac{\text{largura piso}}{\text{largura ladrilho}} = \frac{100\cancel{0}}{2\cancel{0}} = 50 \text{ ladrilhos}$$

Como o comprimento do piso é igual a largura, teremos também 50 ladrilhos.

Com o total de ladrilhos na largura e comprimento, descobrimos o total de ladrilhos utilizados no piso:

$$50 \times 50 = 2500 \text{ ladrilhos}$$



Resolução:

PISO DE DUAS CORES

Sabemos que o arquiteto quer colocar uma fileira de ladrilhos pretos ao longo das laterais do piso. Isso significa que:

- A primeira e a última linha serão pretas → 50 ladrilhos em cada uma.
- A primeira e a última coluna também serão pretas → 50 ladrilhos em cada uma.

Se somarmos todas as bordas:

$$50 + 50 + 50 + 50 = 200$$

Mas os 4 cantos foram contados duas vezes (pois aparecem nas linhas e colunas ao mesmo tempo). Então, subtraímos 4 ladrilhos:

$$200 - 4 = 196$$

Ou seja, usaremos 196 ladrilhos pretos para formar a borda.

Agora que sabemos que o total de ladrilhos é 2500 e que 196 deles são pretos. Então, o restante será branco:

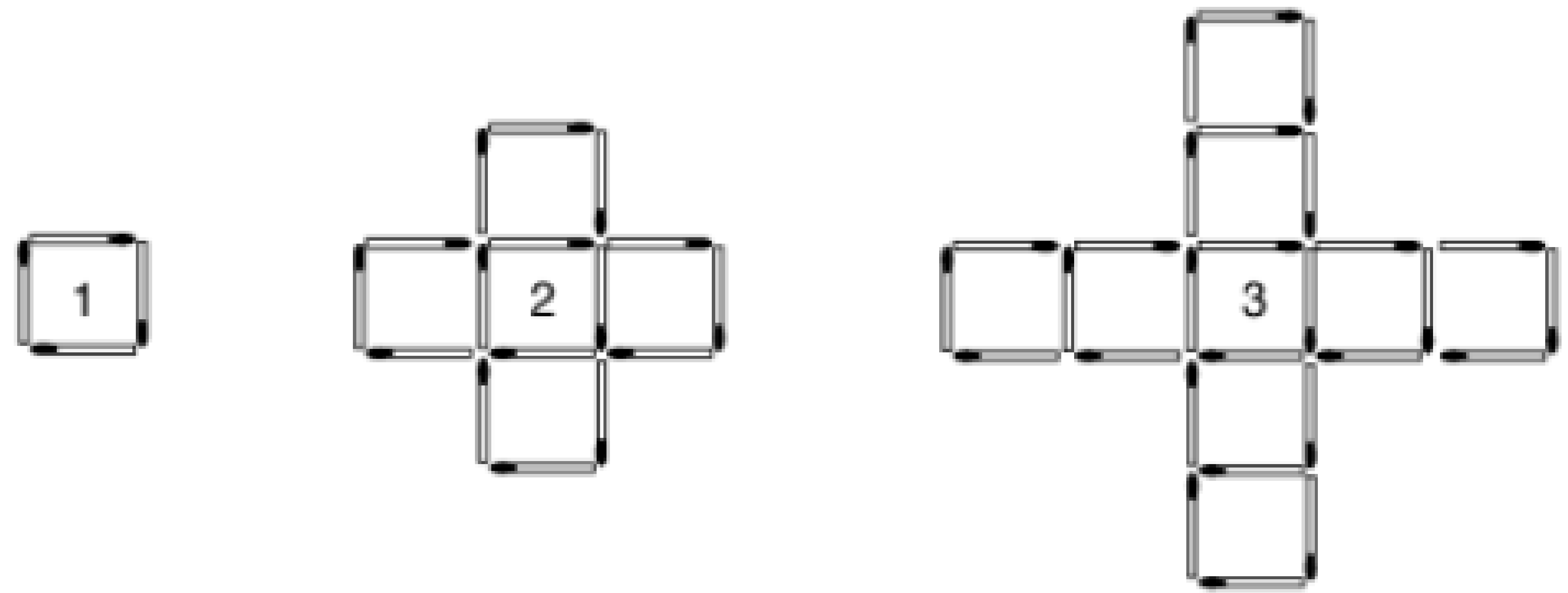
$$2500 - 196 = 2304$$

Ou seja, usaremos 2304 ladrilhos brancos para preencher o centro do piso.

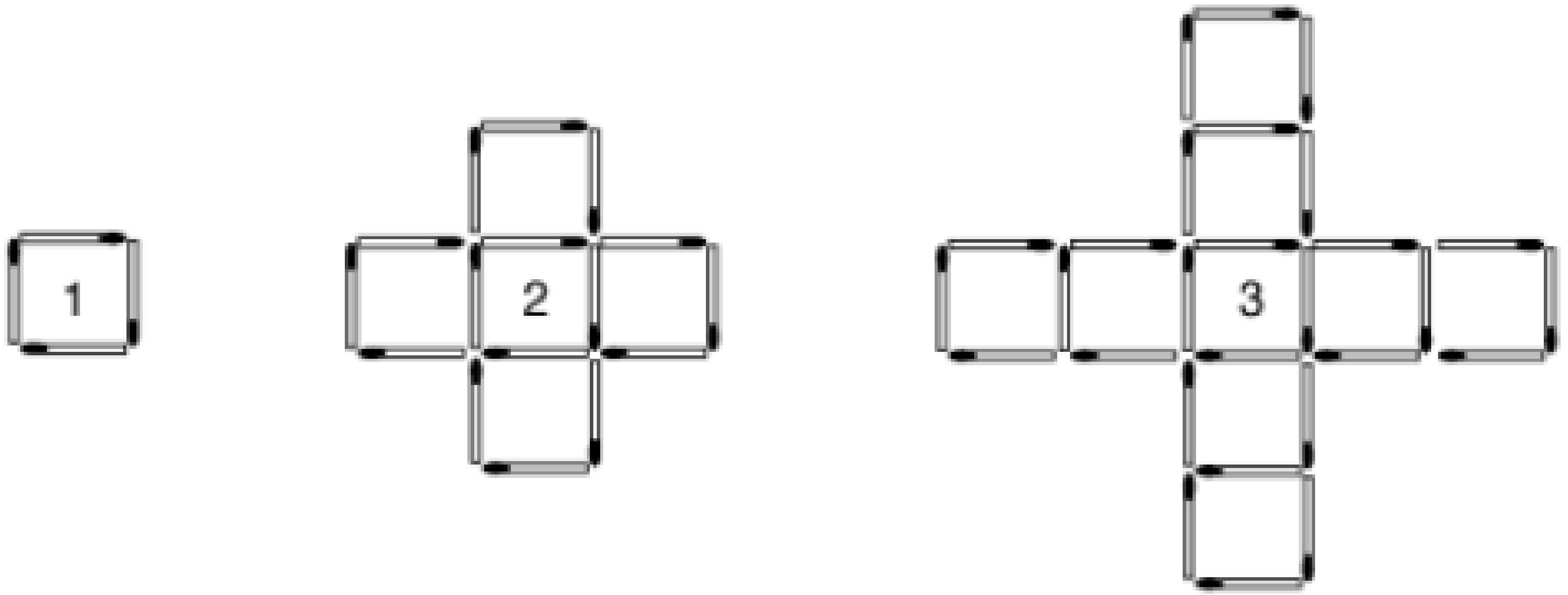
Resposta:
Letra (D)
2304 brancos e 196 pretos

QUADRADOS

Uma série de diagramas com quadrados é construída usando palitos de fósforo, como mostrado na figura abaixo.



QUADRADOS



Questão 1. Quantos quadrados há no diagrama de número 25?

(A) 71
(B) 75
(C) 79
(D) 97
(E) 100

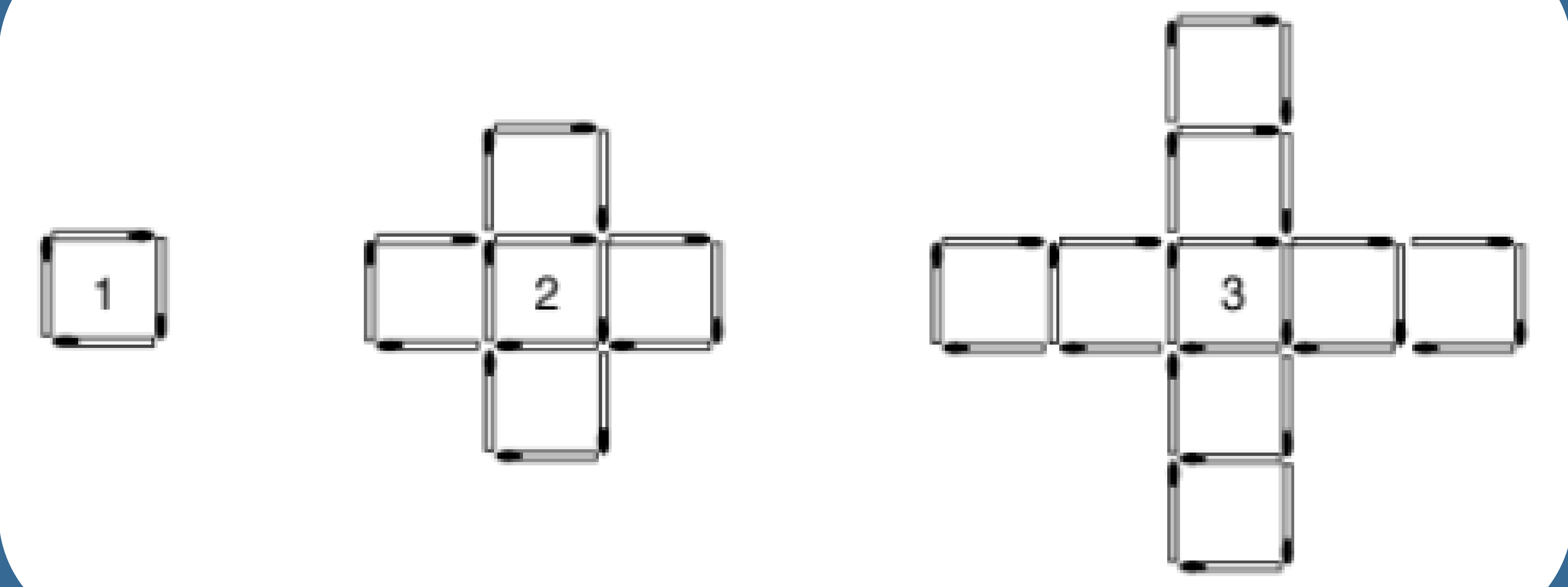
Questão 2. Quantos palitos de fósforo são necessários para construir o diagrama de número 11?

(A) 124
(B) 135
(C) 140
(D) 144
(E) 154

Resolução:

QUADRADOS

Questão 2. Quantos palitos de fósforo são necessários para construir o diagrama de número 11?

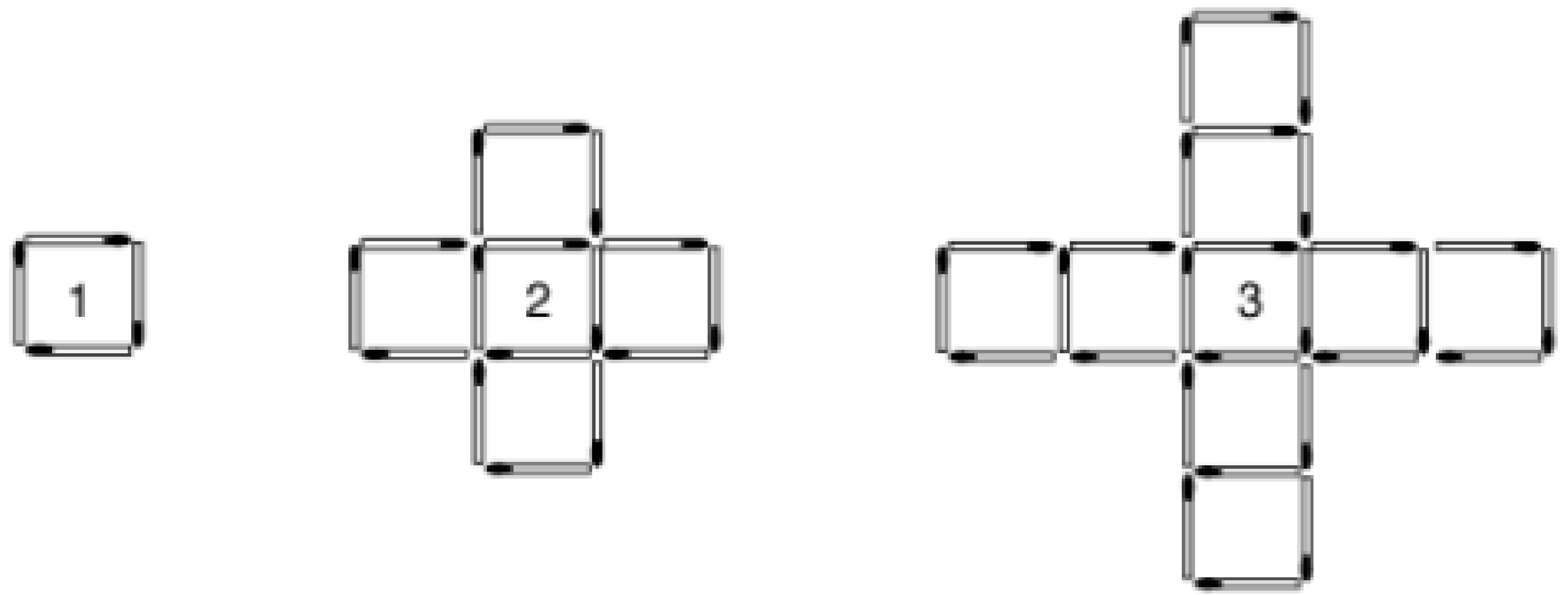


Para resolver a Questão 1, vamos preencher uma tabela que nos ajudará a observar o padrão do total de quadrados a cada diagrama.

Número do Diagrama	Total de Quadrados
1	1
2	
3	
...	...

Resolução:

QUADRADOS

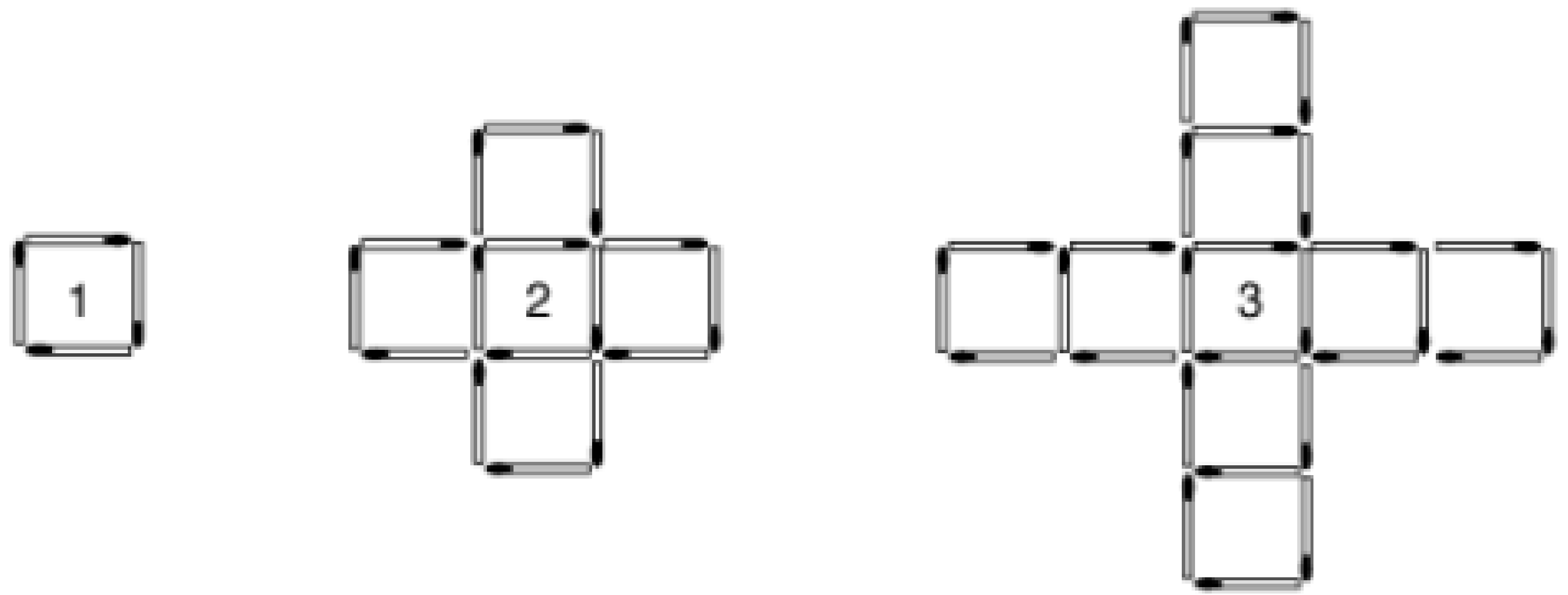


Para resolver a Questão 1, vamos preencher uma tabela que nos ajudará a observar o padrão do total de quadrados a cada diagrama.

Número do Diagrama	Total de Quadrados
1	1
2	5
3	
...	...

Resolução:

QUADRADOS



Para resolver a Questão 1, vamos preencher uma tabela que nos ajudará a observar o padrão do total de quadrados a cada diagrama.

Número do Diagrama	Total de Quadrados
1	1
2	5
3	9
...	...

Resolução:

QUADRADOS

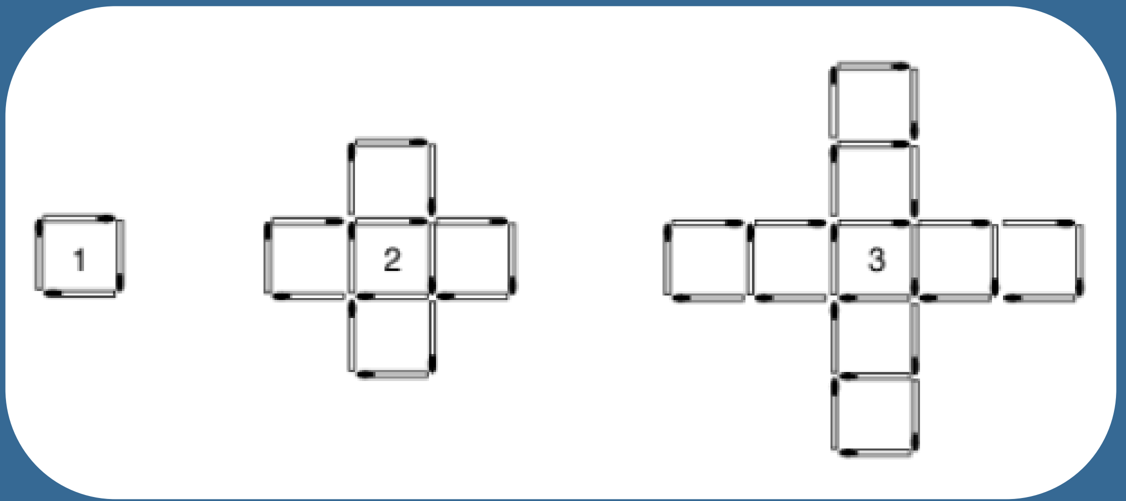
Observe que a cada diagrama adicionamos 4 quadrados nas extremidades. Então:

- **No diagrama 1: 1 quadrado**
- **No diagrama 2: 1 + 4 = 5 quadrados**
- **No diagrama 3: 5 + 4 = 1 + 4 + 4 = 9 quadrados**

Note que, a partir do segundo diagrama, sempre somamos 4 quadrados ao total anterior. Isso sugere um padrão que podemos representar matematicamente!

Se chamarmos o número do diagrama de “x”, podemos definir uma função “f(x)” que nos forneça o total de quadrados no diagrama correspondente. Vamos determinar essa função para descrever a relação entre ”x” e o número total de quadrados.

Número do Diagrama	Total de Quadrados
1	1
2	5 +4
3	9 +4
...	...



Resolução:

QUADRADOS

Pensando nisso, observe novamente que

- No diagrama 1: $1 = 1 + 4x0 = 1$ quadrado
- No diagrama 2: $1 + 4 = 1 + 4x1 = 5$ quadrados
- No diagrama 3: $1 + 4 + 4 = 1 + 4x2 = 9$ quadrados

Assim, conseguimos generalizar esse padrão por:

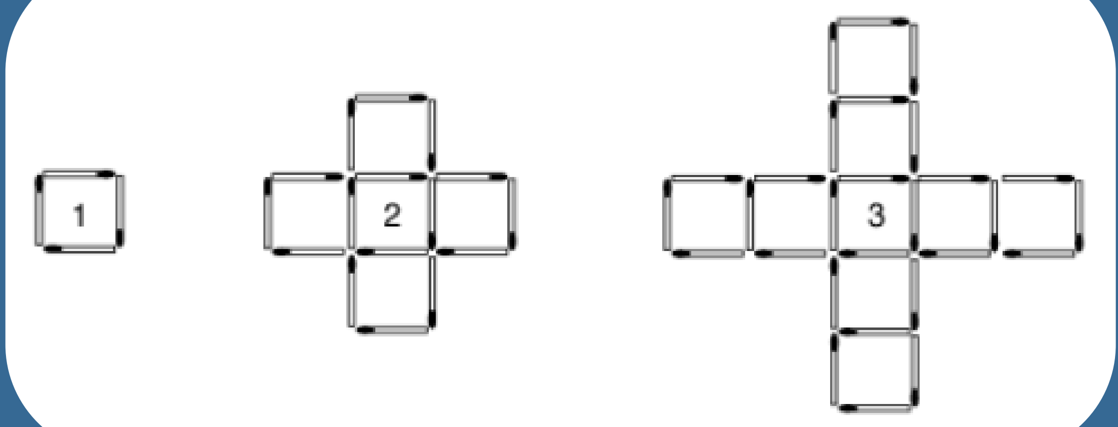
$$f(x) = 1 + 4(x-1)$$

Agora ficou fácil! Para obtermos o total de quadrados no diagrama 25 basta usar x = 25 em nossa fórmula.

Portanto,

$$f(25) = 1 + 4(25-1) = 1 + 4x24 = 1 + 96 = 97$$

Número do Diagrama	Total de Quadrados
1	1
2	5 +4
3	9 +4
...	...

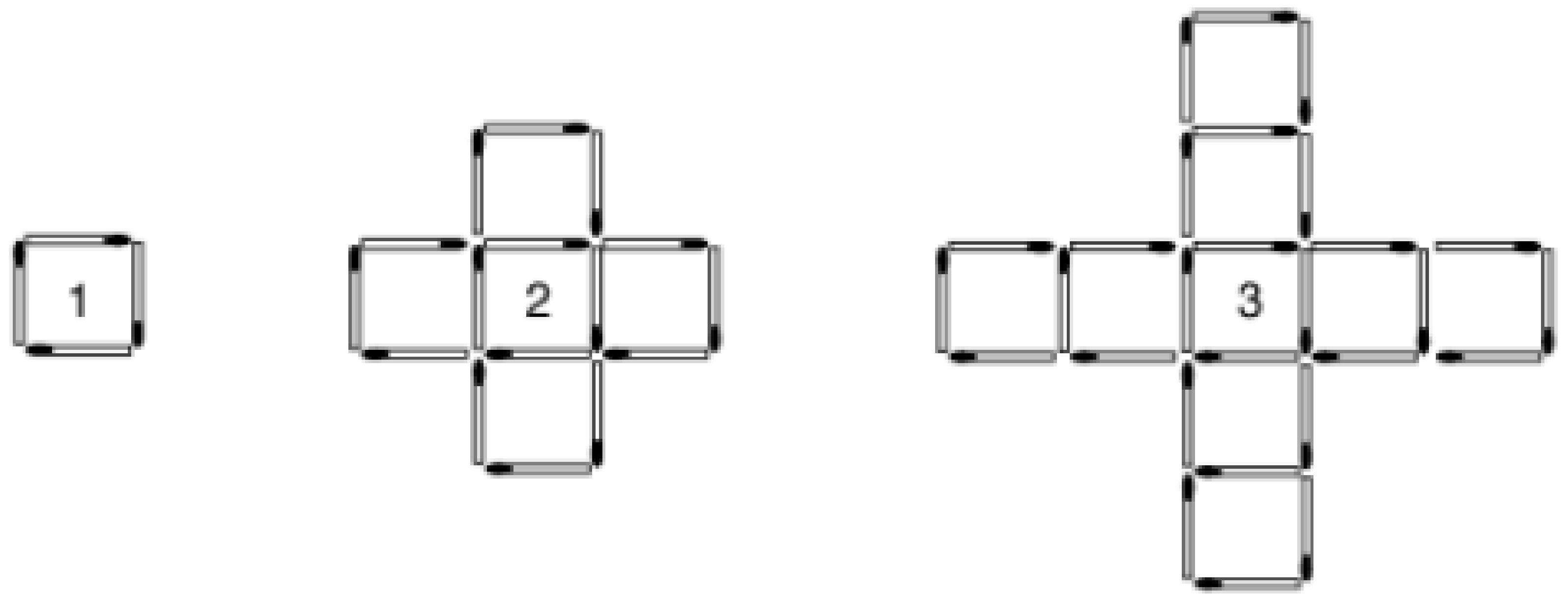


Resposta:
Letra (D) 97

Resolução:

QUADRADOS

Questão 2. Quantos palitos de fósforo são necessários para construir o diagrama de número 11?



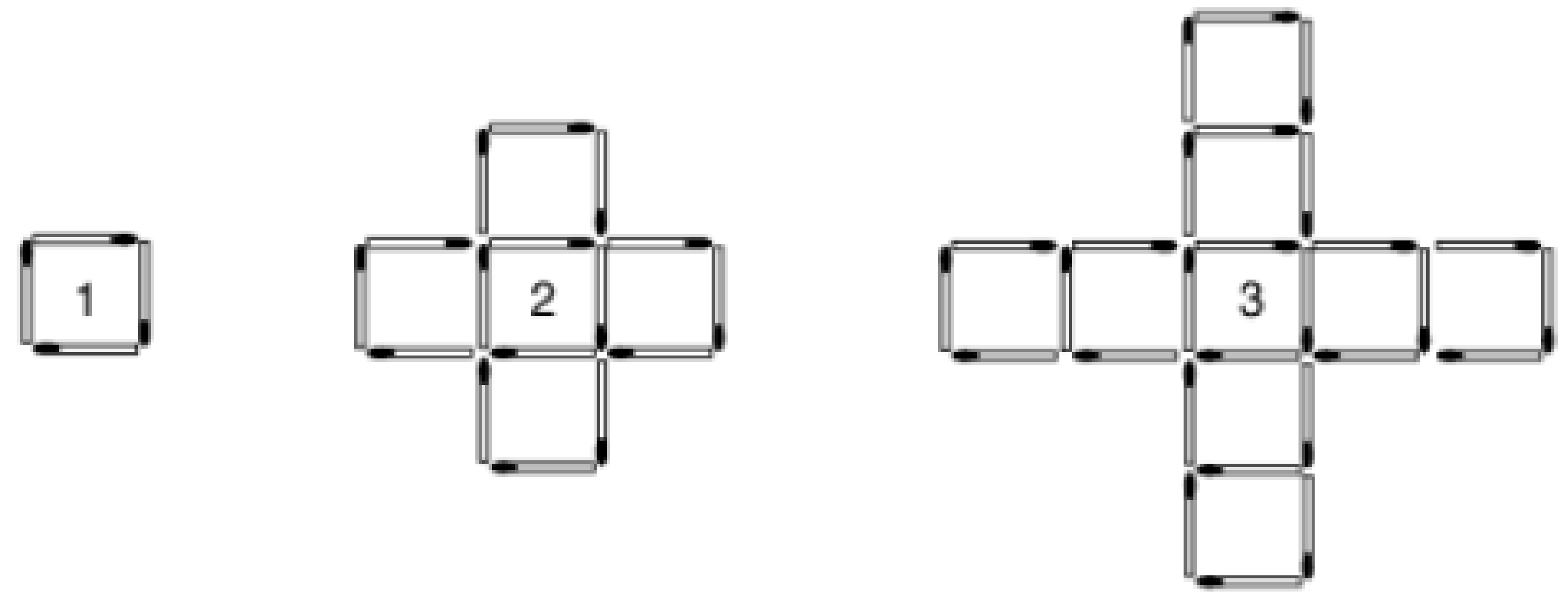
Para resolver a Questão 2, iremos fazer o mesmo processo feito na Questão 1. Mas, agora, avaliaremos o total de fósforos.

Número do Diagrama	Total de Fósforos
1	4
2	
3	
...	...

CODE LAB TEEN

Resolução:

QUADRADOS

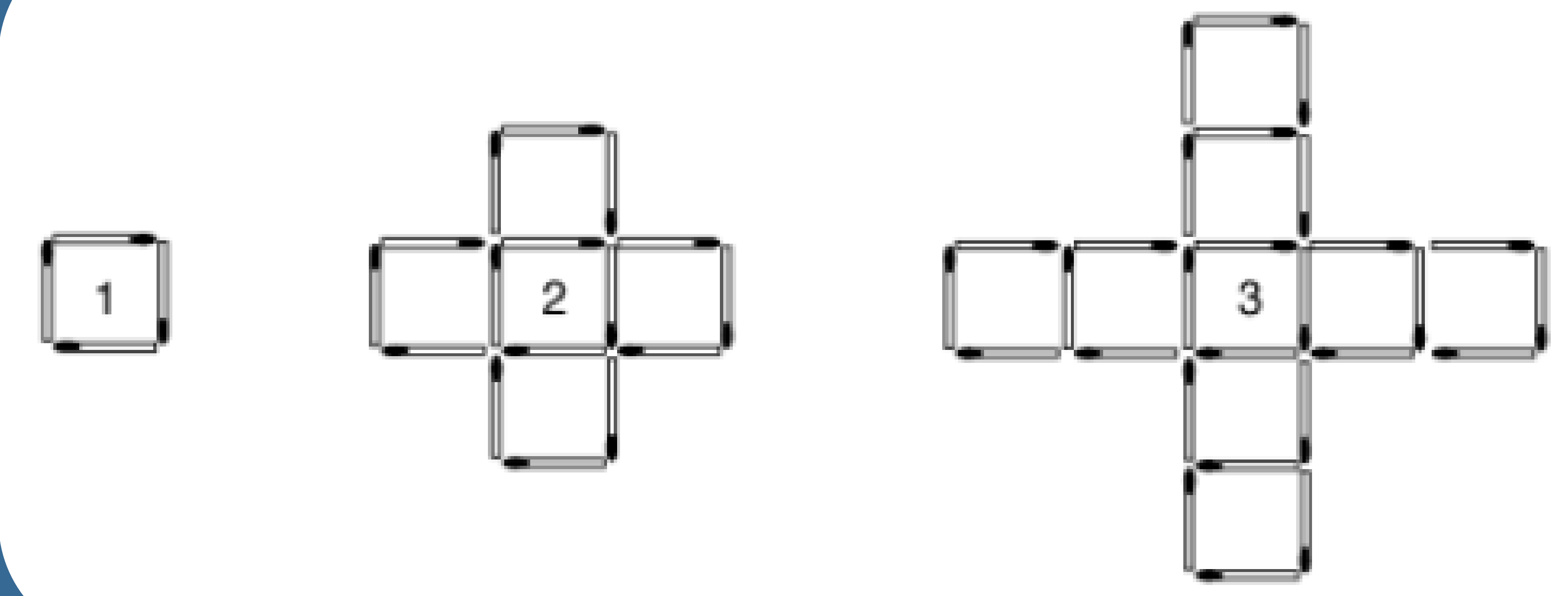


Para resolver a Questão 2, iremos fazer o mesmo processo feito na Questão 1. Mas, agora, avaliaremos o total de fósforos.

Número do Diagrama	Total de Fósforos
1	4
2	16
3	
...	...

Resolução:

QUADRADOS



Para resolver a Questão 2, iremos fazer o mesmo processo feito na Questão 1. Mas, agora, avaliaremos o total de fósforos.

Número do Diagrama	Total de Fósforos
1	4
2	16
3	28
...	...

Resolução:

QUADRADOS

Agora, a cada diagrama adicionamos 12 fósforos nas extremidades. Então:

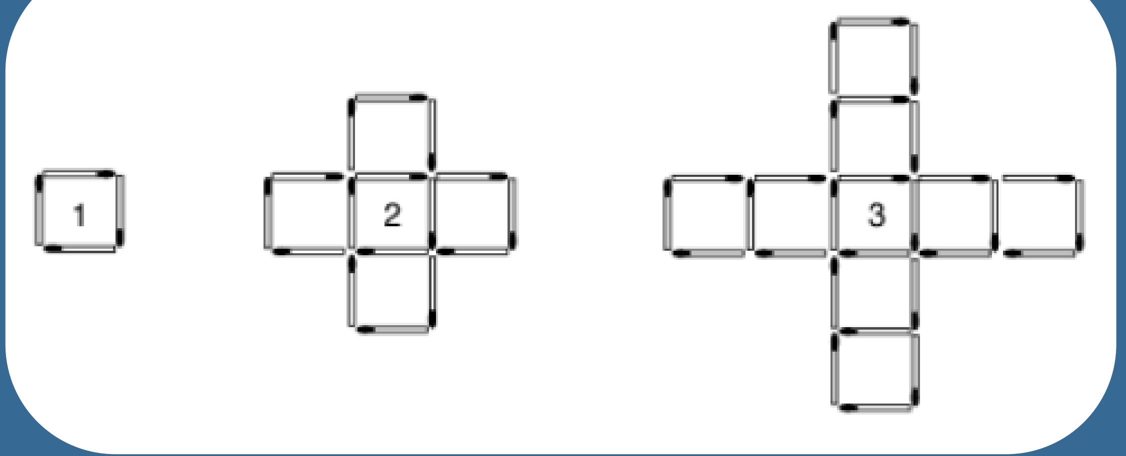
- No diagrama 1: 4 fósforos
- No diagrama 2: 4 + 12 = 16 fósforos
- No diagrama 3: 16 + 12 = 4 + 12 + 12 = 28 fósforos

Adotando o número do diagrama de "x", definimos uma função "f(x)" que nos forneça o total de fósforos no diagrama correspondente.

Assim como na questão anterior, observamos que:

- No diagrama 1: 4 + 12x0 = 4 fósforos
- No diagrama 2: 4 + 12 = 4+12x1 = 16 fósforos
- No diagrama 3: 16 + 12 = 4 + 12 + 12 = 4 + 12x2 = = 28 fósforos

Número do Diagrama	Total de Fósforos
1	4
2	+12 16
3	+12 28
...	...



CODE LAB TEEN

Prova 2016 - Fase 1

QUADRADOS

Resolução:

Então, conseguimos generalizar esse padrão por:

$f(x) = 4 + 12(x-1)$

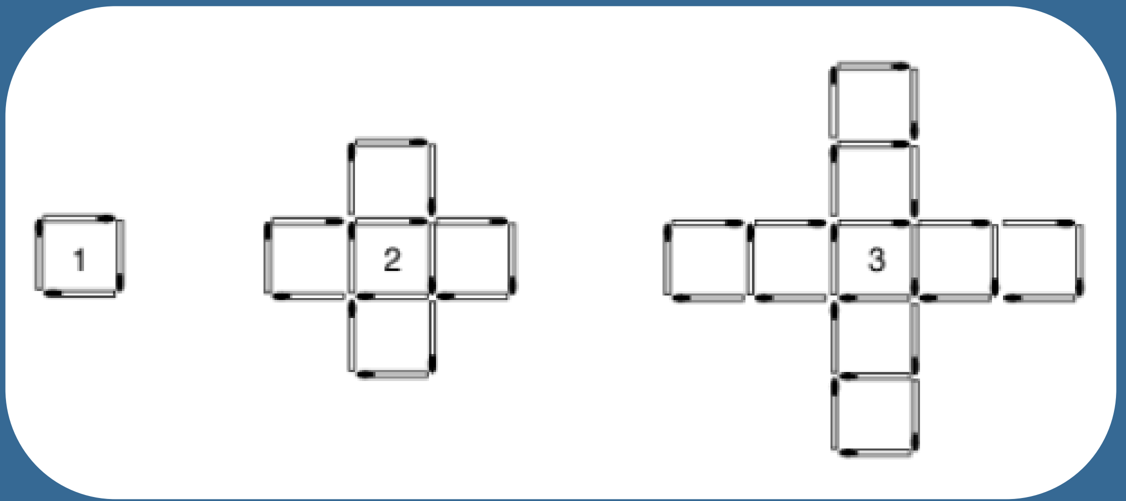
Portanto, usando x = 11

$f(25) = 4 + 12(11-1) = 4 + 12x10 = 4 + 120 = 124$

Resposta:

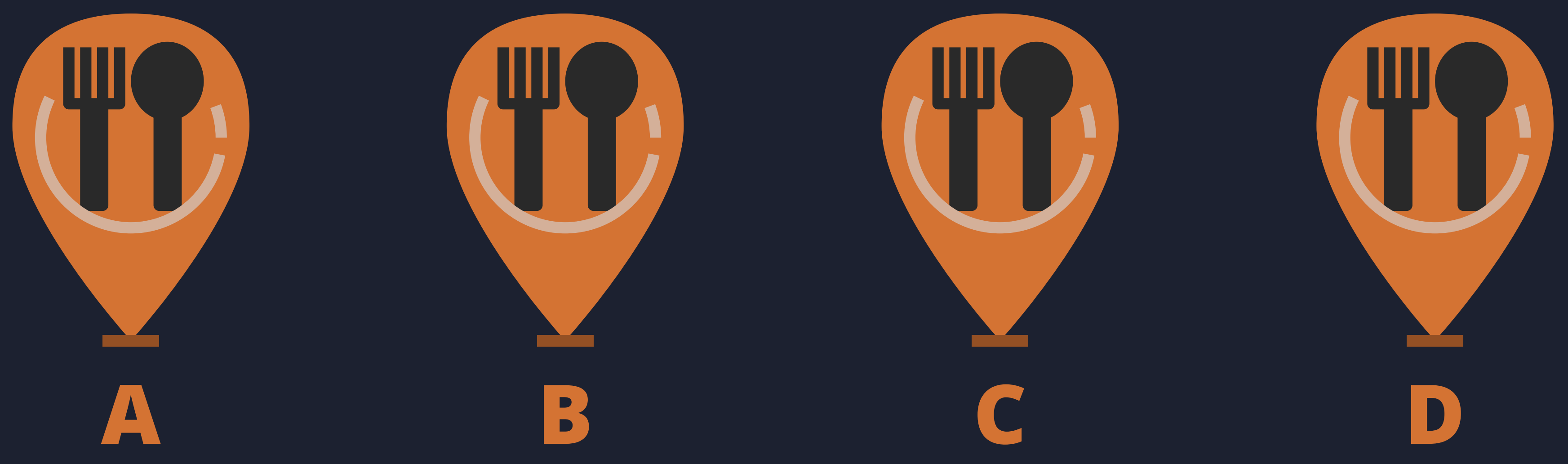
Letra (A) 124

Número do Diagrama	Total de Fósforos
1	4
2	+12 16
3	+12 28
...	...



CANTINAS

A escola é enorme e tem quatro cantinas, A, B, C e D, onde os alunos podem almoçar. Numa certa semana, de segunda-feira a sexta-feira, quatro estudantes, Edu, Jéssica, Marisa e Rui, vão almoçar em uma das quatro cantinas. Nenhum par desses quatro estudantes almoça na mesma cantina no mesmo dia e as seguintes restrições devem ser obedecidas:



- Nenhum estudante pode almoçar na mesma cantina mais do que duas vezes durante a semana.
- Marisa é a única estudante que almoça na cantina A em dois dias da semana, e um dos dias em que ela almoça na cantina A é quinta-feira.
- Rui almoça na cantina B na segunda-feira e na terça-feira.
- Jéssica almoça na cantina D na terça-feira e na quarta-feira.
- Edu almoça na cantina A na sexta-feira.

CANTINAS

Questão 1. Qual das seguintes alternativas é sempre verdadeira?
(A) Rui não almoça na cantina C.
(B) Marisa almoça apenas nas cantinas A, C e D.
(C) Todos os estudantes almoçam na cantina D.
(D) Todos os estudantes almoçam na cantina C.
(E) Todos os estudantes almoçam na cantina A.

Questão 2. Se Rui almoça na cantina C na quinta-feira e Edu almoça na cantina C na segunda-feira, qual das seguintes alternativas é sempre verdadeira?
(A) Edu almoça na cantina B na quinta-feira.
(B) Jéssica almoça na cantina C na sexta-feira.
(C) Marisa almoça na cantina C na quarta-feira.
(D) Rui almoça na cantina C na sexta-feira.
(E) Rui almoça na cantina D na sexta-feira.

Restrições

- Nenhum par desses quatro estudantes almoça na mesma cantina no mesmo dia
- Nenhum estudante pode almoçar na mesma cantina mais do que duas vezes durante a semana.
- Marisa é a única estudante que almoça na cantina A em dois dias da semana, e um dos dias em que ela almoça na cantina A é quinta-feira.
- Rui almoça na cantina B na segunda-feira e na terça-feira.
- Jéssica almoça na cantina D na terça-feira e na quarta-feira.
- Edu almoça na cantina A na sexta-feira.

CODE LAB TEEN

Resolução:

CANTINAS

Restrições

Vamos começar preenchendo a tabela conforme as restrições dadas pelo exercício

	Segunda	Terça	Quarta	Quinta	Sexta
Edu					
Jéssica					
Marisa					
Rui					

- Nenhum par desses quatro estudantes almoça na mesma cantina no mesmo dia
- Nenhum estudante pode almoçar na mesma cantina mais do que duas vezes durante a semana.
- Marisa é a única estudante que almoça na cantina A em dois dias da semana, e um dos dias em que ela almoça na cantina A é quinta-feira.
- Rui almoça na cantina B na segunda-feira e na terça-feira.
- Jéssica almoça na cantina D na terça-feira e na quarta-feira.
- Edu almoça na cantina A na sexta-feira.

CODE LAB TEEN

Resolução:

CANTINAS

Restrições

Vamos começar preenchendo a tabela conforme as restrições dadas pelo exercício

	Segunda	Terça	Quarta	Quinta	Sexta
Edu					
Jéssica					
Marisa				A	
Rui					

- Nenhum par desses quatro estudantes almoça na mesma cantina no mesmo dia
- Nenhum estudante pode almoçar na mesma cantina mais do que duas vezes durante a semana.
- Marisa é a única estudante que almoça na cantina A em dois dias da semana, e um dos dias em que ela almoça na cantina A é quinta-feira.
- Rui almoça na cantina B na segunda-feira e na terça-feira.
- Jéssica almoça na cantina D na terça-feira e na quarta-feira.
- Edu almoça na cantina A na sexta-feira.

CODE LAB TEEN

Resolução:

CANTINAS

Vamos começar preenchendo a tabela conforme as restrições dadas pelo exercício

	Segunda	Terça	Quarta	Quinta	Sexta
Edu					
Jéssica					
Marisa				A	
Rui	B	B			

Restrições

- Nenhum par desses quatro estudantes almoça na mesma cantina no mesmo dia
- Nenhum estudante pode almoçar na mesma cantina mais do que duas vezes durante a semana.
- Marisa é a única estudante que almoça na cantina A em dois dias da semana, e um dos dias em que ela almoça na cantina A é quinta-feira.
- Rui almoça na cantina B na segunda-feira e na terça-feira.
- Jéssica almoça na cantina D na terça-feira e na quarta-feira.
- Edu almoça na cantina A na sexta-feira.

CODE LAB TEEN

Resolução:

CANTINAS

Vamos começar preenchendo a tabela conforme as restrições dadas pelo exercício

	Segunda	Terça	Quarta	Quinta	Sexta
Edu					
Jéssica		D	D		
Marisa				A	
Rui	B	B			

Restrições

- Nenhum par desses quatro estudantes almoça na mesma cantina no mesmo dia
- Nenhum estudante pode almoçar na mesma cantina mais do que duas vezes durante a semana.
- Marisa é a única estudante que almoça na cantina A em dois dias da semana, e um dos dias em que ela almoça na cantina A é quinta-feira.
- Rui almoça na cantina B na segunda-feira e na terça-feira.
- Jéssica almoça na cantina D na terça-feira e na quarta-feira.
- Edu almoça na cantina A na sexta-feira.

CODE LAB TEEN

Resolução:

CANTINAS

Restrições

Vamos começar preenchendo a tabela conforme as restrições dadas pelo exercício

	Segunda	Terça	Quarta	Quinta	Sexta
Edu					A
Jéssica		D	D		
Marisa				A	
Rui	B	B			

- Nenhum par desses quatro estudantes almoça na mesma cantina no mesmo dia
- Nenhum estudante pode almoçar na mesma cantina mais do que duas vezes durante a semana.
- Marisa é a única estudante que almoça na cantina A em dois dias da semana, e um dos dias em que ela almoça na cantina A é quinta-feira.
- Rui almoça na cantina B na segunda-feira e na terça-feira.
- Jéssica almoça na cantina D na terça-feira e na quarta-feira.
- Edu almoça na cantina A na sexta-feira.

CODE LAB TEEN

Resolução:

CANTINAS

Para a Questão 1, vamos tentar preencher toda a tabela com as respectivas cantinas, sempre respeitando as restrições.

	Segunda	Terça	Quarta	Quinta	Sexta
Edu					A
Jéssica		D	D		
Marisa				A	
Rui	B	B			

Questão 1. Qual das seguintes alternativas é sempre verdadeira?

(A) Rui não almoça na cantina C.

(B) Marisa almoça apenas nas cantinas A, C e D.

(C) Todos os estudantes almoçam na cantina D.

(D) Todos os estudantes almoçam na cantina C.

(E) Todos os estudantes almoçam na cantina A.

CODE LAB TEEN

Resolução:

CANTINAS

Vamos começar por Terça, já que temos duas cantinas direcionadas.

	Segunda	Terça	Quarta	Quinta	Sexta
Edu					A
Jéssica		D	D		
Marisa				A	
Rui	B	B			

Uma das restrições é que não se pode repetir as cantinas entre os alunos no mesmo dia. Assim, nos resta avaliar as cantinas A e C.

Resolução:

CANTINAS

Lembre-se que Marisa é a única em que almoça na cantina A em dois dias diferentes. Assim, Edu não pode almoçar na cantina A na terça.

	Segunda	Terça	Quarta	Quinta	Sexta
Edu		C			A
Jéssica		D	D		
Marisa		A		A	
Rui	B	B			

CODE LAB TEEN

Resolução:

CANTINAS

Vamos avaliar Segunda:

Observe que, como Marisa é a única na qual pode almoçar duas vezes na cantina A, neste caso, nós poderemos destinar a cantina A somente para Jéssica.

	Segunda	Terça	Quarta	Quinta	Sexta
Edu		C			A
Jéssica	A	D	D		
Marisa		A		A	
Rui	B	B			

CODE LAB TEEN

Resolução:

CANTINAS

Para Edu e Marisa, tanto C ou D satisfazem as restrições (desde que sejam escolhidas individualmente).

	Segunda	Terça	Quarta	Quinta	Sexta
Edu	C/D	C			A
Jéssica	A	D	D		
Marisa	D/C	A		A	
Rui	B	B			

CODE LAB TEEN

Resolução:

CANTINAS

Avaliando Quarta:
Pela restrição da cantina A com Marisa, neste caso, Rui é o único em que pode almoçar na cantina A.

	Segunda	Terça	Quarta	Quinta	Sexta
Edu	C/D	C			A
Jéssica	A	D	D		
Marisa	D/C	A		A	
Rui	B	B	A		

CODE LAB TEEN

Resolução:

CANTINAS

Veja só! Preenchendo até aqui, já encontramos a solução.
Podemos afirmar que todos os estudantes almoçam na cantina A.

	Segunda	Terça	Quarta	Quinta	Sexta
Edu	C/D	C			A
Jéssica	A	D	D		
Marisa	D/C	A		A	
Rui	B	B	A		

Resolução:

CANTINAS

Resposta: Letra (E)

Todos os estudantes almoçam na cantina A.

	Segunda	Terça	Quarta	Quinta	Sexta
Edu	C/D	C			A
Jéssica	A	D	D		
Marisa	D/C	A		A	
Rui	B	B	A		

CODE LAB TEEN

Resolução:

CANTINAS

Para a Questão 2, vamos incluir as novas restrições e tentar preencher o restante da tabela para obter uma solução.

	Segunda	Terça	Quarta	Quinta	Sexta
Edu	C				A
Jéssica		D	D		
Marisa				A	
Rui	B	B		C	

Questão 2. Se <u>Rui almoça na cantina C na quinta-feira e Edu almoça na cantina C na segunda-feira</u>, qual das seguintes alternativas é sempre verdadeira?

(A) Edu almoça na cantina B na quinta-feira.
(B) Jéssica almoça na cantina C na sexta-feira.
(C) Marisa almoça na cantina C na quarta-feira.
(D) Rui almoça na cantina C na sexta-feira.
(E) Rui almoça na cantina D na sexta-feira.

CODE LAB TEEN

Resolução:

CANTINAS

Novamente, vamos começar por Terça, já que vimos que a única opção válida é Edu almoçar na cantina C e Marisa almoçar na cantina A.

	Segunda	Terça	Quarta	Quinta	Sexta
Edu	C	C			A
Jéssica		D	D		
Marisa		A		A	
Rui	B	B		C	

Lembrando: Marisa é única em que pode almoçar na cantina A duas vezes na semana

CODE LAB TEEN

Resolução:

CANTINAS

Avaliando Segunda:
Veja que nos resta as cantinas A e D para direcionar a um estudante.
Observe também que Jéssica já almoça duas vezes na cantina D. Assim:

	Segunda	Terça	Quarta	Quinta	Sexta
Edu	C	C			A
Jéssica	A	D	D		
Marisa	D	A		A	
Rui	B	B		C	

CODE LAB TEEN

Resolução:

CANTINAS

Avaliando Quarta:
Como vimos no exercício anterior, na quarta, Rui deve almoçar na cantina A.

	Segunda	Terça	Quarta	Quinta	Sexta
Edu	C	C			A
Jéssica	A	D	D		
Marisa	D	A		A	
Rui	B	B	A	C	

CODE LAB TEEN

Resolução:

CANTINAS

Avaliando Quarta:
Agora, nos resta as cantinas B e C para serem destinadas a um aluno.
Veja que Edu já almoça duas vezes na cantina C. Então:

	Segunda	Terça	Quarta	Quinta	Sexta
Edu	C	C	B		A
Jéssica	A	D	D		
Marisa	D	A	C	A	
Rui	B	B	A	C	

CODE LAB TEEN

Resolução:

CANTINAS

Portanto, já obtemos nossa solução! Veja que Marisa almoça na cantina C na quarta-feira.

	Segunda	Terça	Quarta	Quinta	Sexta
Edu	C	C	B		A
Jéssica	A	D	D		
Marisa	D	A	C	A	
Rui	B	B	A	C	

CODE LAB TEEN

Resolução:

CANTINAS

Resposta: Letra (C)
Marisa almoça na cantina C na quarta-feira.

	Segunda	Terça	Quarta	Quinta	Sexta
Edu	C	C	B		A
Jéssica	A	D	D		
Marisa	D	A	C	A	
Rui	B	B	A	C	

MÉDIA E MEDIANA

A média de três números inteiros A, B e C é (A + B + C)/3. A mediana de três números inteiros é o número que ficaria no meio se os três números fossem ordenados em ordem não-decrescente. Por exemplo, se A = 11, B = 4 e C = 6, a média vale (11+4+6)/3 = 7 e a mediana vale 6 (pois ordenando os três números obtemos [4, 6, 11]).

Questão 1. Se A = 22 e B = 10 qual o menor valor inteiro possível para C tal que a média e a mediana de A, B e C sejam iguais.?

(A) -4

(B) -2

(C) 2

(D) 22

(E) 34

CODE LAB TEEN

Resolução:

MÉDIA E MEDIANA

A mediana é o valor central quando os números são organizados em ordem crescente. Dependendo do valor de C, temos três casos:

1. Se C <= 10 → ordem: C, 10, 22 → mediana = 10
2. Se 10 <= C <= 22 → ordem: 10, C, 22 → mediana = C
3. Se C >= 22 → ordem: 10, 22, C → mediana = 22

Como queremos o menor inteiro para que a média seja igual a mediana, deveremos utilizar a ordem em que tenhamos o menor valor da mediana.

Assim, utilizaremos C <= 10.

A média é calculada por

$$\frac{C + 10 + 22}{3} = \frac{C + 32}{3} = 10$$

Obtendo o valor de C:

$$\frac{C + 32}{3} = 10 \Rightarrow C + 32 = 30 \Rightarrow C = -2$$

Resposta:
Letra (B) -2

CODE LAB TEEN

OBRIGADO!

Contem para gente o que você achou da aula de hoje:

https://forms.gle/Q1BYFnKxjyKuCC647

CODELAB TEEN