



Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο
Σχολή Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Μηχανικών Υπολογιστών
Τομέας Τεχνολογίας Πληροφορικής και Υπολογιστών

Αλγόριθμοι και Πολυπλοκότητα

Διδάσκοντες: Δημήτρης Φωτάκης, Δώρα Σούλιου

1η Σειρά Προγραμματιστικών Ασκήσεων - Ημ/νία Παράδοσης 7/11/2016

Άσκηση 1: Παιδική Χαρά στην Τετραγωνούπολη

Ο Δήμαρχος της Τετραγωνούπολης αποφάσισε να τηρήσει τις προεκλογικές του δεσμεύσεις και να φτιάξει μία παιδική χαρά στο πάρκο. Το πάρκο μπορεί να αναπαρασταθεί ως ένα $N \times N$ πλέγμα και η παιδική χαρά θα καταλαμβάνει την περιοχή που ορίζεται από ένα ορθογώνιο παραλληλόγραμμο εντός του πλέγματος. Συγκεκριμένα, αν το πάνω αριστερά και το κάτω δεξιά μοναδιαίο τετράγωνο του πλέγματος έχουν συντεταγμένες $(1, 1)$ και (N, N) αντίστοιχα, ο χώρος για την παιδική χαρά θα ορίζεται από δύο ζεύγη φυσικών αριθμών (a, b) και (c, d) , με $1 \leq a \leq c \leq N$ και $1 \leq b \leq d \leq N$, που δηλώνουν τις συντεταγμένες του πάνω αριστερά και του κάτω δεξιά τετραγώνου του παραλληλογράμμου για την παιδική χαρά αντίστοιχα.

Στο πάρκο υπάρχουν αρκετά δέντρα. Τα μοναδιαία τετράγωνα είναι αρκετά μικρά ώστε το καθένα να περιέχει το πολύ ένα δέντρο. Αν ένα μοναδιαίο τετράγωνο του πλέγματος περιέχει δέντρο, η αντίστοιχη θέση του χάρτη σημειώνεται με τον χαρακτήρα "1", διαφορετικά σημειώνεται με τον χαρακτήρα "0". Έπειτα από χρόνια ερευνών, οι επιστήμονες της Τετραγωνούπολης κατέληξαν στο συμπέρασμα ότι η ιδανική παιδική χαρά πρέπει να έχει ακριβώς K δέντρα στο εσωτερικό της. Αν υπάρχουν λιγότερα, η παιδική χαρά μοιάζει αποξενωμένη από το φυσικό περιβάλλον, αν υπάρχουν περισσότερα, τα παιδιά κρύβονται πίσω από τα δέντρα και οι γονείς τους δεν τα βλέπουν. Ο Δήμαρχος θέλει να ξέρει πόσα είναι τα διαφορετικά παραλληλόγραμμα με ακριβώς K δέντρα, όπου θα μπορούσε να δημιουργηθεί η παιδική χαρά.

Δεδομένα Εισόδου: Αρχικά, το πρόγραμμα θα πρέπει να διαβάζει από το standard input 2 ακέραιους, τους N και K . Στη συνέχεια το πρόγραμμα θα διαβάζει N γραμμές με τις θέσεις των δέντρων στο πάρκο. Συγκεκριμένα, στην i -οστή γραμμή θα βρίσκεται μία συμβολοσειρά μήκους N αποτελούμενη από τους χαρακτήρες "0" και "1". Ο j -οστός χαρακτήρας της i -οστής γραμμής είναι "1" αν υπάρχει δέντρο στο μοναδιαίο τετράγωνο (i, j) του πάρκου και "0" διαφορετικά.

Δεδομένα Εξόδου: Το πρόγραμμα πρέπει να τυπώνει στο standard output έναν φυσικό αριθμό που αντιστοιχεί στο πλήθος των δυνατών τοποθετήσεων της παιδικής χαράς ώστε αυτή να έχει ακριβώς K δέντρα. Σημειώστε ότι το τελικό αποτέλεσμα (καθώς και κάποια από τα ενδιάμεσα αποτελέσματα) θα μπορούσαν να υπερβαίνουν το 2^{32} .

Περιορισμοί:

Για το 60% της βαθμολογίας: $2 \leq N \leq 200$
Για το 100% της βαθμολογίας: $2 \leq N \leq 600$
Για το 120% της βαθμολογίας: $2 \leq N \leq 700$
 $1 \leq K \leq 6$

Όριο χρόνου εκτέλεσης: 2 sec.

Όριο μνήμης: 64 MB.

Παράδειγμα Εισόδου:

3 1
0 0 1
0 1 0
0 0 0

Παράδειγμα Εξόδου:

17

Άσκηση 2: Προφορική Εξέταση

Φέτος αποφασίσαμε να οργανώσουμε, για πρώτη φορά, μια ενδιαμέση προφορική εξέταση στο μάθημα των Αλγορίθμων. Επειδή οι φοιτητές είναι πάρα πολλοί, όλοι οι διδάσκοντες και οι βοηθοί του μαθήματος θα συμμετέχουν στη διαδικασία εξετάζοντας τους φοιτητές.

Έχουμε σχηματίσει λοιπόν μια ομάδα N εξεταστών, που αριθμούνται από το 1 μέχρι το N . Κάθε εξεταστής i αφιερώνει d_i λεπτά σε κάθε φοιτητή. Κάθε εξεταστής μπορεί να εξετάζει μόνο έναν φοιτητή κάθε χρονική στιγμή. Οι εξεταστές είναι τόσο αφοσιωμένοι που όταν ολοκληρώνουν την εξέταση ενός φοιτητή, προχωρούν αμέσως στον επόμενο φοιτητή που περιμένει στη σειρά. Αν δύο ή περισσότεροι εξεταστές ολοκληρώσουν την εξέταση των φοιτητών τους ταυτόχρονα, ο διαθέσιμος εξεταστής με τον μικρότερο αύξοντα αριθμό αναλαμβάνει τον πρώτο φοιτητή στη σειρά, ο διαθέσιμος εξεταστής με τον δεύτερο μικρότερο αύξοντα αριθμό αναλαμβάνει τον δεύτερο φοιτητή, κ.ο.κ.

Δυστυχώς καθυστέρησε λίγο το λεωφορείο, οπότε βρίσκεστε μόλις στην K -οστή θέση στη σειρά. Επιπλέον, ενώ όλα είναι έτοιμα, η εξέταση καθυστερεί να αρχίσει. Όλα αυτά σας ανησυχούν για δύο λόγους. Αφενός, δεν είναι όλοι οι εξεταστές το ίδιο αυστηροί, οπότε προσπαθείτε να υπολογίσετε ποιος εξεταστής θα σας αναλάβει, όταν φτάσει η σειρά σας. Αφετέρου, θέλετε οπωσδήποτε να προλάβετε την έναρξη του αγώνα της αγαπημένης σας ομάδας, οπότε προσπαθείτε να υπολογίσετε σε πόσα λεπτά από τη στιγμή που θα αρχίσει η διαδικασία, θα έχει ολοκληρωθεί η εξέτασή σας.

Όσο περιμένετε, μπορείτε να γράψετε ένα πρόγραμμα που θα υπολογίζει τον εξεταστή που θα σας αναλάβει και τη χρονική στιγμή που θα ολοκληρωθεί η εξέτασή σας.

Δεδομένα Εισόδου: Αρχικά, το πρόγραμμα πρέπει να διαβάζει από το standard input 2 φυσικούς αριθμούς, το πλήθος των εξεταστών N και τη θέση K που έχετε στη σειρά. Στη συνέχεια, το πρόγραμμα θα διαβάζει από τη δεύτερη γραμμή της εισόδου N φυσικούς αριθμούς, χωρισμένους με ένα κενό. Ο i -οστός αριθμός δηλώνει πόσα λεπτά d_i αφιερώνει ο εξεταστής i σε κάθε φοιτητή.

Δεδομένα Εξόδου: Το πρόγραμμα θα τυπώνει στο standard output, στην πρώτη γραμμή, δύο φυσικούς αριθμούς χωρισμένους με ένα κενό. Ο πρώτος πρέπει να αντιστοιχεί στον αύξοντα αριθμό του εξεταστή που θα σας αναλάβει και ο δεύτερος στη χρονική στιγμή, σε λεπτά, που θα ολοκληρωθεί η εξέτασή σας. Προσέξτε ότι το τελικό αποτέλεσμα (καθώς και κάποια από τα ενδιαμέσα αποτελέσματα) θα μπορούσαν να υπερβαίνουν το 2^{32} .

Περιορισμοί:	Παραδείγματα Εισόδου:	Παραδείγματα Εξόδου:
$1 \leq N \leq 10^5$	2 5	1 20
$1 \leq d_i \leq 10^5$	10 5	
$1 \leq K \leq 10^9$		
Όριο χρόνου εκτέλεσης: 1 sec.	3 3	3 1
Όριο μνήμης: 64 MB.	1 1 1	
	5 4 1 1	1 18 0
	1 2 3 4 5	
	5 4 1 4	3 18 3
	1 2 3 4 5	