

Chuqurligiga birinchi qidirish

Chuqurligiga birinchi qidirish(depth-first search) – bu graflarning asosiy algoritmlaridan biri.

Chuqurligiga birinchi qidirish algoritmi u boshlang'ich cho'qqidan qolgan barcha cho'qqilargacha leksikografik eng kichik yo'lni aniqlaydi. Bundan tashqari chuqurligiga birinchi qidirish daraxtda eng qisqa yo'lni topa oladi(chunki bu yerda faqatgina bitta yo'l mavjud bo'ladi), ammo bu umumiy holdagi graf uchun o'rinli emas.

Algoritm $O(n+m)$ da ishlaydi, bunda n -cho'qqilar soni, m -qirralar soni.

Algoritm tavsifi

ChBQ ning algoritmi dastlab grafda imkoni boricha chuqurroqqa kirish, va kirishning boshqa imkoni bo'lmasa ortga qaytib boshqa avval ko'rilmagan cho'qqilarni ko'rishdan iborat.

Buni rekursiv yo'l orqali juda sodda tasvirlash va dasturiy ifodalash mumkin: Qidiruvni bitta cho'qqidan boshlaymiz. Biror cho'qqiga kirgandan so'ng ChBQ algoritmini uning oldin kirilmagan qo'shnilar ustida bajaramiz. Shu yo'l bilan biz boshlang'ich cho'qqidan borish mumkin bo'lgan barcha cho'qqilarni ko'rib chiqamiz.

Qo'shimcha ma'lumotlar uchun dasturiy ifodalanishini ko'rib chiqing.

ChBQ dan ilovalar

- Boshlang'ich cho'qqidan boshqa cho'qqilargacha ixtiyoriy yo'lni topish.
- Boshlang'ich cho'qqidan boshlab boshqa cho'qqilargacha leksikografik eng kichik yo'lni topish
- Daraxtda biror cho'qqi boshqasini ajdodiligini tekshirish.
Har bir qidiruvni boshida va oxirida har bir tugun uchun o'sha tugunga kirish va chiqish vaqtlarini eslab ketamiz. Endi ixtiyoriy (i, j) tugun uchun javobni $O(1)$ da topishimiz mumkin: agar $kirish[i] < kirish[j]$ va $chiqish[i] > chiqish[j]$ bo'lsa i cho'qqi j cho'qqini ajdodi bo'ladi.
- Ikki cho'qqini eng yaqin umumiy ajdodini(LCA) topish.
- Topologik saralash:
Hamma cho'qqilarni ko'rib bo'lguncha $O(N+M)$ vaqtda bir nechta ChBQ ishlatamiz. Topologik tartib cho'qqilarni chiqib ketilgandagi vaqti bo'yicha kamayish tartibida saralangan bo'ladi.
- Berilgan grafda sikl borligini tekshirish va siklni topish.

- Yo'nalgan siklsiz grafda kuchli bog'langan komponentalarni topish.
Dastlab grafni topologik tartibini topib olamiz. So'ngra topologik tartib bo'yicha har bir cho'qqidan ChBQ ni amalga oshiramiz. Har bir ChBQ dagi hosil bo'lgan komponentalar kuchli bog'langan komponenta bo'ladi.
- Yo'nalmagan grafdagi ko'priklarni topish
Dastlab bir nechta ChBQ ni amalga oshirish orqali grafni yo'nalgan grafga aylantiramiz. Har bir qirrani ChBQ dagi kelgan yo'nalishimizga qarab yo'naltiramiz. So'ngra, grafdagi kuchli bog'langan komponentalarni topamiz. Ko'priklar ikkala tomoni ikki xil komponentaga ulangan qirralar hisoblanadi.

Graf qirralari tasnifi

(u,v) qirrani u va v cho'qqilariga kirish va chiqish vaqtlariga ko'ra qirralarni sinflarga bo'lishimiz mumkin. Bundan asosan grafdagi ko'priklarni va artikulyatsion cho'qqilarni topishda foydalaniladi.

ChBQ amalga oshiramiz va quyidagi qoidalar yordamida qirralarni sinflarga ajratamiz:

Agar v ga kirilmagan bo'lsa:

- Daraxt qirradi. Agar v ga u dan keyin kirilgan bo'lsa (u,v) qirra daraxt qirradi deyiladi. Boshqacha qilib aytganda, agar v ga birinchi marta kirilayotgan bo'lsa va u hozirgi ko'rilyotgan cho'qqi bo'lsa, (u, v) qirra daraxt qirradi deyiladi. Bu turdagi qirralar ChBQ daraxtini hosil qiladi, shuning uchun ham ularni daraxt qirralari deyiladi.

Agar v ga u dan oldin kirilgan bo'lsa:

- Ortqi qirra. Agar v u ni ajdodi bo'lsa, u holda (u, v) qirra ortqi qirra deyiladi. Agar v ga kirib, hali chiqib ketmagan bo'lsak, v ajdod bo'ladi. Ortqi qirralar siklni hosil qiladi chunki v ni avlodi u dan v gacha yo'l bor(ChBQ da) va u dan v ga ham qirra bor(ortqi qirra), shunday qilib sikl hosil bo'ladi. Sikllar ortqi qirralar yordamida aniqlanadi.
- Old qirra. Agar v u ni avlodi bo'lsa, u holda (u, v) qirra old qirra deyiladi. Boshqacha qilib aytganda agar biz allaqachon v ga kirib v dan chiqib ketgan bo'lsak va u ga v dan oldinroq kirgan bo'lsak (u,v) qirra old qirra deyiladi.
- Cross qirra: agar v u ni avlodi ham ajdodi ham bo'lmasa, u holda (u, v) qirra cross qirra deyiladi. Boshqacha qilib aytganda agar biz allaqachon v ga kirib v dan chiqib ketgan bo'lsak va v ga u dan oldinroq kirgan bo'lsak (u,v) qirra cross qirra deyiladi.

Izoh: Cross va old qirralar faqat yo'nalgan grafda bo'ladi.

Dasturiy ifodalanishi

```
vector<vector<int> > adj; // graf qo'shnilar ro'yxati ko'rinishida
int n; // cho'qqilar soni

vector<bool> visited;

void dfs(int v) {
    visited[v] = true;
    for (int u : adj[v]) {
        if (!visited[u])
            dfs(u);
    }
}
```

Bu ChBQ ni eng soddagina ifodalanishi. Yuqorida aytilganidek, bu cho'qqilarni kirish va chiqish vaqtini topishda, ularga rang berishda ishlatilishi mumkin. Agar cho'qqiga kirmagan bo'lsak uni 0 bilan, hozir shu cho'qqida ChBQ amalga oshirayotgan bo'lsak 1 bilan, ChBQni bajarib bo'lgan bo'lsak 2 bilan belgilaymiz. Quyida ChBQ ni shu usuldagi umumiyroq ifodalanishi keltirilgan.

```
vector<vector<int> > adj; // graf qo'shnilar ro'yxati ko'rinishida
int n; // cho'qqilar soni

vector<int> color;

vector<int> time_in, time_out;
int dfs_timer = 0;

void dfs(int v) {
    time_in[v] = dfs_timer++;
    color[v] = 1;
    for (int u : adj[v])
        if (color[u] == 0)
            dfs(u);
    color[v] = 2;
    time_out[v] = dfs_timer++;
}
```