DISTRIBUCIONES DE VARIABLES CONTINUAS

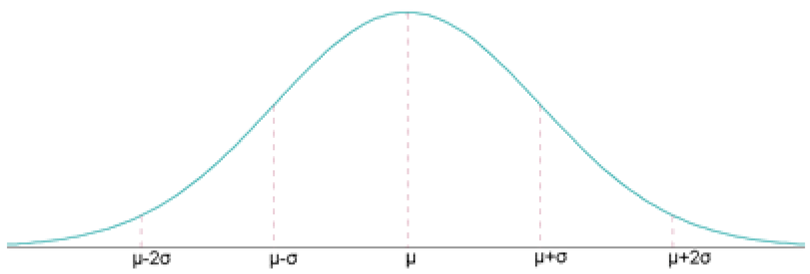
NORMAL

DEFINICION

- Una **variable aleatoria continua**, **X**, sigue una **distribución normal** de **media μ** y **desviación típica σ**, y se designa por **N(μ, σ)**, si se cumplen las siguientes condiciones:
- La variable puede tomar cualquier valor: (-∞, +∞)
- La función de densidad, es la expresión en términos de ecuación matemática de la curva de Gauss:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}$$

CURVA DE LA NORMAL



El campo de existencia es cualquier valor real, es decir, (-∞, +∞).
Es simétrica respecto a la media μ.
Tiene un máximo en la media μ.
Crece hasta la media μ y decrece a partir de ella.
En los puntos μ − σ y μ + σ presenta puntos de inflexión.
El eje de abscisas es una asíntota de la curva.

El área del recinto determinado por la función y el eje de abscisas es igual a la unidad.

Al ser simétrica respecto al eje que pasa por x = μ, deja un área igual a 0.5 a la izquierda y otra igual a 0.5 a la derecha.

La probabilidad equivale al área encerrada bajo la curva.

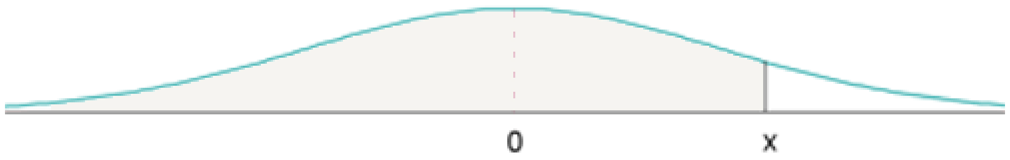
$p(\mu - \sigma < X \leq \mu + \sigma) = 0.6826 = 68.26\ \%$

$p(\mu - 2\sigma < X \leq \mu + 2\sigma) = 0.954 = 95.4\ \%$

$p(\mu - 3\sigma < X \leq \mu + 3\sigma) = 0.997 = 99.7\ \%$

NORMAL ESTANDAR

- La **distribución normal estándar, o tipificada o reducida,** es aquella que tiene por **media** el valor **cero, μ =0**, y por **desviación típica la unidad, σ =1**.
- Su función de densidad es: $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$



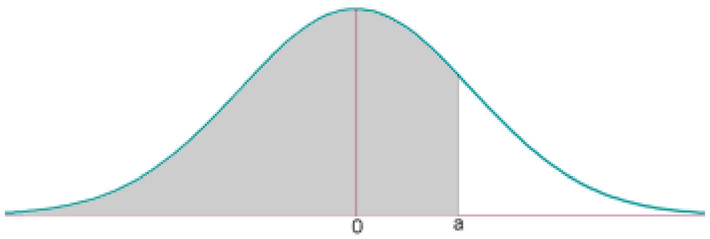
La probabilidad de la variable X dependerá del área del recinto sombreado en la figura. Y para calcularla utilizaremos una tabla.

UTILIZANDO LA TABLA DE ESTANDARIZACION

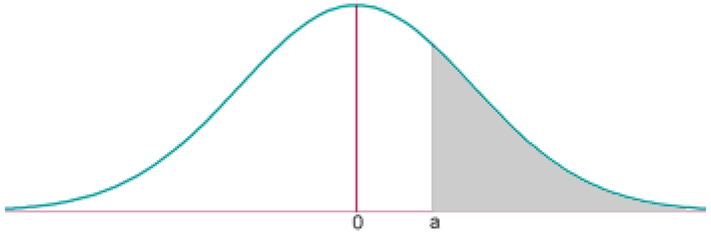
- **Tipificación de la variable**
- Para poder utilizar la tabla tenemos que transformar la variable **X** que sigue una distribución **N(μ, σ)** en otra variable **Z** que siga una distribución **N(0, 1)**. $Z = \frac{X - \mu}{\sigma}$

- La tabla nos da las probabilidades de P(z ≤ k), siendo z la variable tipificada.
- Estas probabilidades nos dan la función de distribución Φ(k).
- Φ(k) = P(z ≤ k)

- **Unidades y décimas** en la columna de la izquierda.
- **Céntesimas** en la fila de arriba.
- **P(Z ≤ a)**
- P(Z ≤ 1.47) = 0.9292

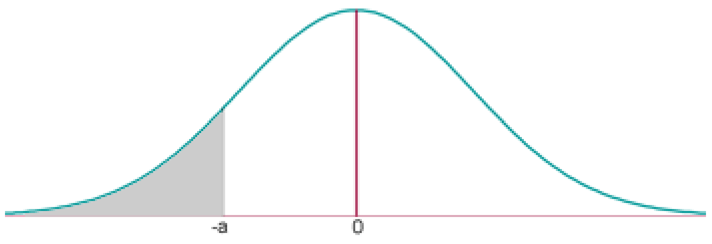


$P(Z > a) = 1 - P(Z \leq a)$



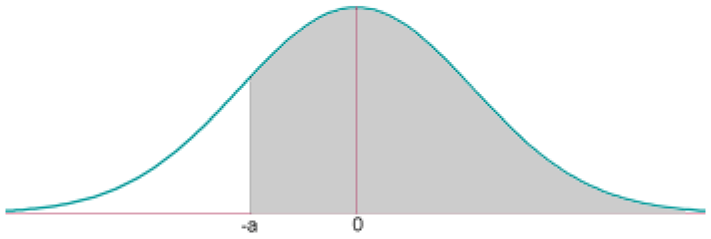
$P(Z > 1.47) = 1 - P(Z \leq 1.47) = 1 - 0.9292 = 0.0708$

$$P(Z \le -a) = 1 - P(Z \le a)$$



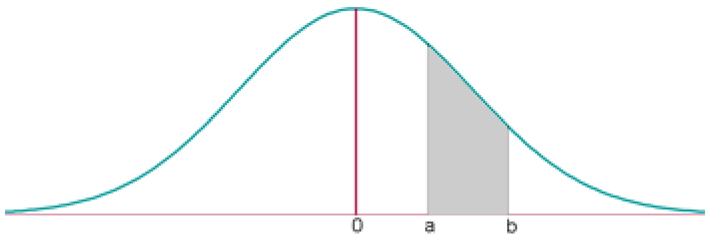
$$P(Z \le -1.47) = 1 - P(Z \le 1.47) = 1 - 0.9292 = 0.0708$$

$P(Z > -a) = P(Z \leq a)$



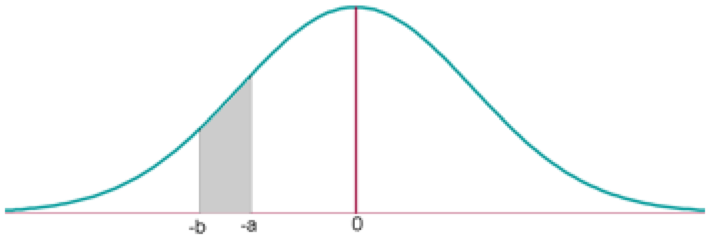
$p(Z > -1.47) = p(Z \leq 1.47) = 0.9292$

$$P(a < Z \leq b) = P(Z \leq b) - P(Z \leq a)$$



$P(0.45 < Z \leq 1.47) = P(Z \leq 1.47) - P(Z \leq 0.45) =$
$= 0.9292 - 0.6736 = 0.2556$

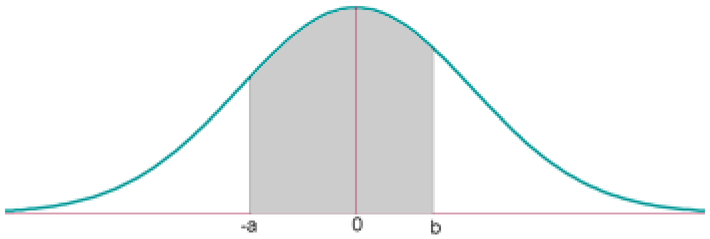
$$P(-b < Z \le -a) = P(a < Z \le b)$$



$P(-1.47 < Z \le -0.45) = P(0.45 < Z \le 1.47) =$

$= P(Z \le 1.47) - P(Z \le 0.45) = 0.9292 - 0.6736 = 0.2556$

$$P(-a < Z \leq b) = P(Z \leq b) - [1 - P(Z \leq a)]$$



$P(-1.47 < Z \leq 0.45) = P(Z \leq 0.45) - [1 - P(Z \leq 1.47)]=$
$= 0.6736 - (1 - 0.9292) = 0.6028$

p = K

- Nos encontramos con el caso inverso a los anteriores, conocemos el valor de la probabilidad y se trata de hallar el valor de la abscisa. Ahora tenemos que buscar en la tabla el **valor que más se aproxime a K**.
- p= 0.75Z ≤0.68
- Para calcular la variable **X** nos vamos a la **fórmula de la tipificación.**
- (X - μ)/σ = 0.68X = μ + 0.68 σ