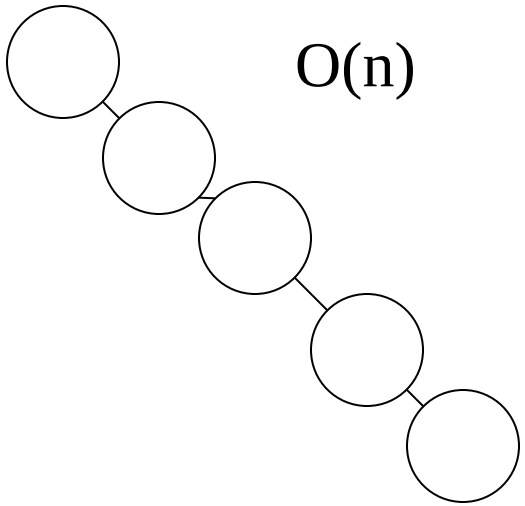
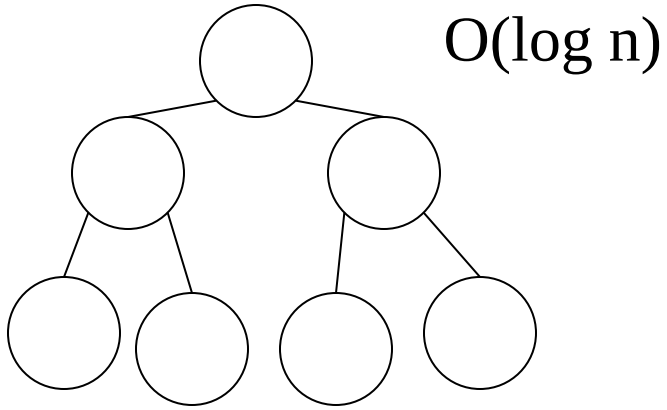
Árboles equilibrados

- Búsqueda de elementos en un árbol binario de búsqueda tiene coste entre O(log n) y O(n)
- Depende de cómo fue el orden de inserción de elementos

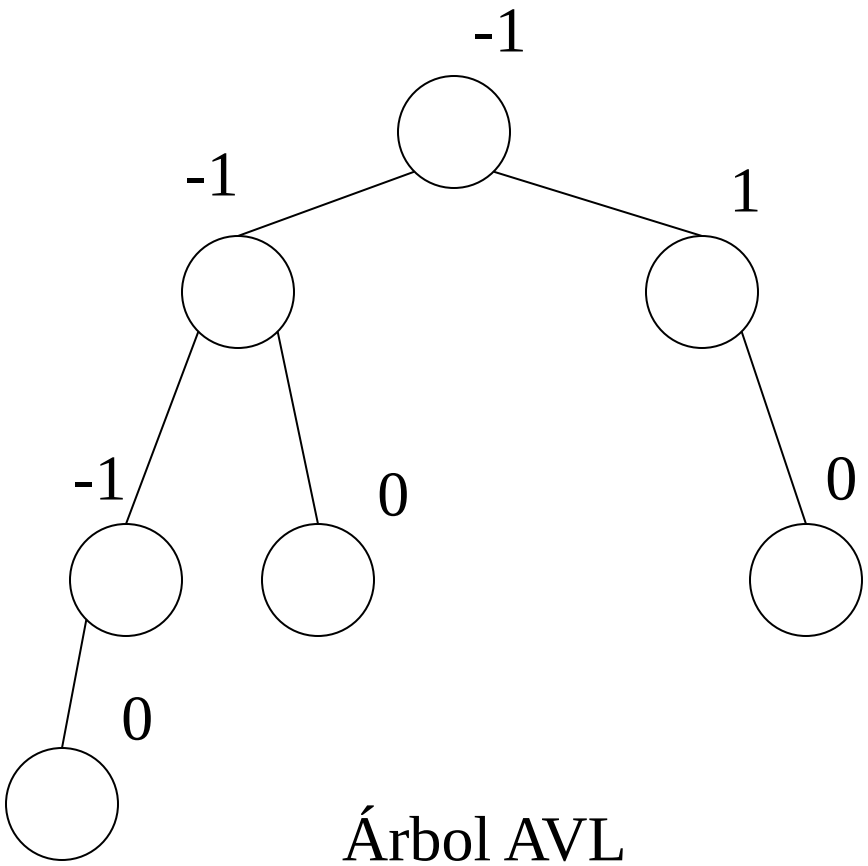




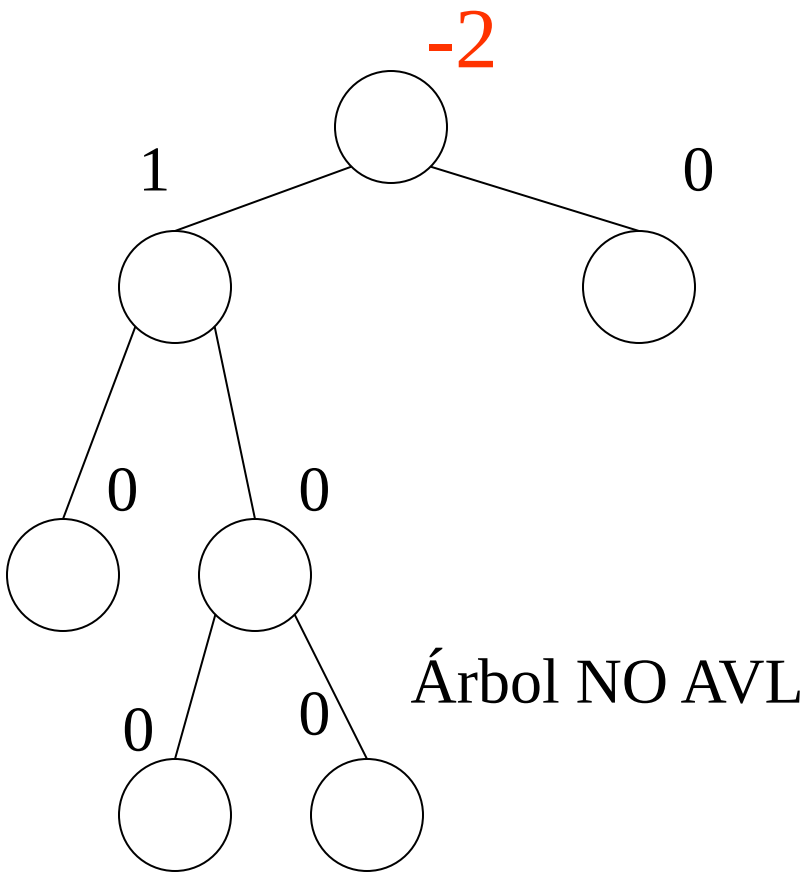
Árboles equilibrados: AVL

- Los árboles equilibrados o balanceados surgen para mejorar el rendimiento de operaciones que involucren una búsqueda
- Un ejemplo de árbol equilibrado es el Árbol de Adelson-Velskii y Landis: Árbol AVL
- El árbol AVL es un árbol binario de búsqueda con una condición de equilibrio:
  - Las alturas de los 2 subárboles para cada nodo no difieren en más de una unidad.
  - Factor de equilibrio o balance de un nodo se define como altura del subárbol derecho menos altura del subárbol izquierdo para ese nodo
  - Cada nodo del árbol AVL puede tener un balance de –1, 0, 1

Árboles AVL



Árbol AVL



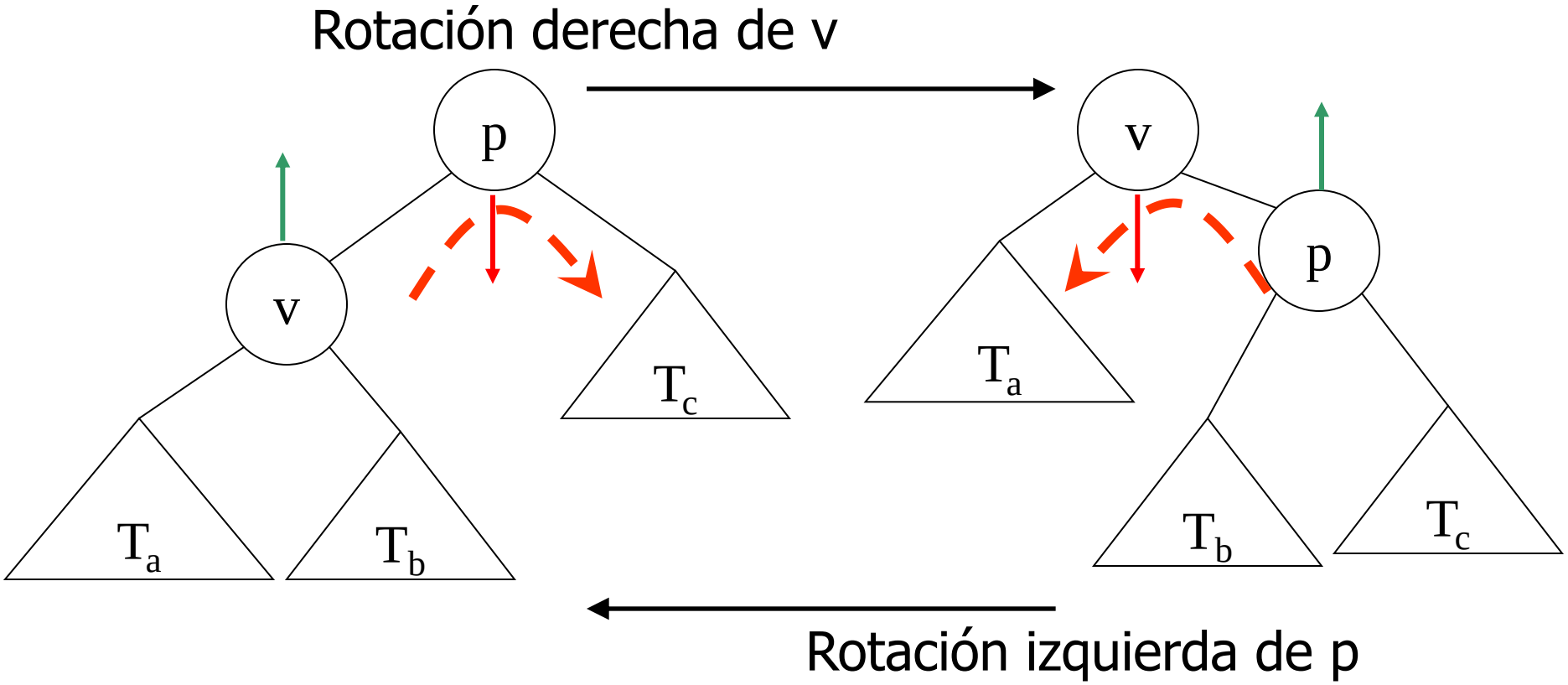
Árbol NO AVL

Árboles AVL

- Hay que mantener información de la altura de cada nodo
- Número mínimo de nodos en árbol AVL en función de la altura h:
  - N(h) = N(h-1) + N(h-2) + 1
- Una inserción de un nodo puede alterar la condición de equilibrio del árbol
- Para garantizarla es posible realizar una transformación: rotación
  - Rotación simple: izq-izq ó dcha-dcha
  - Rotación doble: izq-dcha ó dcha-izq

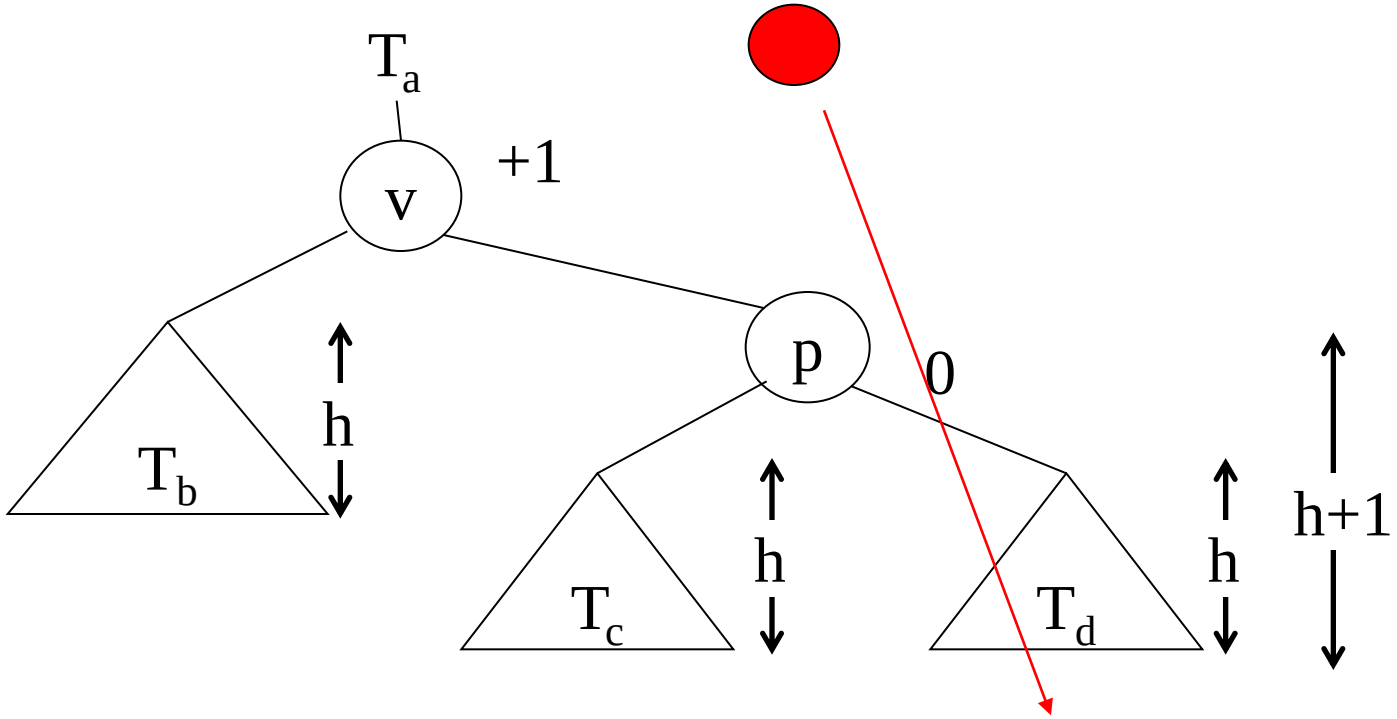
Árboles AVL

- Rotaciones simples



Árboles AVL

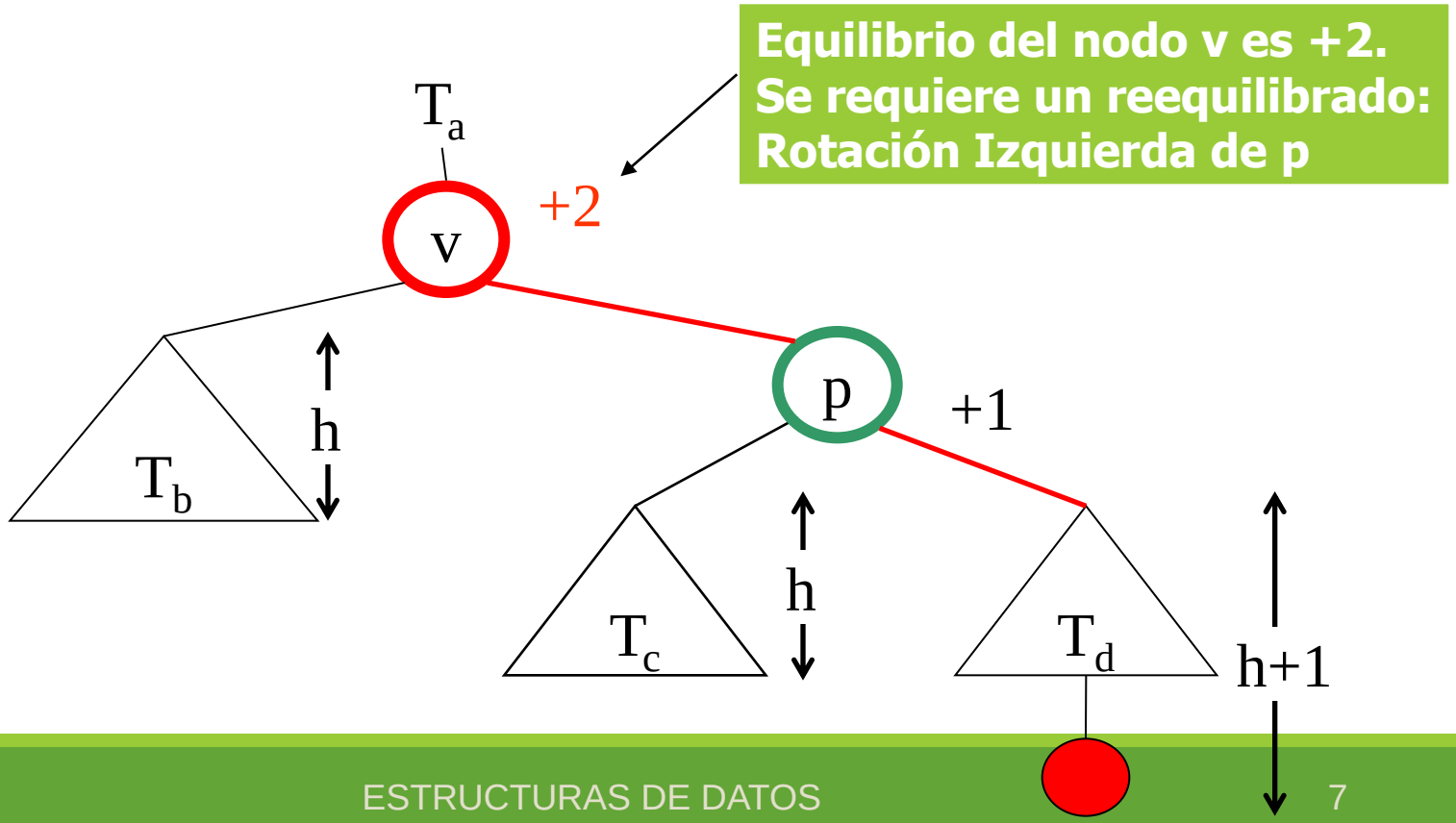
- Ejemplo: rotación izquierda(-izquierda)
  1- Situación inicial:



Árboles AVL

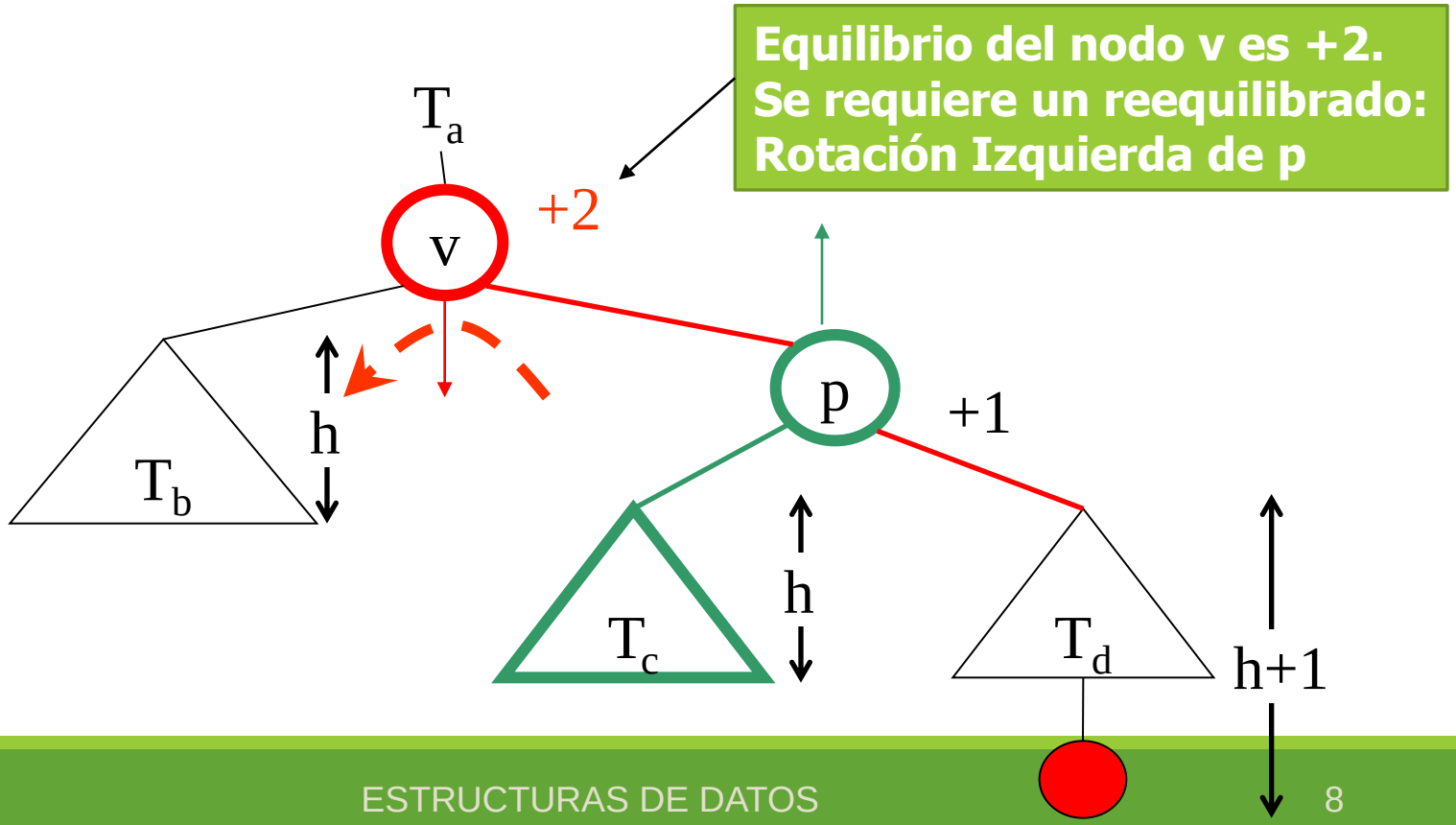
- Ejemplo: rotación izquierda(-izquierda)

  2- Inserción de un nuevo nodo y calculo de las nuevas condiciones de equilibrio:



Árboles AVL

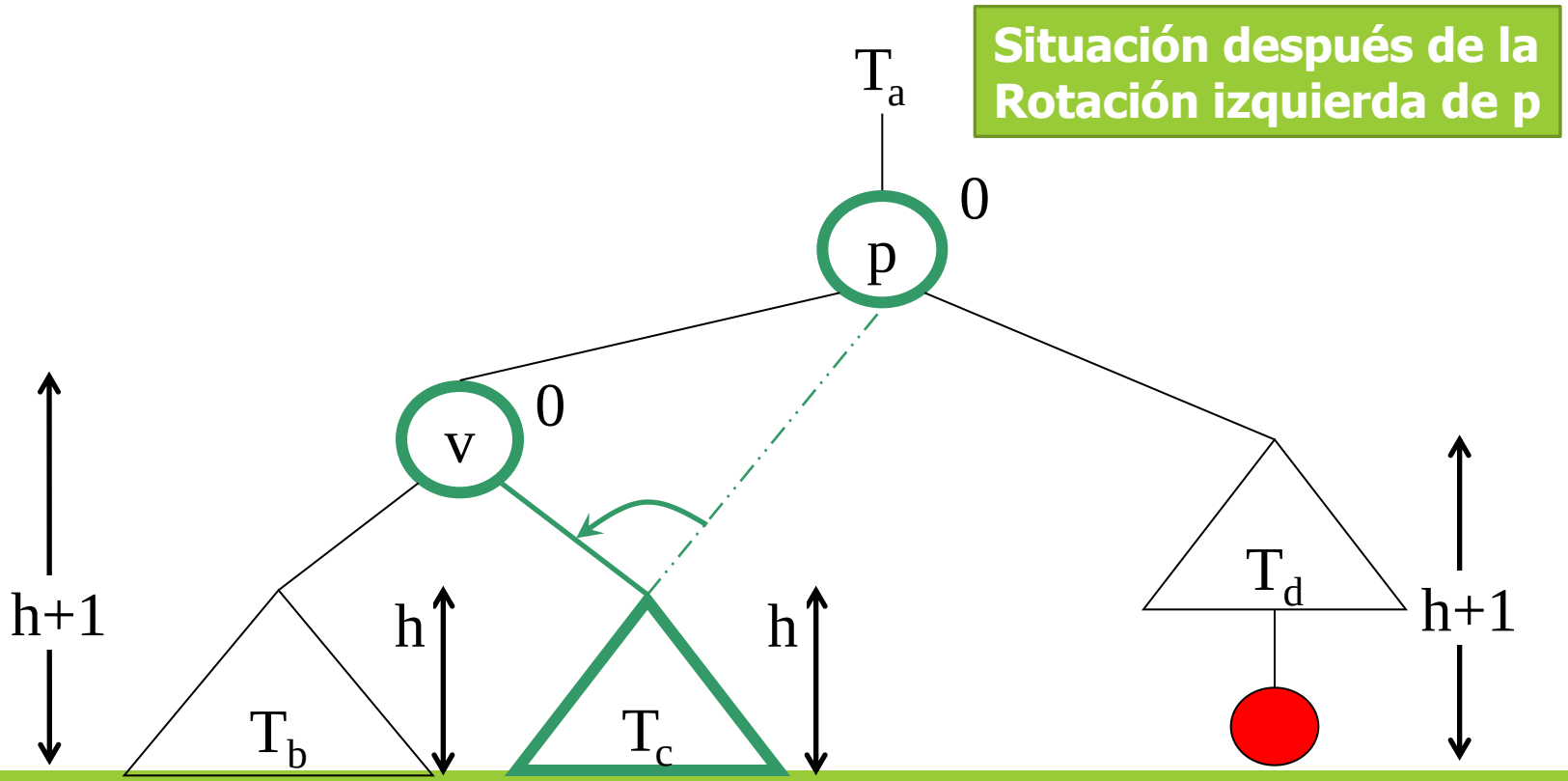
- Ejemplo: rotación izquierda(-izquierda)
  2- Inserción de un nuevo nodo y calculo de las nuevas condiciones de equilibrio:



Árboles AVL

- Ejemplo: rotación izquierda(-izquierda)

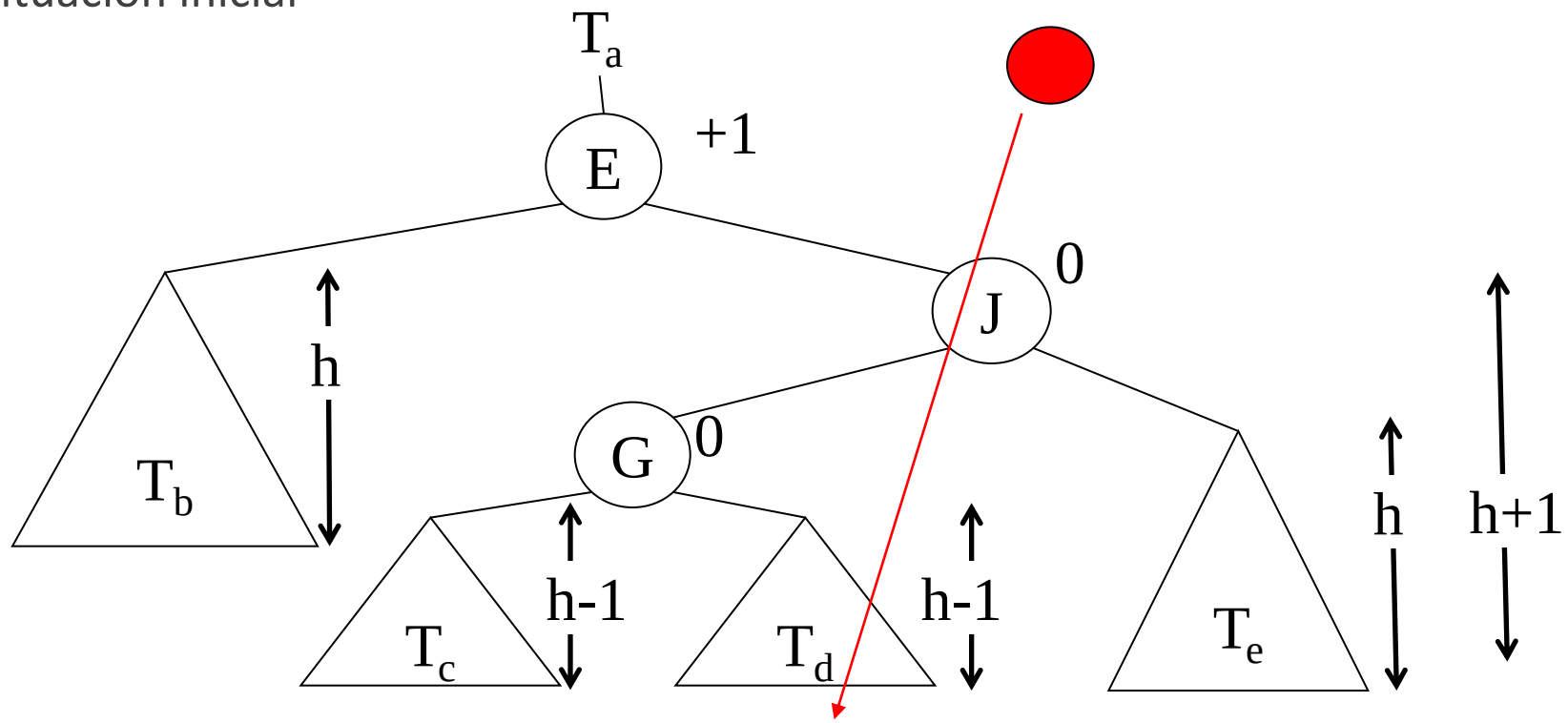
  3- Rotación Izquierda de p para recuperar condición de árbol AVL:



Árboles AVL

- Rotación doble: derecha-izquierda

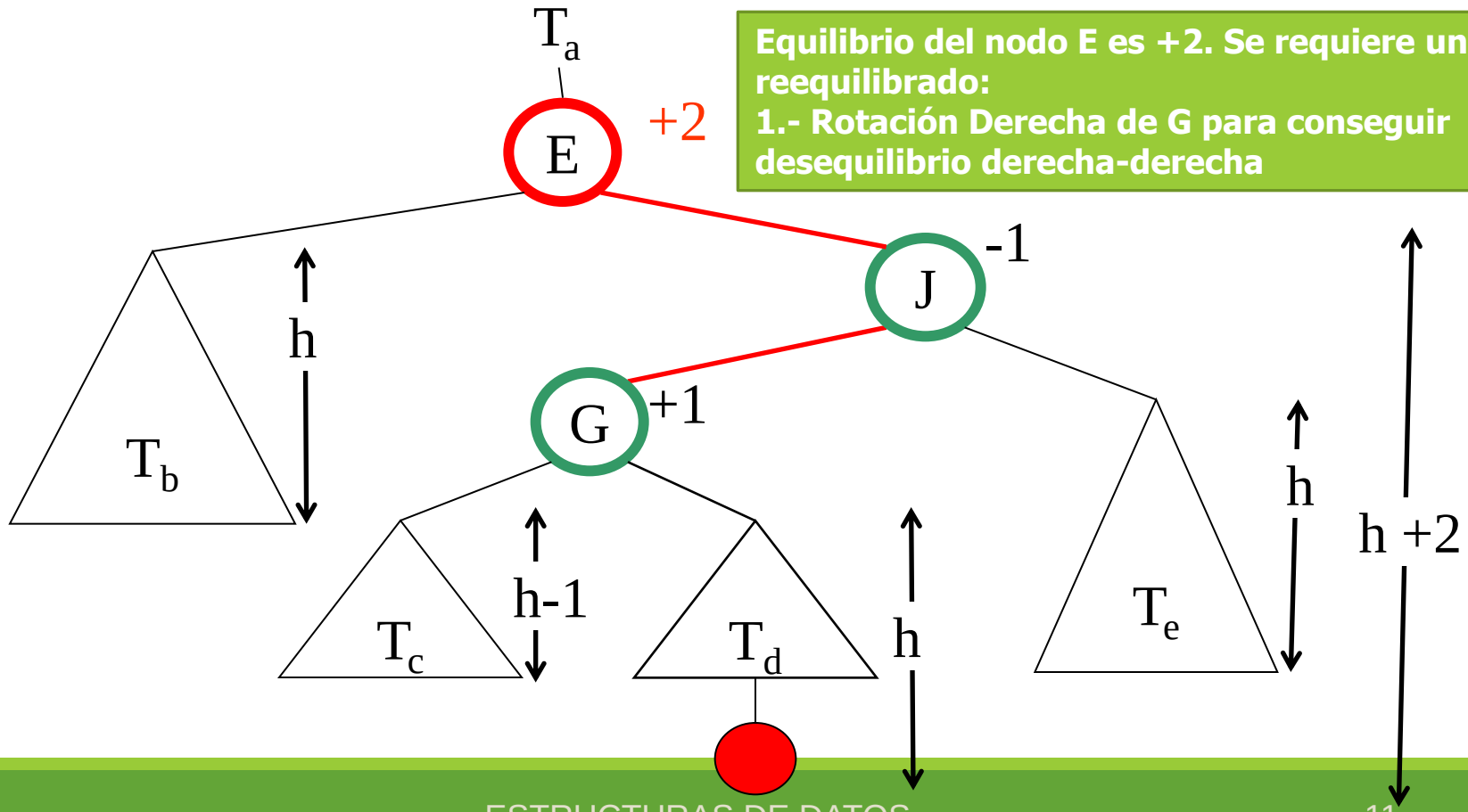
  1.- Situación inicial



Árboles AVL

- Rotación doble: derecha-izquierda

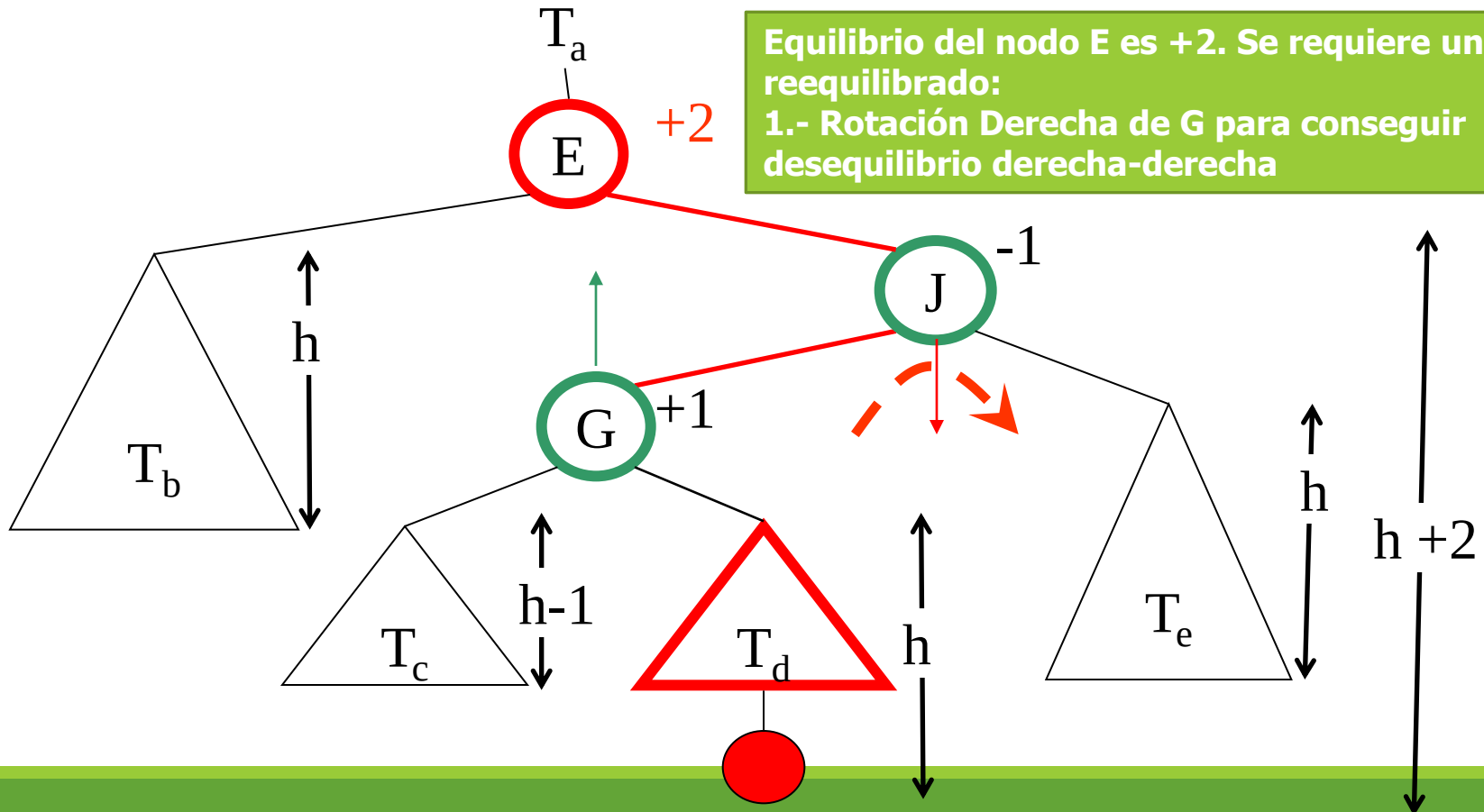
  2.- Inserción de un nuevo nodo y calculo de las nuevas condiciones de equilibrio



Árboles AVL

Rotación doble: derecha-izquierda

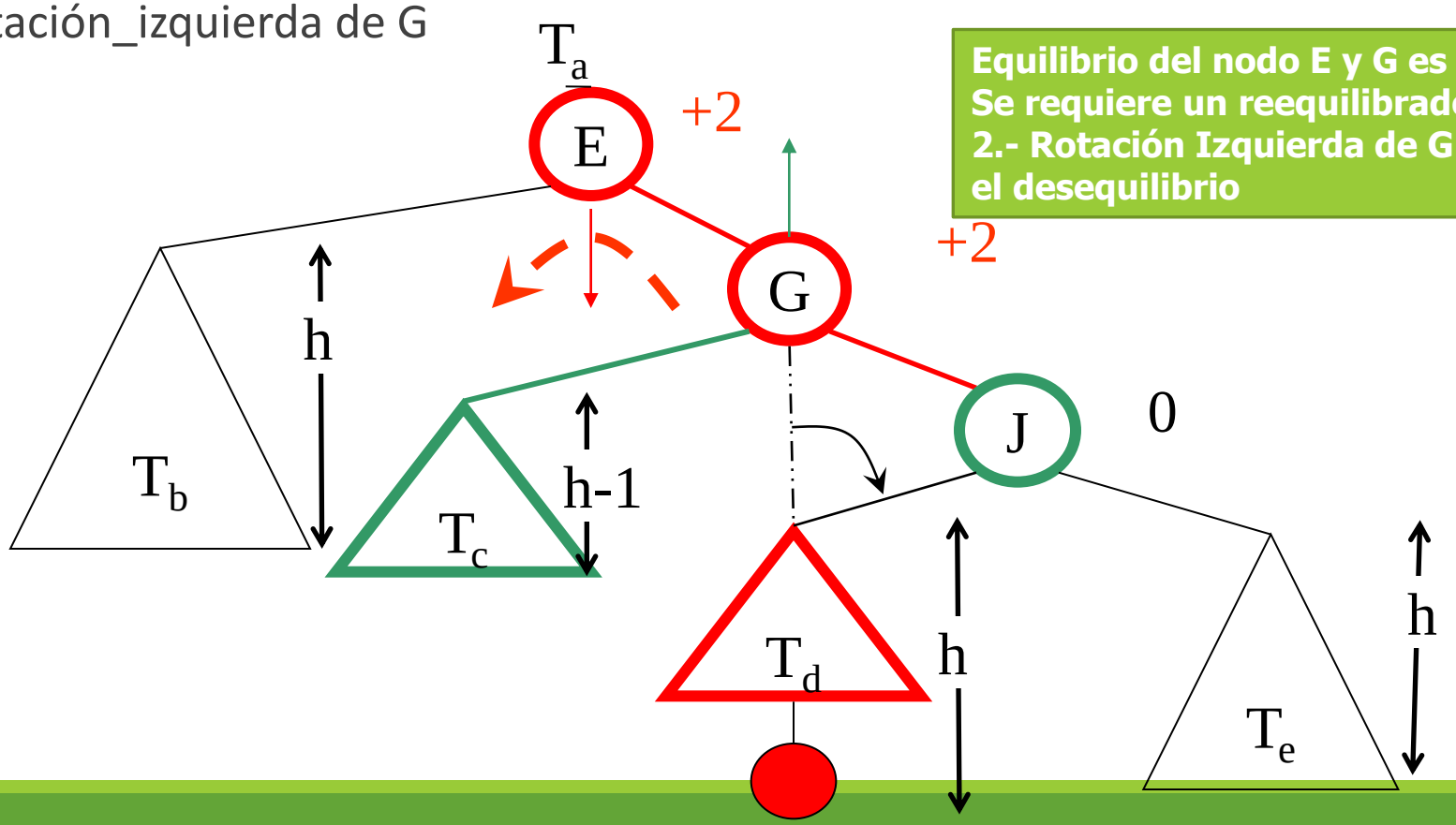
2.- Inserción de un nuevo nodo y calculo de las nuevas condiciones de equilibrio



Árboles AVL

Rotación doble: derecha-izquierda

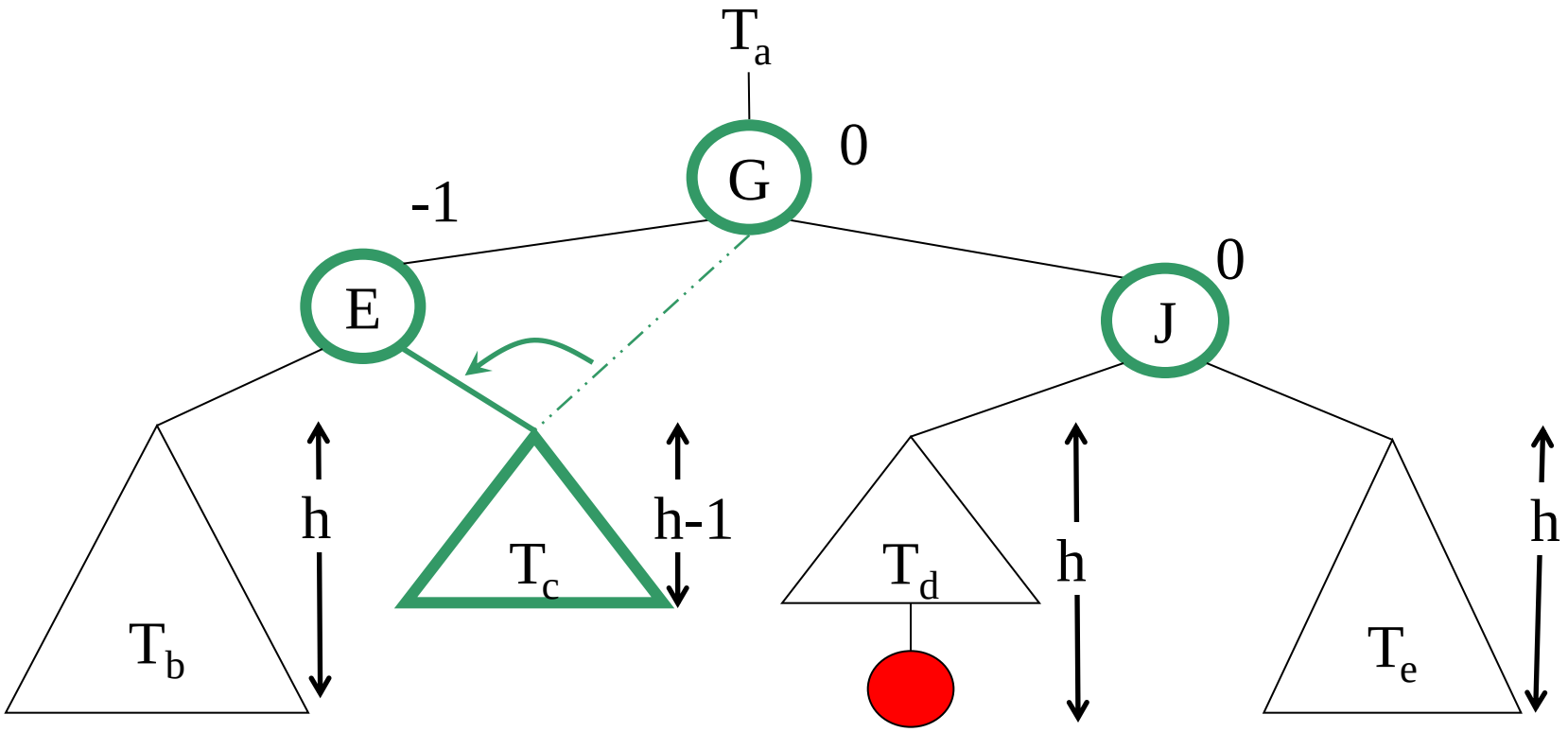
3.-No se restablece el equilibrio. Es necesaria otra rotación. En este caso rotación_izquierda de G



Árboles AVL

- Rotación doble: derecha-izquierda

  4.-Situación final. Árbol AVL



Implementación

```
PROCEDURE Insertar(e: TipoElemento; VAR a: TipoArbolBin); {Complejidad: O(log(n))}
BEGIN
   IF EsArbolBinVacio(a) THEN
      {Crear ArbolBin de un nodo con elemento e: CAB(a,NIL,e,NIL)}
   ELSE BEGIN
      IF Menor(e,a^.elemento) THEN BEGIN
         Insertar(e, a^.izq);
         IF (Altura(a^.izq) - Altura(a^.der) = 2) THEN {está balanceado??}
            IF Menor(e,a^.izq^.elemento) THEN
               RotarSDer(a) {rotación simple derecha}
            ELSE
               RotarDIzqDer(a) {rotación doble izquierda-derecha}
         ELSE {si está balanceado actualizamos la altura}
            a^.altura := max(Altura(a^.izq), Altura(a^.der))  +  1;
      END
      ELSE
         {Caso simétrico para la derecha}
   END;{árbol no vacío}
END;
```

Implementación

```
PROCEDURE RotarSDer(VAR a: TipoArbolBin);
   {Rotación a derechas del nodo insertado, y actualiz. alturas}
   {Complejidad: O(1)}
VAR
   aux: TipoArbolBin;
BEGIN
   IF EsArbolBinVacio(a^.izq) THEN {Existe hijo izquierdo}
      {Error, debe existir hijo izquierdo}
   ELSE   BEGIN
      aux := a^.izq;
      a^.izq := aux^.der;
      aux^.der := a;
      a^.altura := max(Altura(a^.izq), Altura(a^.der)) + 1;
      aux^.altura := max(Altura(aux^.izq), Altura(a)) + 1;
      a := aux;
   END;
END;
```

Implementación

```
PROCEDURE RotarDIzqDer(VAR a:TipoArbolBin);
   {Rotación doble (izquierda del nodo insertado y derecha de la rotación resultante
 anterior)}
   {Complejidad: O(1)}
VAR
   aux: TipoArbolBin;
BEGIN
   IF EsArbolBinVacio(a^.izq) THEN {Existe hijo izquierdo}
      {Error, debe existir hijo izquierdo}
   ELSE BEGIN
      RotarSIzq(a^.izq);
      RotarSDer(a);
   END;
END;
```