软件技术基础

第八讲

上讲主要内容

- 数组的定义
- 数组的顺序存储

◆下标顺序　◆下标逆序

上讲主要内容

- 矩阵的压缩存储
  - 对角阵
  - 三角阵
  - 对称阵
- 稀疏矩阵的存储
- 广义表的定义

树

本章主要内容

树的基本概念
二叉树

树的定义

树（Tree）是n（n>0）个结点的**有限集合T**，满足两个条件：

（1）有且仅有一个特定的称为**根（Root）**的结点，它没有前趋；

（2）其余的结点可分成m个互不相交的有限集合$T_1,T_2,\ldots,T_m$，其中每个集合又是一棵树，并称为根的子树。

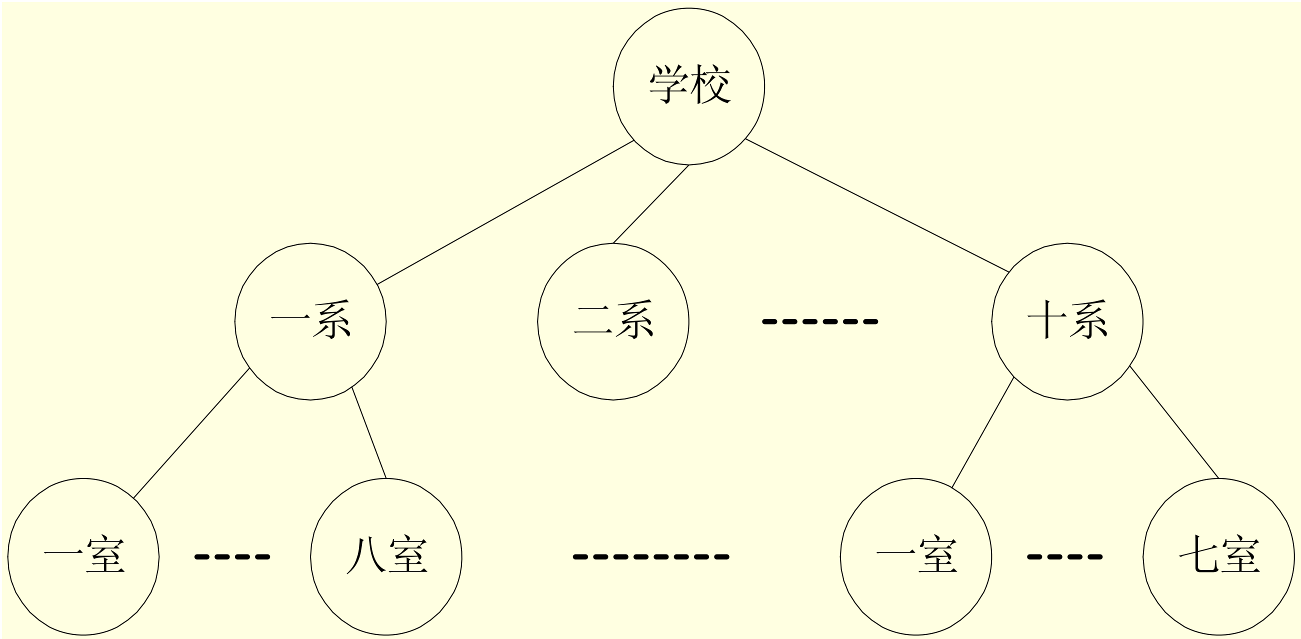
当**n=0**时的空集合定义为空树。

树的表示方法

- ☼直观表示法
- ☼ 文氏图表示法
- ☼目录表示法
- ☼嵌套括号表示法

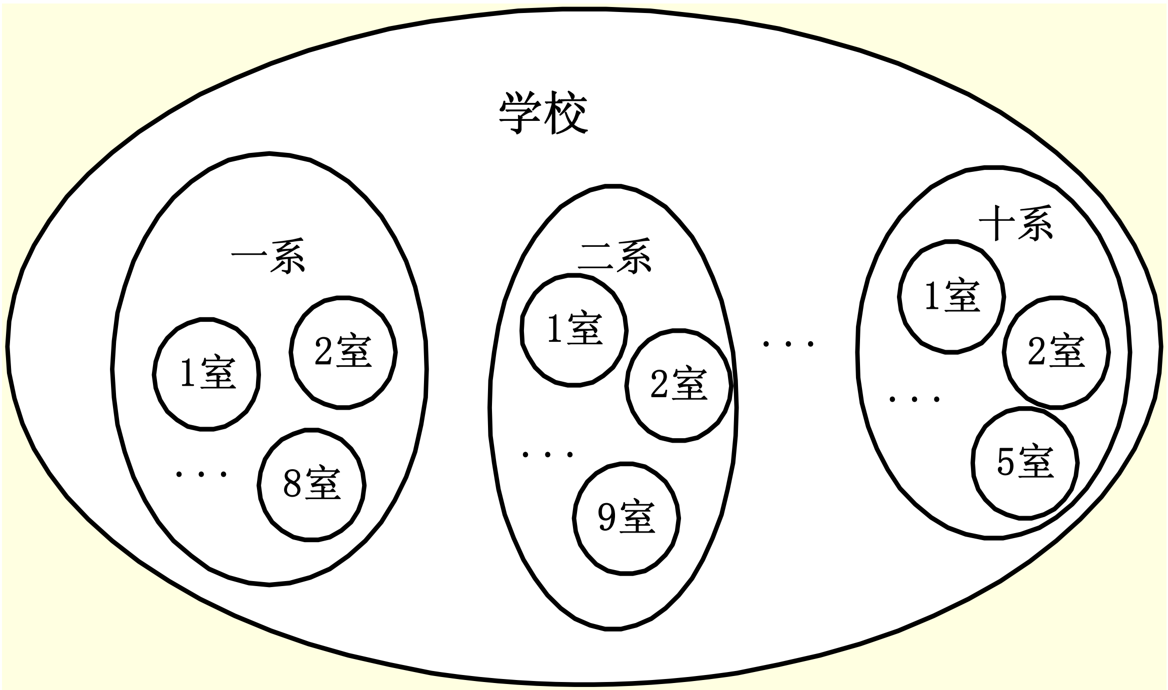
树的直观表示法

- ✓ 圆圈表示结点，结点的名字可写在圆圈内或圆圈旁。
- ✓ 连线表示结点之间的关系，



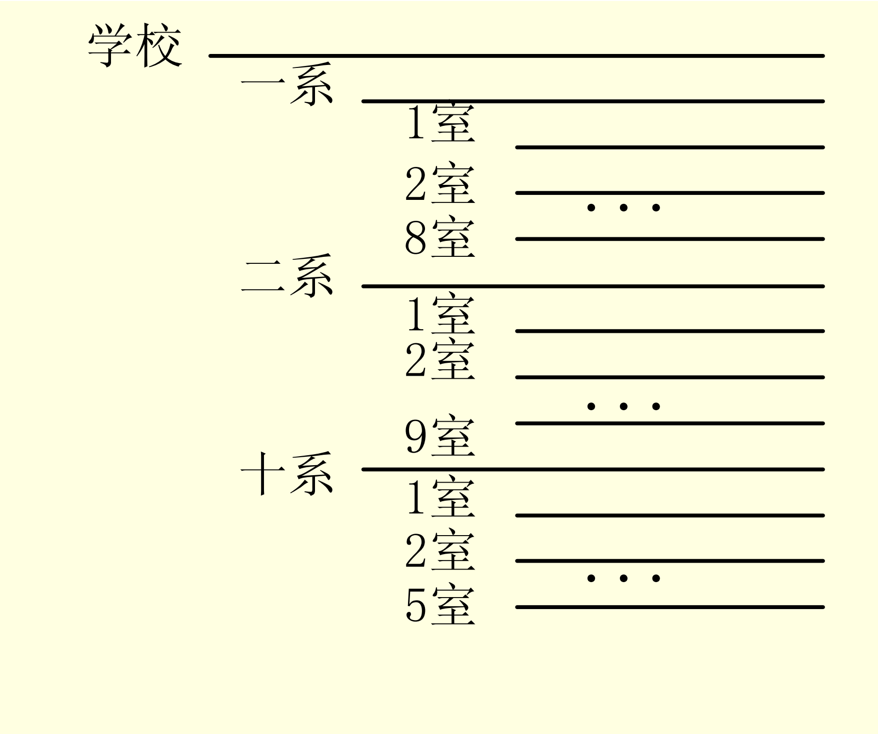
树的文氏图表示法

- ✓ 圆圈表示结点
- ✓ 圆圈的相互包含表示结点之间的关系。



树的目录表示法

- ✓ 凹入的线条表示结点
- ✓ 线条的长短表示结点间的关系，长线条包含短线条。



树的嵌套括号表示法

- ✓ 括号表示结点
- ✓ 括号的相互包含表示结点间的关系。

(学校 (一系(1 室) (2 室)…(8 室)) (二系(1 室) (2 室)…(9 室))…(十系(1 室) (2 室)…(5 室)))

树数据结构种的术语

- **结点：** 指树中的一个元素，包含数据项及若干指向其子树的分支。
- **结点的度：** 指结点拥有的子树个数。
- **树的度：** 指树中最大结点度数。
- **叶子：** 指度为零的结点，又称为终端结点。
- **孩子：** 一个结点的子树的根称为该结点的孩子。
- **双亲：** 一个结点的直接上层结点称为该结点的双亲。
- **兄弟：** 同一双亲的孩子互称为兄弟。

树数据结构种的术语

- **结点的层次：** 从根结点开始，根结点为第一层，根的孩子为第二层，根的孩子的孩子为第三层，依次类推。
- **树的深度：** 树中结点的最大层次数。
- **堂兄弟：** 双亲在同一层上的结点互称为堂兄弟。
- **路径：** 若存在一个结点序列$k_1,k_2,...,k_j$，可使k_1到达k_j，则称这个结序序列是k_1到达k_j的一条路径。

树数据结构种的术语

- **子孙和祖先：** 若存在k_1到k_j的一条路径$k_1,k_2,\ldots,k_j$，则$k_1,\ldots,k_{j-1}$为k_j的祖先，而$k_2,\ldots,k_j$为k_1的子孙。
- **森林：** $m(m\geqslant 0)$棵互不相交的树的集合构成森林。
- **有序树和无序树：** 若将树中每个结点的各个子树都看成是从左到右有次序的（即不能互换），则称该树为有序树，否则为无序树。

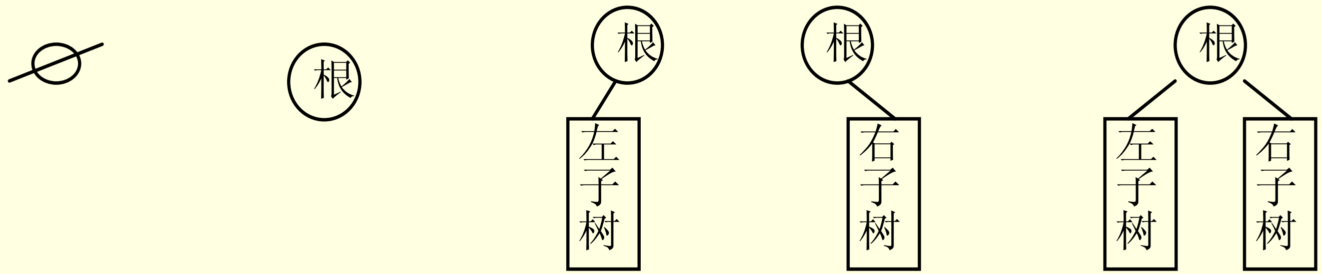
二叉树基本概念

[定义]

二叉树是n（n≥0）个结点的有限集，它或为空树（n=0），或由一个根结点及两棵互不相交的、分别称作这个根的左子树和右子树的二叉树构成。

二叉树与有序树？

[二叉树的五种基本形态]



(a) 空二叉树 (b) 仅有根结点 (c) 左子树 (d) 右子树 (e) 左、右子树非空

二叉树的性质-1

性质1：在二叉树的第i层上至多有2^{i-1}个结点(i≥1)。

证明：可用数学归纳法予以证明。

当$i=1$时有$2^{i-1}=2^0=1$，同时第一层上只有一个根结点，故命题成立。

设当$i=k$时成立，即第k层上至多有2^{k-1}个结点。

当$i=k+1$时，由于二叉树的每个结点至多有两个孩子，所以第$k+1$层上至多有$2\times2^{k-1}=2^k$个结点，故命题成立。

二叉树的性质-2

性质2：深度为k的二叉树至多有2^k-1个结点(k≥1)。

证明：性质1给出了二叉树每一层中含有的最大结点数，深度为k的二叉树的结点总数至多为

$$\sum_{i=1}^{k} 2^{i-1} = 2^k - 1$$

故命题成立。

二叉树的性质-3

性质3：对任何一棵二叉树，如果其终端结点数为n0，度为2的结点数为n2，则n0=n2+1。

证明：设度为1的结点数为n_1，则一棵二叉树的结点总数为：

$$n=n_0+n_1+n_2$$

因为除根结点外，其余结点都有一个进入的分支(边)，设B为分支总数，则n=B+1。又考虑到分支是由度为1和2的结点发出的，故有$B=2n_2+n_1$，即

$$n=2n_2+n_1+1$$

比较式两式可得$n_0=n_2+1$，证毕。

二叉树的性质-4

性质4：具有n个结点的完全二叉树的深度为$\lfloor \log_2 n \rfloor+1$或$\lceil \log_2(n+1) \rceil$。

(其中$\lfloor x \rfloor$表示不大于x的最大整数，$\lceil x \rceil$表示不小于x的最小整数。)

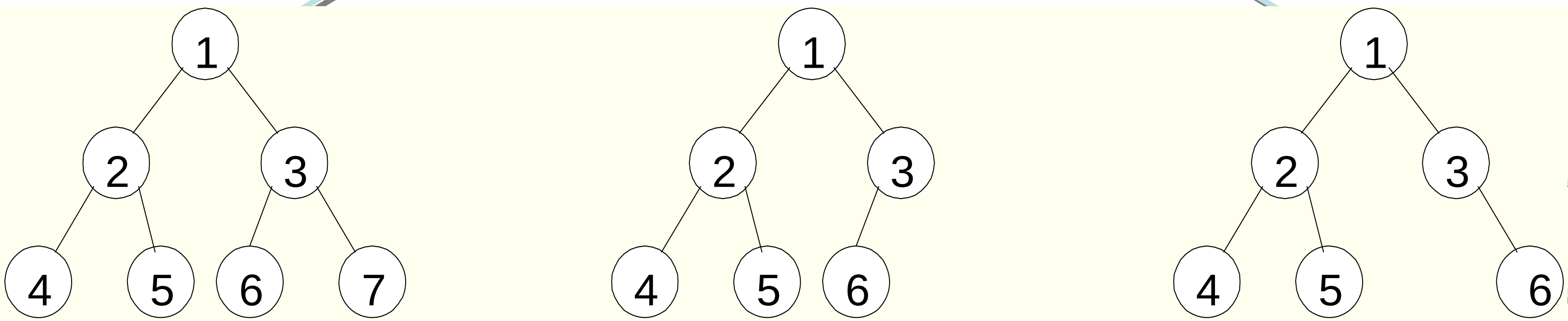
证明：由完全二叉树的定义可知，一个k层的完全二叉树的前k-1层共有$2^{k-1}-1$个结点，第k层上还有若干结点，所以结点总数n满足关系：

$$2^{k-1}-1<n\leqslant 2^k-1$$

因而可推出$2^{k-1}\leqslant n<2^k$，取对数后可得 $k-1\leqslant \log_2 n<k$。因为k为整数，故有$k-1=\lfloor \log_2 n \rfloor$，即$k=\lfloor \log_2 n \rfloor+1$。同样利用(12.3)式有$2^{k-1}<n+1\leqslant 2^k$，取对数得$k-1<\log_2(n+1)\leqslant k$，因而$k=\lceil \log2(n+1) \rceil$，证毕。

满二叉树和完全二叉树

- 一棵深度为k且有2^k-1个结点的二叉树称为满二叉树。满二叉树的特点是每一层的结点数都达到该层可具有的最大结点数。
- 如果一个深度为k的二叉树，它的结点按照从根结点开始，自上而下，从左至右进行连续编号后，得到的顺序与满二叉树相应结点编号顺序一致，则称这个二叉树为完全二叉树。



k=3 的满二叉树　　完全二叉树　　非完全二叉树

完全二叉树编号的性质

- 若i=1，则i结点是根结点；若i＞1，则i结点的双亲编号为$\lfloor i/2 \rfloor$。
- 若2i＞n，则i结点无左孩子，i结点是终端结点；若2i≤n，则2i是结点i的左孩子。
- 若2i+1＞n，则i结点无右孩子；若2i+1≤n，则2i+1是结点i的右孩子。
- 若i为奇数且不等于1时，结点i的左兄弟是i-1，否则结点i没有左兄弟。
- 若i为偶数且小于n时，结点i的右兄弟是结点i+1，否则结点i没有右兄弟。

小结

树的 定义

二叉树

作业

P38 6.2；　P39 6.13；

P40 6.19；

P41 6.21；　6.26；　6.27；

P42 6.42；　P43 6.45；