

# 不稳定供应下原材料订购方案制定与实施预测

## 摘 要

本文从优化的角度出发，以满足企业正常生产为前提，建立了基于近 5 年所给数据为基础的企业订购模型、供应商供货模型、转运商转运模型三个模型，来优化企业对未来 24 周的订购方案并给出具体的可实施方案，并且合理的预测与分析了实施效果与可视化呈现，能够让企业合理、从容地面对原材料特殊而无法稳定提供等具有不定因素的生产条件，同时还可以兼顾经济上的效益，可以满足企业的不同的订购要求。

针对问题一，首先对数据分析、挖掘并结合实际，提炼出平均供货量、平均满意度、满意度方差、订单完成率、企业最大产能 5 个指标，并根据这 5 个指标建立了供应商供货模型，同时采用相关性分析确保 5 个指标不呈现强相关性，加强对原数据的提炼、保证模型合理性；再通过熵权法对指标确定各指标权重，最后使用 Topsis 法综合量化与评价 402 家供货商并排名，进而得出最重要的 50 家供应商。

针对问题二，本文将问题分成三步来求解。第一步为确定最少选择多少家供应商，需要利用第一问的指标计算供货风险系数，确定供货量的分布区间与概率，再借助蒙特卡洛算法来模拟订购量与实际供给量，借助计算机进行大量的随机、迭代模拟，得到了至少选择 25 家供应商的结果并将模拟过程结果分布可视化。第二步为合理的分配 25 家企业的订单数，本文通过结合供应商供货模型的求解结果并采用动态规划的思想计算出每家供应商的订单数。第三步分析了近 5 年的转运商数据，结合转运订单的分布情况建立了存在企业偏好因子的转运商转运模型，求解得到每周转运商的优先级；最后借助 0-1 规划思想，以转运成本最低为目标，建立了规划模型，得到了转运方案，并对订购方案实施效果进行了预测与可视化，也给出了 24 周各类每周的转运损耗率曲线。

针对问题三，为了使得订购成本最低即多选 A 类材料并少选 C 类材料，于是将供应商范围扩大到原来的 402 家供应商，并将供给 A、B、C 三种类别材料的供应商数可视化，初步分析后以保证企业正常生产为前提建立了企业订购模型，求解得到 402 家供应商订单方案及转运商的转运方案，并给出了方案实施后的预测结果，并与第二问中的订购成本对比，得到能够使得成本大致下降 7.2% 的结论。

针对问题四，面对企业不再受产能限制的情况，本文综合考虑了 402 家供应商的供应能力，通过计算机迭代求解出供应商们能够在 99.75% 置信度下保证企业正常生产的产能为 41000 立方米，同比提高 45.39% 的产能，并给出了订购和转运方案。

综上，本文建立的三个模型在面对原材料不稳定的条件下能够提供良好的适应能力、具有较高的鲁棒性。能够为存在此类情况的特殊产业的企业提供科学、可预测订购策略。

**关键词：**原材料订购 蒙特卡洛模拟 规划模型 Topsis 评价法

## 一、问题重述

在企业生产过程中，原材料数量的可供性和持续性对于企业的正常生产过程起到至关重要的作用。一旦发生原材料不足的问题，企业很大程度上会被迫中断正常生产过程，造成难以挽回的经济损失。为了避免这个问题，企业对于原材料的订购和运输计划的合理制定就显得尤为必要。

现有某家企业需要购买 A,B,C 三种类型的材料，为了避免上述损失需要提前制定 24 周的原材料订购和转运计划，这就需要对企业、供应商、转运商三方的信息、数据进行深入分析与建模，在充分地阅读原题的题意并查阅资料后可将问题重述为下：

已知企业每周能完成 2.82 万立方米的产能，每立方米会消耗 A 类原材料 0.6 立方米，或 B 类 0.66 立方米，或 C 类 0.72 立方米；而采购 A 类原材料会比 C 类高 20%，B 类会比 C 类高 10%，三类原材料运输和存储的单位费用相同。为了正常生产，企业会保持原材料库存量满足两周生产需求。

面对 402 家供应商，其会因为材料的独特性，不能保证按订单量供货，实际供货的数量或多于或少于订货量，企业的计划应当对此问题具有良好的适应能力。

且转运商在转运过程中会给原材料造成一定的损耗，而每家转运商的实力都为 6000 立方米/周，为了降低损耗企业的转运计划应当追求最优效果。

在附件中，附上了 402 家供应商的订货量和供货量的相关数据以及 8 家转运商的运输损耗率数据，要求建立数学模型，解决下列问题：

1. 量化分析 402 家供应商的供货特征并根据这些数据建立合理的数学模型以确定对企业最重要的 50 家供应商，并将供应商列出；
2. 参照问题一，在绝对能满足生产需求的条件下至少需要选择供应商，且针对这些供应商制定最经济的订购方案以及损耗最少的转运方案，并分析实施效果；
3. 若企业为了减少生产成本，需要多采购 A 类材料，而少采购 C 类，同时希望转运损耗少，为达到这样的目标来制定新的订购及转运方案，并分析实施效果；
4. 若该企业具备提高产能的潜力，根据供应商和转运商的实际情况，确定产能最大能提升多少，并给出未来 24 周的订购及转运方案。

## 二、问题分析

结合题意，企业从供应商订购原材料的大致过程为：企业向供应商订货，而供应商不能严格按订货量供货，同时在转运过程中还会损耗一部分，实际到企业的为接收量；对于成本，包含收购量的采购费，给转运商的转运费以及仓库的存储费。大致如图所示：



图 1 企业订购原材料过程图

## 2.1 问题一的分析

问题一的目的是对供应商的供货特性进行量化评估并确定对于企业最重要的 50 家供应商。故需要要从数据入手，对数据进行处理、分析并将其部分数据可视化得到更直观的综合信息，再根据挖掘出来的信息进行标准化处理、相关性分析，且需要查阅大量企业原材料相关的文献来支撑所提炼的信息，在保证提炼出来的数据维度不重合、与问题具有强相关性之后进行合理的数学建模，再对模型求解得到 402 家供应商的量化分数，根据每家供应商的量化得分进行排名，进而得到对企业最重要的 50 家供货商。

## 2.2 问题二的分析

问题二在问题一结果的基础上再深入挖掘信息并求解出企业选择多少家供货商时就能够保证正常生产，并针对这些供应商制定 24 周内每周最经济的原材料订购方案与转运方法并分析实施效果。结合题意，应当分为三步来处理，第一步对问题一的结果再次挖掘信息，推断出 50 家供货商的最大供货能力，再以此为指标将这些供货商再次排名，逐步筛选供货商的数量，直到可以保证企业 24 周的正常生产，此时所记录的供应商数即为最少需要供货商数。第二步对选取出来的供应商的供货记录进行供货模型建模，再对模型求解可以得出对其在接下来的 24 周内的订购方案。第三步，首先对转运商的转运数据进行挖掘分析，针对其损失率建立数学模型，再以周为步长，量化每个转运商的周损耗率，按照损耗率由小到大排序，再根据排序结果分配运货数得到转运方案。

### 2.2.1 问题三的分析

问题三将企业重心转移到经济最优方向，但是仍需在满足正常生产的条件下进行经济最优化处理。而问题三的目的是要求为了使订购成本最低，尽量多订购 A 类并减少 C 类原材料的采购，并重新制定订购方案与转运方案，并分析方案实施效果。为此考虑范围应当跳出 50 家供应商的约束并回归到 402 家供应商的数量层面上制定方案，根据题意思路是应当从 A 类材料供应商开始订购，再订购 B 类材料的供应商，最后才会考虑 C 类材料的供应商，前提仍然是保证正常生产。为了体现方案的实施效果需要与第二问的实施结果进行对比，分析本方案再经济上的实施效果与优越性。

### 2.2.2 问题四的分析

问题四给出企业具备了提高产能潜力的有利条件，可以认为企业不存在因为自身产能上限的问题而导致无法面向所有供货商尽可能多得订购原材料的问题。但是这个由于供货方实际供货量的随机性，企业新调整后的最大产能会呈现波动状态。

可以在保证一定概率的情况下，计算 402 家供应商最多能够支撑企业稳定输出多少的产能，由此制定出企业的产额能的提高量，并给出一定的置信区间。

### 三、模型假设

为合理的优化模型，保证模型在正常的情况下能够具有较好的适用性我们提出下面的假设：

1. 假设企业在第一周初已储备足够两周生产的原料储蓄量。
2. 供货商、转运商数量和具体名单不会发生变动。
3. 企业的产能在制定方案生效期限内不会改变。
4. 给出的数据中不存在虚假、缺失的情况。
5. 转运的速度可以忽略不计。
6. 企业以一定的生产速率运行。

### 四、符号说明

表 1 符号说明

符号	说明	单位
$X$	企业原材料订购量	$m^3$
$X'$	供货商原材料供货量（企业收购量）	$m^3$
$X''$	企业原材料接收量	$m^3$
$m$	可选择供货商数量	$m^3$
$M$	供货商最大产能	$m^3$
$Q_1$	企业一周产能数量	$m^3$
$Q_2$	企业原材料每周在单位产能下的接收量	$m^3$
$Q_3$	企业原材料每周在单位产能下的存储量	$m^3$
$S$	原材料每周的存储量	$m^3$
$W$	原材料转运损耗量	$m^3$
$Z$	企业花费经济成本	元
$P$	原材料 C 单位采购费	元
$q$	单位转运费、单位存储费	元
$P$	周产能达成概率	
$R$	供货风险因子	
$\tilde{L}$	转运商在不同周时下的损耗率	
$L$	供货商选定转运商后实际承担的损耗率	
$Y$	供货商对转运商的选择矩阵	
$T$	转运商承担供货商原材料的转运数量矩阵	
$D$	转运订单数	
$\partial$	转运商偏好因子	
$i$	第 $i$ 家供货商	
$j$	第 $j$ 周	

## 五、问题一的模型建立与求解

### 5.1 问题一模型的建立

#### 5.1.1 供应商的供货特征选取

本文的重点在于如何从企业订货量和供应商供货量的数据中提炼出可以保障企业生产的供货特征，然后根据这些供货特征来量化供应商对企业的重要性。依据题意，企业会倾向于选择供货稳定、供货效率高的供应商，因此，文章选取以下几个指标。

##### 1) 平均供货量

平均供货量是指近 5 年来供应商每周对企业供货的平均值，该值越高说明企业越重视这个供应商，越相信这个供应商的实力，其具体计算公式为：

$$TX_i = \frac{\sum_{k=1}^{n_w} tx_{ik}}{n_w} \quad (5.1)$$

其中  $TX_i$  为第  $i$  个供应商的平均供货量， $tx_{ik}$  为第  $i$  个供应商第  $k$  周的供货量， $n_w$  为总的供货周数。

##### 2) 平均满意度

满意度是指供应商每周的供货量与订单量的比值，平均满意度即为近 5 年来的平均值，该值高于 1 说明供应商可以超额完成订单，数值越大说明供应商的供货效率高，其具体的计算公式为：

$$C_i = \frac{\sum_{k=1}^{n_w} \frac{tx_{ik}}{sx_{ik}}}{n_w} \quad (5.2)$$

其中  $C_i$  为第  $i$  个供应商的平均满意度， $tx_{ik}$  为第  $i$  个供应商第  $k$  周的供货量， $sx_{ik}$  为第  $i$  个供应商第  $k$  周的订单量， $n_w$  为总的供货周数。

##### 3) 满意度方差

满意度方差就是在求得平均满意度的基础上求方差，其反应了供应商满意度的离散程度，该值越小说明供应商供货稳定，更能使企业满意，其具体的计算公式为：

$$\sigma_i^2 = \frac{\sum_{k=1}^{n_w} (\frac{tx_{ik}}{sx_{ik}} - C_i)^2}{n_w} \quad (5.3)$$

其中  $\sigma_i^2$  为第  $i$  供应商的满意度方差， $C_i$  为第  $i$  个供应商的平均满意度， $tx_{ik}$  为第  $i$  个供应商第  $k$  周的供货量， $sx_{ik}$  为第  $i$  个供应商第  $k$  周的订单量， $n_w$  为总的供货周数。

##### 4) 订单完成率

订单完成率是指供应商超额完成的订单数的占比，该值越高说明供应商越重视企业，能稳定、高效供货，其具体的计算公式为：

$$P_i = \frac{q_i}{Q_i} \quad (5.4)$$

其中  $P_i$  为订单完成率， $q_i$  为供应商超额完成的订单数， $Q_i$  为供应商接收到的订单

总数。

#### 5) 企业最大产能

企业最大产能是指供应商能为企业提供原材料的最大能力，该值越高说明供应商的潜力越大，越值得企业信赖。

在计算该值时，观测到有些供应商的供货量存在着从很小突然到很大的突变，也即数据中可能存在干扰，对此查阅相关文献，采用卡尔曼滤波，它可以用来去除噪声、平滑观测曲线，原理是根据历史值来优化曲线。

因此引入滤波系数 $K_i$ ：

$$K_i = \frac{P_k - H^T}{HP_k - H^T + R} \quad (5.5)$$

其中 $P_k$ 为 $k$ 时刻的先验估协方差， $H$ 是状态变量到观测的转换矩阵， $R$ 是测量噪声协方差。

由此得到企业最大产能值，具体计算公式为：

$$A_i = tx_{imax} \cdot P_i \cdot K_i \quad (5.6)$$

$A_i$ 为第 $i$ 家供应商的企业最大产能值， $tx_{imax}$ 为供应商近5年来的最大供货量， $P_i$ 为供应商的订单完成率， $K_i$ 为滤波系数。

综上，得到了供应商重要性的指标，接下来可以根据这些指标来量化各个供应商对企业的重要程度。

#### 5.1.2 熵权法计算指标权重

依据上文所计算得到的各指标数值，可以量化分析出各供应商的重要性。首先需要确定各指标的权重，为了客观性，采用了依据数据驱动的熵权法来进行赋权。

熵权法原理是指标的变异程度，变异程度越高则对应的权重越高，该方法可以很大程度上避免主观对于结果的影响<sup>[1]</sup>。

首先需要对指标数据进行归一化处理：

$$y_{ij} = \frac{x_{ij} - x_{min}}{x_{max} - x_{min}} \quad (5.7)$$

其中 $y_{ij}$ 为归一化后的变量， $x_{max}$ 和 $x_{min}$ 为每个指标数据的最大值和最小值。

然后，根据信息论中信息熵的定义，求出第 $i$ 家供应商的第 $j$ 个指标的比重 $z_{ij}$ ：

$$z_{ij} = \frac{y_{ij}}{\sum_{i=1}^m y_{ij}} \quad (5.8)$$

再计算出第 $j$ 个指标的信息熵 $e_j$ ：

$$e_j = -\frac{1}{\ln m} \sum_{i=1}^m z_{ij} \ln(z_{ij}) \quad (5.9)$$

最后得出每个指标的权重 $w_j$ ：

$$w_j = \frac{1 - e_j}{\sum_{j=1}^m (1 - e_j)} \quad (5.10)$$

#### 5.1.3 TOPSIS 综合评价供应商的重要程度

TOPSIS 评价法是通过构造正负理想解，比较评价对象与理想解之间的欧式距离，将其进行排序以做出优劣评判，比如在本例中就是先构造一个各指标都很优秀的供应商和一个最差的供应商，然后测量实际供应商与理想化供应商之间的差距，最靠近最优同时又最远离最差说明这个供应商对企业最重要。

首先，把每个指标的最大值 $y_i^+ (i = 1, 2, \dots, m)$ 找出来组成最理想的供应商，记为：

$$Y^+ = \{y_1^+, y_2^+, \dots, y_m^+\}$$

同样，把每个指标的最小值 $y_i^-(i = 1, 2, \dots, m)$ 找出来组成最不理想的供应商，记为：

$$Y^- = \{y_1^-, y_2^-, \dots, y_m^-\}$$

再计算评价对象与理想化目标间的欧式距离，第  $i$  个样本与理想目标的距离为 $L_i^+$ ，与不理想目标的距离为 $L_i^-$ ，计算公式如下：

$$L_i^+ = \sqrt{\sum_{j=1}^m (y_j^+ - y_{ij})^2} \quad (5.11)$$

$$L_i^- = \sqrt{\sum_{j=1}^m (y_j^- - y_{ij})^2} \quad (5.12)$$

接着计算各对象的相对贴近度，计算公式为：

$$V_i = \frac{L_i^-}{L_i^+ + L_i^-} \quad (5.13)$$

显然， $V_i$ 位于 $[0, 1]$ 之间。当 $V_i$ 越接近 1，说明供应商  $i$  距离理想化目标越近即该供应商越重要，反之，当 $V_i$ 越接近于 0，说明该供应商越不重要。

## 5.2 模型的求解

### 5.2.1 数据处理

根据选取的指标的计算公式，对相关数据进行分析处理，为了更直观的看出数据的分布情况，画出了如下几张分布图：

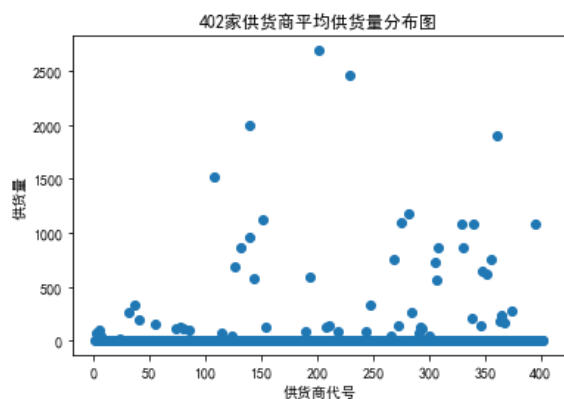


图 2 402 家供货商平均供货量分布图

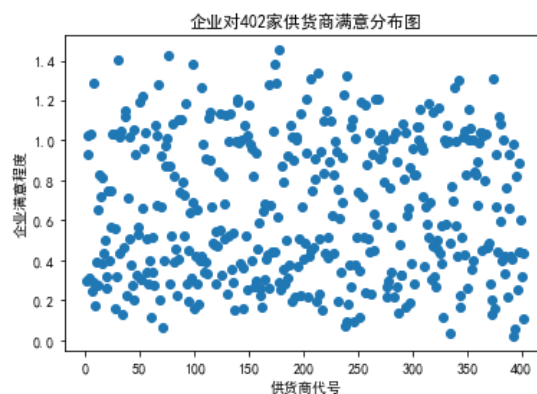


图 3 企业对 402 家供货商满意度分布图

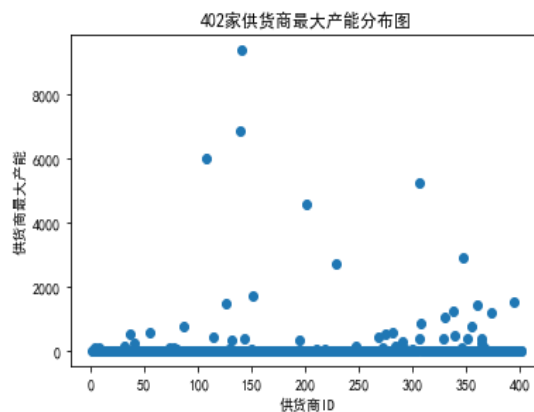
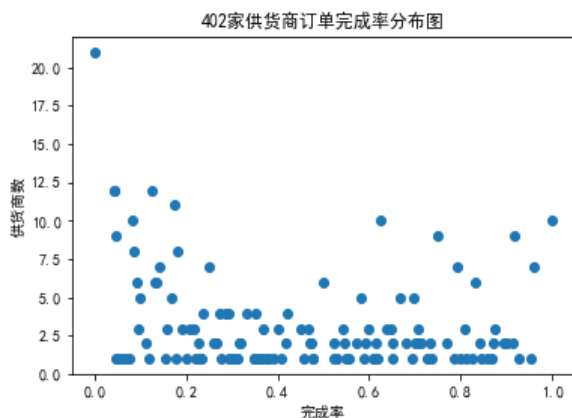


图 4 402 家供货商订单完成率分布图

图 5 402 家供货商最大产能分布图

由图 2 可以看出大部分供应商的平均供货量不足 100，只有少数几家供应商的平均供货量高于 1500，这说明不同供货商之间供货能力存在差异。

由图 3 可以看出，大部分供应商的平均满意度低于 1，这说明能超额供货的供应商较少。

由图 4 看出，大部分供应商的订单完成率是不足 0.8，这说明只有少部分供应商能尽量做到每次都超额供货。

由图 5 可以看出，大部分供应商的最大产能值是低于 1000 的，有部分供应商产能够大于 1000，可以初步推断其对企业的供货支撑具有极大的主体担当，大部分供应商总体水平都相当，但是数量众多的他们如果都接到订货单也能成为一个极大的原材料供给团体，后续不能忽视。

为确保选取的指标不存在大量冲突与相关性导致数据维度本质上是不足的现象，需要对 5 个指标进行相关性分析，得到相关性矩阵后可可视化如下

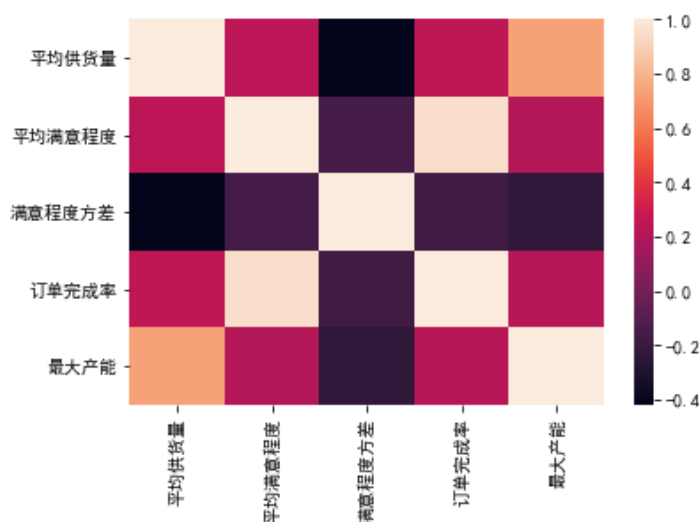


图 6 5 个指标的相关性热力图

从图 6 可以看出，5 个指标之间并不存在极强的相关性，说明 5 指标确实代表了原数据的某 5 个维度，说明接下来的求解是对原数据进行信息压缩后下进行的。

### 5.2.2 熵权法确定指标权重求解

根据熵权法的基本过程，运用 MATLAB 软件编程，对 5 个评价指标进行权重划分，得到下表结果：

表 2 指标权重表

指标	平均供货量	平均满意度	满意度方差	订单完成率	企业最大产能
权重	0.2013	0.2534	0.1920	0.1534	0.1999

由此可以看出，平均满意度占比最大，根据商业学者所述，按目标完成任务甚至超标完成对于供应商是尤为重要的<sup>[3]</sup>，这是供应商立足于市场的基础，这也反应着供应商的实力；而平均供货量占比次之，如若供应商能持续大量供货，这也证明着这个供应商的供货能力，企业也就能相信这个供应商，无论需求多少，都可以向其订单来满足。因此，这个权重占比分布较为合理，符合实际。

### 5.2.3 TOPSIS 综合评价模型求解

根据 TOPSIS 评价法的基本过程，运用 MATLAB 软件编程，对 402 家供应商的重要性进行打分、排名，得到最重要的前 50 家供应商，结果见下表：



表 3 前 50 供应商排名表

供应商 ID	排名	供应商 ID	排名
S140	1	S365	26
S139	2	S247	27
S108	3	S126	28
S307	4	S098	29
S201	5	S275	30
S229	6	S213	31
S348	7	S067	32
S361	8	S362	33
S151	9	S379	34
S338	10	S330	35
S374	11	S031	36
S282	12	S007	37
S395	13	S175	38
S356	14	S364	39
S284	15	S106	40
S030	16	S206	41
S178	17	S150	42
S086	18	S294	43
S174	19	S237	44
S239	20	S314	45
S076	21	S351	46
S218	22	S037	47
S053	23	S202	48
S266	24	S342	49
S123	25	S050	50

## 六、问题二模型的建立与求解

对于问题二，将其具体划分为三小问，首先使用蒙特卡罗算法结合数理统计解决企业至少需要选择供应商的数量满足需求；再基于上一小问得出的供应商家，以追求每周的采购价最为经济为目标，建立订购方案规划模型；最后基于第二小问的经济订购方案，综合考虑转运商损耗率以及实际供货商对转运商的偏好因子，并在一家供货商在一次供货时只选择一家转运商的原则下，建立转运方案 0-1 规划模型。

### 6.1 模型的建立

#### 6.1.1 蒙特卡洛算法

蒙特卡洛是通过大量随机样本，去了解一个系统，进而得到所要计算的值<sup>[4]</sup>。由于要从 50 家重要的供应商中选取最少的供应商数来满足生产要求，如果 50 家供应商全部选择可以求出能为企业提供的产能 $C$ ，综合考虑成本，实际上企业不会全部选择供应商，只需要选择能够满足企业需求 $C_0$ 即可。

对此，构建了供货风险范围为 $\frac{C_0}{C} \sim 1$ ，即对于选择的供应商，其供货量能满足企业的需求 $C_0$ 。

接着，构造一个概率空间 $(W, A, P)$ ，其中  $W$  是 50 家供应商能创造产能的所有集合， $A$  是  $W$  的子集，是指满足企业产能要求的所有集合， $P$  是指供货风险范围。

然后，通过计算机进行一万次模拟，出现的最大数即为结果。

#### 6.1.2 模型准备

由上一问求得需要  $m$  家供应商提供供货；

根据题意，C 类原材料的价格为  $p$ ，A 类原材料的价格为  $1.2p$ ，B 类原材料的价格为  $1.1p$ ；

##### 1) 转运商的优先级及其损耗率 $L$

根据附件 2，可以发现有的转运商每周都转运，有的则仅有几周转运，这可能与转运商的地理位置相关，转运方便的就会多转运，企业也就更倾向与它，由此可定义偏好因子  $\partial_k$  为企业对于第  $k$  家转运商的偏好程度，其计算公式为：

$$\partial_k = 1 / \frac{d_k}{D} \quad (6.1)$$

其中  $d_k$  为第  $k$  家转运商 240 周内订单数的周数， $D$  总的订单数。

对于第  $k$  家转运商，将已知的 240 个周叠成 10 份，即转化为 24 周，得到每周的转运损耗率  $L_{kj}$ ；

然后根据  $L_{ki} \cdot \partial_k$  的大小排名，可以得到第  $j$  周转运商的优先级排名，由于 A 类原材料最贵，所以排名靠前的转运商运送 A，排名后的就依次运送 B、C。

##### 2) 供应商的供货风险

根据附件 1 的数据可知供应商的供货量不一定等于订货量，所以定义  $R_{ij}$  为第  $i$  家不同供应商在第  $j$  周的供货风险，由于不同供应商在不同的周按订单量供货的风险不同，所以  $r_{ij}$  为一个随机数，其范围为  $\frac{Q_2}{Q_1} \square 1$ ，其中  $Q_2$  为 50 家供应商全部选择能为企业提供的产能， $Q_1$  为企业的产能需求。

##### 3) 订货量 $X$ 、供货量 $X'$ 、接收量 $X''$

$$\text{设定企业的订购方案为 } X = \begin{pmatrix} X^A \\ X^B \\ X^C \end{pmatrix} = (x_{ij})_{m \times 24},$$

其中  $X^A = X$ ， $X^B = X$ ， $X^C = X$ ，

$x_{ij}$  表示企业在第  $j$  周对第  $i$  家供应商对应原材料的订购量。

由于供货商的实际供货量并不一定等于订购量，则可设定实际供货量为  $X' = (x_{ij} \cdot r_{ij})_{m \times 24}$ 。

又因为原材料在转运过程中会发生不可避免的损耗，企业的原材料实际接收量为  $X'' = (x' \cdot (1 - l_{ij}))_{m \times 24}$ 。

##### 4) 企业周产量 $Q_1$ 、周接收产量 $Q_2$ 、周存储产量 $Q_3$

题目要求企业每周要完成 28200 立方米的产量，记为  $Q_1 = 28200$  立方米；

另外将 24 周每周接受到的所有 A、B、C 货物的普通接收量转换为在产能单位下的接收产量，并记为  $Q_2$ ，其式如下：

$$Q_2(j) = \frac{\sum_{i \in A} x''_{ij}}{0.6} + \frac{\sum_{i \in B} x''_{ij}}{0.66} + \frac{\sum_{i \in C} x''_{ij}}{0.72} \quad (6.2)$$

企业的每一周不仅有接收还有消耗，剩余的原材料就存储在仓库中，同样转化

为在产能单位下的量值，记为存储产量 $Q_3$ 。对于 $Q_3$ ，其在第一周的第一天有一个初始值，记为 $Q_3(0)$ ，这个数值在一开始的时候是未知的，题目并没有严格的设定考虑到企业每一次生产过渡期都会预留足够的生产成本，这里令 $Q_3(0)=56400$ 立方米，结合企业生产过程特点，总式如下：

$$Q_3(j) = \begin{cases} 56400 & j = 0 \\ Q_3(j-1) + Q_2(j) - Q_1 & j = 1 \cdots 24 \end{cases} \quad (6.3)$$

### 6.1.3 建立订购方案规划模型

只考虑每一周原材料采购价格最经济的因素，可以设立如下目标函数：

$$\min Z(j) = 1.2p \sum_{i=1}^{N_{A_j}} x_{ij}^A r_{ij} + 1.1p \sum_{i=1}^{N_{B_j}} x_{ij}^B r_{ij} + p \sum_{i=1}^{N_{C_j}} x_{ij}^C r_{ij} \quad (6.4)$$

其中 $N_{A_j}$ 、 $N_{B_j}$ 、 $N_{C_j}$ 分别表示每周提供 A、B、C 原材料的商家数目。

为了满足原材料采购量在不确定因素干扰下能够满足企业生产要求以及在周末的仓库存储量能够保证两周的生产要求两个主要限制，设定约束条件如下：

$$Q_3(j) = Q_3(j-1) + Q_2(j) - Q_1 \geq 56400 \quad j = 1 \cdots 24 \quad (6.5)$$

综上，订购方案规划模型<sup>[1]</sup>为：

$$\begin{aligned} \min Z(j) &= 1.2p \sum_{i=1}^{N_{A_j}} x_{ij}^A r_{ij} + 1.1p \sum_{i=1}^{N_{B_j}} x_{ij}^B r_{ij} + p \sum_{i=1}^{N_{C_j}} x_{ij}^C r_{ij} \\ st \left\{ \begin{array}{l} X' = (x_{ij} r_{ij}) \\ X'' = (x'_{ij} (1 - l_{ij})) \\ Q_1 = 28200 \\ Q_2(j) = \frac{\sum_{i \in A} x''_{ij}}{0.6} + \frac{\sum_{i \in B} x''_{ij}}{0.66} + \frac{\sum_{i \in C} x''_{ij}}{0.72} \\ Q_3(0) = 56400 \\ Q_3(j) = Q_3(j-1) + Q_2(j) - Q_1 \geq 56400 \\ 0 \leq x_{ij} \leq M_{ij} \end{array} \right. \quad (6.6) \end{aligned}$$

其中 $i = 1, \dots, m$  ;  $j = 1, \dots, 24$ 。

### 6.1.4 建立转运方案规划模型

转运问题涉及了供货商对转运商的选择问题，故选用 0-1 变量规划模型：

$$y_{ik} = \begin{cases} 0, & \text{不转运;} \\ 1, & \text{转运。} \end{cases} \quad (6.7)$$

其中 $i = 1, \dots, m$  ;  $k = 1, \dots, 8$ ;  $y_{ik}$  表示第 $i$ 家供货商是否选择第 $k$ 家转运商进行运输。

此外还需加入实际转运数量矩阵  $T=(t_{ik})_{m \times 8}$ ；基于一家供货商一次供货时只选择一家转运商的原则，转运商被选定之后（也就是  $y_{ik}=1$  的情况），就要承担供货商客户提供的原材料数量，这些转运的具体数值就保存在  $T$  中。

根据运输过程中损耗最少的要求，建立单目标规划模型，其目标函数为：

$$\min W(j) = \sum_{i=1}^m x'_{ij} \cdot l_{ij} \quad (6.8)$$

又考虑相关约束限制：

1) 每一周供货商对转运商的选择是唯一的，转化为数学语言即为

$$\sum_{k=1}^8 y_{ik} \leq 1 \quad (6.9)$$

2) 每一周所有转运商的转运量不得多于 6000 立方米，即

$$\sum_{i=1}^m t_{ik}^j \leq 6000 \quad (6.10)$$

综上，转运方案规划模型为：

$$\begin{aligned} \min W(j) &= \sum_{i=1}^m x'_{ij} \cdot l_{ij} \\ st \left\{ \begin{aligned} &\sum_{k=1}^8 y_{ik} \leq 1 \\ &t_{ik}^j = y_{ik} \cdot x'_{ij} \\ &\sum_{i=1}^m t_{ik}^j \leq 6000 \\ &y_{ik} = 0 \text{ or } 1 \end{aligned} \right. \quad (6.11) \end{aligned}$$

## 6.2 模型的求解

### 6.2.1 蒙特卡洛算法求解

根据算法过程，使用编程进行一万次随机模拟，得到下图结果：

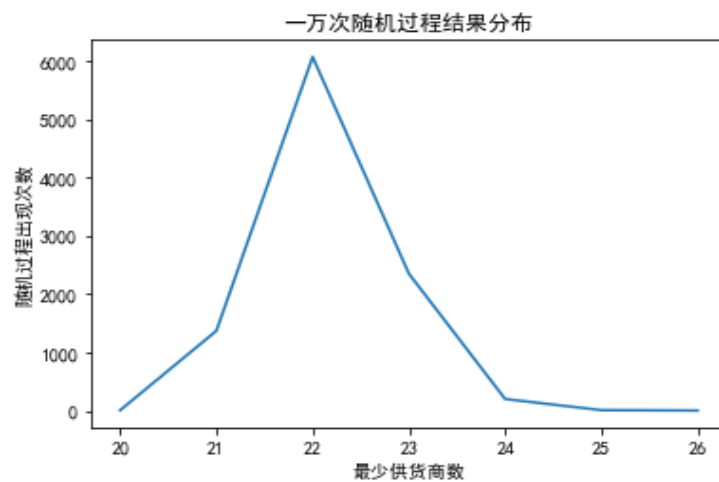


图7 一万次随机过程结果

由图 7 可以看出，一万次模拟选择中，数字分布类似于正态分布，对称轴为

22，而 25 为最大出现的数字，因此能够在 99.75%的置信度下能够确定至少需要选择 25 家供应商供应材料就能够满足企业生产需要。

### 6.2.2 订购方案规划模型求解

从得到的 25 家供应商中按照其最大产能逐一分配订单数，但是第  $i$  家供货商的订单数是根据  $\sum_{j=0}^{i-1} Q_j$  与目标订单数之差和当前供货商能力共同决定的。这是一个动态的连锁过程，采用动态规划思想进行求解。编程后计算结果填入附表，可视化结果如下图所示。

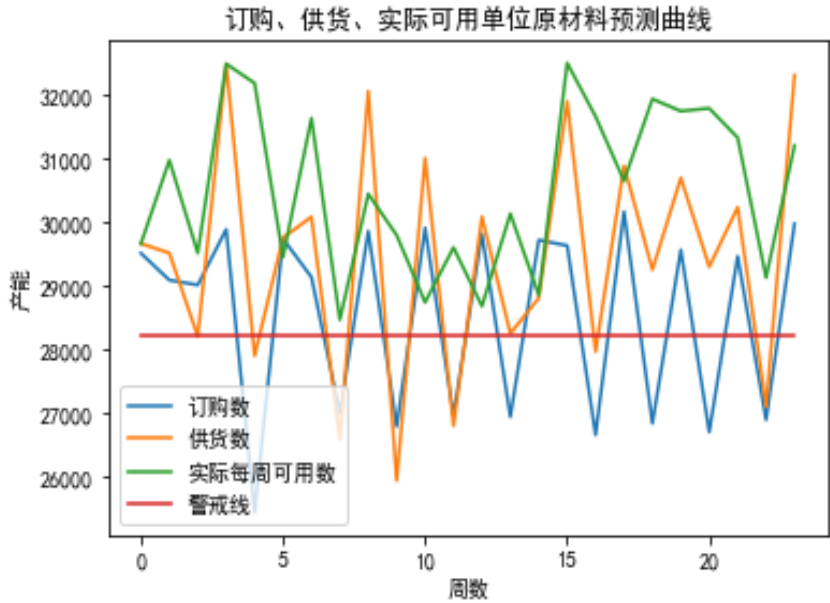


图 8 订购、供货、实际可用单位原材料预测曲线

从图 8 可以看出绿色的为企业每周实际到手且可以投入到生产的量，其一直未低于红色的警戒线，即企业的正常生产得到了强有力的保证，面对供货量少于订购量时也能正常生产，面对库存剩余量过多时又能够合理的减少下周的订购量，进而减少存储与运输成本，兼顾经济与稳定两个指标，达到了很好的效果。

### 6.2.3 转运方案规划模型求解

为使得转运损耗最小，理应安排最贵的 A 类材料由当前周运损率最小的运转商来运转。即 A 先发货，紧接着 B 发货，最后为 C，这样可以使得损耗最小。但是考虑到现实中存在转运商地理位置、效率、优惠等因素，加入了偏好因子，其数值为

表 4 转运商偏好因子

T1	T2	T3	T4	T5	T6	T7	T8
0.345833	0.34583	0.70940	0.81372	1.00000	0.384259	0.34583	0.40886

利用计算机排序后按照模型的约束条件进行计算，得到 A、B、C 三类材料各周的损耗率，并将其可视化如下

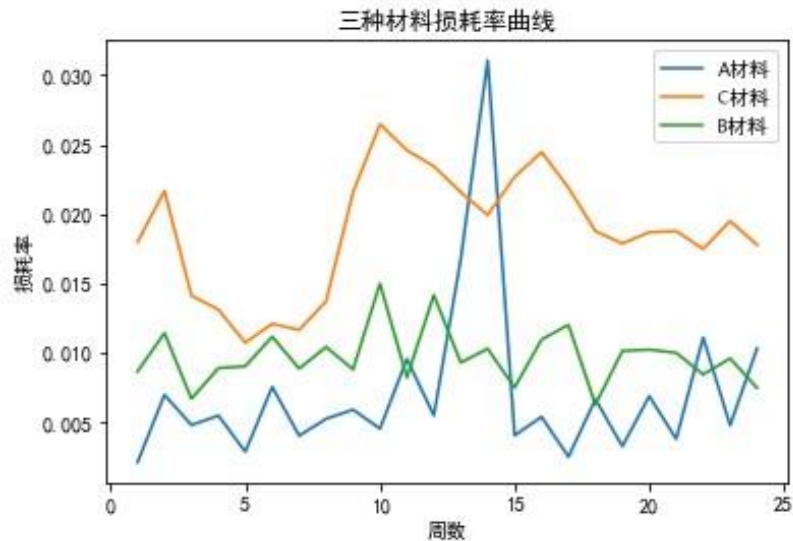


图 9 三种材料损耗率曲线

从图 9 可以看出，A 材料的损耗率是最低的，而 C 为最高，这与希望的目的相同，能够实现损耗量最小的目的。

## 七、问题三模型的建立与求解

相对于问题二综合考虑问题三，主要是放宽了可选商家的数目，也增加了更多的目标。首先可以增加考虑转运成本和存储成本，也就是建立包含采购费、转运费和存储费的总成本经济模型，此为目标一；另外又要求尽量增加 A 原材料供货商，尽量减少 C 原材料供货商，此立为目标二；最后使得转运损耗率尽量小，此为目标三，由此建立多目标规划模型。

### 7.1 多目标规划模型

本问还涉及到了存储问题，在转运时间很短，生产以一定的速率进行的条件下，给出存储量时间变化图：

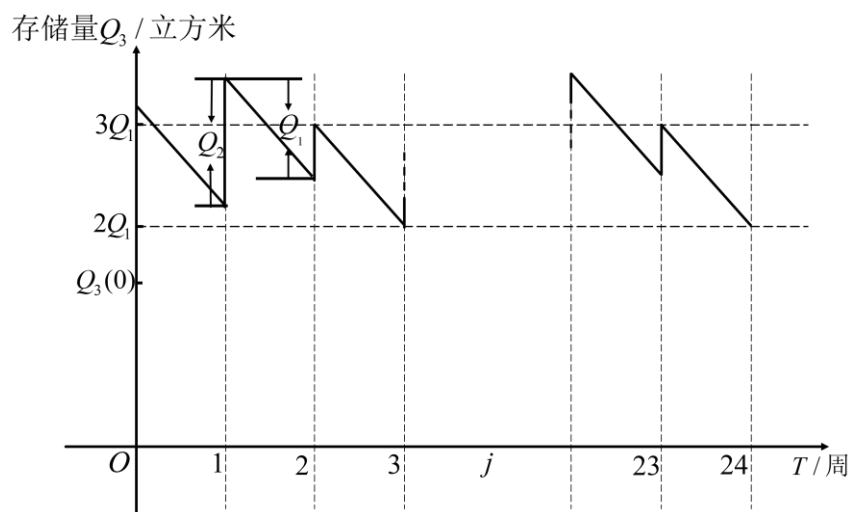


图 10 存储量时间变化图

从图 10 中不难发现，每一周存储的费用正好对应图中每一块梯形的面积，则多目标规划模型可建立如下：

$$\left\{ \begin{array}{l} \min Z(j) = 1.2p \sum_{i=1}^{N_{Aj}} x_{ij}^A r_{ij} + 1.1p \sum_{i=1}^{N_{Bj}} x_{ij}^B r_{ij} + p \sum_{i=1}^{N_{Cj}} x_{ij}^C r_{ij} + q \sum_{k=1}^8 T + \frac{S(j-1) + S(j)}{2} q \\ \min W(j) \\ \max N_{Aj} - N_{Cj} \end{array} \right. \quad (7.1)$$

在第二问的基础上增加约束条件：

$$S = S(j-1) + X''(j) - U(j) \quad (7.2)$$

其中  $U(j)$  为第  $j$  周原材料消耗量。

## 7.2 模型的求解

首先须了解在 402 家供货商中 A、B、C 三种类别原材料分布，为此将数据可视化得到下图：

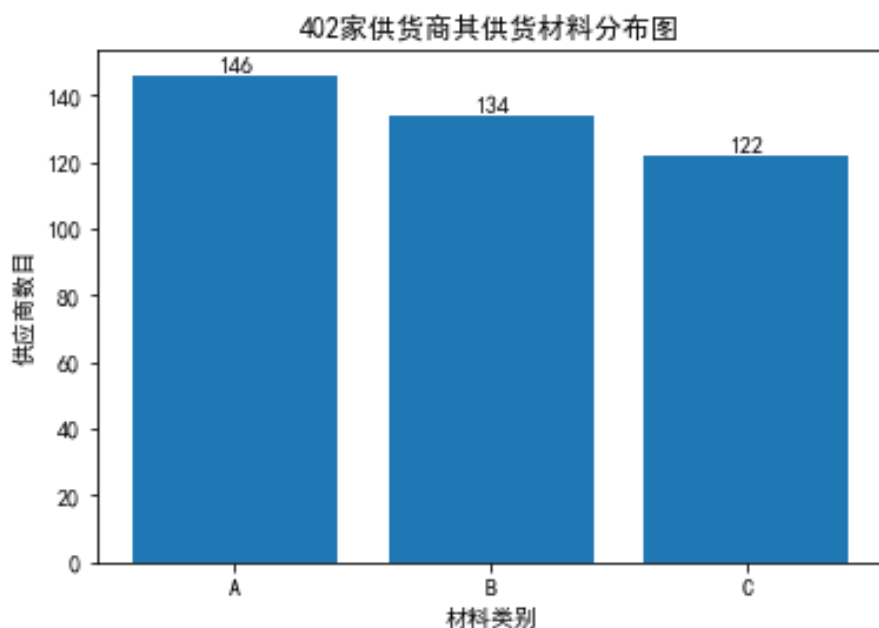


图 11 402 家供货商其供货材料分布图

从图 11 可用看出 A 类材料的供应商是最多的，这使得本模型的前提条件大大地得到丰富，可选的方案也可以变得灵活。

同样利用问题二的订购模型求解法得到结果填入附表并可视化如下：

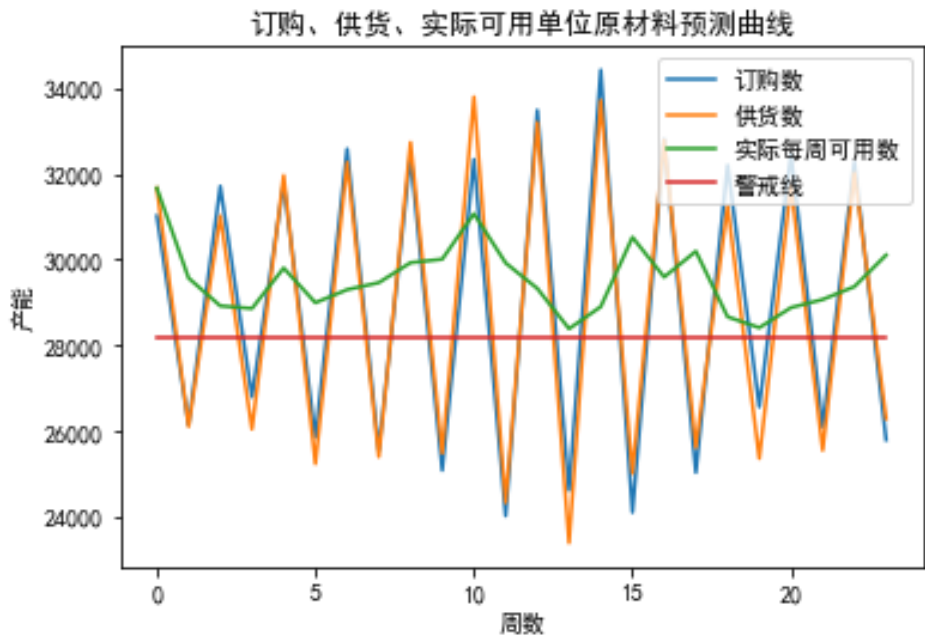


图 12 订购、供货、实际可用单位原材料预测曲线

从图 12 中仍然可以看出实际可用数量并未低于红色警戒线，企业正常生产的保障没有缺失。

类似的，对材料的损耗率再次进行计算与可视化：

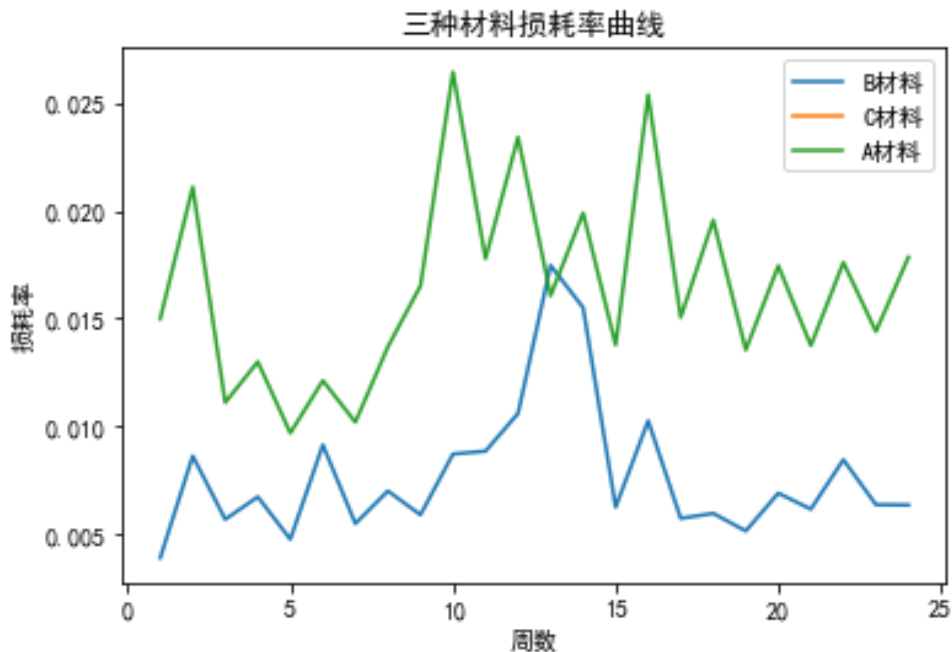


图 13 三种材料损失率分布

从图 13 中不难发现本次方案中并未订购 C 类材料，因为订购策略为先从 A 类材料供应商开始挑选，到部分 B 类材料供应商时就已经满足了企业的正常生产需要，也不需要 C 类供应商提供原材料了，为此减少了运输费与存储费，进而使得整体的订购成本降低。

为了进一步地证明方案的合理与可行性，与第二问的订购成本进行比较，并将结



果可视化如下：

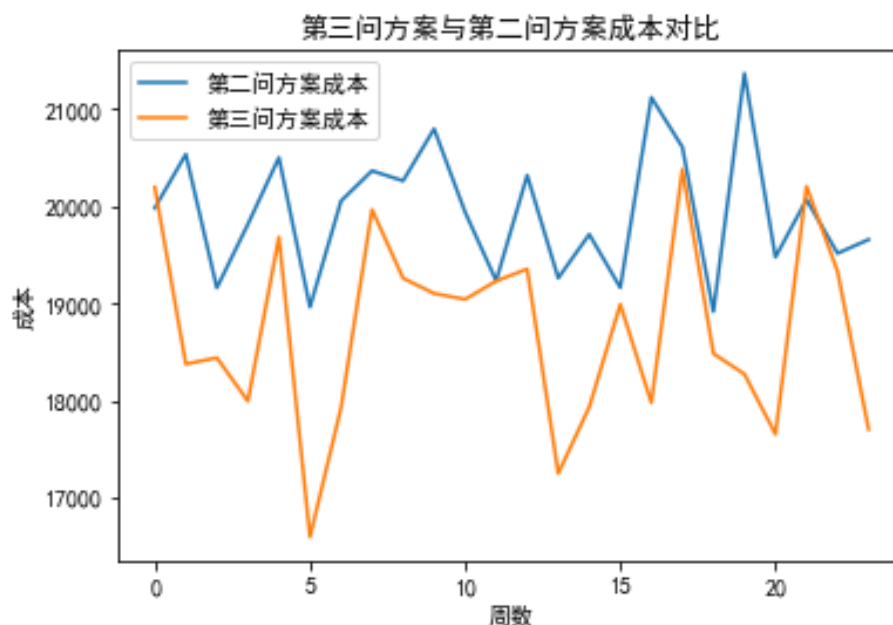


图 14 第三问方案成本与第二问方案成本对比

从图 14 可看出成本的降低是显而易见的，成本普遍的下降，数值平均在 7.2% 左右，证明模型的合理性与方案的可行性。

## 八、问题四模型的建立与求解

问题四主要是尽可能利用所有供货商的供货能力，得到企业可获取材料数的最大值，在此基础上可能发挥企业的生产能力。不过由于企业收购量的不确定因素存在，实际上能够实现的最大产能并非可以百分百达成，故考虑建立  $\max \min Q_i$  模型，并限制企业提高产能以后每周能够完成生产目标的概率  $P \geq 99\%$ ，得到一个目标实现概率尽可能大的产能优化模型。

### 8.1 模型的建立

模型的目标函数为：

$$\max \min Q_i \quad (8.1)$$

企业的约束条件相应调整为

$$\begin{aligned}
& X' = (x_{ij}, r_{ij}) \\
& X'' = (x'_{ij}(1-l_{ij})) \\
& \sum_{k=1}^8 y_{ik} \leq 1 \\
& t_{ik}^j = y_{ik} x' \\
& \sum_{i=1}^m t_{ik}^j \leq 6000 \\
& st \left\{ \begin{aligned} Q_2(j) &= \frac{\sum_{i \in A} x''_{ij}}{0.6} + \frac{\sum_{i \in B} x''_{ij}}{0.66} + \frac{\sum_{i \in C} x''_{ij}}{0.72} \\ Q_3(0) &= 56400 \\ Q_3(j) &= Q_3(j-1) + Q_2(j) - Q_1 \geq 56400 \\ P &\geq 99\% \\ 0 &\leq x_{ij} \leq M_{ij} \\ y_{ik} &= 0 \text{ or } 1 \end{aligned} \right. \quad (8.2)
\end{aligned}$$

## 8.2 模型的求解

为了合理、快速地求解供应商能够保证企业生产的最大产能，沿用第二问的供货模型，但是限制条件不再是 2.82 万立方米，而是变成 402 家供货商的稳定供货函数，求解其稳定性分布，通过编程得出结果并可视化得到：

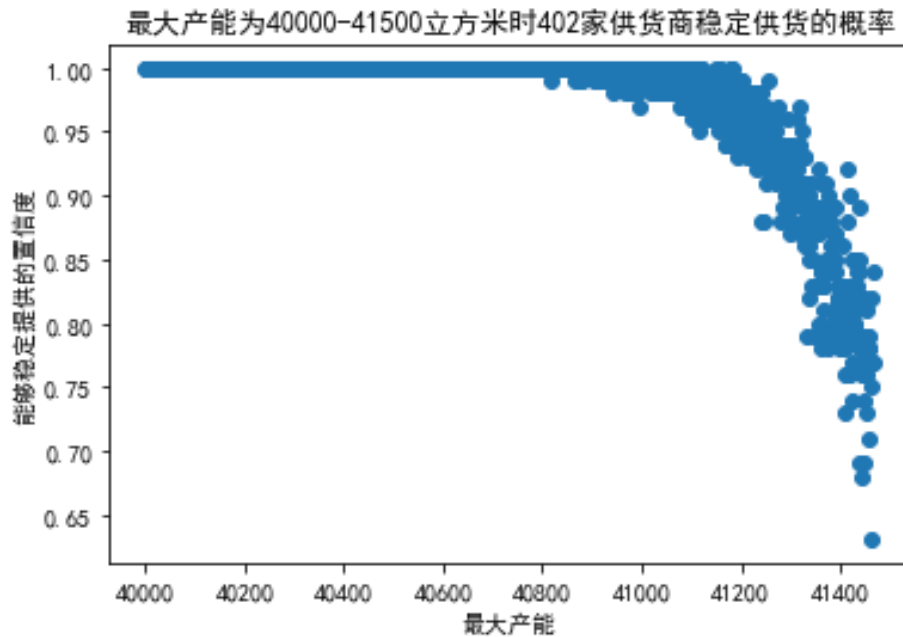


图 15 最大产能为 40000-41500 立方米时 402 家供货商稳定供货概率

从图 15 能够发现在产能到 41000 后稳定性大大下降，和保证企业正常生产的前提相违背，且产能为 41000 的平均稳定性为 99.75%，即置信度为 99.75%，故可认为在企业不受自身原因的约束下能够到达的产能为 41000，同比增加 45.39%。

同样的，给问题的订购方案的预测结果如下：

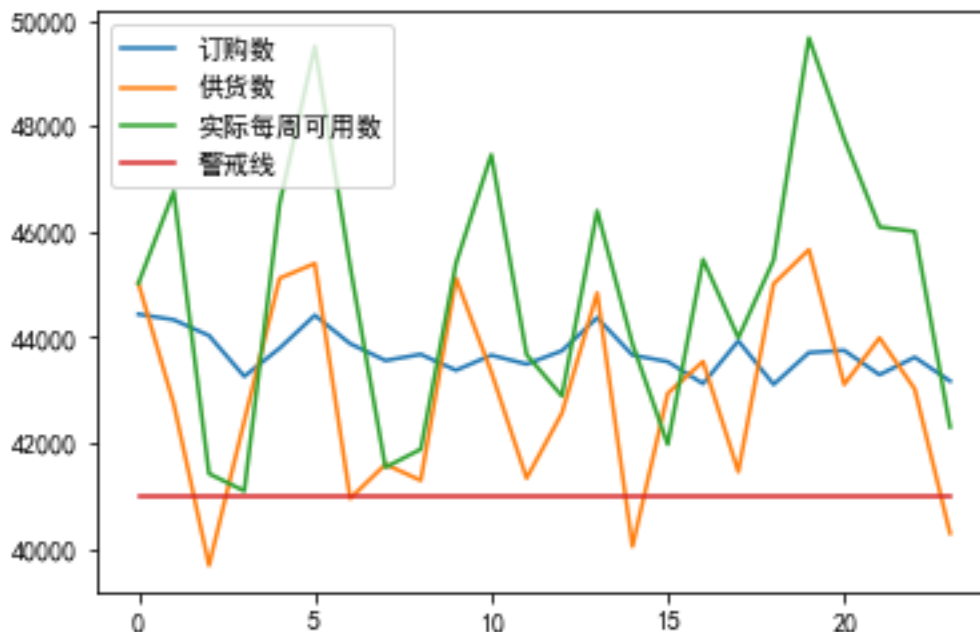


图 16 订购、供货、实际可用单位原材料预测曲线

根据图 16 的绿色的实际可用产能曲线并未低于警戒线且之前的模型特性仍得以保留，能够合理的说明产能为 41000 立方米是在保证稳定的情况下所能获得的最大产能。

## 九、模型的评价、改进与推广

### 9.1 模型的优点

本文共建立了三个模型，其中企业订购模型主要是用于订购方案的制定，供应商供货模型用户衡量供应商的供应水平，转运商转运模型主要用来优化运送方案，降低运输损耗与成本，三个模型能够独自处理内容又紧密联系。整体的模型具有下述优点：

1. 利用卡尔曼滤波，去除了干扰数据，使得后面处理的数据更加准确，得到的结果也较为合理。
2. 提出了偏好因子的概念来考量转运商的优先级，体现出对数据的充分挖掘、利用，更科学合理的求出了转运方案。
3. 采用多目标规划模型，并合理的根据模型的计算公式和实际情况决定了订购、转运方案，考虑周全。
4. 对于求得的结果进行了可视化，结合图可以更直观地分析结果。
5. 再求出结果后进行了预测，使结果更具准确性，符合实际。

## 9.2 模型的缺点

虽三个模型之间属于紧密合作的关系，但是整体仍存在如下的缺点：

1. 三个模型必须都具有良好的准确性和合理性，任何一个的不准确都会使得整体模型失准。

2. 由于采用了蒙特卡洛过程，在计算时需要多次模拟才能够得到合理的解，单次或者少量的模拟存在偶然因素，故求解时间略长。

## 9.3 模型的改进

针对模型的缺点和不足，可以从下面几个方面对模型进行改进：

1. 将三个模型整合到一个基于计算-订货-转运整体过程的模型中，再对模型的限制条件进行调整参数提高对单个模型的敏感度。

2. 针对蒙特卡洛过程中少量模拟结果的不确定性，可以加入控制理论的控制器如 PID 控制器、ADRC 自抗扰控制器进行过程控制，快速优化到最终值，减少模拟次数、加快计算时间。

## 9.4 模型的推广

目前芯片产业存在着严重的原材料供应不稳定而产生连锁现象，如显卡涨价、内存条涨价。这正是因为国内制造企业因为原材料不稳定无法制定合理的生产计划，进而市场供需失衡，消费者与企业均苦不堪言。而本文所建立的模型有希望应用在该产业来解决目前这些问题，实现供需平衡、稳定价格与市场的目标。

## 十、参考文献

- [1] 陈雷,王延章.基于熵权系数与 TOPSIS 集成评价决策方法的研究[J].控制与决策,2003(04):456-459.
- [2] 刘兵,池宜兴,曾建丽,张荣展.空间科学卫星工程项目进度及风险分析——基于蒙特卡洛模拟仿真[J].科技管理研究,2021,41(13):158-166.
- [3] 高陆,童秉枢,董兴辉,罗炜.供应商评价体系及方法[J].机械科学与技术,2003(02):295-298.
- [4] 司守奎,孙兆亮,数学建模算法与应用[M].北京:国防工业出版社,2015.
- [5] 姜启源, 谢金星, 叶俊.数学模型(第三版) [M].北京: 高等教育出版社, 2003.85-130.

## 附录

### 附录 1

#### 介绍：支撑材料的文件列表

附件 A 订购方案数据结果.xlsx：订购方案呈现

附件 B 转运方案数据结果.xlsx：转运方案呈现

代码.zip：所有用到的 Matlab、python 程序代码，清单如下

1. p1.ipynb 第一问所用到的 jupyter 文件。
2. p2.ipynb 第二问所用到的 jupyter 文件。
3. p2.ipynb 第三问所用到的 jupyter 文件。
4. p2.ipynb 第四问所用到的 jupyter 文件。
5. weight.m 第一问熵权法计算权重的 matlab 程序。

图片.zip: 论文中所有呈现图片的源文件。

注：由于本文所用代码量众多，考虑到篇幅原因正文中并未添加源代码，详情代码请看支持材料：代码.zip。