UNIVERSIDADE DO VALE DO RIO DOS SINOS - UNISINOS

UNISINOS

Ciências Exatas e Tecnológicas
Métodos Numéricos - Horário 53 - Profª Zeliane
Grau B -Valor: 7,0 - Data:29/11/2012

Nome: Fernando Schmidt Nota: 5,4

Questão 1: (1,0 ponto) Calcule, pelo método de Newton-Raphson, a raiz da equação $sen(3x)+x^2-0,99=0$, localizada no intervalo (0;0,5) com duas casas decimais exatas. Justifique a escolha da aproximação inicial.

0,9

$[0;0,5]$

$f(x) = sen(3x) + x^2 - 0,99$

$f'(x) = 3.\cos(3x) + 2x$ C $f''(x) = -9\,sen(3x) + 2$ C

$x_1 = 0,2$ $f(x) = -$, $f''(x) = -$ ≥ 0 serve C

$X(n)$	$X(n) = X_{n-1} - \left(\frac{f(X_{n-1})}{f'(X_{n-1})}\right)$	$f(x)$ = 2 casas decimais
$X_1 = 0,2$	$X_2 = 0,2 - \left(\frac{f(0,2)}{f'(0,2)}\right) = 0,3339$	$\lvert X_{(n-1)} - X_{(n)}\rvert = 0,1339$
$X_2 = 0,3339$	$X_3 = 0,3339 - \left(\frac{f(0,3339)}{f'(0,3339)}\right) = +0,3497$	$\lvert X_{(n-1)} - X_{(n)}\rvert = 0,0158$
$X_3 = 0,3497$	$X_4 = 0,3497 - \left(\frac{f(0,3497)}{f'(0,3497)}\right) = 0,35$	$\lvert X_{(n-1)} - X_{(n)}\rvert = 0,0003$

$\boxed{\bar{X} = 0,35}$

Questão 2: (1,5 pontos) A tabela abaixo apresenta o comportamento do volume de um líquido, em relação às variações de temperatura:

Temperatura (°C)	10	20	30
Volume (ml)	200	220	250

1,5

Levando em conta os dados fornecidos na tabela, faça uma estimativa para o volume do líquido, quando a temperatura for de 17°C.

Interpolação

x	10	20	30
y	200	220	250

$$a_2x^2 + a_1x + a_0 = y$$

$$P(10) = f(200) \rightarrow a_2(10)^2 + a_1(10) + a_0 = 200 \rightarrow 100a_2 + 10a_1 + P_0 = 200$$
$$P(20) = f(220) \rightarrow a_2(20)^2 + a_2(20) + a_0 = 220 \rightarrow 400a_2 + 20a_2 + P_0 = 220$$
$$P(30) = f(250) \rightarrow a_3(30)^2 + a_3(30) + a_0 = 250 \rightarrow 900a_2 + 30a_3 + P_0 = 250$$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 100 & 10 & 1 & 200 \\ 400 & 20 & 1 & 220 \\ 900 & 30 & 1 & 250 \end{array}\right] \quad \frac{-400}{100} = -4 \quad \frac{-900}{100} = -9 \quad = \left[\begin{array}{ccc|c} 100 & 10 & 1 & 200 \\ 0 & -20 & -3 & -580 \\ 0 & -60 & -8 & -1550 \end{array}\right] = \frac{60}{-20} = -3$$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 100 & 10 & 1 & 200 \\ 0 & -20 & -3 & -580 \\ 0 & 0 & 1 & 190 \end{array}\right] =$$

$$100a_2 + 10a_1 + 1a_0 = 200$$
$$-20a_1 - 3a_0 = -580 \rightarrow a_1 = \frac{-580 + 570}{-20} = 0,5$$
$$1a_0 = 190 \rightarrow a_0 = 190$$

$$a_2 = \frac{200 - 190 - 5}{100} = 0,05$$

$$0,05x^2 + 0,5x + 190$$
$$0,05(17)^2 + 0,5(17) + 190 = 0$$
$$14,45 + 8,5 + 190 = 0$$
$$212,95\ ml$$

Questão 3: (1,5 pontos) O número de bactérias, por unidade de volume, existente em uma cultura após x horas é apresentado na tabela:

Nº de horas	1	2	3	4	5
Nº de bactérias por volume unitário	47	65	92	132	190

Admitindo-se que o aumento de bactérias é dado por uma função exponencial do tipo $Y = a_0.(a_1)^x$, encontre as constantes a_0 e a_1 usando os dados tabelados e obtenha uma estimativa para o número de bactérias após 7 horas.

0

x	1	2	3	4	5
y	47	65	92	132	190

$n = 5$ C

$\sum x_i = 15$ C

$\sum x_i^2 = 55$ C

$(\sum x_i)^2 = 225$ C

$\sum y_i = 526$ X

$\sum x_i . y_i = 1931$ X

$$a_1 = \frac{n . \sum(x_i).(y_i) - \sum(x_i).\sum(y_i)}{n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2} =$$

$$a_1 = \frac{5 . 1931 - 15 . 526}{5 . 55 - 225} = \frac{1765}{50} = 35,3$$

$$a_0 = \frac{\sum y_i - (\sum x_i).a_1}{n} = \frac{526 - 15 . 35,3}{5} = -0,7$$

Questão 4: (1,5 pontos) Determine o valor da integral $I=\int_0^3 \frac{\ln(1+x)}{1+x^2}dx$, usando a Regra de Simpson com $n=6$.

1,5

$n = 6$

$h = \frac{3-0}{6}$

$h = 0,5$

X	Y
0	0
0,5	0,324
1	0,347
1,5	0,282
2	0,220
2,5	0,173
3	0,139

$I_S = \frac{0,5}{3}(0 + 4.0,324 + 2.0,347 + 4.0,282 + 2.0,22 + 4.0,173 + 0,139)$

$I_S = 0,167(0 + 1,296 + 0,694 + 1,128 + 0,44 + 0,692 + 0,139)$

$I_S = 0,167.(4,389)$

$I_S = 0,733$

Questão 5: (1,5 pontos) Ache aproximações para o PVI: $\begin{cases} y' = 100y - 101e^{-x} - 100 \\ y(0) = 2 \end{cases}$, no intervalo [0,3], com $h = 0,75$.

1,5

$\begin{cases} y' = 100y - 101e^{-x} - 100 \\ y(0) = 2 \end{cases}$

$n = \frac{b-a}{h} = \frac{3-0}{0,75} = 4$

	X	Y
1	0	2
2	0,75	1,25
3	1,5	-15,78
4	2,25	-1291,18
5	3,00	-98212,67

$A = [3; -98212,67]$

$i = 1$

$\begin{cases} y_2 = y_1 + hf(x_1; y_1) \Rightarrow y_2 = 2 + 0,75(100.2 - 101.e^{-0} - 100) \Rightarrow y_2 = 1,25 \\ x_2 = x_1 + h \Rightarrow x_2 = 0 + 0,75 \Rightarrow x_2 = 0,75 \end{cases}$

$i = 2$

$\begin{cases} y_3 = y_2 + hf(x_2; y_2) \Rightarrow y_3 = 1,25 + 0,75(100.1,25 - 101.e^{-0,75} - 100) \Rightarrow y_3 = -15,78 \\ x_3 = x_2 + h \Rightarrow x_3 = 0,75 + 0,75 \Rightarrow x_3 = 1,5 \end{cases}$

$i = 3$

$\begin{cases} y_4 = y_3 + hf(x_3; y_3) \Rightarrow y_4 = -15,78 + 0,75(100.-15,78 - 101.e^{-1,5} - 100) \Rightarrow y_4 = -1.291,18 \\ x_4 = x_3 + h \Rightarrow x_4 = 1,5 + 0,75 = 2,25 \end{cases}$

$i = 4$

$\begin{cases} y_5 = y_4 + hf(x_4, y_4) \Rightarrow y_5 = -1291,18 + 0,75(100 - 1291,18 - 101.e^{-2,25} - 100) \Rightarrow y_5 = -98.212,67 \\ x_5 = x_4 + h \Rightarrow x_5 = 2,25 + 0,75 \Rightarrow x_5 = 3,0 \end{cases}$