63,2

56334

747,5

14234

-6,9
+26,91

UNIVERSIDADE DO VALE DO RIO DOS SINOS - UNISINOS

UNISINOS

Ciências Exatas e Tecnológicas
Métodos Numéricos - Horário 53 - Profª Zeliane
Grau A -Valor: 7,0 - Data: 04/10/2012

Nome: Fernando Schmidt

Nota: 5,0

***Questão 1***: (1,7 pontos) Calcule, pelo método de Newton-Raphson, a raiz da equação $\ln(2x)-\cos(x)=0$, localizada no intervalo $(0{,}5;1)$ com duas casas decimais exatas. Justifique a escolha da aproximação inicial.

$f(x) = \ln(2x) - \cos(x) \qquad I = (0{,}5;1)$

$f'(x) = \frac{1}{2x}\cdot 2 + \mathrm{sen}(x) \quad = \quad f''(x) = -\frac{1}{4x^2} + \cos(x)$

0,7

$x_1 = 0{,}8 \qquad f(x) \cdot f''(x) > 0$ serve

| $\lvert x_n \rvert$ | $\left\lvert x_n - \left(\frac{f(x)}{f'(x)}\right)\right\rvert$ | $\lvert x_{n+1} - x_n \rvert$ = 2 casas decimais |
|---|---|---|
| $x_1 = 0{,}8$ | $0{,}8 - \left(\frac{\ln(0{,}8.2) - \cos(0{,}8)}{\frac{1}{2.0{,}8} + \mathrm{sen}(0{,}8)}\right) = 0{,}96$ | $\lvert 0{,}96 - 0{,}8 \rvert = 0{,}16$ |
| $x_2 = 0{,}96$ | $0{,}96 - \left(\frac{\ln(0{,}96.2) - \cos(0{,}96)}{\frac{1}{2.0{,}96} + \mathrm{sen}(0{,}96)}\right) = 0{,}90$ | $\lvert 0{,}90 - 0{,}96 \rvert = 0{,}06$ |
| $x_3 = 0{,}90$ | $0{,}90 - \left(\frac{\ln(0{,}9.2) - \cos(0{,}9)}{\frac{1}{2.0{,}9} + \mathrm{sen}(0{,}9)}\right) = 0{,}92$ | $\lvert 0{,}92 - 0{,}90 \rvert = 0{,}02$ |
| $x_4 = 0{,}92$ | $0{,}92 - \left(\frac{\ln(0{,}92.2) - \cos(0{,}92)}{1/2.0{,}92 + \mathrm{sen}(0{,}92)}\right) = 0{,}92$ | $\lvert 0{,}92 - 0{,}92 \rvert = 0$ |

$\bar{x} = 0{,}92$ x

***Questão 2***: (1,7 pontos) Calcule pelo método de Iteração Linear, a raiz negativa da função $f(x)=x^7-5x+3$, com erro menor que $10^{-2}$. Justifique a escolha da Função de Iteração.

1,3

| X | -3 | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | - | - | + | + | - | + |

Intervalo $(-2, -1)$ C

Existe uma única raiz neste intervalo?

$x^7 = 5x - 3$

$x = \sqrt[7]{5x-3}$ $f(1)$ C

$5x = -x^7 - 3$

$x = \dfrac{-x^7-3}{-5}$ $f(2)$

$x^7 + 5x = -3$

$x(x^6+5) = -3$

$x = \dfrac{-3}{x^6+5}$ $f(3)$

$f'(x_1) = +\frac{1}{7}(5x-3)^{\frac{1}{7}-1} \cdot 5$ C

$f'(x_1) = +\dfrac{5}{7\sqrt[7]{(5x-3)^8}}$

$f'(x_2) = \dfrac{5.+7x^6}{25}$

$f'(x_3) = \dfrac{+3.6x^5}{(x^6+5)^2}$

Analise $f_1$

i) $f(x_1)$ e $f'(x_1)$ são continuas C

ii) $|f'(x_1)| \leq 1 \ \forall \in (-2;-1)$ C

logo $f(x_1)$ é uma funcão iteração C

Analise $f_2$

i) $f'(x_2)$ e $f(x_2)$ são continuas C

ii) $|f'(x_2)| > 1$ falha

Analise $f_3$

i) $f(x_3)$ e $f'(x_3)$ não continua

logo $f(x_2)$ e $f(x_3)$ não são funcões iteração

| $X_n$ | $f(x) = \sqrt[7]{5x-3}$ | $\|X_{n+1} - X_n\| < -2\times10^{-2}$ 0,01 |
|---|---|---|
| -1,5 | $f(x) = \sqrt[7]{5.-1,5-3} = -1,40$ | $\|-1,4+1,5\| = 0,1 > -2\times10^{-2} = 0,02$ |
| -1,4 | $f(x) = \sqrt[7]{5.-1,4-3} = -1,39$ | $\|-1,39+1,40 = 0,01 < \cancel{2\times10}^{-2}$ |

$\bar{X} = -1,39$

***Questão 3***: (1,8 pontos) Encontre, se possível, as duas primeiras soluções do sistema $\begin{cases} x-5y+z=-8 \\ 2x+3y+10z=6 \\ -10x+2y-z=7 \end{cases}$ pelo método de Gauss-Seidel, usando como aproximação inicial o <u>vetor unitário.</u>

1,8

$$\left.\begin{cases} x-5y+z=-8 \rightarrow |-5|+|1|/|1| = 6>1 \\ 2x+3y+10z=6 \rightarrow |2|+|10|/|3| = 4>1 \\ -10x+2y-z=7 \rightarrow |-10|+|2|/|-1| = 12>1 \end{cases}\right\rangle$$ não converge

C

Substituindo

$$\left.\begin{cases} -10x+2y-z=7 \rightarrow |2|+|-1|/|-10| = 3/10<1 \\ x-5y+z=-8 \rightarrow |1|+|1|/|-5| = 2/5<1 \\ 2x+3y+10z=6 \rightarrow |2|+|3|/|10| = 5/10<1. \end{cases}\right\}$$ converge

C

$$\begin{cases} x = 7-2y+z/-10 \\ y=-8-x-z/-5 \Rightarrow y=8+x+z/5 \\ z=6-2x-3y/10 \end{cases} \qquad k=0 \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

,94

1ª Solução ou aproximação · k=1

$$\begin{cases} x = 7-2.1+1/-10 = -0,6 \text{ C} \\ y = 8-0,6+1/5 = 1,68 \text{ C} \\ z = 6-2.-0,6-3.1,68/10 = 0,22 \text{ C} \end{cases} \qquad x = \begin{bmatrix} \cancel{|-0,6-1| = 1,6} \\ \cancel{|1,68-1| = 0,68} \\ \cancel{|0,22-1| = 0,78} \end{bmatrix} \qquad k=1 \begin{bmatrix} -0,6 \\ 1,68 \\ 0,22 \end{bmatrix}$$

C

2ª Solução ou aproximação = k=2

$$\begin{cases} x = 7-2.1,68+0,22/-10 = -0,39 \text{ C} \\ y = 8-0,39+0,22/5 = 1,57 \text{ C} \\ z = 6-2.-0,39-3.1,57/10 = 2,07 \text{ C} \end{cases} \qquad x = \begin{bmatrix} \cancel{|-0,39+0,6| = 0,21} \\ \cancel{|1,57-1,68| = 0,11} \\ \cancel{|2,07-0,22| = 1,85} \end{bmatrix} \qquad k=2 \begin{bmatrix} -0,39 \\ 1,57 \\ 2,07 \end{bmatrix}$$

C

1,2

***Questão 4***: (1,8 pontos) Resolva o sistema $\begin{cases} -12x + y - 8z = -80 \\ x - 6y + 4z = 13 \\ -2x - y + 10z = 90 \end{cases}$ pelo método de Gauss.

$$[A^{(0)} \vdots B^{(0)}] \begin{bmatrix} -12 & +1 & -8 & \vdots & -80 \\ 1 & -6 & +4 & \vdots & 13 \\ -2 & -1 & +10 & \vdots & 90 \end{bmatrix} \underset{\substack{n_{21} \cdot l_1 + l_2 \\ n_{31} \cdot l_1 + l_3}}{=} [A^{(1)} \vdots B^{(1)}] \begin{bmatrix} -12 & +1 & -8 & \vdots & -80 \\ 0 & -5{,}92 & 3{,}36 & \vdots & 6{,}6 \\ 0 & 0{,}83 & 11{,}36 & \vdots & 103{,}6 \end{bmatrix} \underset{n_{31} \cdot l_2 + l_3}{=}$$

X

$n_{21} = -1/-12 = 0{,}08$ C

$n_{31} = 2/-12 = -0{,}17$ C

$n_{32} = -0{,}83/-5{,}92 = 0{,}14$ X

$$[A^{(2)} \vdots B^{(2)}] = \begin{bmatrix} -12 & +1 & -8 & \vdots & -80 \\ 0 & -5{,}92 & 3{,}36 & \vdots & 6{,}6 \\ 0 & 0 & 11{,}83 & \vdots & 104{,}52 \end{bmatrix} =$$

$$\begin{cases} -12x + y - 8z = -80 \rightarrow x = -80 + 70{,}72 + 3{,}9 / -12 = 0{,}45 \\ -5{,}92y + 3{,}36z = 6{,}6 \rightarrow y = 6{,}6 - 29{,}70 / -5{,}92 = 3{,}90 \\ 11{,}83z = 104{,}52 \rightarrow z = 104{,}52/11{,}83 = 8{,}84 \end{cases}$$

$$\bar{X} = \begin{bmatrix} 0{,}45 \\ 3{,}90 \\ 8{,}84 \end{bmatrix}$$