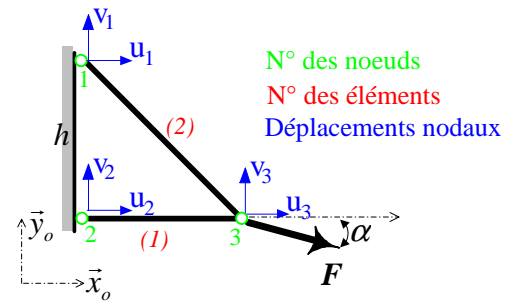


TA1 : calcul statique d'un treillis par éléments finis

Objectifs : Mise en œuvre des techniques éléments finis, changement de base, assemblage, résolution, calcul des efforts aux appuis, calcul des contraintes, et calcul des efforts aux nœuds.

Soit le treillis constitué de 2 barres de même raideur ES , représenté sur la figure ci-contre. Vous respecterez la numérotation donnée par la figure.



Modélisation.

Définissez vos vecteurs globaux : $\{U\}$, $\{F_D\}$, et $\{F_I\}$

Calcul de la matrice raideur

Exprimer les matrices raideur de chaque élément.

En déduire l'expression de la matrice raideur assemblée complète.

Exprimer les 6 équations du modèle.

Résolution statique - Efforts aux appuis

Extraire la matrice raideur réduite, et déterminer la déformée statique.

Calculer les efforts aux appuis, et vérifier l'équilibre global de la structure.

Post traitement

Calculer les contraintes sur chaque élément, puis vérifier l'équilibre du nœud qui est chargé.

Les calculs peuvent être menés et rédigés sur une copie à part, tous vos résultats doivent être reportés ci-dessous pour la correction.

Nom : ; prénom :

Modélisation :

$$U^T = \langle 0 \quad 0 \quad 0 \quad u_3 \quad v_3 \rangle$$

$$F_I^T = \langle X_1 \quad Y_1 \quad X_2 \quad Y_2 \quad 0 \quad 0 \rangle$$

$$F_D^T = \langle 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad F \cos \alpha \quad F \sin \alpha \rangle \text{ sur la figure } \alpha \text{ est négatif}$$

Équations du modèle :

$$\frac{ES}{2\sqrt{2}h} \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & -1 & 1 \\ \dots & 1 & 0 & 0 & 1 & -1 \\ \dots & \dots & 2\sqrt{2} & 0 & -2\sqrt{2} & 0 \\ \dots & \dots & \dots & 0 & 0 & 0 \\ \dots & sym & \dots & \dots & 2\sqrt{2} + 1 & -1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ u_3 \\ v_3 \end{Bmatrix} = F \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \cos \alpha \\ \sin \alpha \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} X_1 \\ Y_1 \\ X_2 \\ Y_2 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

Résolution

$$\text{Déformée : } \begin{Bmatrix} u_3 \\ v_3 \end{Bmatrix} = \frac{Fh}{ES} \begin{Bmatrix} \cos \alpha + \sin \alpha \\ \cos \alpha + (1 + 2\sqrt{2}) \sin \alpha \end{Bmatrix} \text{ allure } \rightarrow$$

$$\text{Efforts aux appuis } \begin{Bmatrix} X_1 \\ Y_1 \\ X_2 \\ Y_2 \end{Bmatrix} = F \begin{Bmatrix} \sin \alpha \\ -\sin \alpha \\ -(\cos \alpha + \sin \alpha) \\ 0 \end{Bmatrix} \text{ équations d'équilibre de la structure vérifiées}$$

Post traitement

$$\begin{cases} N_1 = F(\cos \alpha + \sin \alpha) \\ N_2 = -F\sqrt{2} \sin \alpha \end{cases} ; \text{ vérification } \rightarrow$$

