Introduction – Combination Mathematics

介绍-组合数学

集合划分：

集合X的划分是X的非空子集的集合，使得每一个X的元素都只包含在这些子集的其中一个内。

等价的说，集合P是X的划分，如果：

(1) P的元素都是X的子集，且不是空集；

(2) P的元素的并集等于X；

(3) P的任意两个元素的交集为空集；

集合P中的元素也称为X的一个部分。例如$X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$的一个划分是$P = \{\{1\}, \{2, 6\}, \{3, 4\}, \{5\}\}$，而$\{1\}, \{2, 6\}, \{3, 4\}, \{5\}$都是$X$的一个部分。

加法原理：

集合X的元素数量等于X的所有部分的元素数量之和，即$|X| = |X_1| + |X_2| + \cdots + |X_n|$。

乘法原理：

若集合X中的所有元素都是由两个数字组成的序列，即序偶(a, b)。其中第一个元素a来自拥有p个元素的集合A，第二个元素b来自拥有q个元素的集合B。则集合X的元素数量为$|X| = p \times q$。

减法原理：

设集合Y包含集合X，集合X在Y中的补集为X'，则$|X| = |Y| - |X'|$。

除法原理：

集合X被划分为p个部分，每个部分的元素数量都为q，则$|X| = p \times q$。

阶乘：

$$n! = \begin{cases} 1 & n = 0 \\ 1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times n & \forall n > 0 \end{cases}$$

线性排列：

将拥有n个元素的集合X中的r个元素进行有序的摆放，得到的排列称作$r-$排列。排列的数量$P(n, r)$计算方式如下：

$$P(n, r) = \begin{cases} 0, & r > n \\ n \times (n-1) \times (n-2) \times \cdots \times (n-r+1), & r \leq n \end{cases}$$

特别的当$r = n$时，$P(n, r) = 1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times n = n!$，即$n$的阶乘。

循环排列：

将拥有 n 个元素的集合 X 中的 r 个元素首尾相接，形成有序的环状摆放，得到的排列称作循环 r-排列。排列的数量$P(n, r)$计算方式如下：

$$P(n,r)=\begin{cases}0, & r>n\\ \dfrac{r\times n!}{(n-r)!} & r\le n\end{cases}$$

数学符号表：

https://en.wikipedia.org/wiki/List_of_mathematical_symbols