

## Combination

### 组合

问题:

求拥有 $n$ 个元素的集合 $A = \{a_1, a_2, a_3, \dots, a_n\}$ 中任意取 $m$ 个元素 ( $m \leq n$ ,  $m$ 和 $n$ 都是自然数) 的所有组合。

解法:

从 5 个数字的集合 $A = \{a_1, a_2, a_3, a_4, a_5\}$ 中取出 3 个作为新的集合, 设置排列 $s = [1, 1, 1, 0, 0]$ 表示对这 5 个数字的选择, 第 $i$ 个数字 $s_i = 1$ 表示选择数字 $A_i$ ,  $s_i = 0$ 表示不选择数字 $A_i$ 。 $s$ 的全排列即为集合 $A$ 的所有组合的映射:

[1, 1, 1, 0, 0]  $\rightarrow$  {1, 2, 3}  
[1, 1, 0, 1, 0]  $\rightarrow$  {1, 2, 4}  
[1, 0, 1, 1, 0]  $\rightarrow$  {1, 3, 4}  
[0, 1, 1, 1, 0]  $\rightarrow$  {2, 3, 4}  
[1, 1, 0, 0, 1]  $\rightarrow$  {1, 2, 5}  
[1, 0, 1, 0, 1]  $\rightarrow$  {1, 3, 5}  
[0, 1, 1, 0, 1]  $\rightarrow$  {2, 3, 5}  
[1, 0, 0, 1, 1]  $\rightarrow$  {1, 4, 5}  
[0, 1, 0, 1, 1]  $\rightarrow$  {2, 4, 5}  
[0, 0, 1, 1, 1]  $\rightarrow$  {3, 4, 5}

与<Full Permutation>不同的是, 排列 $s$ 中的元素存在相同的 (相同的 1 和 0)。两个 1 或 0 交换无法得到新的排列, 交换 0 和 1 才可以得到新的排列。因此我们只需要对 $s$ 进行全排列, 除去相同元素的交换情况, 只留下不同元素的交换情况。

最后根据 $s$ 的全排列生成集合 $A$ 的所有组合即可。该算法时间复杂度为 $O(n^2)$ 。

StackOverflow 上关于组合产生算法的问题:

<http://stackoverflow.com/questions/127704/algorithm-to-return-all-combinations-of-k-elements-from-n>

Chase's Twiddle - Algorithm 382: Combinations of M out of N Objects:

<http://dl.acm.org/citation.cfm?id=362502>

<http://www.netlib.no/netlib/toms/382>

Buckles - Algorithm 515: Generation of a Vector from the Lexicographical Index:

<http://dl.acm.org/citation.cfm?id=355739>

[https://www.researchgate.net/profile/Bill\\_Buckles/publication/220492658\\_Algorithm\\_515\\_Generation\\_of\\_a\\_Vector\\_from\\_the\\_Lexicographical\\_Index\\_G6/links/5716d7ad08ae497c1a5706ec.pdf](https://www.researchgate.net/profile/Bill_Buckles/publication/220492658_Algorithm_515_Generation_of_a_Vector_from_the_Lexicographical_Index_G6/links/5716d7ad08ae497c1a5706ec.pdf)

Remark on algorithm 515: Generation of a vector from the lexicographical index combinations:

<http://dl.acm.org/citation.cfm?id=1236470>