Full Permutation

全排列

问题：

求拥有n个不同元素的集合$A = [a_1, a_2, a_3, \dots, a_n]$的所有全排列。

解法：

网上大部分的实现都是用递归来依次交换相邻的元素，得到全排列。本文会给出一个更加直观简单的算法。本章中的其他算法也会依赖这个算法。

对于拥有 5 个元素的集合A，将其初始化为$[a_1, a_2, a_3, a_4, a_5]$，选取第 1 个元素$a_1$，依次将$a_1$与它后面的元素交换位置，直到将$a_1$移动到尾部。得到的排列为：

$$[a_2, a_1, a_3, a_4, a_5]$$
$$[a_2, a_3, a_1, a_4, a_5]$$
$$[a_2, a_3, a_4, a_1, a_5]$$
$$[a_2, a_3, a_4, a_5, a_1]$$

然后继续选取第 1 个元素a_2，像对a_1一样进行相同的操作，依次将a_2与它后面的元素交换位置，直到将a_2移动到尾部，得到的排列为：

$$[a_3, a_2, a_4, a_5, a_1]$$
$$[a_3, a_4, a_2, a_5, a_1]$$
$$[a_3, a_4, a_5, a_2, a_1]$$
$$[a_3, a_4, a_5, a_1, a_2]$$

之后对a_3、a_4、a_5重复这样的操作。直到得到a_5的最后一个排列和初始状态的排列$[a_1, a_2, a_3, a_4, a_5]$一样，算法结束。

对于拥有 5 个元素的集合A，外部选取第 1 个元素的操作需要重复 4 次，即依次选取a_1、a_2、a_3、a_4、a_5。选取第 1 个元素之后，内部的交换操作需要进行 4 次。对于拥有n个元素的集合A，外部选取操作重复$n-1$次，内部交换操作重复$n-1$次。

以上过程中，每次交换元素，都会产生一个新的排列，且所有排列两两不相同，是集合A的所有全排列。该算法的时间复杂度为$O(n^2)$。