Traverse Binary Tree DP

遍历二叉树动规

问题：

在一个二叉树上，从任意节点到达另一个任意节点的路线是唯一的。假设该二叉树上的每个节点都是一个牧场，而每个牧场中都有一只奶牛，节点的奶牛拥有一个权值，为，奶牛会在二叉树上游荡，但它游荡的位置不超过一个距离，为。节点的牧场上拥有的奶牛数量并不固定，可能拥有0只奶牛，那么节点拥有的权值为0；可能拥有只奶牛，那么节点拥有的权值为这只奶牛的权值之和，即（其中）。求出所有节点中权值最大的节点的权值。

对于下图中的二叉树，每个节点的标号为上面的数字，权值为下面的数字。但奶牛游荡的距离为1时，会拥有最大权值的节点为节点5，最大权值为，即节点3、5、16、17的权值之和：



本问题的原型为USACO Mar 2008 “Cow Travelling”（游荡的奶牛）。

解法：

问题中的示例是一种最简单的情况，即游荡距离为1，这时节点的最大权值即为该节点与所有相邻节点的权值之和。当游荡距离增大，节点的最大权值为所有到该节点的距离不超过的节点的权值之和，即（其中为所有节点的数量，节点的权值为）。

节点可以到达二叉树的向上和向下层的所有节点。

与<Binary Tree DP>思路类似，仍然设表示以节点为根节点的树上，保留个节点（包括节点自己）的最大权值。其转移方程如下：

1. 节点数量为1的二叉树，其最大权值即为节点自己的权值，即；
2. 对于以为根节点的多叉树，假设它拥有个子树，每个子树的根节点分别为。子树保留个节点，那么所有子树的节点之和即为（加上根节点自己一共个节点）。因此在所有可能中选取最大的权值之和即可；

最终在中选择权值最大的作为最终的最大权值（其中）。该算法的时间复杂度是。

USACO Mar 2008 “Cow Travelling”（游荡的奶牛）：

<http://train.usaco.org/TESTDATA/MAR08.ctravel.htm>