Combination

组合

问题：

求拥有个元素的集合中任意取个元素（，和都是自然数）的所有组合。

解法：

本文末尾列了很多关于组合算法的文献。本文介绍一种简单易记的算法。

第1轮操作，从长度为的集合中取出1个作为新的集合，设置数组表示对集合的选择，第个数字表示选择数字，表示不选择数字。唯一的1在数组s中选择任意位置，可以得到个组合：

……

第2轮操作，取出2个元素，可以看作是在上面个所有组合的基础上增加一个1。

对于第1个数组增加一个1后得到数组。原本的保持不变，新增的可以选择后面等于0的个位置，生成个组合：

……

需要注意的是，新增的1必须在原数组的所有的1的后面。对于第2个数组，新增的1可以选择后面等于0的个位置，生成个组合：

……

如果不注意，让新增的1在原数组的任意的1的前面，则会产生重复的组合，仍然以第2个数组为例，如果新增的1可以选择任意等于0的位置，会生成个组合：

……

但其中与第1个数组产生的组合重复了。对第1轮中所有的数组重复该操作，即可得到选取2个元素的所有组合，共有个。

第3轮操作，取出3个元素，可以看作是在第2轮操作的个组合基础上增加一个1，对于之前的每个组合，保持之前的二个1不变，新的1可以选择原数组中最后一个1之后的任意等于0的位置。注意新增的1不能比原数组中的任意的1更靠前，必须在所有的1之后的位置进行选择。

重复上述的操作，直到选取个元素，即可得到所有的组合，算法结束。然后根据的全排列生成集合的所有组合即可。该算法时间复杂度为。

StackOverflow上关于组合产生算法的问题：

<http://stackoverflow.com/questions/127704/algorithm-to-return-all-combinations-of-k-elements-from-n>

二项式系数：

<https://en.wikipedia.org/wiki/Binomial_coefficient>

Chase’s Twiddle - Algorithm 382: Combinations of M out of N Objects:

<http://dl.acm.org/citation.cfm?id=362502>

<http://www.netlib.no/netlib/toms/382>

Buckles - Algorithm 515: Generation of a Vector from the Lexicographical Index:

<http://dl.acm.org/citation.cfm?id=355739>

<https://www.researchgate.net/profile/Bill_Buckles/publication/220492658_Algorithm_515_Generation_of_a_Vector_from_the_Lexicographical_Index_G6/links/5716d7ad08ae497c1a5706ec.pdf>

Remark on algorithm 515: Generation of a vector from the lexicographical index combinations:

<http://dl.acm.org/citation.cfm?id=1236470>