Introduction – Combinatorial Mathematics

介绍-组合数学

集合划分：

集合的划分是的非空子集的集合，使得每一个的元素都只包含在这些子集的其中一个内。

等价的说，集合是的划分，如果：

1. 的元素都是的子集，且不是空集；
2. 的元素的并集等于；
3. 的任意两个元素的交集为空集；

集合中的元素也称为的一个部分。例如的一个划分是，而都是的一个部分。

加法原理：

集合的元素数量等于的所有部分的元素数量之和，即。

乘法原理：

若集合中的所有元素都是由两个数字组成的序列，即序偶。其中第一个元素来自拥有个元素的集合，第二个元素来自拥有个元素的集合。则集合的元素数量为。

减法原理：

设集合包含集合，集合在中的补集为，则。

除法原理：

集合被划分为个部分，每个部分的元素数量都为，则。

阶乘：

也可以写作：

阶乘的递归定义为：

组合：

在拥有个不同元素（没有两两相同的元素）的集合中，任意选出个元素（，和都是自然数，即正整数）组成另一个集合，称为的一个子集。集合没有顺序的概念，对于集合中的任意元素（），都有，同时集合中的任意元素（），都有，则集合和是相同的。比如集合、是相同的两个集合。

从个元素的集合中任意取出个元素能够组成的不同集合的数量为：

在二项式定理（<https://en.wikipedia.org/wiki/Binomial_coefficient>）中，二项式幂的多项式展开中（其中）的系数即为，等同于组合学中从n个元素中选出k个元素组成集合的所有组合数量。

例如对于，从2个元素中选取1个的组合数量为2；选取2个的组合数量为1。

对于，从3个元素中选取1个的组合数量为3；选取2个的组合数量为3；选取3个的组合数量为1。

排列：

从个不同的元素（没有两两相同的元素）中任意取个元素（，和都是自然数，即正整数）排成一列，得到排列s。排列、、两两各不相同，只有当两个排列长度相同，且相同位置的元素也相同时，才称这两个排列相同。

从个元素中任意取出个元素组成的所有排列的数量为：

也写作：，维基百科中特别提到中国大陆教材中写做。特别的当时，称为全排列，。

数学符号表：

<https://en.wikipedia.org/wiki/List_of_mathematical_symbols>