

Corso di Algebra per Ingegneria

Lezione 10: Esercizi

- (1) $f : n \in \mathbb{N} \mapsto \{n\} \in P(\mathbb{N})$ ammette retrazioni? Se sì, scriverne una. E sezioni?
- (2) Trovare una sezione per $f : n \in \mathbb{Z} \mapsto |n| \in \mathbb{N}$
- (3) Sia $f : \{a, b, c\} \in P_3(\mathbb{Z}) \mapsto abc \in \mathbb{Z}$. f è suriettiva? Se sì, trovare una sezione. (Per la definizione di P_3 , vedere Esercizi per la Lezione 08)
- (4) Siano $f : n \in \mathbb{Z} \mapsto n^2 + 1 \in \mathbb{Z}$ e $x = \{n \in \mathbb{N} \mid n^2 \leq 100\}$. Trovare $\vec{f}(x)$, $\overleftarrow{f}(x)$, $\vec{f}(\overleftarrow{f}(x))$, $\overleftarrow{f}(\vec{f}(x))$ e tutte le retrazioni e le sezioni di f .
- (5) Siano $a = \{-1, 0, 1\}$ e $f : (x, y) \in a \times a \mapsto x + y \in \mathbb{Z}$. Calcolare $\vec{f}(\{-1\} \times a)$, $\vec{f}(a \times \{1\})$, $\overleftarrow{f}(\mathbb{N})$, $\overleftarrow{f}(\{0\})$ e scrivere tutte le possibili sezioni e retrazioni di f .
- (6) Sia $f : n \in \mathbb{N} \mapsto n^2 + 1 \in \mathbb{N}$. Trovare tutte le retrazioni e le sezioni di f .
- (7) Trovare, se possibile, le inverse delle applicazioni
- (i) $f : n \in \mathbb{N} \mapsto 4 - n \in \mathbb{Z}$,
 - (ii) $g : n \in \mathbb{N} \mapsto 3n - 2 \in \mathbb{Q}$,
 - (iii) $h : n \in \mathbb{N} \setminus \{0\} \mapsto (2n - 1)/n \in \mathbb{Q}$ e
 - (iv) $i : a \rightarrow a$ dove $a = \{0, 1, 2\}$ e $i(0) = 1, i(1) = 2, i(2) = 0$.
- (8) Verificare che
- $$f : n \in \mathbb{Z} \mapsto \begin{cases} 2n - 1, & \text{se } n > 0 \\ -2n, & \text{se } n \leq 0 \end{cases} \in \mathbb{N}$$
- e
- $$g : n \in \mathbb{Z} \mapsto \begin{cases} 2n, & \text{se } n > 0 \\ 1 - 2n, & \text{se } n \leq 0 \end{cases} \in \mathbb{N}$$
- sono biettive
- (9) Verificare che
- $$n \in \mathbb{N} \mapsto \begin{cases} -n/2, & \text{se } n \text{ è pari} \\ (n+1)/2, & \text{se } n \text{ è dispari} \end{cases} \in \mathbb{Z}$$
- è biettiva
- (10) Una delle due funzioni dell'Esercizio 8 è l'inversa di quella dell'Esercizio 9?
- (11) Sia a un insieme. Dimostrare che l'applicazione $x \in P(a) \mapsto a \setminus x \in P(a)$ è biettiva e trovarne l'inversa.