

Corso di Algebra per Ingegneria

Lezione 12: Esercizi

- (1) Verificare se le seguenti parti di \mathbb{Z} sono parti chiuse in $(\mathbb{Z}, +)$ e in (\mathbb{Z}, \cdot) : \mathbb{N} , $\mathbb{Z} \setminus \mathbb{N}$, $\{0\}$, $\{1\}$, $\{0, 1\}$, $\{-1, 1\}$, $\{n \in \mathbb{Z} \mid -2 < n\}$, $\{n \in \mathbb{Z} \mid 2 < n\}$, $\{n \in \mathbb{Z} \mid (\exists m \in \mathbb{Z})(n = 2m)\}$, $\{n \in \mathbb{Z} \mid (\exists m \in \mathbb{Z})(n = 2m + 1)\}$.
- (2) Nel monoide delle parole sull'alfabeto $\{a, b, c\}$ sono o non sono parti chiuse le seguenti? L'insieme delle parole che contengono una sola a ; l'insieme delle parole che contengono almeno una a ; l'insieme delle parole che contengono un numero pari di b ; l'insieme delle parole che contengono un numero pari di b e un numero dispari di c ; l'insieme delle parole che non contengono alcuna a .
- (3) Sia F l'insieme delle parti finite di \mathbb{N} . F è una parte chiusa di $(P(\mathbb{N}), \cup)$, $(P(\mathbb{N}), \cap)$, $(P(\mathbb{N}), \Delta)$, $(P(\mathbb{N}), \setminus)$? E quello delle parti infinite?
- (4) $(P(\mathbb{N}), \Delta)$ è un gruppo? È abeliano? E $(P(\mathbb{N}), \cup)$ e $(P(\mathbb{N}), \cap)$ e $(P(\mathbb{N}), \setminus)$?
- (5) $(\mathbb{N}, +)$ è un sottogruppo di $(\mathbb{Q}, +)$? E $(\mathbb{Z}, +)$?
- (6) $P(\mathbb{N})$ è un sottogruppo di $(P(\mathbb{Z}), \cap)$?
- (7) Sia $a = \{1, 2, 3\}$ ed indichiamo con $Sym(a)$ l'insieme delle applicazioni biettive di a in a . Trovare tutti gli elementi di $Sym(a)$ e mostrare che è un gruppo non abeliano.
- (8) Quali elementi hanno simmetrici in $(\mathbb{Z}, \cdot, 1)$ in $(\mathbb{Q}, \cdot, 1)$ e, se x è un insieme, in $(P(x), \setminus, \emptyset)$, in $(P(x), \cup, \emptyset)$ o in $(P(x), \cap, x)$?