## Corso di Algebra per Informatica

## Lezione 30: Esercizi

- (1) Trovare elementi invertibili, cancellabili e divisori dello zero di  $\mathbb{Z}_4$ ,  $\mathbb{Z}_5$ ,  $\mathbb{Z}_{10}$ ,  $\mathbb{Z}_{12}$ . Degli elementi invertibili, scrivere esplicitamente gli inversi. Quali dei precedenti anelli sono campi e quali no?
- (2) Descrivere l'insieme delle soluzioni delle seguenti equazioni diofantee:

$$-2x + 3y = 7;$$
  
 $-4x - 6y = -14;$ 

$$-2x + 4y = 5.$$

(3) Descrivere l'insieme delle soluzioni delle seguenti equazioni congruenziali:

$$-12x \equiv_7 3$$
;

$$-12x \equiv_9 3;$$

$$-12x \equiv_9 9;$$

$$-12000x \equiv_{60} 120;$$

$$-101 \equiv_{505} 404$$

- (4) Esiste una coppia di numeri interi u, v tali che 41u + 29v = 19?
- (5) Sia  $g = \langle x \rangle$  un gruppo ciclico di ordine 19. Esiste una potenza di  $x^5$  che sia uguale ad x? Qual è l'ordine del sottogruppo  $\langle x^5 \rangle$ ?
- (6) Se ora sono le 5 del pomeriggio, che ore saranno tra  $12001 + 47^{202}(5^{36} 15 \cdot 64)$  ore?