

# Corso di Algebra per Ingegneria

## Lezione 18: Esercizi

- (1) Utilizzando il teorema fondamentale di omomorfismo per insiemi scrivere la funzione  $f : n \in \mathbb{Z} \mapsto n^2 \in \mathbb{Z}$  come composizione di una funzione iniettiva e di una suriettiva.
- (2) Trovare, se possibile, un insieme  $a$  e una relazione di equivalenza su  $a$  tale che  $a/\sim$  non sia una partizione di  $a$ .
- (3) Scrivere tutte le partizioni dell'insieme  $\{0, 1, 2\}$ ;
- (4) Scriviamo  $\mathbb{Z} = p \cup d$  dove  $p$  è l'insieme dei numeri interi pari e  $d$  è quello dei numeri interi dispari. Trovare una funzione  $f$  tale che  $\mathbb{Z}/\text{Ker}f = \{p, d\}$ .
- (5) Trovare, se possibile, due diverse relazioni di equivalenza  $\sim_1$  e  $\sim_2$  tali che  $\mathbb{Z}/\sim_1 = \{p, d\} = \mathbb{Z}/\sim_2$  con le notazioni dell'esercizio precedente.
- (6) Quante relazioni di equivalenza è possibile definire su  $P(\emptyset)$ ?
- (7) Siano  $a, b, c, d$  insiemi a due a due distinti. Determinare tutte le relazioni di equivalenza  $\sim$  dell'insieme  $\{a, b, c, d\}$  tali che  $[a]_\sim = [b]_\sim = [c]_\sim$  e tutte quelle tali che  $[a]_\sim = [b]_\sim$ .
- (8) Sia  $a = \{n \in \mathbb{N} \mid n \leq 7\}$ . Determinare tutte le relazioni di equivalenza  $\rho = (a \times a, g)$  tali che  $0\rho 7, (1, 4) \in g, \{3, 4, 5, 7\} \in [2]_\rho$  e  $0\rho 6$ .