

Corso di Algebra per Ingegneria

Lezione 06: Esercizi

(1) Mostrare che $(\exists x(p \wedge q)) \longleftrightarrow (\exists x(p) \wedge \forall x(q))$ non è una formula valida (trovare un controesempio).

(2) Mostrare che la seguente formula è sempre falsa

$$((\forall x \in \emptyset)(f)) \longrightarrow ((\exists x \in \emptyset)(f)).$$

(3) Sia x un insieme. Calcolare $x \cup \emptyset$, $x \cap \emptyset$, $x \Delta \emptyset$, $x \cup x$, $a \cap x$, $a \Delta x$.

(4) Partendo dalle tautologie, dimostrare che \cup , \cap e Δ sono idempotenti, commutativi ed associativi.

(5) Tradurre la transitività di \longrightarrow con la transitività di \subseteq .

(6) Dimostrare $\forall x, y, z (x \setminus (y \cup z) = (x \setminus y) \cap (x \setminus z))$.

(7) Dimostrare che, per ogni coppia di insiemi x, y , vale

$$x \subseteq y \longleftrightarrow x \cap y = x \longleftrightarrow x \cup y = y \longleftrightarrow x \setminus y = \emptyset \longleftrightarrow x \Delta y = y \setminus x.$$

(8) Sia $f = \{\{n \in \mathbb{N} \mid n \geq 4\}, \{0, 8, 100\}, \{n \mid n \in \mathbb{N} \wedge n \leq 1000\}\}$. Scrivere $\cup f$ e $\cap f$.