

# Corso di Algebra per Ingegneria

## Lezione 21: Esercizi + Principio di Inclusione-Esclusione

- (1) Svolgere ogni esercizio non fatto in passato! Soprattutto quelli sul principio di induzione (I e II forma).
- (2) Scrivere 4 decomposizioni in fattori primi di 20 che siano diverse tra loro. Fare la stessa cosa per 242.

---

Enunciamo il seguente teorema, detto

### Principio di inclusione-esclusione

$$\left| \bigcup_{i=1}^n a_i \right| = \sum_{i=1}^n |a_i| - \sum_{1 \leq i < j \leq n} |a_i \cap a_j| + \sum_{1 \leq i < j < k \leq n} |a_i \cap a_j \cap a_k| - \cdots + (-1)^{n-1} |a_1 \cap \cdots \cap a_n|$$

- 
- (3) Verificare mediante diagrammi di Venn il Principio di inclusione-esclusione per una coppia di insiemi  $a$  e  $b$ .
  - (4) Siano  $a$  e  $b$  due insiemi finiti e siano  $|a| = 5$  e  $|b| = 9$ . Usando il Principio di inclusione-esclusione, possiamo trovare la cardinalità dell'unione sapendo che  $|a \cap b| = 3$ ? Se sì, a quanto equivale? E se  $|a \cup b|$  è un multiplo di 2, quanto può valere  $|a \cap b|$ ?
  - (5) Siano  $a$ ,  $b$  e  $c$  insiemi finiti di ordine, rispettivamente, 2, 4 e 6. Sapendo che  $a \cap b = a \cap c = \emptyset$  e che  $|a \cup b \cup c| = 12$ , determinare mediante il Principio di inclusione-esclusione  $|b \cup c|$ .