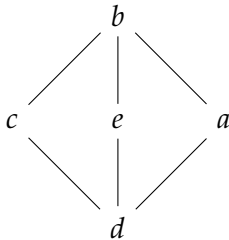


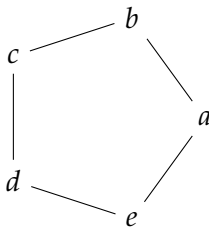
Corso di Algebra per Informatica

Lezione 19: Esercizi

- (1) Dimostrare che il seguente diagramma di Hasse rappresenta un reticolo, detto *reticolo trirettangolo*.



- (2) Dimostrare che il seguente diagramma di Hasse rappresenta un reticolo, detto *reticolo pentagonale*.



- (3) Sia ρ una relazione binaria su $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$ così definita

$$(\forall a, b, c, d \in \mathbb{N})((a, b)\rho(c, d) \leftrightarrow (a \leq c \wedge b|d)).$$

$(\mathbb{N} \times \mathbb{N}, \rho)$ è un reticolo? Se sì, determinare le operazioni \wedge_ρ e \vee_ρ .

- (4) Sia ρ la relazione binaria definita all'esercizio precedente. $(\mathbb{N} \times \mathbb{N}, \bar{\rho})$ è un reticolo? Se sì, determinare le operazioni $\wedge_{\bar{\rho}}$ e $\vee_{\bar{\rho}}$.
- (5) Dimostrare che i reticoli (\mathbb{N}, \leq) e $(\mathbb{N} \setminus \{0\}, \leq)$ sono isomorfi.
- (6) Siano $x = \{\{2\}, \{2, 3\}, \{2, 3, 4\}, \{2, 5\}, \{2, 3, 5, 6, 7\}, \mathbb{N} \setminus \{1, 102\}\}$ una parte di $(P(\mathbb{N}, \subseteq))$ e $y = \{0, 1, 2, 4, 5, 10\}$ una parte di $(\mathbb{N}, |)$. Dimostrare che sono isomorfi in quanto insiemi ordinati con gli ordini indotti dalle rispettive sovrastrutture.