

Corso di Algebra per Informatica

Lezione 23: Esercizi

- (1) Dimostrare la seguente formula per induzione di prima forma

$$\sum_{i=0}^{n-1} i = n(n-1)/2.$$

- (2) Dimostrare per induzione di seconda forma che

$$(\forall n \in \mathbb{N})(n \geq 12 \rightarrow (\exists a, b \in \mathbb{N})(n = 4a + 5b)).$$

(Suggerimento: cominciamo notando come la formula sia vera per $n = 12, 13, 14, 15$ e partiamo da $n > 15$).

- (3) Dimostrare per induzione di prima forma che $(\forall n \in \mathbb{N} \setminus \{0\})(2^{n-1} \leq n!)$.
- (4) Dimostrare usando il principio di induzione di prima forma che per ogni insieme finito s vale $|P(s)| = 2^{|s|}$.
- (5) Calcolare il numero dei divisori positivi di 2, di 8 e di 60. Calcolare il numero dei divisori interi degli stessi numeri.
- (6) In un monoide fattoriale, descrivi l'insieme $Div(u)$ per un elemento invertibile u .
- (7) Trovare, mediante il Teorema della divisione euclidea, coefficienti e resti delle seguenti coppie di numeri: $(10, 5)$, $(21, 4)$, $(-21, 4)$, $(11, 2)$, $(-11, 2)$.