

# Corso di Algebra per Informatica

## Lezione 04: Esercizi

- (1) Negare  $(\exists x < S(0))(x + x = x)$ .
- (2) Negare  $(\exists x \in y)(x = y \leftrightarrow x \in y)$ .
- (3) Negare  $(\forall x \in \mathbb{N})(0 + x = S(x))$ .
- (4) Decidere, quando possibile, se le seguenti formule del linguaggio dell'aritmetica sono vere o false:
  - (a)  $(\forall x \leq 12)((\exists y)(12 = xy) \text{ XOR } (\exists z)(12 = xz))$ ;
  - (b)  $(\forall x \leq 12)((\exists y)(12 = xy) \wedge (\exists z)(12 = xz))$ ;
  - (c)  $(\forall x \leq 12)((12 = xy) \wedge (\exists z)(12 = xz))$ ;
  - (d)  $(\forall x)(\forall y \geq x)((\exists! z)(y = z + x))$ .
- (5) Sia  $f = \{\{a, b\}, \{b, d\}\}$ . Scrivere  $\cup f$ .
- (6) Vero o falso che  $\emptyset \in \emptyset, \emptyset \subseteq \emptyset, \emptyset = \{\emptyset\}, \emptyset \subseteq \{a, b\}, \{a, a, a, b, a\} \in \{\{c\}, \{a, b\}\}$ ?
- (7) Quanti elementi ha  $\{\{\{\mathbb{N}\}\}\}$ ? Quante parti?
- (8) È vero che  $(\forall x \in \emptyset)(P(\emptyset) = \emptyset)$ ?
- (9) Scrivere esplicitamente  $P(P(\emptyset))$  e  $P(P(P(\emptyset)))$ .