

# Corso di Algebra per Informatica

## Lezione 05: Esercizi

(1) Mostrare che  $(\exists x(p \wedge q)) \longleftrightarrow (\exists x(p) \wedge \exists x(q))$  non è una formula valida (trovare un controesempio).

(2) Mostrare che la seguente formula è sempre falsa

$$((\forall x \in \emptyset)(f)) \longrightarrow ((\exists x \in \emptyset)(f)).$$

(3) Sia  $x$  un insieme. Semplificare le seguenti espressioni  $x \cup \emptyset$ ,  $x \cap \emptyset$ ,  $x \Delta \emptyset$ ,  $x \cup x$ ,  $x \Delta x$ .

(4) Partendo dalle tautologie, dimostrare che  $\cup$ ,  $\cap$  e  $\Delta$  sono commutativi ed associativi.

(5) Dimostrare che  $\cup$  e  $\cap$  sono idempotenti,

(6) Tradurre la transitività di  $\longrightarrow$  con la transitività di  $\subseteq$ .

(7) Dimostrare  $\forall x, y, z (x \setminus (y \cup z) = (x \setminus y) \cap (x \setminus z))$ .

(8) Dimostrare che, per ogni coppia di insiemi  $x, y$ , vale

$$x \subseteq y \longleftrightarrow x \cap y = x \longleftrightarrow x \cup y = y \longleftrightarrow x \setminus y = \emptyset \longleftrightarrow x \Delta y = y \setminus x.$$

(9) Sia  $f = \{\{n \in \mathbb{N} \mid n \geq 4\}, \{0, 8, 100\}, \{n \mid n \in \mathbb{N} \wedge n \leq 1000\}\}$ . Scrivere esplicitamente  $\cup f$  e  $\cap f$ .