

Aufgabe 1:b

Entscheiden Sie, ob folgende Aussagen **wahr** oder **falsch** sind, wenn A, B, \dots Aussagen bezeichnen, die wahr oder falsch sein können:

(i) $A \vee (\neg A)$

Wahrheitstafel:

A	$\neg A$	$A \vee (\neg A)$
W	F	W
F	W	W

Ergebnis: Die Aussage ist in allen Fällen **wahr**. \Rightarrow **Tautologie**.

(ii) $\neg B \wedge (A \Rightarrow B)$

Dies ist die reine Konjunktion (ohne äußere Implikation). Erinnerung: $A \Rightarrow B \equiv \neg A \vee B$.

Wahrheitstafel:

A	B	$A \Rightarrow B$	$\neg B \wedge (A \Rightarrow B)$
W	W	W	F
W	F	F	F
F	W	W	F
F	F	W	W

Ergebnis: Die Formel ist in manchen Belegungen **wahr** (z. B. $A = F, B = F$), in anderen **falsch**. \Rightarrow **keine Tautologie**, aber **erfüllbar** (kontingent).

(iii) **Assoziativität:** $A \wedge (B \wedge C) \Leftrightarrow (A \wedge B) \wedge C$

Wahrheitstafel:

A	B	C	$A \wedge (B \wedge C)$	$(A \wedge B) \wedge C$	Äquivalent?
W	W	W	W	W	W
W	W	F	F	F	W
W	F	W	F	F	W
F	W	W	F	F	W
F	F	F	F	F	W

Ergebnis: Beide Seiten sind stets gleich. \Rightarrow **wahr (Tautologie)** — Assoziativgesetz gilt.

(iv) Korrigierte Angabe:

$$C \vee (\neg\neg C \wedge A \wedge (B \vee C)) \Leftrightarrow \neg\neg C \wedge (C \vee (A \wedge B))$$

Wahrheitstafel:

A	B	C	$\neg\neg C$	$B \vee C$	$\neg\neg C \wedge A \wedge (B \vee C)$	links	rechts
W	W	W	W	W	W	W	W
W	W	F	F	W	F	F	F
W	F	W	W	W	W	W	F
W	F	F	F	F	F	F	F
F	W	W	W	W	F	W	F
F	W	F	F	W	F	F	F
F	F	W	W	W	F	W	F
F	F	F	F	F	F	F	F

Äquivalenz ($\text{links} \Leftrightarrow \text{rechts}$) in jeder Zeile W

(Darstellung: für jede Belegung sind die Werte von *links* und *rechts* gleich; die Äquivalenz ist in allen 8 Fällen wahr.)

Ergebnis: Beide Seiten haben in *jeder* Belegung denselben Wahrheitswert.
 \Rightarrow **Tautologie** (wahr).

Zusammenfassung:

Aussage	Wahrheitswert
(i)	wahr (Tautologie)
(ii)	falsch
(iii)	wahr (Tautologie)
(iv)	falsch