

5장 되추적

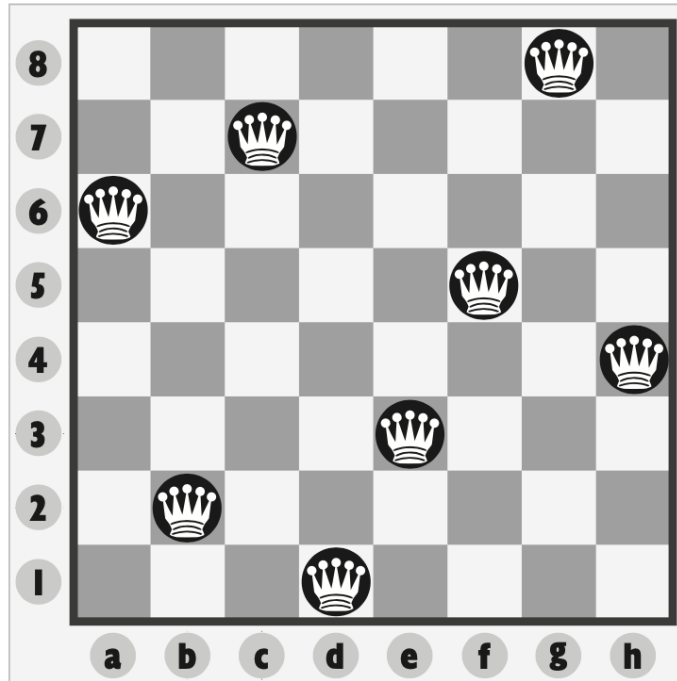
주요 내용

- 1절 되추적 기법
- 2절 n -여왕말 문제
- 5절 그래프 색칠하기

1절 되추적 기법

- 임의의 집합에서 정해진 기준에 따라 원소를 선택하는 문제를 해결하기 위해 사용

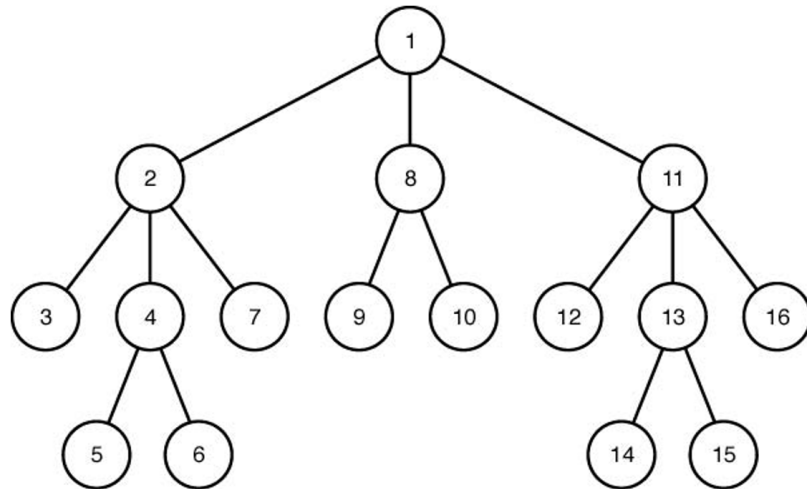
- 예제: 체스의 여왕말(queen) 위치선정
- 조건:
 - 서로 같은 행 또는 열에 위치하지 않아야 함.
 - 같은 대각선 상에 위치하지 않아야 함.



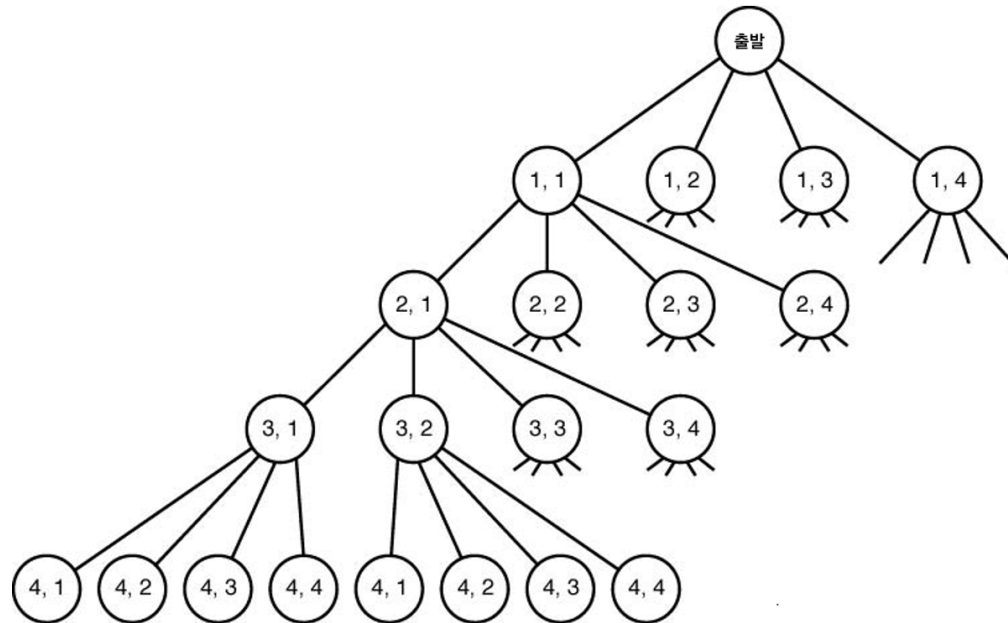
<그림 출처: Classic Computer Science Problems in Python>

깊이우선탐색

- DFS(depth-first-search): 뿌리가 있는 트리를 탐색할 사용하는 기법 중 하나



- 왼쪽으로 끝(앞마디)까지 탐색한 후에 오른쪽 형제/남매 마디로 이동

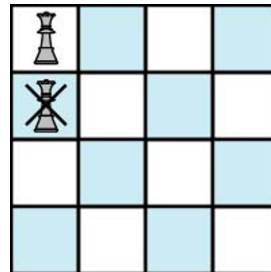


상태공간트리

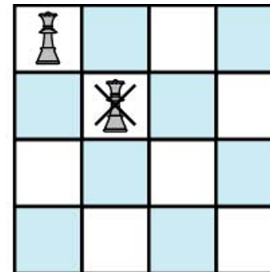
- 가능한 모든 마디(node), 즉, 모든 가능한 모든 가지(branch)로 이루어진 트리
- 깊이
 - 0부터 출발
 - 뿌리는 깊이 0에 위치
 - 아래로 내려갈 수록 깊이가 1씩 증가

유망한 마디

- 특정 조건에 해당하는 마디를 **유망하다**라고 부름.
- 예제: 네 개의 여왕말을 위치시켜야 할 경우 첫째 여왕말의 위치에 따라 둘째 여왕말이 놓일 수 있는 (유망한) 위치가 달라짐.



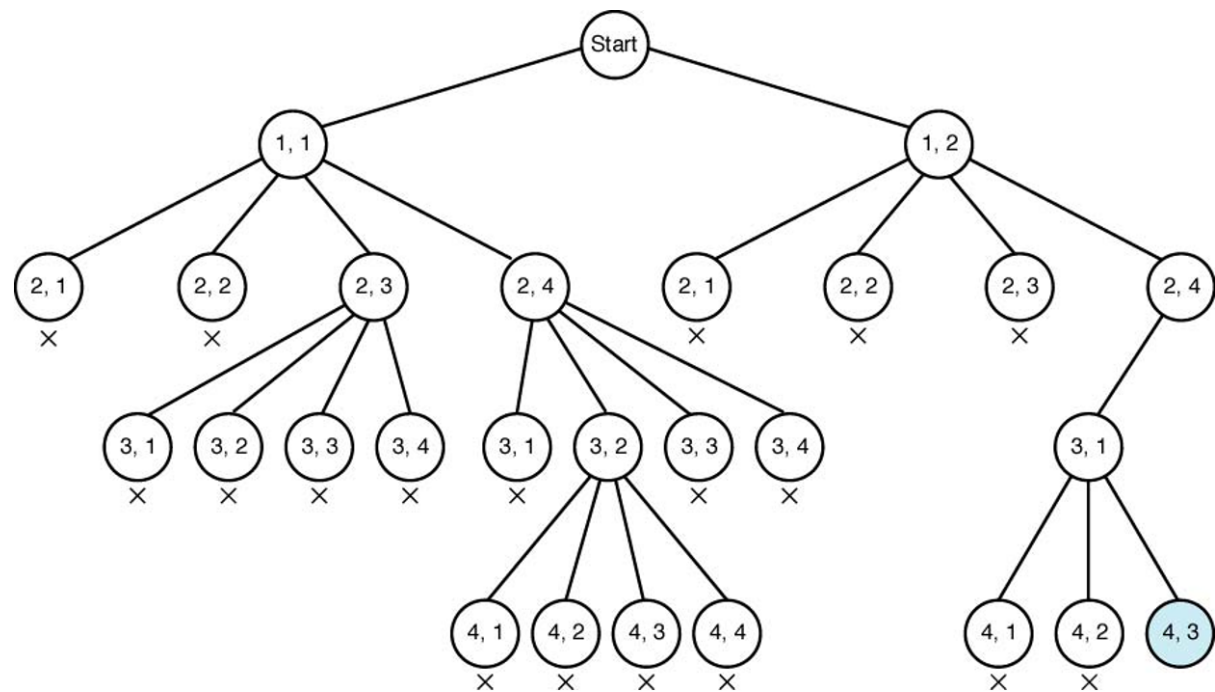
(a)



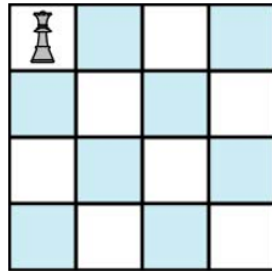
(b)

가지치기(pruning)

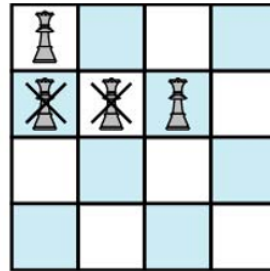
- 특정 마디와 연결된 모든 마디 잘라내기



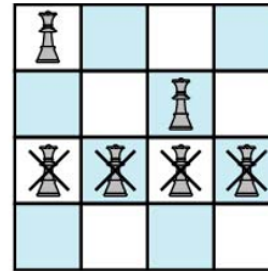
- 가지치기를 활용한 4-여왕말 문제 해법



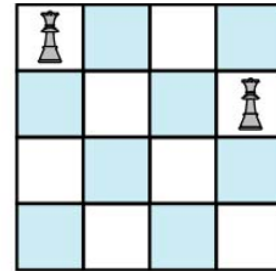
(a)



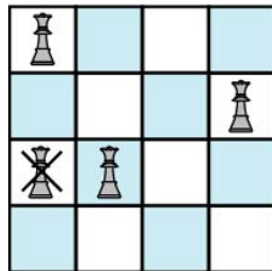
(b)



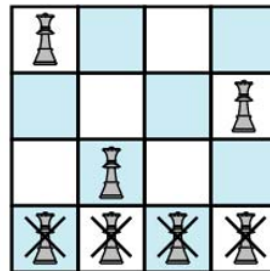
(c)



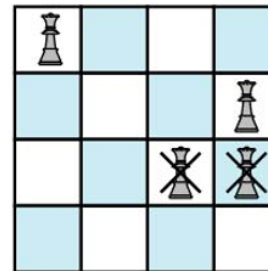
(d)



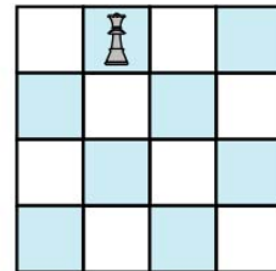
(e)



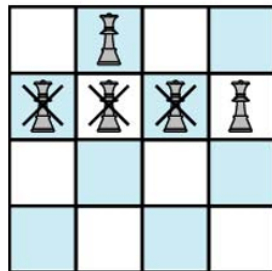
(f)



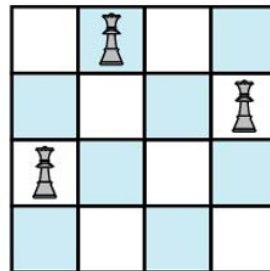
(g)



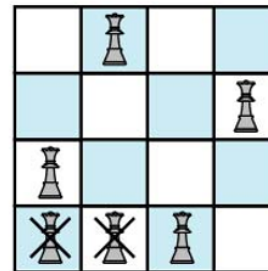
(h)



(i)



(j)



(k)

되추적 알고리즘

- 상태공간트리에서 깊이우선탐색(DFS) 실행
- 탐색 중에 유망하지 않은 마디를 만나면 가지치기 실행 후 부모 마디로 되돌아감(backtracking).
- 이후 다른 형제/남매 마디를 대상으로 탐색 반복
 - 더 이상의 형제/남매 마디가 없으면 더 위 선조로 이동 후 탐색 반복

깊이우선탐색 vs 되추적 알고리즘

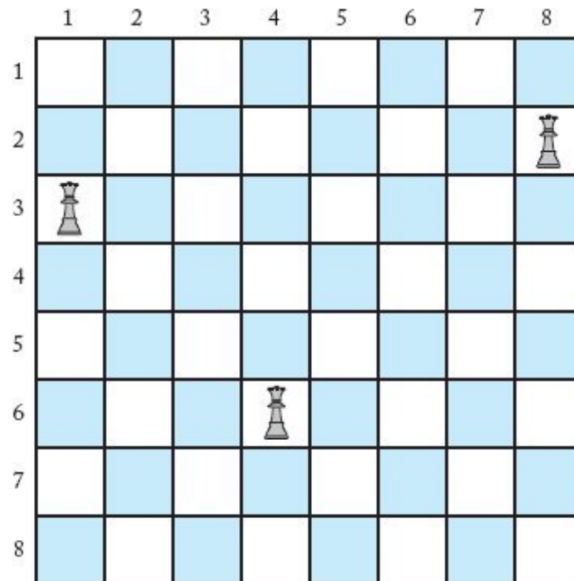
- 검색하는 마디 수 비교
- 순수한 깊이우선탐색: 155 마디 검색
- 되추적 알고리즘: 27 마디 검색

2절 n -여왕말 문제

- 문제: n 개의 여왕말(queen)을 서로 상대방을 위협하지 않도록 $n \times n$ 체스판에 위치시키기
- 조건:
 - 서로 같은 행 또는 열에 위치하지 않아야 함.
 - 같은 대각선 상에 위치하지 않아야 함.

promissing 함수

- 같은 대각선 상에 위치하는 조건 수식화 필요
 - 행과 열의 차이의 절댓값이 동일해야 함.



n -여왕말 문제를 푸는 되추적 알고리즘

- 재귀함수를 이용하여 간단하게 구현 가능.
- 피보나찌 함수와 유사

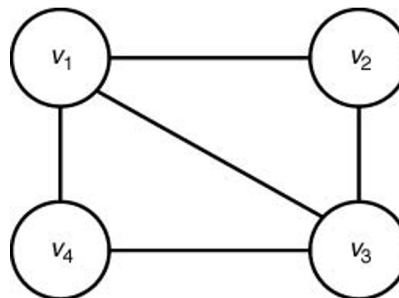
5절 그래프 색칠하기

m -색칠하기

- 주어진 비방향그래프에서 서로 인접한 마디를 최대 m 개의 색상을 이용하여 서로 다른 색을 갖도록 색칠하는 문제

예제

- 아래 그래프에 대한 2-색칠하기 문제의 해답 없음.



- 3-색칠하기 문제에 대해서는 해답 존재.

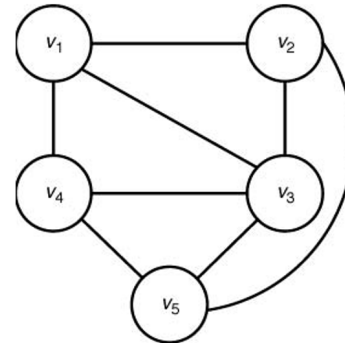
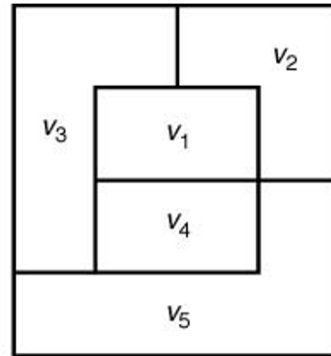
주요 응용분야

- 지도 색칠하기

평면그래프

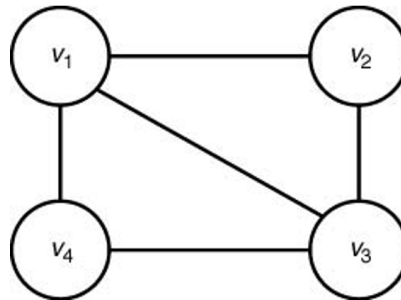
- 서로 교차하는 이음선이 없는 그래프
- 지도를 평면그래프로 변환 가능
 - 마디: 지도의 한 지역
 - 이음선: 서로 인접한 두 지역 연결

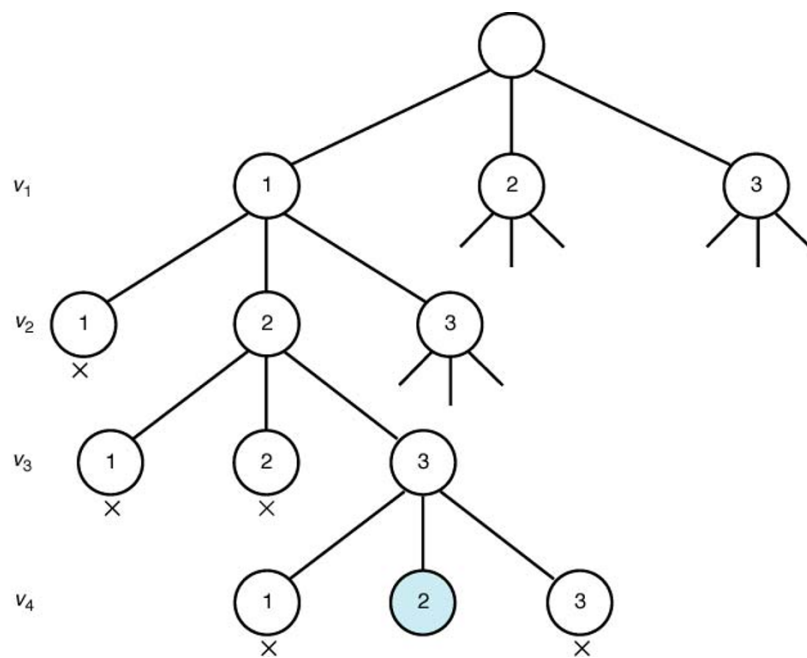
예제



***m*-색칠하기 되추적 알고리즘**

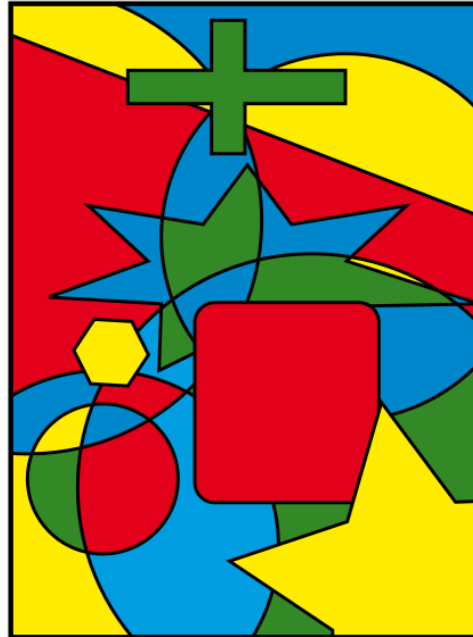
예제





4색정리

- 4-색칠하기 문제는 언제나 해결가능함.



<그림 출처: [위키피디아: 4색정리 \(https://ko.wikipedia.org/wiki/4색정리\)](https://ko.wikipedia.org/wiki/4색정리)>

- 1852년 제시된 문제
 - 영국인 Francis Guthrie가 영국의 인접한 각 주를 다른 색으로 칠하기 위해 필요한 최소한의 색상의 수에 대한 질문

- 해결: 1976년
 - K. Appel과 W. Haken 이 해결
 - 500페이지 이상의 증명
 - 컴퓨터 프로그램 사용
 - 100% 인정받지 못하였지만 아무도 반례를 찾지 못함.
 - 2005년에 G. Gonthier에 의해 증명이 옳음이 검증됨.

m -색칠하기 문제 해결가능성 판단 알고리즘

- m 이 1 또는 2인 경우: 쉽게 판단됨.
- $m = 3$ 인 경우: 효율적인 알고리즘 아직 찾지 못함.