

MaLo
SS 2021
18. Juli 2021

Übungsblatt 12

Marc Ludevid 405401
Andrés Montoya 405409
Til Mohr 405959

Aufgabe 1

E-Test

Aufgabe 2

- (a) Ist nicht definierbar, da wir mit \Box und \Diamond nur Nachfolger von v bestimmen können, aber keine Vorgänger. Deshalb gibt es keine Formel hierfür.

(b)

$$\Diamond(Q \wedge \Box(\neg P))$$

- (c) Allgemeine Verschiedenheit bzw. Verschiedenheit ist nicht definierbar. Zudem, wenn es hierfür eine erfüllbare Formel gäbe, dann gäbe es auch ein Baummodell, welches die Formel erfüllt. Dort gibt es aber keine Knoten mit zwei Vorgängern.

Widerspruch! Also ist (c) nicht definierbar.

- (d) Ähnlich zu (c): Gäbe es solch eine erfüllbare Formel, dann auch ein Baummodell, welches die Formel erfüllt. In Bäumen gibt es aber keine Selbstkanten. Widerspruch!

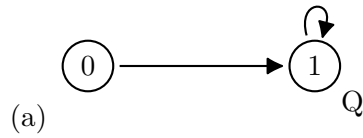
- (e) (e) ist nicht definierbar, da schon die vereinfachte Eigenschaft (Es gibt einen Weg von v zu einem seiner Vorgänger aus, der nicht auf einem Kreis liegt.) nicht definierbar ist: Angenommen es gibt einen Weg von v zu einem seiner Vorgänger. Dann liegt dieser automatisch auch auf einem Kreis, da der Vorgänger von v einen Transition zu v besitzt.

Aufgabe 3

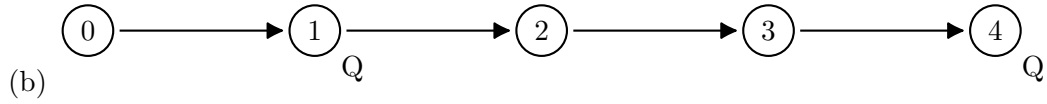
ψ_{VW}	5	6	7	8	9
0	$\langle a \rangle 1$	$\langle b \rangle 1$	$\langle b \rangle 1$	\sim	\sim
1	$\langle a \rangle 1$	$\langle b \rangle (\langle b \rangle 1)$	$\langle b \rangle (\langle a \rangle 1)$	$\langle b \rangle 1$	$\langle b \rangle 1$
2	$\langle a \rangle 1$	$\langle b \rangle (\langle b \rangle 1)$	$\langle b \rangle (\langle a \rangle 1)$	$\langle b \rangle 1$	$\langle b \rangle 1$
3	$\langle a \rangle 1$	$\langle b \rangle (\langle b \rangle 1)$	$\langle b \rangle (\langle a \rangle 1)$	$\langle b \rangle 1$	$\langle b \rangle 1$
4	$\langle a \rangle 1$	$\langle b \rangle (\langle b \rangle 1)$	$\langle b \rangle (\langle a \rangle 1)$	$\langle b \rangle 1$	$\langle b \rangle 1$

$$Z = \{(0, 8), (0, 9)\}$$

Aufgabe 4



Offensichtlich erfüllt dieses Modell ψ . Es gibt kein Modell mit weniger Zuständen, denn es müsste dann ein Zustand existieren, der gleichzeitig in Q und nicht in Q ist. Widerspruch!



(c)

$$\varphi := Q \wedge \Box(\neg Q \wedge \Box(\neg Q \wedge \Box(Q)))$$

Aufgabe 5

(a)

$$\psi^*(x) := \forall y (Exy \rightarrow (Py \rightarrow \exists x (Eyx \wedge Qx)))$$

(b)

$$\vartheta^*(x) := \exists y (Eyx)$$

$\vartheta^*(x)$ ist genau dann Wahr, wenn x einen Vorgänger (y) hat. In der Modallogik können wir aber nur immer auf Nachfolger zugreifen, nicht auf Vorgänger.

(c) Sei $I = \{1, \dots, 42\}$.

$$\varphi := P_1 \wedge \bigwedge_{i \in I \setminus \{1\}} \Diamond (P_i \wedge \bigwedge_{j \in I \setminus \{1, i\}} \neg P_j)$$