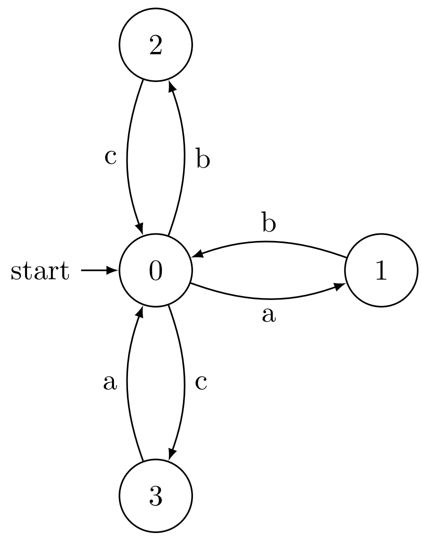
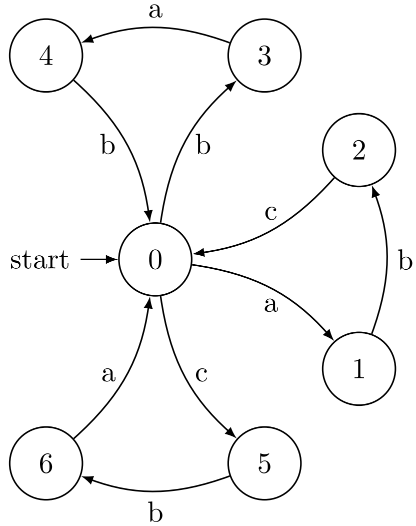
Formale Systeme, Automaten, Prozesse
Übungsblatt 6
Tutorium 11

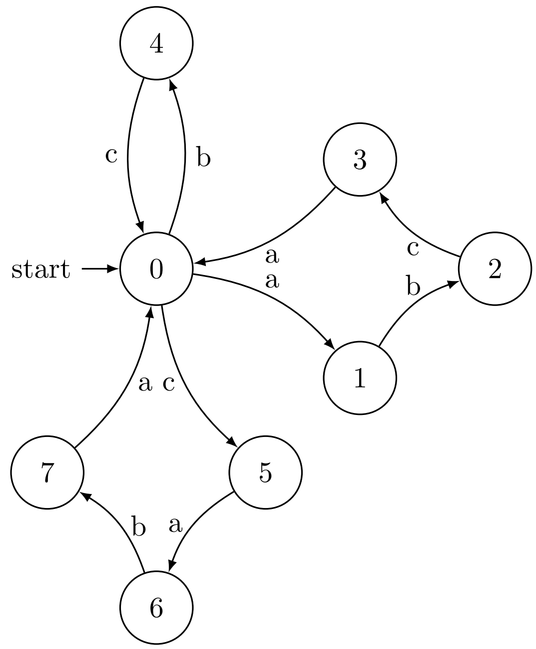
Tim Luther, 410886
Til Mohr, 405959
Simon Michau, 406133

Aufgabe H16 $(ab + bc + ca)^* \cap (abc + bab + cba)^* \cap (abca + bc + caba)^*$ ist der Schnitt aus drei Sprachen. Bilde NFAs für diese 3 Sprachen:

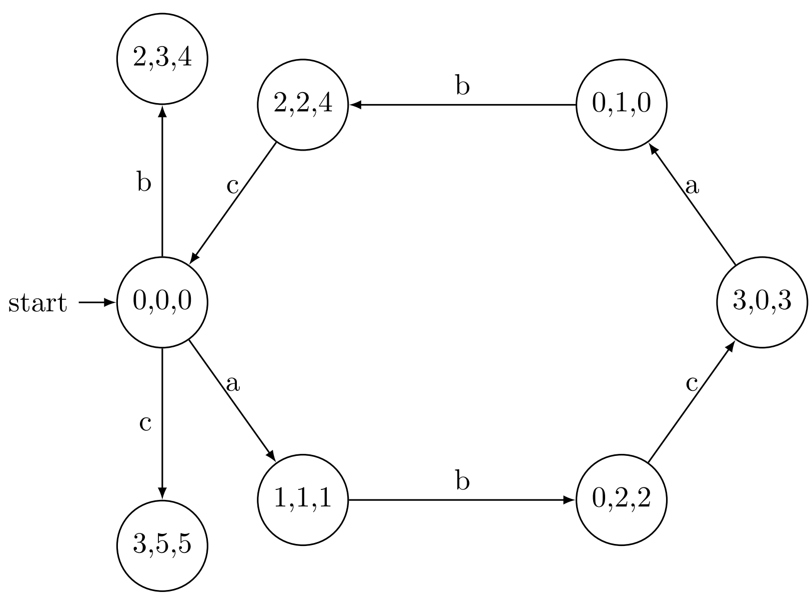




Tim Luther, 410886
Til Mohr, 405959
Simon Michau, 406133

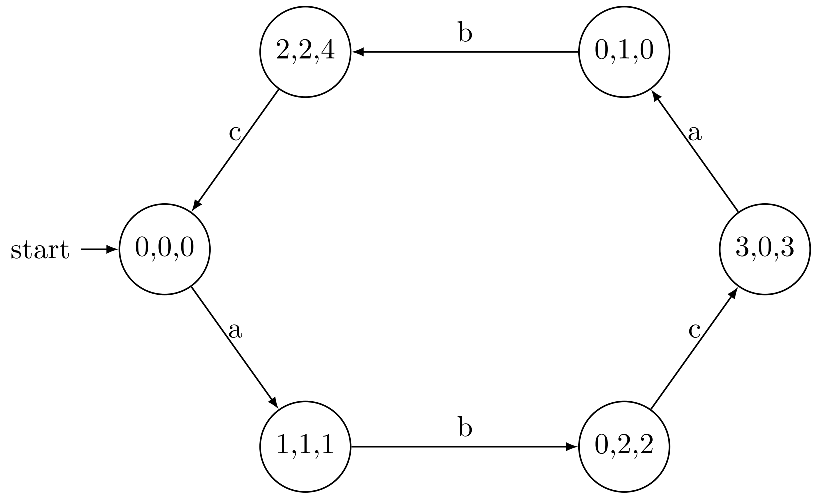


Aus diesen 3 NFAs kann man nun einen Produktautomaten bilden (den Schnitt):



Minimiert ergibt das:

Tim Luther, 410886
Til Mohr, 405959
Simon Michau, 406133



Daraus folgt, dass $(ab+bc+ca)^* \cap (abc+bab+cba)^* \cap (abca+bc+caba)^* = (abcabc)^*$ ist.

Aufgabe H17

a)

b)

c)

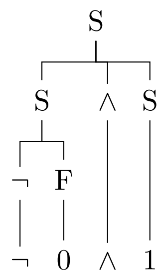
d)

e)

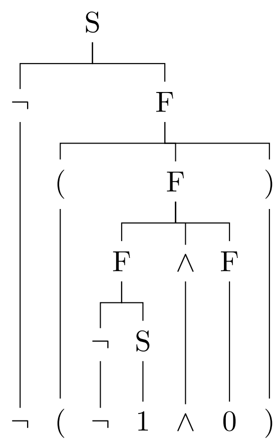
f)

Aufgabe H18

1. $G_1 : S \to (S) \mid S \wedge S \mid S \vee S \mid \neg S \mid 0 \mid 1$
2. $G_2 : S \to (S) \mid S \wedge S \mid S \vee F \mid F \vee S \mid S \vee S \mid \neg F \mid 1$
   $F \to (F) \mid F \wedge S \mid S \wedge F \mid F \wedge F \mid F \vee F \mid \neg S \mid 0$
3. Ableitungsbaum für $\neg 0 \wedge 1$:



Ableitungsbaum für $\neg(\neg 1 \wedge 0)$:



Die Grammatik aus 2. kommt mit 2 Nichtterminalsymbolen aus, von denen eines das Startsymbol ist. Hierbei gilt, dass es ein Nichtterminal für Ausdrücke gibt die zu 0 bzw. false auswerten, und ein Nichtterminal für Ausdrücke die zu 1 auswerten (wahr). Dazu betrachten wir für die logischen Operatoren die folgenden Wahrheitstabellen mit S=1 und F=0:

$\wedge$	S	F
S	S	F
F	F	F

$\vee$	S	F
S	S	S
F	S	F

$\neg$	
S	F
F	S

Aus den Tabellen können wir nun folgern, dass es für $\wedge$ diese Zuweisungen geben muss:

- $S \rightarrow S \wedge S$
- $F \rightarrow S \wedge F \mid F \wedge S \mid F \wedge F$

Für $\vee$ muss es diese Zuweisungen geben:

- $S \to S \vee S \mid S \vee F \mid F \vee S$
- $F \to F \vee F$

Und für $\neg$:

- $S \to \neg F$
- $F \to \neg S$

Zusätzlich gibt es noch die trivialen Zuweisungen $F \to (F)$ und $S \to (S)$, sowie die Terminalsymbole 0 und 1.
Auf diese Art lassen sich alle Grammatikregeln nach Wahrheitswert trennen. Startet man also mit einem S als Startsymbol lassen sich nach den Regeln der Aussagenlogik nur Ausdrücke ableiten deren Wahrheitswert ebenfalls 1 entspricht.
Betrachten wir nun einige Beispiele um dies zu zeigen:

Bsp. 1: 0 sollte nicht durch die Grammatik erzeugbar sein:
$S \to$ Scheitert, da keine Zuweisung auf ein Nichtterminalsymbol getätigt werden kann, die nicht gleichzeitig die Anzahl der Zeichen erhöht.

Bsp. 2: $0 \wedge 1$ sollte nicht durch die Grammatik erzeugbar sein:
$S \to S \wedge S \to S \wedge 1 \to$ Scheitert, aus selbem Grund wie Bsp. 1

Bsp. 3: $0 \wedge (1 \vee 0)$ sollte nicht durch die Grammatik erzeugbar sein:
Versuche: $S \to S \wedge S \to S \wedge (S) \to S \wedge (S \vee F) \to S \wedge (1 \vee 0)$
Scheitert, da 0 nicht durch S erzeugbar ist (siehe Bsp. 1).
Versuche $S \to S \vee S \to S \wedge S \vee S$
Scheitert, da korrekte Klammerung nicht erzeugbar ist und 0 wieder nicht durch S erzeugbar ist
Da dies die einzigen beiden Wege sind aus S einen Ausdruck mit genau einem $\wedge$ und genau einem $\vee$ zu erzeugen, ist es unmöglich diesen Ausdruck zu erzeugen.

Bsp. 4: $1 \vee (0 \wedge \neg 0)$ sollte erzeugbar sein:
$S \to S \vee F \to 1 \vee F \to 1 \vee (F) \to 1 \vee (F \wedge S) \to 1 \vee (0 \wedge S) \to 1 \vee (0 \wedge \neg F) \to 1 \vee (0 \wedge \neg 0)$ $\square$

Bsp. 5: $1 \wedge 0 \vee 1$, sollte erzeugbar sein:
$S \to S \wedge S \to S \wedge F \vee S \to 1 \wedge 0 \vee 1$