Formale Systeme, Automaten, Prozesse
Übungsblatt 10
Tutorium 11

Tim Luther, 410886
Til Mohr, 405959
Simon Michau, 406133

Aufgabe H33 Sei L eine kontextfreie Sprache. Dann gibt es eine Grammatik G in CNF, sodass $L = L(G)$. Dann hat G also nur Produktionen der Form:

$$A \to BC$$
$$A \to a$$

L^R ist definiert als $\{w^R \mid w \in L\}$.
Beschreibe G^R, wieder als CNF, wie folgt:

$$A \to BC \in G \Rightarrow A \to CB \in G^R$$
$$A \to a \in G \Rightarrow A \to a \in G^R$$

Zeige nun: $L^R = L(G^R)$ Beweis per Induktion über Anzahl der Ableitungen:

I.A. 1) Sei $A \to a \in G$. Dann ist $(A \to a)^R = A \to a^R = A \to a \in G^R$.
2) Sei $A \to BC \in G$ und $B \to b, C \to c \in G \cap G^R$.
Dann ist $(A \to BC)^R = A \to B^R C^R \in G^R; B, C \in G$
$\Leftrightarrow A \to CB \in G^R; B, C \in G^R$.

I.V. Die Behauptung gelte für eine beliebige, aber feste Anzahl an Ableitungen.

I.S. Sei $X \to YZ \in G$ und $Y \to AB, Z \to CD \in G; A, B, C, D \in G$ mit $Y \to BA, Z \to DC \in G^R; A, B, C, D \in G^R$.
Dann gilt $(X \to YZ)^R = X \to Z^R Y^R \in G^R; YZ \in G$
$\Leftrightarrow X \to ZY \in G^R; YZ \in G^R$

Damit gilt $L^R = L(G^R)$, wodurch L^R durch eine CNF beschrieben werden kann, wodurch L^R kontextfrei ist, wodurch die kontextfreien Sprachen unter *Spiegelung* abgeschossen sind.

Aufgabe H34

Formale Systeme, Automaten, Prozesse
Übungsblatt 10
Tutorium 11

Tim Luther, 410886
Til Mohr, 405959
Simon Michau, 406133

Aufgabe H35 Folgende Grammatik mit Startsymbol S beschreibt L:

$$S \to \epsilon \mid S' \qquad S' \to ABCS' \mid ABC$$

$$\begin{aligned}
//AB &\to BA & //BA &\to AB \\
AB &\to YB & BA &\to YA \\
YB &\to YZ & YA &\to YZ \\
YZ &\to YA & YZ &\to YB \\
YA &\to BA & YB &\to AB
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
//BC &\to CB & //CB &\to BC \\
BC &\to WC & CB &\to CX \\
WC &\to WX & CX &\to WX \\
WX &\to CX & WX &\to WC \\
XC &\to BC & WC &\to BC
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
//AC &\to CA & //CA &\to AC \\
AC &\to UC & CA &\to CV \\
UC &\to UV & CV &\to UV \\
UV &\to CV & UV &\to UC \\
CV &\to CA & UC &\to AC
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
A &\to a \\
B &\to b \\
C &\to c
\end{aligned}$$