

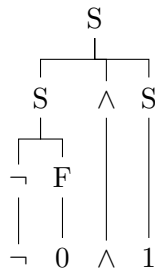
Aufgabe H16

Aufgabe H17

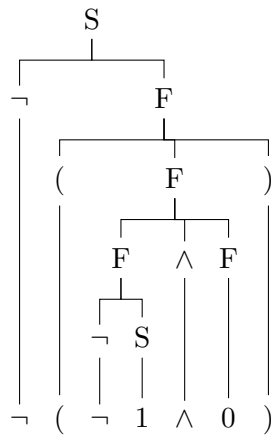
- a)
- b)
- c)
- d)
- e)
- f)

Aufgabe H18

1. $G_1 : S \rightarrow (S) \mid S \wedge S \mid S \vee S \mid \neg S \mid 0 \mid 1$
2. $G_2 : S \rightarrow (S) \mid S \wedge S \mid S \vee F \mid F \vee S \mid S \vee S \mid \neg F \mid 1$
 $F \rightarrow (F) \mid F \wedge S \mid S \wedge F \mid F \wedge F \mid F \vee F \mid \neg S \mid 0$
3. Ableitungsbaum für $\neg 0 \wedge 1$:



Ableitungsbaum für $\neg(\neg 1 \wedge 0)$:



Die Grammatik aus 2. kommt mit 2 Nichtterminalsymbolen aus, von denen eines das Startsymbol ist. Hierbei gilt, dass es ein Nichtterminal für Ausdrücke gibt die zu 0 bzw. false auswerten, und ein Nichtterminal für Ausdrücke die zu 1 auswerten (wahr). Dazu betrachten wir für die logischen Operatoren die folgenden Wahrheitstabellen mit $S=1$ und $F=0$:

\wedge	S	F	\vee	S	F	\neg	
S	S	F	S	S	S	S	F
F	F	F	F	S	F	F	S

Aus den Tabellen können wir nun folgern, dass es für \wedge diese Zuweisungen geben muss:

- $S \rightarrow S \wedge S$
- $F \rightarrow S \wedge F \mid F \wedge S \mid F \wedge F$

Für \vee muss es diese Zuweisungen geben:

- $S \rightarrow S \vee S \mid S \vee F \mid F \vee S$
- $F \rightarrow F \vee F$

Und für \neg :

- $S \rightarrow \neg F$
- $F \rightarrow \neg S$

Zusätzlich gibt es noch die trivialen Zuweisungen $F \rightarrow (F)$ und $S \rightarrow (S)$, sowie die Terminalsymbole 0 und 1.

Auf diese Art lassen sich alle Grammatikregeln nach Wahrheitswert trennen. Startet man also mit einem S als Startsymbol lassen sich nach den Regeln der Aussagenlogik nur Ausdrücke ableiten deren Wahrheitswert ebenfalls 1 entspricht.

Betrachten wir nun einige Beispiele um dies zu zeigen:

Bsp. 1: 0 sollte nicht durch die Grammatik erzeugbar sein:

$S \rightarrow$ Scheitert, da keine Zuweisung auf ein Nichtterminalsymbol getätigt werden kann, die nicht gleichzeitig die Anzahl der Zeichen erhöht.

Bsp. 2: $0 \wedge 1$ sollte nicht durch die Grammatik erzeugbar sein:

$S \rightarrow S \wedge S \rightarrow S \wedge 1 \rightarrow$ Scheitert, aus selbem Grund wie Bsp. 1

Bsp. 3: $0 \wedge (1 \vee 0)$ sollte nicht durch die Grammatik erzeugbar sein:

Versuche: $S \rightarrow S \wedge S \rightarrow S \wedge (S) \rightarrow S \wedge (S \vee F) \rightarrow S \wedge (1 \vee 0)$

Scheitert, da 0 nicht durch S erzeugbar ist (siehe Bsp. 1).

Versuche $S \rightarrow S \vee S \rightarrow S \wedge S \vee S$

Scheitert, da korrekte Klammerung nicht erzeugbar ist und 0 wieder nicht durch S erzeugbar ist

Da dies die einzigen beiden Wege sind aus S einen Ausdruck mit genau einem \wedge und genau einem \vee zu erzeugen, ist es unmöglich diesen Ausdruck zu erzeugen.

Bsp. 4: $1 \vee (0 \wedge \neg 0)$ sollte erzeugbar sein:

$S \rightarrow S \vee F \rightarrow 1 \vee F \rightarrow 1 \vee (F) \rightarrow 1 \vee (F \wedge S) \rightarrow 1 \vee (0 \wedge S) \rightarrow$
 $1 \vee (0 \wedge \neg F) \rightarrow 1 \vee (0 \wedge \neg 0)$ \square

Bsp. 5: $1 \wedge 0 \vee 1$, sollte erzeugbar sein:

$S \rightarrow S \wedge S \rightarrow S \wedge F \vee S \rightarrow 1 \wedge 0 \vee 1$