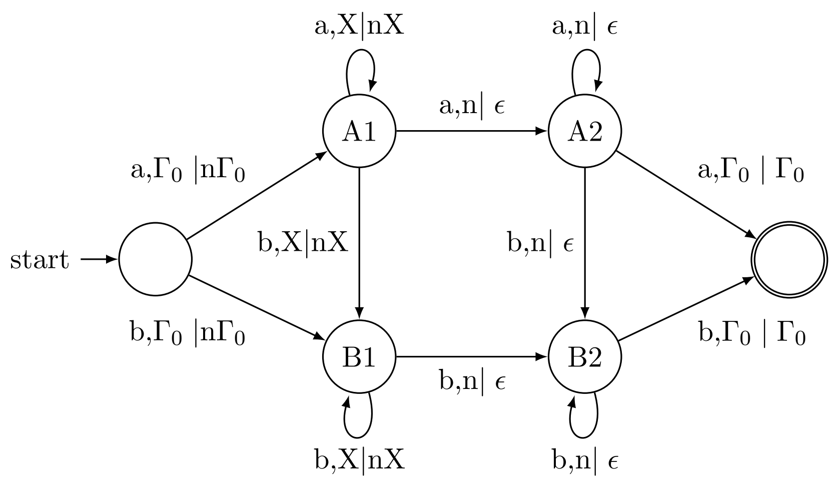
Formale Systeme, Automaten, Prozesse
Übungsblatt 9
Tutorium 11

Tim Luther, 410886
Til Mohr, 405959
Simon Michau, 406133

Aufgabe H30

1) Die Sprache ist kontextfrei:



2) Angenommen L_2 sei kontextfrei. Dann muss das Pumpinglemma für kontextfreie Sprachen gelten:
Sei $n \in \mathbb{N}$, $z \in L_2$ mit $z = a^{2^n}$ und $|z| = 2^n \geq n$.
Dann muss es eine Zerlegung von z in $uvwxy$ geben mit:

   (1) $|vwx| \leq n$

   (2) $|vx| > 0$

   (3) $uv^iwx^iy \in L_2 \forall i \in \mathbb{N}$

   Betrachte $i = 2$:

$$|uv^2wx^2y| = |uvwxy| + |v| + |x| = |z| + |vx| \leq 2^n + n < 2^{n+1}$$

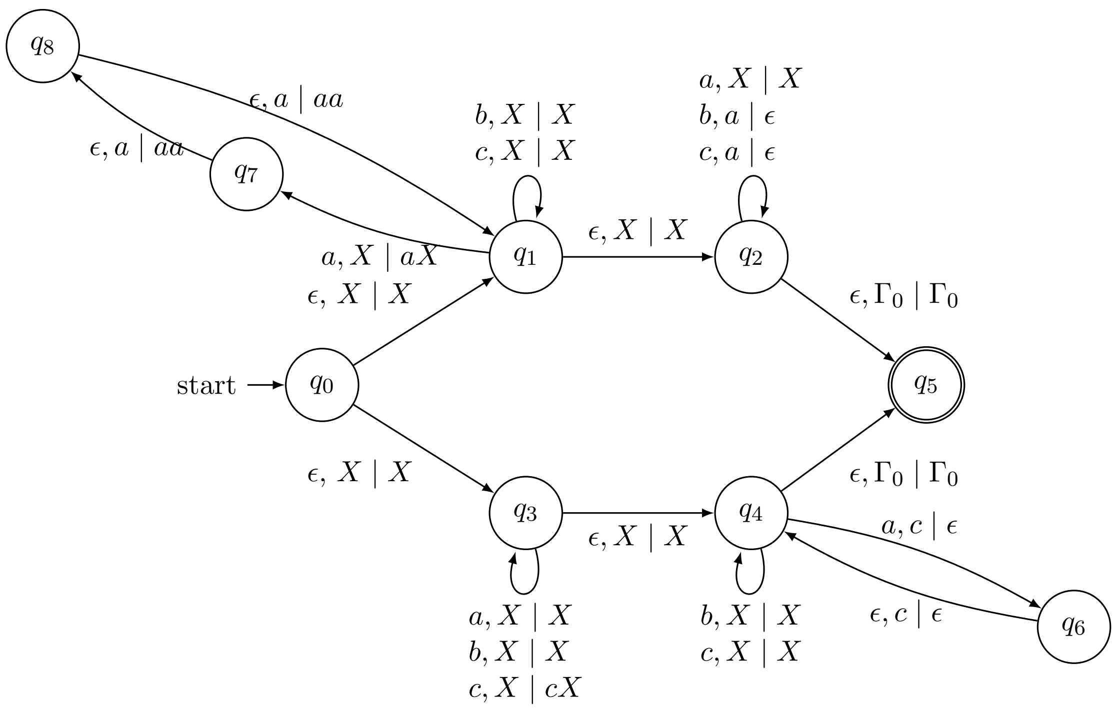
   Damit ist $uv^2wx^2y \notin L_2$ also gilt das Pumpinglemma nicht und L_2 ist nicht kontextfrei.

3)

Aufgabe H31

a) Kellerautomat für L:

Tim Luther, 410886
Til Mohr, 405959
Simon Michau, 406133



b)

Aufgabe H32 Für jede Kontextfreie Sprache gibt es eine Kontextfreie Grammatik. Sei L diese Kontextfreie Sprache.
Falls $\epsilon \notin L$:

Wandle $CFG(L)$ in die Greibachsche Normalform um. Sei S das Startsymbol der Grammatik. Erstelle dann einen ϵ-freien Kellerautomaten mit genau 3 Zuständen (q_0, q_1, q_2), der akzeptiert, wenn der Keller leer ist:
Füge Produktionsregeln der Form $S \to x$, wobei x ein Terminal ist, als Transition von q_0 zu q_2 hinzu, ohne den Keller zu verändern: $x, \Sigma_0 \mid \Sigma_0$.
Füge Produktionsregeln der Form $S \to xM$, wobei x ein Terminal ist und M eine nichtleere Menge von Nichtterminalen ist, als Transition von q_0 zu q_1 hinzu, die wie folgt aussehen: $x, \Sigma_0 \mid M\Sigma_0$.
Alle restlichen Produktionsregeln werden wie folt eingefügt:
Sei $X \to x$, wobei x ein Terminal und $X \in N \setminus \{S\}$ ein Nichtterminal ist. Da dies also bei einem Ableitungsbaum die letzte Ableitung darstellen kann, muss es eine Transition von q_1 zu q_2 geben: $x, X\Sigma_0 \mid \Sigma_0$. Zudem muss es

Tim Luther, 410886
Til Mohr, 405959
Simon Michau, 406133

auch eine Schleife um q_1 geben: $x, XV \mid V$, wobei V eine Variable ist.
Sei $X \to xM$, wobei x ein Terminal, $X \in N \setminus \{S\}$ ein Nichtterminal und M eine nichtleere Menge an Nichtterminalen ist, füge eine Schleife an q_1 ein: $x, XV \mid MV$.

Damit kann man alle kontextfreien Sprachen, die ϵ enthalten, auch mithilfe der veränderten Übergangsfunktion darstellen.