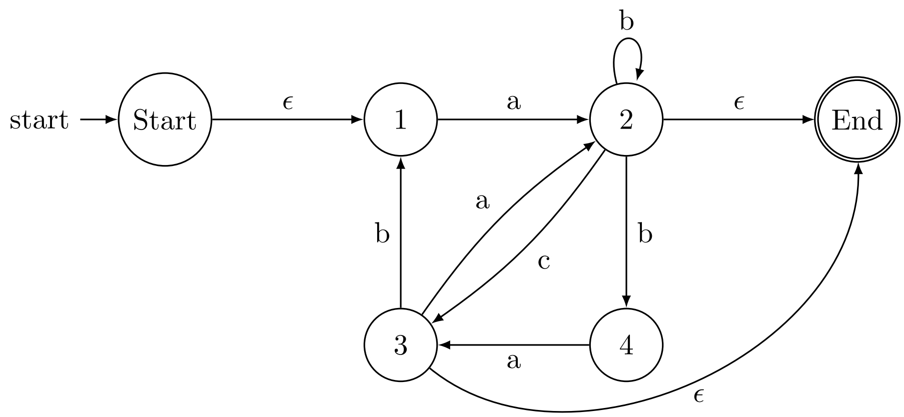
Formale Systeme, Automaten, Prozesse
Übungsblatt 5
Tutorium 11

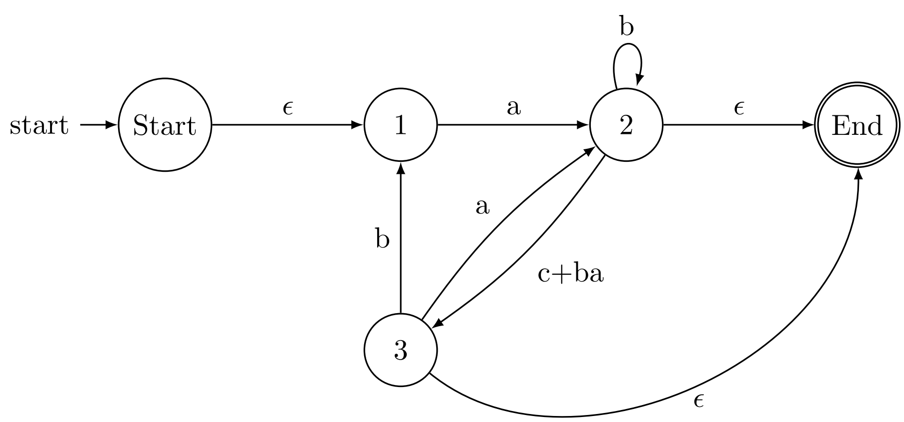
Tim Luther, 410886
Til Mohr, 405959
Simon Michau, 406133

Aufgabe H13

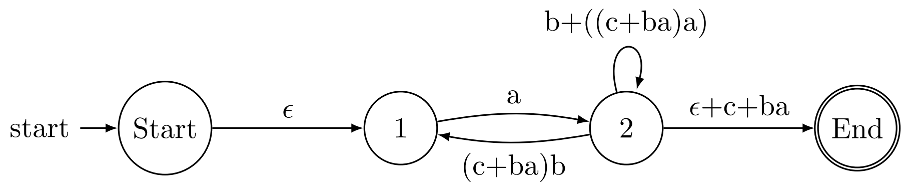
Aufgabe H14 Wir schreiben die Endzustände als Zustände mit einer ϵ-Transition zum Endzustand End, und den Startzustand als Zustand zu dem eine ϵ-Transition vom Startzustand Start hinführt.



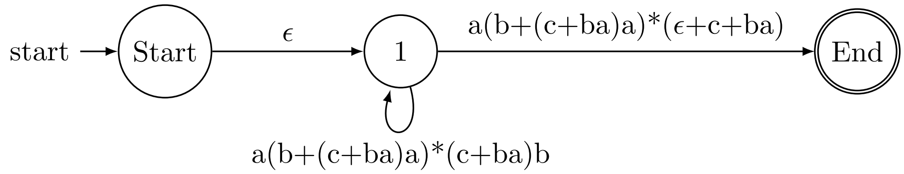
Eliminiere zunächst Zustand 4:



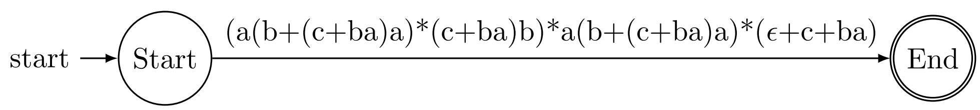
Eliminiere Zustand 3:



Eliminiere Zustand 2:



Eliminiere Zustand 1:



Somit erhalten wir also den regulären Ausdruck

$$(a\,(b + (c + ba)\,a)^*\,(c + ba)\,b)^*\,a\,(b + (c + ba)\,a)^*\,(\epsilon + c + ba)$$

Aufgabe H15

a) Sei L die Sprache mit Worten mit gleich vielen a's und b's.
Annahme: L regulär
Sei $n \in \mathbb{N}$. Dann existieren $w \in L$ mit $\#a = \#b = n, |w| \geq 2n$.
Sei w der Form $a^n b^n$.
Nach dem Pumping-Lemma kann man w in x, y, z zerlegen mit:

- $w = xyz$
- $|xy| \leq n$
- $|y| > 0$

Damit ist $y = a^m, 0 < m \leq n$.
Nach dem Pumping-Lemma muss zudem gelten: $\forall i \in \mathbb{N} : xy^i z \in L$.
Betrachte $i = 2$:

$$xy^2z = a^{n-m}a^{2m}b^n = a^{n+m}b^n \notin L, \text{ da}$$
$$m > 0 \Rightarrow n+m \neq n \Rightarrow \#a \neq \#b.$$

Damit gilt das Pumping-Lemma nicht, weshalb L nicht regulär ist.

b) $L = \{w \mid w \in \Sigma_*, |w| Fibonaccizahl\}$
Annahme: L regulär
Sei $n \in \mathbb{N}$, betrachte $fib(n)$. Dann existieren $w \in$ Ł mit $|w| \geq fib(n) + fib(n+1) = fib(n+2)$
Nach dem Pumping-Lemma kann man w in x, y, z zerlegen mit:

- $w = xyz$
- $|xy| \leq n$
- $|y| > 0$
- $\forall i \in \mathbb{N} : xy^iz \in L$

$\Rightarrow 0 < |y| \leq fib(n)$
Betrachte $i = 0$:

$$fib(n+2) = fib(n+1) + fib(n) = |w| = |xyz| > |xy^0z|$$
$$= |xyz| - |y| > fib(n+1) + fib(n) - fib(n) = fib(n+1)$$

$\Rightarrow fib(n+1) < |xy^0z| < fib(n+2)$
$\Rightarrow |xy^0z|$ keine Fibonaccizahl
$\Rightarrow xy^0z \notin L$
Damit gilt das Pumping-Lemma nicht, weshalb L nicht regulär ist.

c) $L = \{abca^nb^mcba \mid m \leq n\}$
Annahme: L regulär
Sei $z \in \mathbb{N}$. Dann existieren Wörter $w \in L$ der Form $abca^nb^n$ mit $|w| \geq 2z+6, n \geq z$. Nach dem Pumping-Lemma kann man w in x, y, z zerlegen mit:

- $w = xyz$
- $|xy| \leq n$
- $|y| > 0$
- $\forall i \in \mathbb{N} : xy^iz \in L$

Fall 1: $z = 1$

Damit muss $x = \epsilon, y = a$ gelten. Betrachte $i = 0$. Dann ist $xy^iz = xy^0z = bca^nb^ncba \notin L$.

Fall 2: $z = 2$

Analog zu [Fall 1]. y ist entweder a, ab oder b. Dann gilt auch für $i = 0$ $xy^0z \notin L$.

Fall 3: $z = 3$

Analog zu [Fall 2]. y kann zusätzlich noch abc, bc oder c sein. Damit gilt auch hier für $i = 0$ auch $xy^0z \notin L$.

Fall 4: $z > 3$

Fall 4.1: $0 \leq |x| < 3$ Dann beinhaltet y mindestens einer der ersten drei Buchstaben. Analog zu den Fällen zuvor gilt somit für $i = 0$ auch $xy^0z \notin L$.

Fall 4.2: $3 \leq |x| < z$ Dann liegt y in a^n, bzw. genauer in a^{z-3}. Sei y also $a^j, 0 < j \leq z - 3$.
Betrachte auch hier $i = 0$:

$$xy^iz = xy^0z = abca^{n-3-j}a^{0 \cdot j}a^3b^ncba = abca^{n-j}b^ncba$$

Da $j > 0 \Rightarrow |a^{n-j}| < |b^n| \Rightarrow xy^0z \notin L$.

Damit ist gezeigt, dass das Pumping-Lemma nicht gilt. Daher ist L keine reguläre Sprache.