

Aufgabe H33 Sei L eine kontextfreie Sprache. Dann gibt es eine Grammatik G in CNF, sodass $L = L(G)$. Dann hat G also nur Produktionen der Form:

$$A \rightarrow BC$$

$$A \rightarrow a$$

L^R ist definiert als $\{w^R \mid w \in L\}$.

Beschreibe G^R , wieder als CNF, wie folgt:

$$A \rightarrow BC \in G \Rightarrow A \rightarrow CB \in G^R$$

$$A \rightarrow a \in G \Rightarrow A \rightarrow a \in G^R$$

Zeige nun: $L^R = L(G^R)$ Beweis per Induktion über Anzahl der Ableitungen:

I.A. 1) Sei $A \rightarrow a \in G$. Dann ist $(A \rightarrow a)^R = A \rightarrow a^R = A \rightarrow a \in G^R$.

2) Sei $A \rightarrow BC \in G$ und $B \rightarrow b, C \rightarrow c \in G \cap G^R$.

Dann ist $(A \rightarrow BC)^R = A \rightarrow B^R C^R \in G^R; B, C \in G$

$\Leftrightarrow A \rightarrow CB \in G^R; B, C \in G^R$.

I.V. Die Behauptung gelte für eine beliebige, aber feste Anzahl an Ableitungen.

I.S. Sei $X \rightarrow YZ \in G$ und $Y \rightarrow AB, Z \rightarrow CD \in G; A, B, C, D \in G$ mit $Y \rightarrow BA, Z \rightarrow DC \in G^R; A, B, C, D \in G^R$.

Dann gilt $(X \rightarrow YZ)^R = X \rightarrow Z^R Y^R \in G^R; YZ \in G$

$\Leftrightarrow X \rightarrow ZY \in G^R; YZ \in G^R$

Damit gilt $L^R = L(G^R)$, wodurch L^R durch eine CNF beschrieben werden kann, wodurch L^R kontextfrei ist, wodurch die kontextfreien Sprachen unter *Spiegelung* abgeschossen sind.

Aufgabe H34

Aufgabe H35 Folgende Grammatik mit Startsymbol S beschreibt L :

$$S \rightarrow \epsilon \mid S'$$

$$S' \rightarrow ABCS' \mid ABC$$

$$AB \rightarrow BA$$

$$AC \rightarrow CA$$

$$BA \rightarrow AB$$

$$BC \rightarrow CB$$

$$CA \rightarrow AC$$

$$CB \rightarrow BC$$

$$A \rightarrow a$$

$$B \rightarrow b$$

$$C \rightarrow c$$