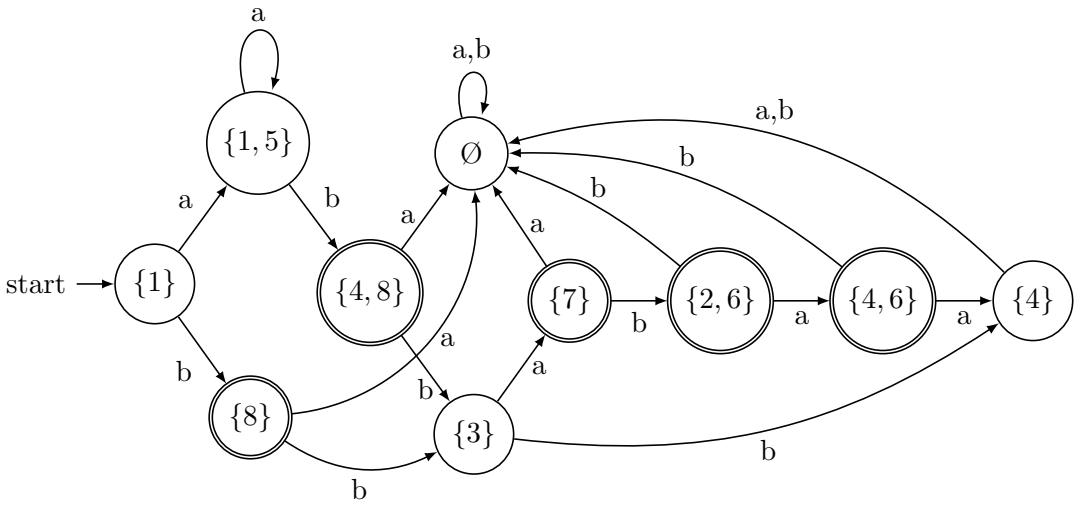
Formale Systeme, Automaten, Prozesse *Tim Luther, 410886*
Übungsblatt 4 *Til Mohr, 405959*
Tutorium 11 *Simon Michau, 406133*

Aufgabe H10



Erstelle Zustandspaartabelle und streiche alle Paare, bei denen der eine Zustand Endzustand ist und der andere nicht, da diese Paare eindeutig unterscheidbar sind. Die Zellen unter der der Diagonalen ignorieren wir, da sie symmetrisch sind.

	{1}	{1,5}	{2,6}	{3}	{4}	{4,6}	{4,8}	{7}	{8}	∅
{1}	·		X			X	X	X	X	
{1,5}		·	X			X	X	X	X	
{2,6}			·	X	X					X
{3}				·		X	X	X	X	
{4}					·	X	X	X	X	
{4,6}						·				X
{4,8}							·			X
{7}								·		X
{8}									·	X
∅										·

Erstelle nun Übergangstabelle mit allen Paaren die noch nicht als unterscheidbar bekannt sind und streiche alle Zustandspaare die für a oder b auf einem unterscheidbaren Zustand landen.

Z_1	Z_2	a		b	
({1},	{1,5})	({1,5},	{1,5})	({8},	{4,8})
({1},	{3})	({1,5},	{7})		
({1},	{4})	({1,5},	{∅})	({8},	{∅})
({1},	{∅})	({1,5},	{∅})	({8},	{∅})
({1,5},	{3})	({1,5},	{7})		
({1,5},	{4})	({1,5},	{∅})	({4,8},	{∅})
({1,5},	{∅})	({1,5},	{∅})	({4,8},	{∅})
({2,6},	{4,6})	({4,6},	{4})		
({2,6},	{4,8})	({4,6},	{∅})		
({2,6},	{7})	({4,6},	{∅})		
({2,6},	{8})	({4,6},	{∅})		
({3},	{4})	({7},	{∅})		
({3},	{∅})	({7},	{∅})		
({4},	{∅})	({∅},	{∅})	({∅},	{∅})
({4,6},	{4,8})	({4},	{∅})	({∅},	{3})
({4,6},	{7})	({4},	{∅})	({∅},	{2,6})
({4,6},	{8})	({4},	{∅})	({∅},	{3})
({4,8},	{7})	({∅},	{∅})	({3},	{2,6})
({4,8},	{8})	({∅},	{∅})	({3},	{3})
({7},	{8})	({∅},	{∅})	({2,6},	{3})

Somit sind die ununterscheidbaren Zustandspaare:

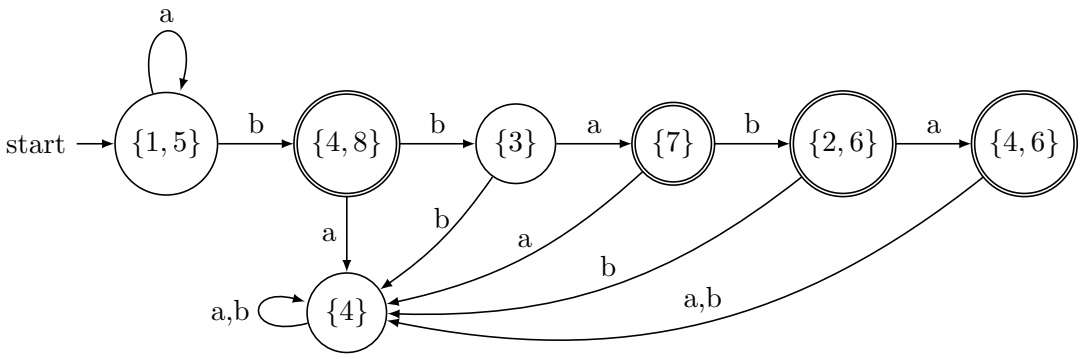
Z_1	Z_2	a		b	
({1},	{1,5})	({1,5},	{1,5})	({8},	{4,8})
({4},	{∅})	({∅},	{∅})	({∅},	{∅})
({4,8},	{8})	({∅},	{∅})	({3},	{3})

und es ergibt sich die finale Zustandspaartabelle, in der o für ein ununterscheidbares Zustandspaar steht:

Formale Systeme, Automaten, Prozesse *Tim Luther, 410886*
Übungsblatt 4 *Til Mohr, 405959*
Tutorium 11 *Simon Michau, 406133*

	{1}	{1,5}	{2,6}	{3}	{4}	{4,6}	{4,8}	{7}	{8}	∅
{1}	·	o	X	X	X	X	X	X	X	X
{1,5}		·	X	X	X	X	X	X	X	X
{2,6}			·	X	X	X	X	X	X	X
{3}				·	X	X	X	X	X	X
{4}					·	X	X	X	X	o
{4,6}						·	X	X	X	X
{4,8}							·	X	o	X
{7}								·	X	X
{8}									·	X
∅										·

Erstelle nun minimalen deterministischen Automaten (mit {{1},{1,5}}={1,5}, {{8},{4,8}}={4,8} und {{4},{∅}}={4}):



Aufgabe H11

a) $L_1 = \{a^n | \sqrt{n} \in \mathbb{N}, n > 100\} = \{a^{121}, a^{144}, a^{169}, ...\}$
Sei $n \in \mathbb{N}, \sqrt{n} \in \mathbb{N}, n > 100$ gegeben. Setzte $w := a^n$.
Dann kann man w in x, y, z zerlegen mit $y \neq \epsilon, |xy| \leq n, w = xyz$.
Nach Pumping-Lemma muss dann für alle $i \in \mathbb{N}$ gelten: $xy^iz \in L_1$
Setze $i = 2$, betrachte also xy^2z. Definiere $m := \sqrt{n}, m \in \mathbb{N}$.:

$$m^2 = n = |xyz| < |xy^2z| = |xyz| + |y| \leq m^2 + m$$

Das nächstgrößere Wort aus L_1 nach w hat aber die Länge

$$(\sqrt{n} + 1)^2 = (m + 1)^2 = m^2 + 2m + 1$$

Da $|xy^2z| \leq m^2 + m \leq m^2 + 2m + 1$, ist $xy^2z \notin L_1$.
Damit gilt das Pumping-Lemma nicht, wodurch L_1 keine reguläre Sprache ist.

b) TODO

Aufgabe H12

Regex Matcher			
Language	GoLang	Java	Java
Algorithm	NFA	NFA	backtracking
1	79ms	139ms	8ms
2	132ms	116ms	4ms
3	153ms	145ms	8ms
4	21ms	124ms	15ms
5	23ms	162ms	30ms
6	101ms	128ms	60ms
7	81ms	136ms	90ms
8	29ms	173ms	49ms
9	31ms	164ms	96ms
10	54ms	169ms	171ms
11	35ms	146ms	197ms
12	35ms	151ms	373ms
13	56ms	362ms	668ms
14	40ms	179ms	1253ms
15	42ms	147ms	2109ms
16	43ms	193ms	3648ms
17	88ms	121ms	6160ms
18	95ms	120ms	10304ms
19	76ms	110ms	16812ms
20	163ms	72ms	27152ms
Average Time	68ms	152ms	3460ms

a) Man kann erkennen, dass GoLang, welce NFAs verwendet, in etwa für alle $i \in \{1...20\}$ in etwa gleich schnell arbeitet. Die Ausreißer lassen sich beisielsweise durch Unterbrechung des Programms durch andere Programm erklären.
Java hingegen benutzt backtracking. Er versucht also jedes Zeichen des Inputs mit dem Regex zu matchen. Falls dies nicht geht, wird Java also die letzten durchläufe zurückgehen und einen anderen Weg einschlagen. Für kleine Eingaben ($i \in \{1...5\}$) ist dies sehr schnell, aber mit wachsendem Input wird es exponentiell aufwendiger.

b) Die Unterschiede in der Laufzeit kommen daher, dass beide Sprachen verschiedene Ansätze haben, um herauszufinden, ob ein String einem

Regex matcht. Wie in *a*) beschrieben, benutzt golang NFA und ist daher für alle Eingaben hier relativ schnell. Java benutzt standartmäßig backtracking, was für wachsenden Input exponentiell länger zu brauchen scheint. Backtracking versucht quasi, die Eingabe in einen Baum aufzuteilen (nach dem gegebenen Regex). Wenn ein Zweig fehlschlät, wird in einem anderen Zweig weitergearbeitet.

c) Die erste Java-Spalte in der Tabelle ist die Umsetzung des Regex mithilfe der NFA-Implementierung von letzter Woche. Damit benutzt sie wie GoLang auch einen NFA. Man stellt fest, dass hier für alle $i \in \{1...20\}$ das Programm auch etwa gleich schnell arbeitet, doch ca. $100ms$ langsamer als die GoLang Implementierung. Dies könnte verschiedene Gründe haben, beispielsweise dass GoLang direkt zu Byte-Code compiled wird, Java nicht. Eventuell kann unsere Java NFA-Implementierung auch noch optimiert werden, wodurch auch Laufzeitunterschiede zu erklären sind.