Übungsblatt 1

Abgabetermin: Montag 16. November 2020, 15:00 Uhr

- Wählen Sie in RWTHonline bis **Mittwoch, den 4. November 2020 12:00 Uhr** ihre Prioritäten für die Tutorien
- Die Lösungen der Hausaufgaben werden online in RWTHmoodle abgegeben.
- Die Hausaufgaben müssen in Gruppen von je **drei Studierenden aus dem gleichen Tutorium** abgegeben werden. Suchen Sie sich beim ersten Termin Ihres Tutoriums Abgabeparter*innen (Bekanntgabe der Tutorien am Mittwoch, den 4.11.2020).
- Einzelabgaben werden mit 0 (Null) Punkten bewertet. Bitte versucht immer zu dritt arbeiten und abzugeben, das heißt wenn ein Teammitglied aufhört, sucht euch bitte ein weiteres Teammitglied.
- **Nummer der Übungsgruppe**, **Nummer des Übungsblattes** und **Namen und Matrikelnummern** der Studierenden sind auf das erste Blatt jeder Abgabe aufzuschreiben
  - Auch wenn wir die Information zusätzlich über Moodle einsehen können macht das die Korrekturen sehr viel einfacher.
- Es wird nur eine PDF-Datei, maximale Größe 15 MB, akzeptiert, als Dateiname bitte Blatt-XX_Tutorium-YY_Gruppe-ZZZ.pdf mit der Nummer des aktuellen Blattes, des Tutoriums und der Abgabegruppe im Dateinamen.
- Die Lösungen zu den Hausaufgaben werden in Form von Videos in RWTHmoodle hochgeladen.

Tutoriumsaufgabe 1 (Kodierung)

Geben Sie je eine formale Definition für die Sprachen der folgenden Entscheidungsprobleme an. Machen Sie sich dabei insbesondere Gedanken zur Kodierung der Eingabe und zum Eingabealphabet.

a) Eine Clique in einem Graphen $G = (V, E)$ ist eine Menge $K \subseteq V$ von paarweise benachbarten Knoten. Die Sprache des Cliquenproblems L_{Clique} enthalte die Kodierungen aller Paare (G, b) mit $b \in \mathbb{N}$, so dass G eine Clique der Größe mindestens b besitzt.

b) Das Teilsummenproblem besteht darin, für eine gegebene Multimenge M von natürlichen Zahlen und eine natürliche Zahl b zu entscheiden, ob es eine Teilmultimenge von M gibt, sodass die Summe der Elemente dieser Teilmultimenge b ist. Die Sprache $L_{\text{Teilsumme}}$ enthalte die Kodierungen der Paare (M, b) mit dieser Eigenschaft.

Tutoriumsaufgabe 2 (Konfigurationen)

Geben Sie zu der folgenden Turingmaschine M an, welche Konfigurationen auf der Eingabe $w = 110$ erreicht werden.

$$M = (\{q_0, q_1, \bar{q}\}, \{0,1\}, \{0,1,B\}, B, q_0, \bar{q}, \delta)$$

δ	0	1	B
q_0	$(q_0, 0, R)$	$(q_0, 1, R)$	(q_1, B, L)
q_1	$(\bar{q}, 0, R)$	$(q_1, 1, L)$	(q_0, B, R)

Tutoriumsaufgabe 3 (Turingmaschine)

Geben Sie formal eine Turingmaschine M über $\Sigma = \{0,1\}$ an, die für eine auf dem Eingabeband befindliche Binärzahl $w \in \Sigma^*$ (das höchstwertige Bit stehe jeweils links) die Binärzahl $w + 2$ berechnet. Wenn $w = \varepsilon$, soll M auch ε ausgeben.
Beschreiben Sie kurz die Funktionsweise Ihrer Turingmaschine.

Aufgabe 4 (Kodierung) **4+4=8 Punkte**

Geben Sie je eine formale Definition für die Sprachen der folgenden Entscheidungsprobleme an. Machen Sie sich dabei insbesondere Gedanken zur Kodierung der Eingabe und zum Eingabealphabet.

a) Ein Hamiltonpfad in einem Graphen $G = (V, E)$ ist ein Pfad, indem jeder Knoten des Graphen genau einmal vorkommt. Die Sprache des Hamiltonpfad-Problems L_{HP} enthält die Kodierungen aller Graphen G, so dass G einen Hamiltonpfad besitzt.

b) Das Partition-Into-Three-Sets-Problem besteht darin, zu entscheiden, ob eine gegebene Menge von natürlichen Zahlen so in drei Teile partitioniert werden kann, dass die Summen über die jeweiligen Elemente der einzelnen Teile gleich groß sind. Die Sprache L_{P3} enthalte genau jene Zahlmengen, für die die genannte Eigenschaft gilt.

Aufgabe 5 (Berechnete Funktion) **5 Punkte**

Geben Sie eine Beschreibung des Verhaltens der folgenden Turingmaschine M an. Geben Sie die von M berechnete Funktion an.

$$M = (\{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, \bar{q}\}, \{0, 1\}, \{0, 1, B\}, B, q_0, \bar{q}, \delta)$$

δ	0	1	B
q_0	$(q_1, 0, R)$	$(q_2, 1, R)$	$(\bar{q}, 0, N)$
q_1	$(q_1, 0, R)$	$(q_1, 1, R)$	(q_4, B, L)
q_2	$(q_2, 0, R)$	$(q_2, 1, R)$	(q_3, B, L)
q_3	accept	reject	accept
q_4	reject	accept	accept

Aufgabe 6 (Turingmaschine) **7 Punkte**

In dieser Aufgabe sollen Sie eine Turingmaschine $M = (\{q_0, q_1, \bar{q}\}, \{0, 1\}, \{0, 1, B\}, B, q_0, \bar{q}, \delta)$ entwerfen, die terminiert und nach Terminierung möglichst viele '1'-en auf dem Band stehen. Dabei startet die Turingmaschine M auf der leeren Eingabe. Geben Sie eine solche Turingmaschine M an, die terminiert und nach Terminierung mindestens vier (oder zumindest möglichst viele) '1'-en auf dem Band stehen hat. Geben Sie die Konfigurationsfolge ihrer Turingmaschine bei leerer Eingabe an.