

Aufgabe 1

Damit L entscheidbar ist, muss es eine TM M geben, sodass $L(M) = L$. M würde also entscheiden, ob der Weihnachtsmann existiert oder nicht.

L ist damit genau dann entscheidbar, wenn wir wissen, ob der Weihnachtsmann existiert oder nicht.

Aufgabe 2

Aufgabe 3

- a) Ja, L_1 ist entscheidbar. Denn sei M' eine TM. M' kann sich einfach die Codierung von jedem $\langle M \rangle$ ansehen, bei unter 24 Zuständen akzeptieren, sonst verwerfen. Außerdem müsste man noch überprüfen, ob die Eingabe richtig codiert ist. Damit erkennt M' L_1 .
- b) L_2 ist nicht entscheidbar, weil man sonst das Halteproblem für $\langle M \rangle w$ lösen könnte. Dafür verändern wir die Eingabe-TM M so, dass die neue TM M' zunächst die Eingabe liest und prüft ob es sich um eine Quadratzahl handelt. Wenn dies der Fall ist akzeptiert M' . Andernfalls löscht M' das Eingabewort und schreibt w auf das Band und ruft dann M auf. Wenn M' in L_2 liegt hält M' auf keiner Primzahl. Da wenn M' eine Primzahl bekommt M mit w ausgeführt wird, können wir schließen, dass M auf w nicht hält.
- c) L_∞ ist nicht entscheidbar, weil man sonst das Halteproblem für $\langle M \rangle w$ lösen könnte. Dafür verändern wir die Eingabe-TM M so, dass die neue TM M' die Eingabe löscht und diese durch w ersetzt und anschließend M aufruft. Egal welches das Ergebnis ist akzeptiert M' sobald M terminiert. Somit erreichen wir zum einen, dass alle Eingaben sich wie die Eingabe w verhalten und zum anderen, dass es nur 2 mögliche Ereignisse geben kann: akzeptieren oder nicht halten. M' akzeptiert falls M terminiert und M' hält nicht falls M nicht hält. Wenn M' nun in L_∞ liegt heißt das, dass die TM M auf w terminiert. Andernfalls terminiert M auf w nicht.

Aufgabe 4