

## Aufgabe 4

- 1)  $\begin{bmatrix} ab \\ abb \end{bmatrix} \begin{bmatrix} bb \\ b \end{bmatrix}$  ist eine mögliche Lösung dieser PKP-Instanz.
- 2)
  - $\begin{bmatrix} a \\ ba \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} a \\ bb \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} aab \\ ab \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} abab \\ aa \end{bmatrix}$  sind keine möglichen Startdominos, da sie mit unterschiedlichen Buchstaben beginnen.
  - $\begin{bmatrix} ab \\ abb \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} aa \\ aab \end{bmatrix}$  erzeugen zwar selber gleich beginnende Worte oben und unten, jedoch endet bei beiden jedes Wort unten mit einem  $b$  mehr als oben. Zudem gibt es keinen Dominostein, der oben mit einem  $b$  beginnt. Daher sind diese auch keine möglichen Startdominos.

Da es keine möglichen Startdominos gibt, hat diese PKP-Instanz keine Lösung.

## Aufgabe 5

Um die Aussage zu beweisen, zeigen wir erst, dass  $L_{01}$  rekursiv ist:

Sei  $T$  eine TM mit folgender Funktionsweise:

- (i) Gehe an den Anfang des Eingabewortes.
- (ii) Ist der Buchstabe unter dem Kopf eine 1, so verwirf die Eingabe. Ist der Buchstabe unter dem Kopf ein  $B$ , so verwirf die Eingabe (Eingabe war  $\epsilon$ ). Ist der Buchstabe unter dem Kopf eine 0, so lösche das Zeichen, und gehe zu dem Ende des Eingabewortes.
- (iii) Ist der Buchstabe unter dem Kopf eine 0, so verwirf die Eingabe. Ist der Buchstabe unter dem Kopf eine 1, so lösche das Zeichen und gehe einen Schritt nach Links.
- (iv) Ist das Zeichen unter dem Kopf  $B$ , akzeptiere die Eingabe. Sonst fahre bei Schritt (i) fort.

Korrektheit:

- Sei  $\epsilon$  das Eingabewort,  $\epsilon \notin L_{01} \Rightarrow T$  verwirft die Eingabe sofort.
- Sei  $w$  das Eingabewort,  $w \notin L_{01} \Rightarrow$  Durch das gleichmäßige Abbauen des Eingabewortes an beiden Seiten erkennt  $T$  in Schritten (ii) bzw. (iii) irgendwann, dass die Eingabe nicht dem Format  $0^n 1^n, n > 0$  entspricht  $\Rightarrow T$  verwirft
- Sei  $w$  das Eingabewort,  $w \in L_{01} \Rightarrow$  Durch das gleichmäßige Abbauen des Eingabewortes an beiden Seiten wird  $T$  keine Fehler des Formates  $0^n 1^n, n > 0$  an  $w$  entdecken  $\Rightarrow T$  akzeptiert

$T$  erkennt offensichtlich  $L_{01}$ , daher ist  $L_{01}$  rekursiv.

Sei nun  $L$  eine Sprache.

$\Rightarrow$  Sei  $L$  rekursiv. Dann gilt auch  $L \leq L_{01}$ , da ja auch  $L_{01}$  rekursiv ist. (VL)

$\Leftarrow$  Gelte  $L \leq L_{01}$ . Da ja  $L_{01}$  rekursiv ist, muss auch  $L$  rekursiv sein. (VL)

Damit gilt die Aussage.

## Aufgabe 6

a)

b)