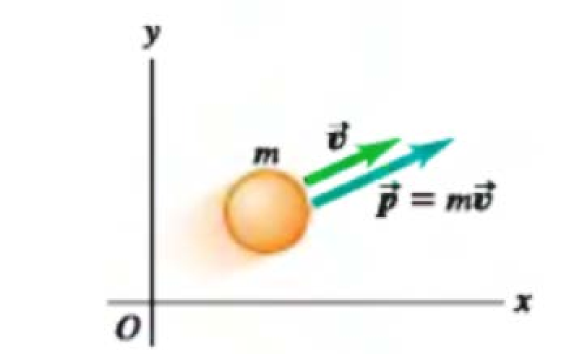
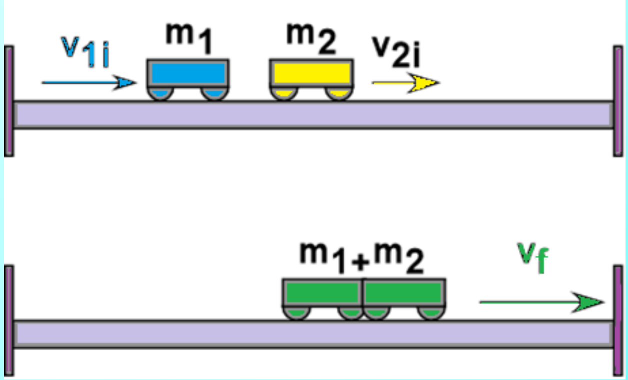
FIZICĂ PENTRU INGINERI

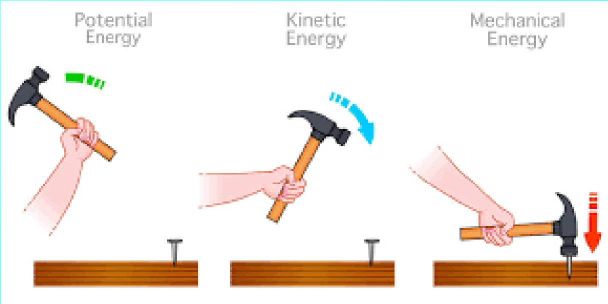
Prezentat de

Trif-Tordai Delia



Momentum $\vec{p}$ is a vector quantity; a particle's momentum has the same direction as its velocity $\vec{v}$.





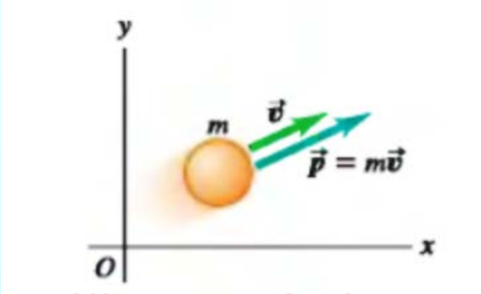
CURSUL 3
2025-2026

2. Mecanică clasică
2.4. Teoreme generale în dinamica punctului material

2.4. Teoreme generale în dinamica PM

1. Teorema impulsului

Cantitatea de mişcare sau impulsul unui corp se defineşte ca produsul dintre masa şi vectorul viteză al corpului:



$$\vec{p} = m \cdot \vec{v} \qquad [p]_{SI} = 1kg\frac{m}{s}$$

Enunţ:

Forţa care acţionează asupra punctului material este egală cu variaţia impulsului în unitatea de timp.

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

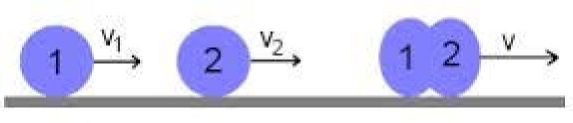
Dem.: $$\frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d(m\vec{v})}{dt} = \frac{dm}{dt}\vec{v} + m\frac{d\vec{v}}{dt} = m\frac{d\vec{v}}{dt} = m\vec{a} = \vec{F}$$

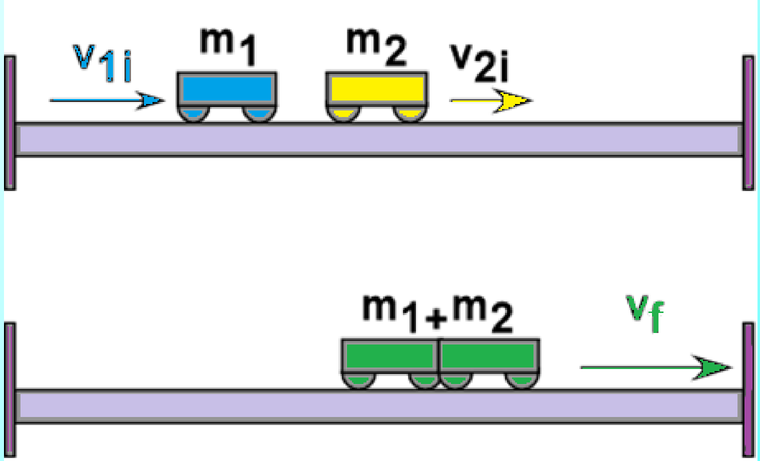
***Legea de conservare a impulsului*:** Impulsul mecanic al PM este constant, dacă asupra acestuia nu acţionează forţe, sau dacă rezultanta este nulă. (dacă $\vec{F} = 0$, atunci $\vec{p} = ct$.)

2.4. Teoreme generale în dinamica PM

1. Teorema conservării impulsului – $\vec{p} = ct.$

a) Ciocnire plastică

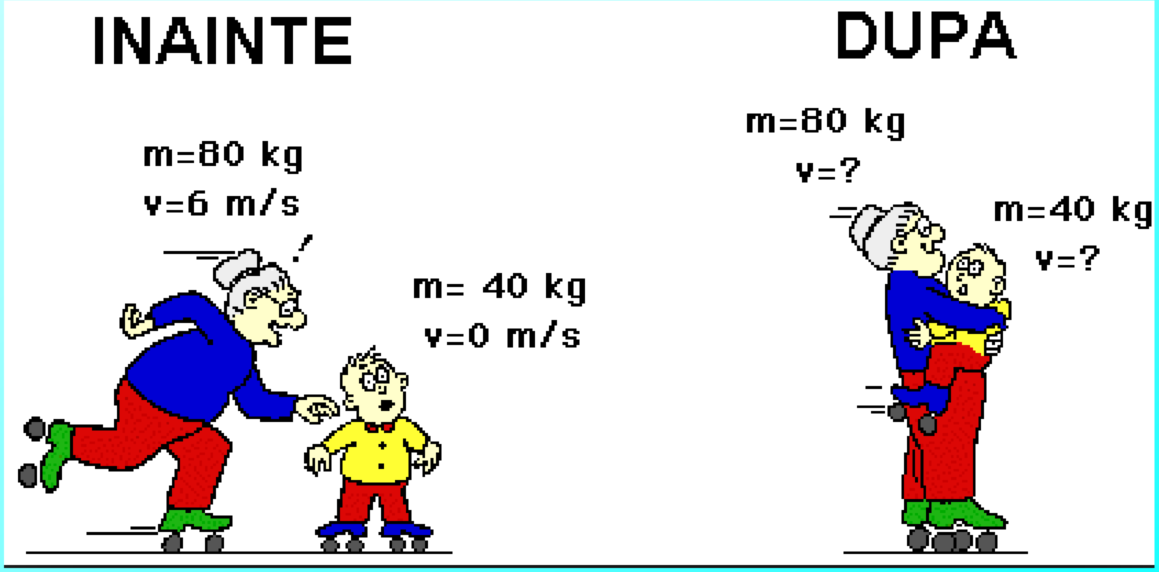




$$\vec{\boldsymbol{p}}_1 + \vec{\boldsymbol{p}}_2 = \vec{\boldsymbol{p}}$$

$$m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = (m_1+m_2)\vec{v}$$

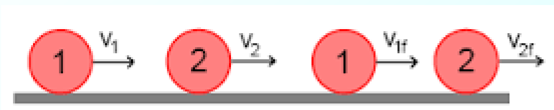
$$\vec{v} = \frac{m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2}{m_1 + m_2}$$



2.4. Teoreme generale în dinamica PM

1. Teorema conservării impulsului – $\vec{p} = ct.$

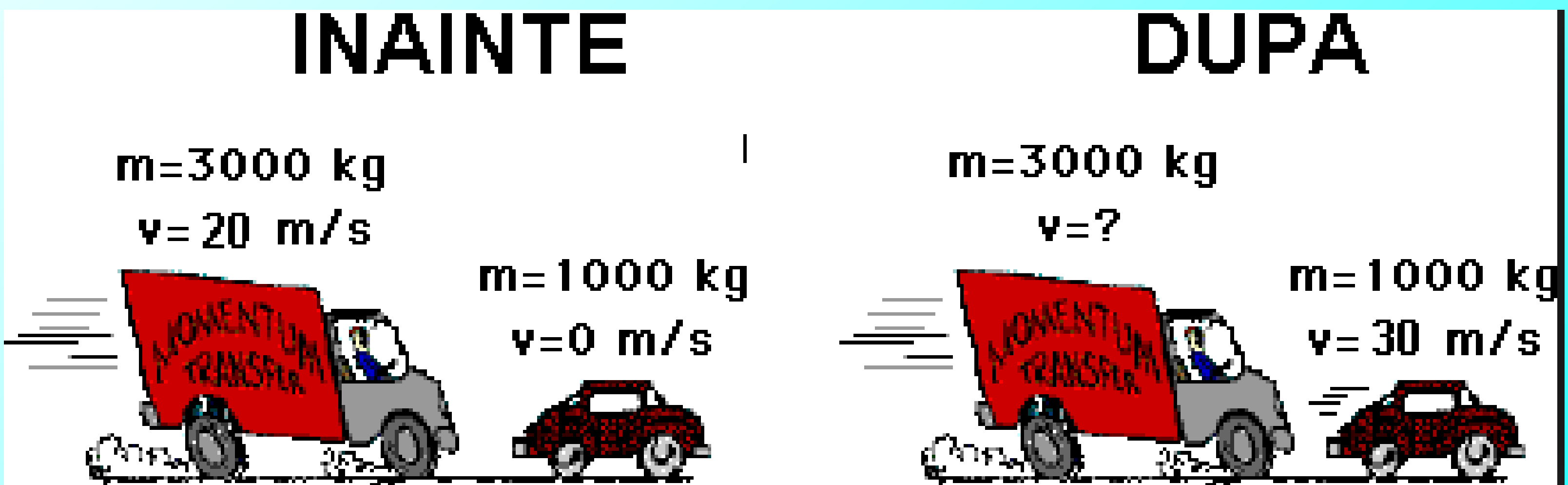
b) Ciocnire elastică



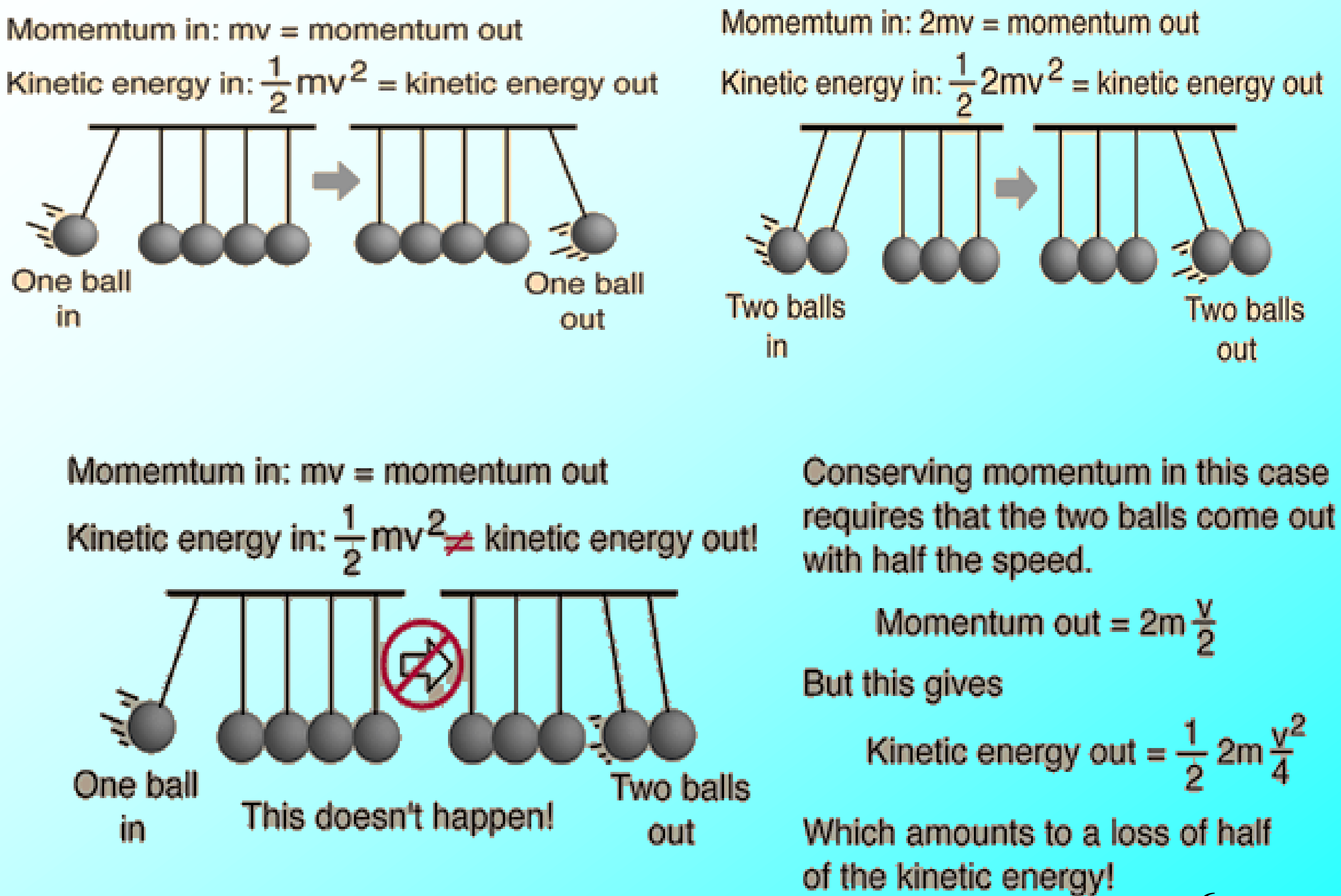
$$\vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \vec{p}_1{}' + \vec{p}_2{}'$$

$$v_{1f} = \left(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\right) v_{1i} + \left(\frac{2m_2}{m_1 + m_2}\right) v_{2i}$$

$$v_{2f} = \left(\frac{2m_1}{m_1 + m_2}\right) v_{1i} + \left(\frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2}\right) v_{2i}$$



2.4. Teoreme generale în dinamica PM

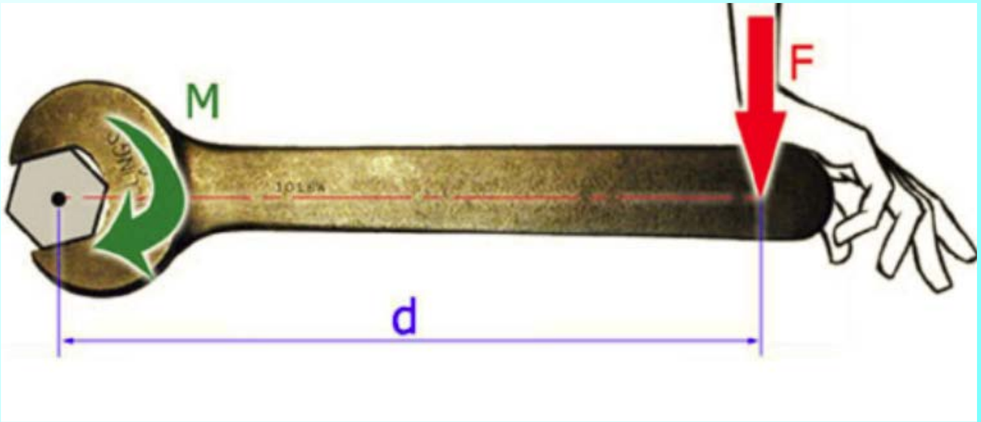


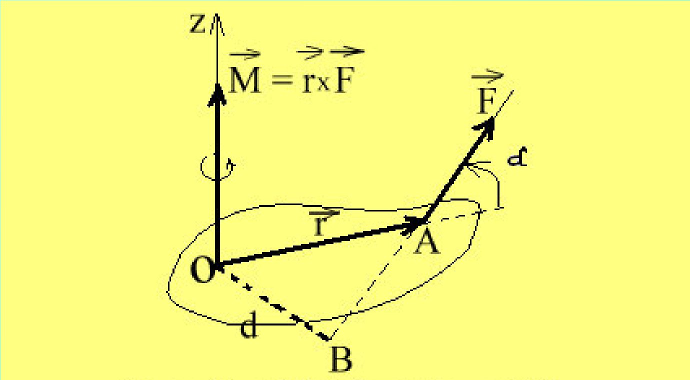
2.4. Teoreme generale în dinamica PM

2. Momentul unei forţe care acţionează asupra punctului material în raport cu un pol este rezultatul produsului vectorial dintre vectorul de poziţie al punctului de aplicaţie al forţei şi forţă:

$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F} = \vec{r} \times m\vec{a}; \qquad [M]_{SI} = 1\,N \cdot m$$

- expimă capacitatea forţei de a roti corpul în jurul unei axe care trece prin polul considerat.

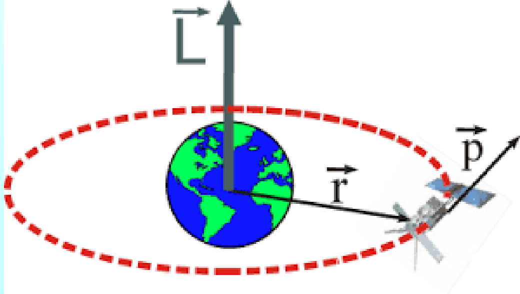




Momentul unei forte in raport cu polul O

https://www.youtube.com/watch?v=yMG6qe_cq8g

2.4. Teoreme generale în dinamica



3. Teorema momentului cinetic: $\vec{M} = \frac{d\vec{J}}{dt}$

<u>Momentul cinetic</u> al PM faţă de un punct fix (pol) este egal cu produsul vectorial dintre vectorul de poziţie şi impulsul PM.

$$\vec{J} = \vec{r} \times \vec{p} = \vec{r} \times m\vec{v} \qquad [J]_{SI} = 1kg\frac{m^2}{s}$$

Obs.: Momentul cinetic este perpendicular pe planul ($\vec{r}$,$\vec{p}$) şi are sensul dat de regula burghiului.

<u>*Enunț*</u>: Derivata în raport cu timpul a momentului cinetic al corpului fată de un pol este egală cu momentul forței care acționează asupra acestuia faţă de același pol:

<u>*Dem*</u>: $\frac{d\vec{J}}{dt} = \frac{d}{dt}(\vec{r} \times \vec{p}) = \frac{d\vec{r}}{dt} \times \vec{p} + \vec{r} \times \frac{d\vec{p}}{dt} = 0 + \vec{r} \times \frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{r} \times \vec{F} = \vec{M}$

Teorema conservării momentului cinetic: Dacă momentul unei forţe este nul, atunci momentul cinetic se conservă.

$$\vec{M} = 0 \Rightarrow d\vec{J}/dt = 0 \Longrightarrow \vec{J} = constant$$

2.4. Teoreme generale în dinamica PM

Aplicaţie:

Vectorul de poziţie al unui corp cu masa de 1 Kg este:

$$\vec{r}(t) = (t^3 - 4t)\vec{i} - 4t^2\vec{j} + (3t + 2)\vec{k}$$

1) Să se găsească:

a) forţa care acţionează asupra corpului;

b) Momentul forţei $\overrightarrow{M} = \vec{f}(t)$, faţă de originea axelor;

c) Impulsul şi momentul cinetic $\vec{J} = \vec{f}(t)$, faţă de originea axelor;

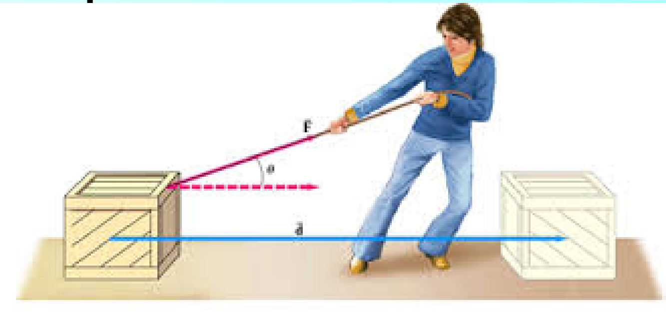
2) Să se verifice teorema de variaţie a impulsului: $d\vec{p}/dt = \vec{F}$;

3) Să se verifice teorema de var. a momentului cinetic, $d\vec{J}/dt = \overrightarrow{M}$.

2.4. Teoreme generale în dinamica PM

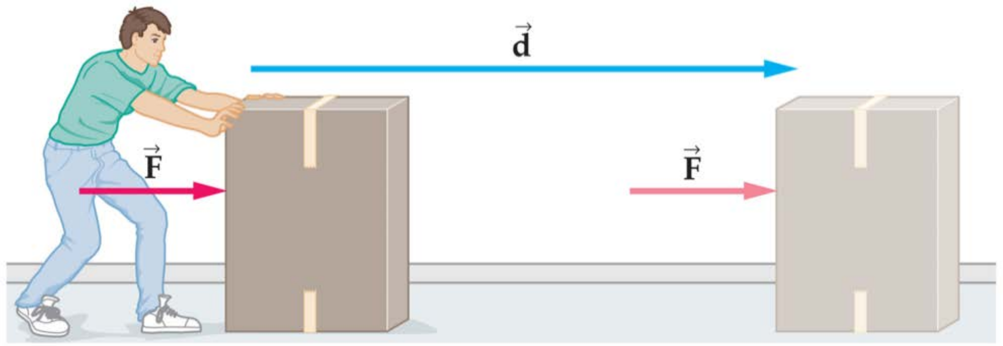
4 . Energia mecanică şi teoremele energiei

a) Lucru mecanic este egal cu produsul scalar dintre forţă si deplasare.



$$L = \vec{F} \cdot \Delta\vec{r} = F \cdot \Delta r \cdot cos\alpha$$

$$[L]_{SI} = 1\ N \cdot m = 1\ J\ (Joule)$$



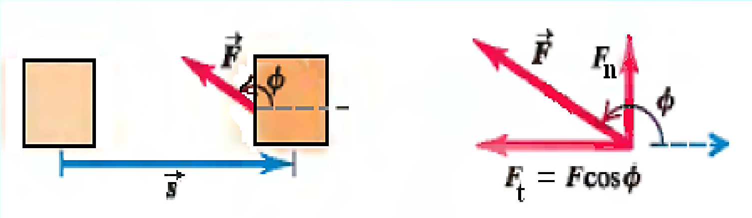
Un Joule - lucrul mecanic efectuat de o forţă de 1 N al cărei punct de aplicaţie se deplasează cu 1 m în direcţia şi sensul forţei.

2.4. Teoreme generale în dinamica PM

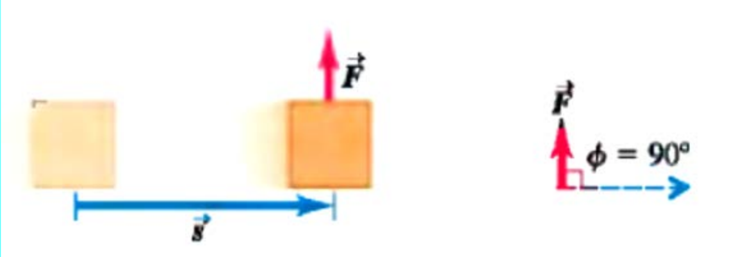
4. a) Lucru mecanic: pozitiv, negativ sau zero

- Dacă $\vec{F}$ este în direcţia deplasării, atunci *L* este "+"

- Daca $\vec{F}$ se opune direcţiei de deplasare, atunci *L* este "-"

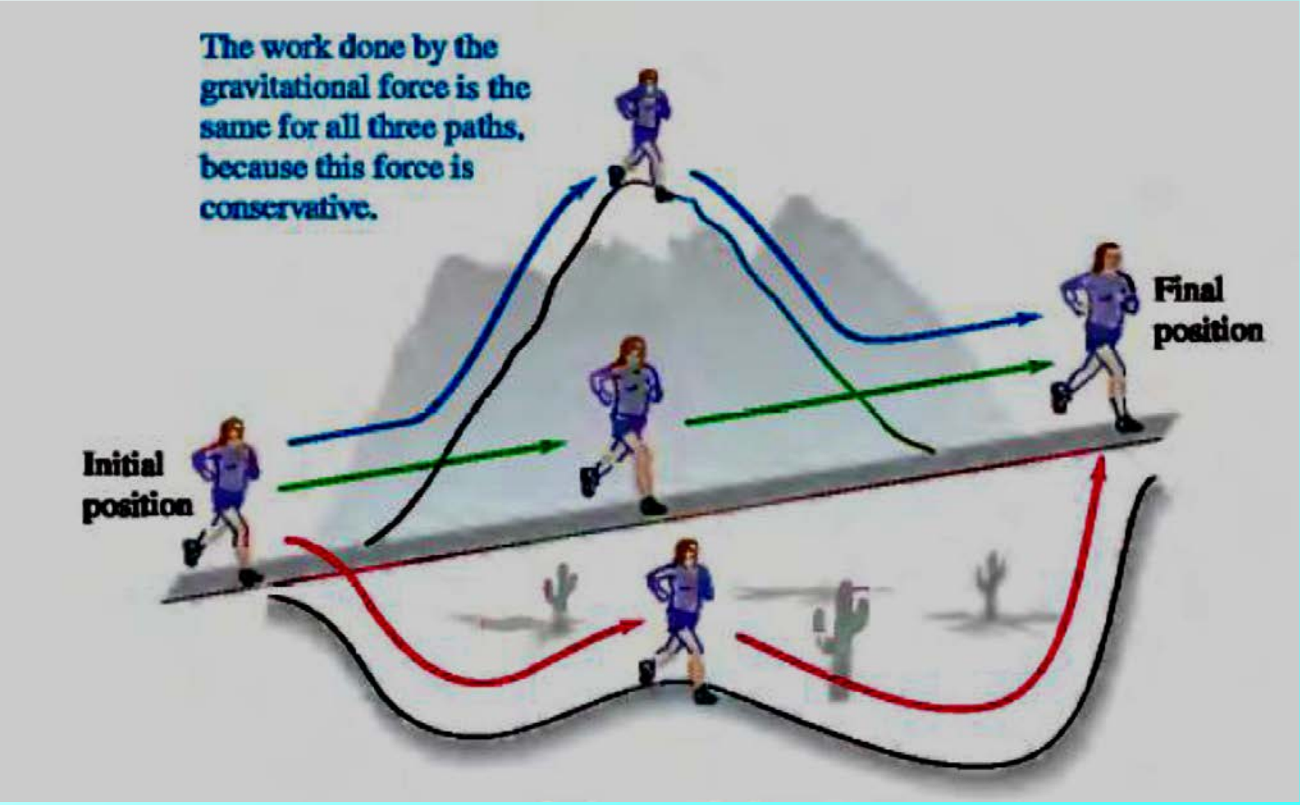


- Dacă $\vec{F}$ ⊥ pe direcţia de deplasare, atunci nu se efectuează lucru mecanic



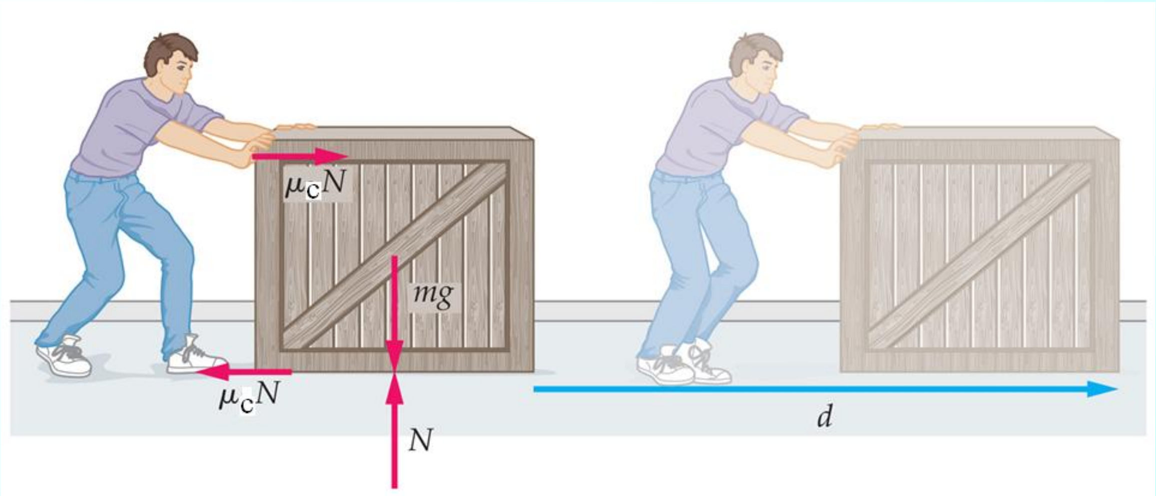
Forţă conservativă = forţă care, acţionând asupra unui punct material, efectuează un lucru mecanic independent de traiectoria punctului material între poziția inițială și finală.

Exemple: forţa de greutate, forţa elastică



lucrul mecanic efectuat de o forţă conservativă este "înmagazinat" şi convertit ulterior în energie cinetică

Exemple de forţe neconservative:
forţa de frecare, forţa dezvoltată de un muşchi



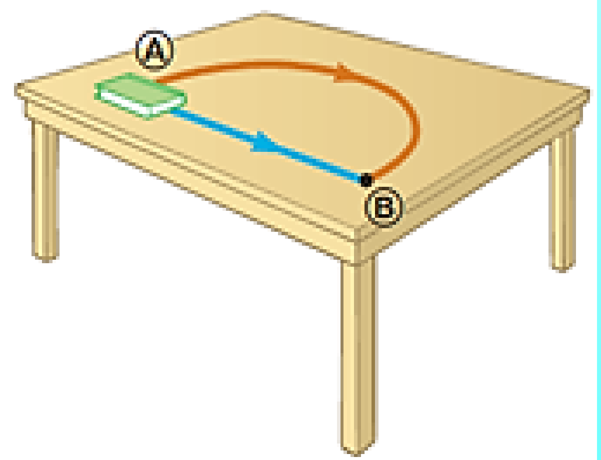


Figure 7.19 The work done against the force of kinetic friction depends on the path taken as the book is moved from Ⓐ to Ⓑ. The work is greater along the brown path than along the blue path.

Lucrul mecanic efectuat de către o forţă neconservativă depinde de forma drumului urmat, dar și de poziția inițială si finală a PM.

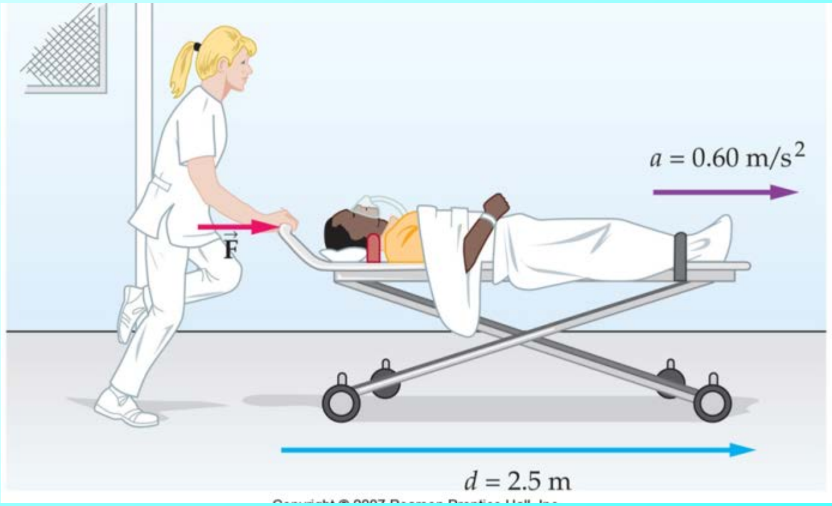
Lucrul mecanic efectuat de o forţă neconservativă nu poate fi convertit ulterior în energie cinetică, ci este disipat sub alte forme de energie (termică).

2.4. Teoreme generale în dinamica PM

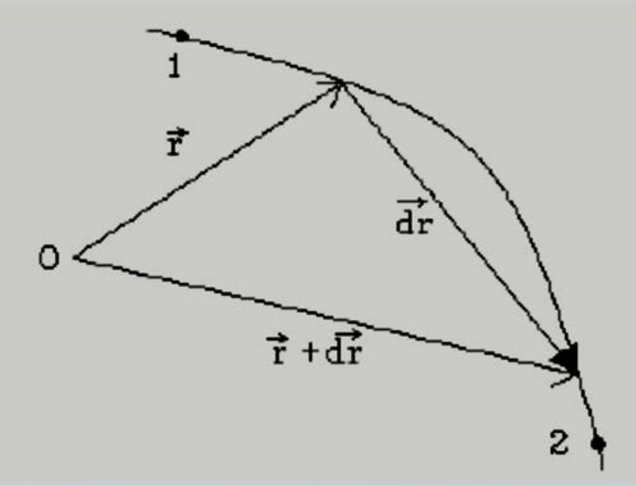
Lucru mecanic – aplicaţie

Un pacient cu masa de 90 kg este deplasat către sala de operaţie pe o targă de 10 kg. Ştiind că forţa aplicată imprimă tărgii o acceleraţie de 0,6 m/s^2 şi neglijând forţele de frecare, să se calculeze:a) forţa aplicată;

b) lucrul mecanic efectuat de forţă pe o distanţă de 2,5 m.



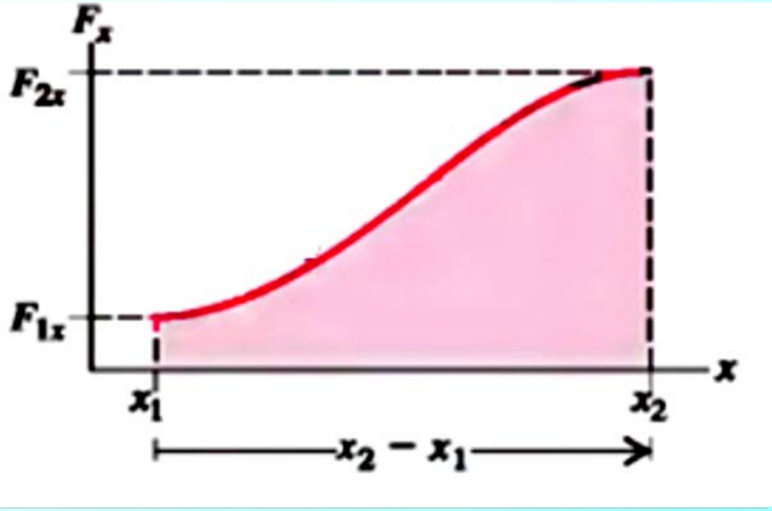
2.4. Teoreme generale în dinamica PM

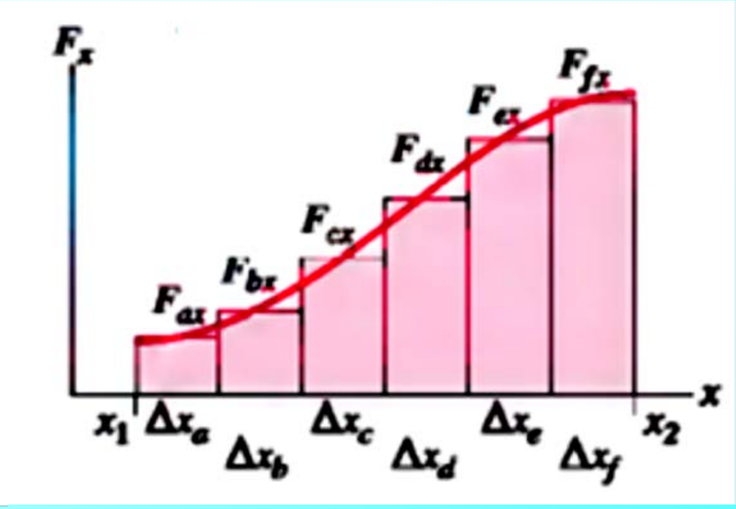


Lucru mecanic elementar $dL = \vec{F} \cdot d\vec{r}$

Lucru mecanic efectuat de o forţă care variază în mărime și direcție în timpul deplasării punctului material între punctele 1 si 2 ale traiectoriei:

$$L_{12} = \int_1^2 \vec{F} \cdot d\vec{r}$$





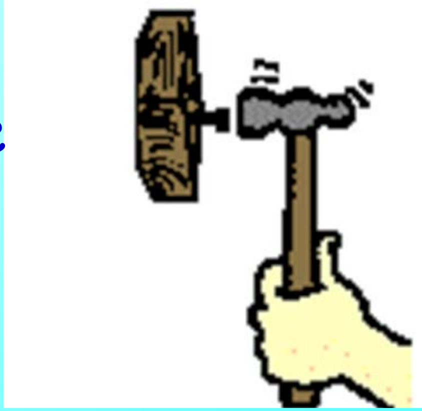
$$L = \int_{x_1}^{x_2} F_x dx$$

$$L = \int \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int \left(F_x dx + F_y dy + F_x dz\right)$$

2.4. Teoreme generale în dinamica PM

b) Energia cinetică este mărimea scalară egală cu produsul dintre masa şi pătratul vitezei PM, împărţite la doi.

$$\boldsymbol{E_c = \frac{m \cdot v^2}{2}} \qquad\qquad \boldsymbol{[E_c]_{SI} = 1\,J}$$



Energia cinetică este o mărime fizică de stare

c) Teorema variaţiei energiei cinetice

$$dL = \vec{F} \cdot d\vec{r} = m \cdot \frac{d\vec{v}}{dt} \cdot d\vec{r} = m \cdot d\vec{v}\,\frac{d\vec{r}}{dt} = m \cdot \vec{v} \cdot d\vec{v}$$

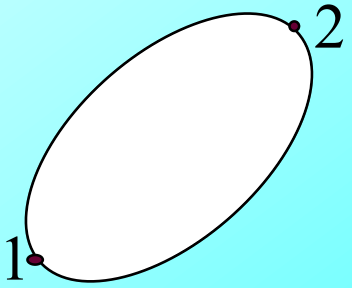
$$dL = d\left(\frac{1}{2} m \vec{v}^2\right) = dE_c$$

Enunţ: Lucrul mecanic efectuat de rezultanta forţelor care acţionează asupra punctului material este egal cu variaţia energiei cinetice a acestuia: $L_{12} = \Delta E_c = E_{c2} - E_{c1}$

2.4. Teoreme generale în dinamica PM

Lucrul mecanic al forțelor conservative de-a lungul unei traiectorii închise este nul.

$$\oint \vec{F} \cdot d\vec{r} = 0$$



Lucrul mecanic efectuat de forțele unui câmp potențial la deplasarea între două puncte se poate scrie:

$$L_{12} = \int_1^2 \vec{F} \cdot d\vec{r} = \mathrm{U}(\vec{r}_1) - \mathrm{U}(\vec{r}_2)$$

sau pentru o deplasare elementară:

$$dL = \vec{F} \cdot d\vec{r} = -dU$$

$\mathrm{U}(\vec{r})$- energia potențială a PM într-un câmpul potențial

Energia potențială depinde de poziția în care se află corpul.

2.4. Teoreme generale în dinamica PM

d) Câmpuri potenţiale

- Câmpul gravitaţional – câmpul în care forţa de atracţie gravitaţională este conservativă $E_p = U = mgh$

- Câmp electrostatic este creat de sarcini electrice $E_p = qV$, unde $V = \frac{q}{4\pi\varepsilon r}$ potenţialul electric al unei sarcini electrice.

- Câmpul forţelor elastice $E_p = U = \frac{kx^2}{2}$, k – const. de elasticitate


Energia potenţială este o mărime fizică de stare.

2.4. Teoreme generale în dinamica PM

e) Teorema variaţiei energiei potenţiale

$$dL = \vec{F} \cdot d\vec{r} = -dU \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{\Delta E_p = -L}$$

Enunț: Lucrul mecanic al forţelor conservative este egal cu variația energiei potențiale luată cu semn schimbat.

De aceea, se poate spune că forţele conservative derivă din potenţiale, adică din energii potenţiale:

$$\vec{F} \cdot d\vec{r} = -dU \Longrightarrow \vec{F} = -\frac{dU}{d\vec{r}} = -\nabla U = -\left(\frac{\partial U}{\partial x}\vec{\imath} + \frac{\partial U}{\partial y}\vec{\jmath} + \frac{\partial U}{\partial z}\vec{k}\right)$$

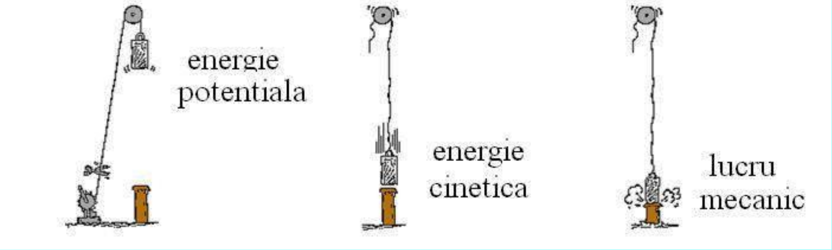
∇U – gradientul energiei potenţiale

2.4. Teoreme generale în dinamica PM

f) Energia mecanică totală

Enunț: Energia mecanică totală a punctului material este dată de suma dintre energia cinetică și cea potențială a PM.

$$E = E_c + E_p$$



g) Teorema energiei mecanice:

Enunț: Variația energiei mecanice a PM asupra căruia acționează atât forțe conservative, cât și forțe neconservative este egală cu lucrul mecanic efectuat de forțele neconservative (disipative)

$$\Delta E = \Delta E_c + \Delta E_p = L_{necons}$$

h) Teorema conservării energiei mecanice

Enunț: Dacă PM se află în câmpuri de forţe conservative, atunci energia mecanică totală a PM rămâne constantă (se conservă).

$$\Delta E = \Delta E_c + \Delta E_p = constant$$

http://phet.colorado.edu/sims/html/energy-skate-park-basics/latest/energy-skate-park-basics_en.html
http://phet.colorado.edu/en/simulation/energy-skate-park-basics

2.4. Teoreme generale în dinamica PM

Energie cinetică	**Lucru mecanic**
mărime fizică scalară	mărime fizică scalară
unitate de măsură: J	unitate de măsură: J
mărime de stare	mărime de proces
întotdeauna pozitivă	pozitivă sau negativă

2.4. Teoreme generale în dinamica PM

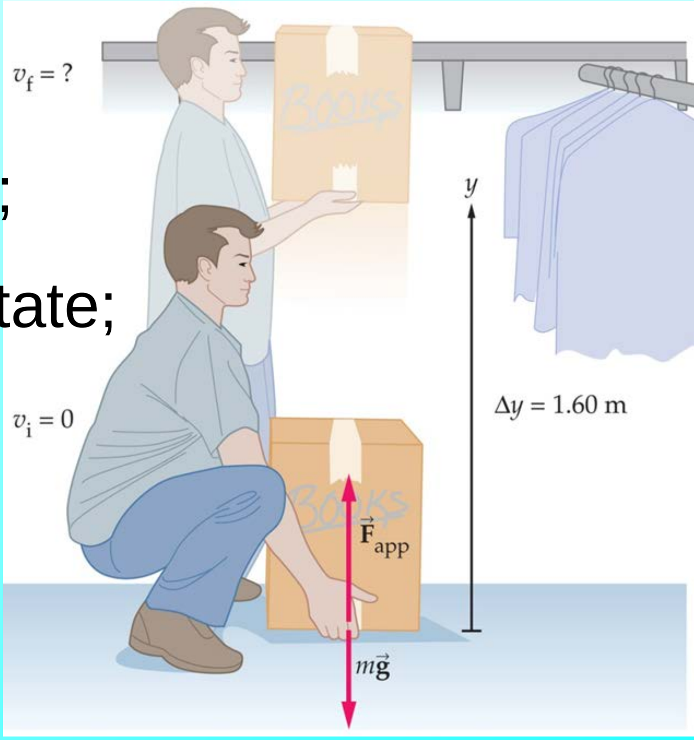
<u>Aplicaţie</u>:

O cutie cu masa de 4 kg este ridicată pe o distanţă de 1,6 m prin aplicarea unei forţe constante de 60 N. Cunoscând valoarea lui $g = 10\ m/s^2$ să se calculeze:

a) lucrul mecanic efectuat de forţa aplicată;

b) lucrul mecanic efectuat de forţa de greutate;

c) viteza finală a cutiei.



2.4. Teoreme generale în dinamica PM

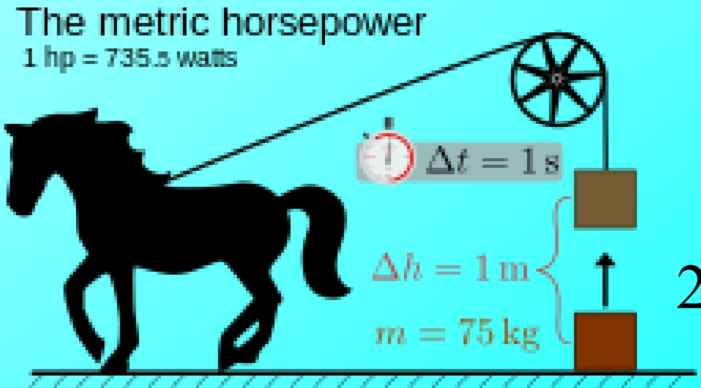
i) Puterea reprezintă lucrul mecanic efectuat de un sistem în unitatea de timp

- Puterea medie: $P_m = \dfrac{L}{\Delta t}$
- Putere instantanee: $P = \dfrac{dL}{dt} = \vec{F}\dfrac{d\vec{r}}{dt} = \vec{F} \cdot \vec{v}$

$$[P]_{SI} = 1\,W = 1\,\frac{J}{s}\,, \qquad (W - Watt)$$

***1 Watt** este puterea dezvoltată de un corp care efectuează un lucru mecanic de 1 J în timp de 1 s.*

1CP = 735.5 W (cal putere)



2.4. Teoreme generale în dinamica PM

Puterea – aplicaţie

Să se compare puterile dezvoltate de două macarale, dacă se ştie că prima ridică 500 kg până la o înălţime de 2 m în timp de 1s, în timp ce a doua ridică 800 kg până la înălţimea de 3 m în timp de 3 s.

$$L_1 = m_1\ g\ h_1 = 500\ kg \cdot 10\ \frac{m}{s^2} \cdot 2\ m = 10000\ J \qquad P_1 = \frac{L_1}{\Delta t_1} = \frac{10000\ J}{1\ s} = 10000\ W$$

$$L_2 = m_2\ g\ h_2 = 800\ kg \cdot 10\ \frac{m}{s^2} \cdot 3\ m = 24000\ J \qquad P_2 = \frac{L_2}{\Delta t_2} = \frac{24000\ J}{3\ s} = 8000\ W$$

$$P_2 < P_1$$

2.4. Teoreme generale în dinamica PM

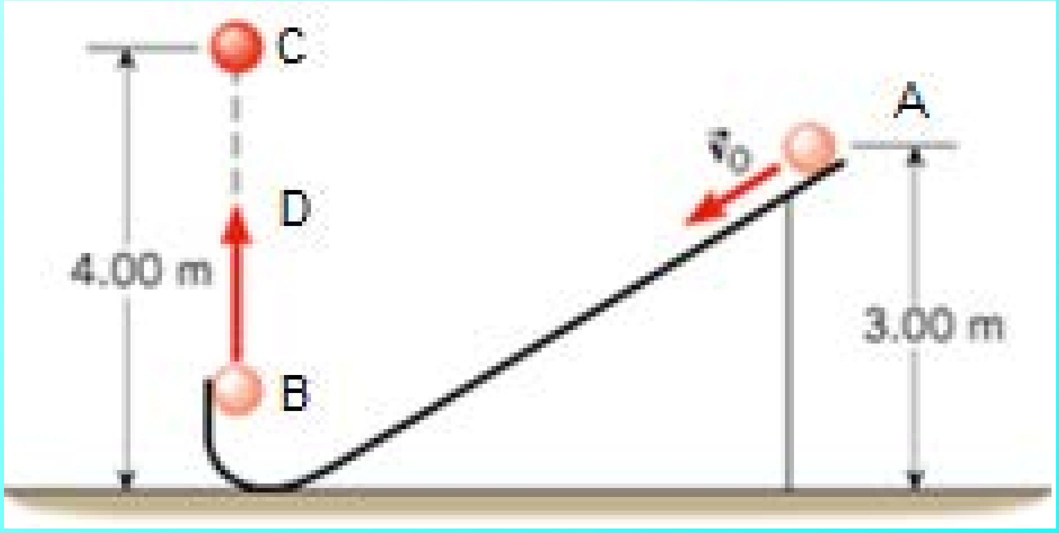
<u>Aplicaţie</u>:

O minge cu masa 0,5 kg este lansata din punctul A cu viteza iniţială v_0, ca în fig. După ce părăseşte punctul B, mingea urcă pe un perete până la înălţimea de 4m. Neglijând frecarea cu aerului să se determine:

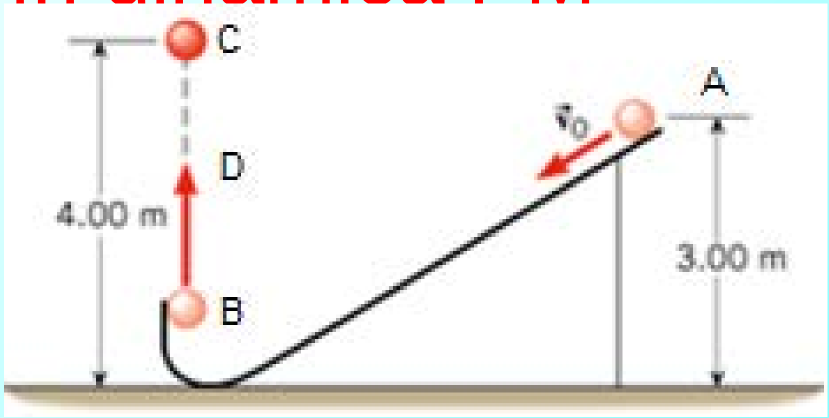
a) Viteza mingii în punctul A;

b) Viteza în cel mai de jos punct;

c) Înălţimea unde energia cinetică şi cea potenţială sunt egale.



2.4. Teoreme generale în dinamica PM



Aplicaţie:

a) $$E_{t_A} = E_{t_C} \qquad v_o = \sqrt{2g\left(h_C - h_1\right)} = 2\sqrt{5}\ \mathrm{m}/\mathrm{s}$$

b) $$\frac{mv_{Max}^2}{2} = E_{p_C} \qquad v_{Max} = \sqrt{\frac{2mgh_c}{m}} = \sqrt{2gh_c} = 8.94 m/s$$

c) $$Ec_D = E_{p_D} = E_t / 2 \qquad mgh_o = \frac{1}{2} mg \frac{h_c}{2} = 2\ \mathrm{m}$$

După parcurgerea acestui curs studentul trebuie să:

•definească impulsul mecanic şi să aplice teorema conservării impulsului mecanic;

• definească momentul cinetic şi momentul forţei;

• definească şi să calculeze lucrul mecanic efectuat de o forţă constantă variabilă, precizând unitatea sa de măsură în S.I.;

•definească şi să calculeze energia cinetică a unui corp, precizând unitatea sa de măsură în S.I.;

• enunţe şi să aplice în probleme teorema conservării energiei cinetice;

• definească şi să calculeze energia potenţială (în câmp gravitaţional) a unui corp, precizând unitatea sa de măsură în S.I.;

• definească şi să dea exemple de forţe conservative;

• enunţe teorema conservării energiei mecanice;

• definească şi să calculeze puterea mecanică, precizând unitatea sa de măsură în S.I.;

BIBLIOGRAFIE

➢**Fizica,** F. W.Sears, Zemansky , H. D.Young, Ed. Didactica si Pedagogica, 1983;

➢**Fizica Elemente Fundamentale**, M. Cristea, F. Barvinschi, I. Luminosu, D. Popov, I. Damian, I. Zaharie, Ed. Politehnica, 2009;

➢**Curs de Fizică generală**, F. Barvinschi, Ed. Orizonturi Universitare, 2016;

➢**Elemente de fizică generală,** D. Popov, I. Damian, Ed. Politehnica, 2014;

➢**Fizica între teamă si respect. Fundamentele începătorului**, V. Dorobantu, S. Pretorian, Ed. Politehnica, 2009.

➢**Fizica. Teorie, aplicatii, autoevaluare**, I. Luminosu, V. Chiritoui, N. Pop, M. Costache, Ed. Politehnica, 2009.

➢**Physics for Scientists and Engineers** - Sixth Edition, Paul Tipler, Gene Mosca, Ed. W.H. Freeman and Company, 2008

➢**PHYSICS for Scientist and Engineers with Modern Physics** – Seventh Edition, R. Serway, J. Jewett, ed. Thomson Brooks/Cole, 2008.

➢**Sears & Zemansky's University Physics: with Modern Physics**, 13th Edition, H. Young, R. Freedman, ed. Pearson, 2012