

# Práctico 1: Alfabetos, Cadenas, Lenguajes y sus Operadores

Año 2024

**Ejercicio 1.** Sea  $\Sigma_1 = \{0, 1\}$  y  $\Sigma_2 = \{a, b, c\}$  alfabetos. Listar 5 cadenas para cada uno de los alfabetos.

**Ejercicio 2.** Sea  $\Sigma = \{a, b\}$  un alfabeto y  $\alpha = aa, \beta = bb$ , obtener:  $|\alpha\beta|$ ,  $\alpha\epsilon$ ,  $\alpha\alpha$ ,  $\alpha\beta$ ,  $\beta^0$ ,  $\beta^1$ ,  $\beta^2$ ,  $\beta^3$ ,  $\alpha^2\beta^2$ ,  $(\alpha\beta)^2$ ,  $(\alpha\beta)^R$  y el conjunto  $\Sigma^*$ .

**Ejercicio 3.** Dar una definición recursiva del operador de concatenación de cadenas y probar que es asociativa.

**Ejercicio 4.** Dar una definición recursiva del operador de longitud de una cadena y probar que  $|\alpha\beta| = |\alpha| + |\beta|$ .

**Ejercicio 5.** Dar una definición recursiva del operador de potencia de una cadena y probar que  $\alpha^n\alpha^m = \alpha^{n+m}$ .

**Ejercicio 6.** Dar una definición recursiva del operador de reversa de una cadena y probar que  $(\alpha\beta)^R = \beta^R\alpha^R$ .

**Ejercicio 7.** Sea  $\Sigma = \{a, b\}$  un alfabeto, definir formalmente (mediante comprensión de conjuntos) los siguientes lenguajes:

- $L_1$  es el lenguaje de todas las cadenas de longitud 2.
- $L_2$  es el lenguaje de todas las cadenas que comienzan con dos  $a$ 's.
- $L_3$  es el lenguaje de todas las cadenas que tienen exactamente una sola  $b$ .
- $L_4$  es el lenguaje de todas las cadenas que comienzan y terminan con  $a$ .
- $L_5$  es el lenguaje de todas las cadenas que contienen solamente  $b$ 's.
- $L_6$  es el lenguaje de todas las cadenas que tienen una cantidad par de  $a$ 's.
- $L_7$  es el lenguaje de todas las cadenas tal que la cantidad de  $a$ 's es múltiplo de la cantidad de  $b$ 's.
- $L_8$  es el lenguaje de todas las cadenas capicuas de longitud par.

**Ejercicio 8.** Sea  $\Sigma = \{a, b, c\}$  un alfabeto,  $L_1 = \{b, ab, ac\}$ ,  $L_2 = \{b, b^2\}$ ,  $L_3 = \{ba, bc\}$  y  $L_4 = \{b^n : n \geq 0\}$  lenguajes, obtener los lenguajes  $L_1 \cup L_2$ ,  $L_1 \cap L_2$ ,  $L_1 - L_2$ ,  $L_1 L_2$ ,  $L_3^2$ ,  $L_3 L_4$ ,  $L_1^R$  y  $L_3^*$ .

**Ejercicio 9.** Sean  $L_1, L_2, L_3$  lenguajes cualesquiera, probar:

1. Asociatividad de la concatenación:  $L_1(L_2 L_3) = (L_1 L_2)L_3$ .
2. Distributividad de la concatenación por izquierda con respecto a la unión:  $L_1(L_2 \cup L_3) = (L_1 L_2) \cup (L_1 L_3)$ .
3. La concatenación no es distributiva por izquierda con respecto a la intersección.

**Ejercicio 10.** Sea  $L$  un lenguaje cualquiera, probar:

1.  $L^* = \bigcup_{i=0}^{\infty} L^i$  y  $L^+ = \bigcup_{i=1}^{\infty} L^i$
2.  $L^+ = LL^*$
3.  $L^* L^* = L^*$
4.  $(L^*)^* = L^*$