

Introducción a la Lógica y la Computación — Lógica proposicional

Práctico 1: Sintaxis de la lógica proposicional

1. Para las siguientes cadenas determinar cuáles están en Σ^* , cuáles en $PROP$, y cuáles en ninguno de los dos.
 - a) $p_0 \rightarrow p_1$.
 - b) $((p \wedge p) \rightarrow p)$.
 - c) $(\varphi \vee \psi)$.
 - d) $((p_1 \rightarrow p_2) \rightarrow p_1) \rightarrow p_2$.
2. Demuestre que toda $\varphi \in PROP$ tiene tantos “(” como “)”. Además, vea que la cantidad de paréntesis (“abre” y “cierra”, todos juntos) es igual a doble de la cantidad de conectivos distintos de \perp que ocurren.
3. Defina recursivamente una función $ocur(k, \varphi)$, que devuelva la cantidad de ocurrencias de p_k que posee φ , para cada $\varphi \in PROP$. (Note que para cada k fijo se está definiendo una función de $PROP$ en los naturales).
4. Defina recursivamente la función “longitud” que devuelve la cantidad de símbolos de una proposición (incluyendo paréntesis).
5. Defina recursivamente una función $S : PROP \rightarrow \mathcal{P}(PROP)$ de tal manera que $S(\varphi)$ sea el conjunto de subfórmulas de φ . Por ejemplo,
$$S(\perp) = \{\perp\}, \quad S((p_0 \wedge p_1)) = \{p_0, p_1, (p_0 \wedge p_1)\}.$$
6. Sea $G : PROP \times PROP \times \mathcal{V} \rightarrow PROP$ la función que para cada $\varphi \in PROP$, $\psi \in PROP$ y $p_i \in \mathcal{V}$ devuelve el resultado de sustituir en φ cada ocurrencia de la variable p_i por la proposición ψ . Denotamos $G(\varphi, \psi, p_i) \doteq \varphi[\psi/p_i]$.
 - a) Determine $\varphi[((p_7 \rightarrow \perp) \rightarrow p_3)/p_7]$ para
 - 1) $\varphi = ((p_1 \wedge p_7) \rightarrow (p_7 \rightarrow p_3))$
 - 2) $\varphi = (((p_3 \rightarrow p_7) \wedge (p_7 \rightarrow p_3)) \vee (p_2 \rightarrow ((p_7 \rightarrow \perp))))$.
 - b) (*) Defina recursivamente la función G .