Algoritmos y Estructuras de Datos I

Practico 3

(Cantidad Pares)

Damián Barsotti

Fa.M.A.F., Universidad Nacional de Córdoba, Argentina

Cantidad de elementos pares en un arreglo

Problema

Especificar y derivar un programa que calcule la cantidad de elementos pares de un arreglo de enteros.

Cantidad de elementos pares en un arreglo

Problema

Especificar y derivar un programa que calcule la cantidad de elementos pares de un arreglo de enteros.

Especificación

Const $N : Int; a : array[0, N) of\ Int;$
Var $r : Int;$
$\{P : N \geq 0\}$
S
$\{Q : r = \langle \mathrm{N}\, i\ : 0 \leq i < N :\ a.i \bmod 2 = 0\ \rangle\}$

Pasos para derivar una repetición

Ver doc "Pasos Sugeridos para Derivar una Repetición"

1. Encontrar invariante candidato I.

Pasos para derivar una repetición

Ver doc “Pasos Sugeridos para Derivar una Repetición”

1. Encontrar invariante candidato I.
2. Inicialización.

Pasos para derivar una repetición

Ver doc "Pasos Sugeridos para Derivar una Repetición"

1. Encontrar invariante candidato I.
2. Inicialización.
3. Finalización $I \wedge \neg B \Rightarrow Q$.

Pasos para derivar una repetición

Ver doc "Pasos Sugeridos para Derivar una Repetición"

1. Encontrar invariante candidato I.
2. Inicialización.
3. Finalización $I \wedge \neg B \Rightarrow Q$.
4. Encontrar cota candidata t.

Pasos para derivar una repetición

Ver doc "Pasos Sugeridos para Derivar una Repetición"

1. Encontrar invariante candidato I.
2. Inicialización.
3. Finalización $I \wedge \neg B \Rightarrow Q$.
4. Encontrar cota candidata t.
5. Cuerpo del bucle $\{I \wedge B\}\ S\ \{I\}$.

Pasos para derivar una repetición

Ver doc “Pasos Sugeridos para Derivar una Repetición”

1. Encontrar invariante candidato I.
2. Inicialización.
3. Finalización $I \wedge \neg B \Rightarrow Q$.
4. Encontrar cota candidata t.
5. Cuerpo del bucle $\{I \wedge B\}\ S\ \{I\}$.
6. Cota positiva $I \wedge B \Rightarrow t \geq 0$.

Pasos para derivar una repetición

Ver doc “Pasos Sugeridos para Derivar una Repetición”

1. Encontrar invariante candidato I.
2. Inicialización.
3. Finalización $I \wedge \neg B \Rightarrow Q$.
4. Encontrar cota candidata t.
5. Cuerpo del bucle $\{I \wedge B\}\ S\ \{I\}$.
6. Cota positiva $I \wedge B \Rightarrow t \geq 0$.
7. Cota disminuye $\{I \wedge B \wedge t = T\}\ S\ \{t < T\}$.

1. Encontrar invariante candidato

Técnica reemplazo de constante por variable

1. Encontrar invariante candidato

Técnica reemplazo de constante por variable

- Por paso 3 (finalizacion) debería $I \wedge \neg B \Rightarrow Q$

Reemplazo de N por n

Const $N : Int; a : array[0, N) of\ Int;$
Var $r : Int;$
$\{P : N \geq 0\}$
S

$\{Q : r = \langle \mathrm{N}\, i\ : 0 \leq i < N :\ a.i \bmod 2 = 0 \rangle\}$

1. Encontrar invariante candidato

Técnica reemplazo de constante por variable

- Por paso 3 (finalizacion) debería $I \wedge \neg B \Rightarrow Q$
- Fortalecemos Q reemplazando N por n y poniéndole limites:

Reemplazo de N por n

Const $N : Int; a : array[0, N) of\ Int;$
Var $r : Int;$
$\{P : N \geq 0\}$
S
$\{Q' : r = \langle \mathrm{N}\, i \ : 0 \leq i < n : \ a.i \bmod 2 = 0 \rangle \wedge 0 \leq n \leq N \wedge n = N\}$
$\{Q : r = \langle \mathrm{N}\, i \ : 0 \leq i < N : \ a.i \bmod 2 = 0 \rangle\}$

1. Encontrar invariante candidato

Técnica reemplazo de constante por variable

- Por paso 3 (finalizacion) debería $I \wedge \neg B \Rightarrow Q$
- Fortalecemos Q reemplazando N por n y poniéndole limites:

Reemplazo de N por n

Const $N : Int; a : array[0, N) of\ Int;$
Var $r : Int;$
$\{P : N \geq 0\}$
S
$\{Q' : r = \langle \mathrm{N}\, i\ : 0 \leq i < n :\ a.i \bmod 2 = 0\ \rangle \wedge 0 \leq n \leq N \wedge n = N\}$
$\{Q : r = \langle \mathrm{N}\, i\ : 0 \leq i < N :\ a.i \bmod 2 = 0\ \rangle\}$

Técnica de termino de la conjunción sobre Q'

1. Encontrar invariante candidato

Técnica reemplazo de constante por variable

- Por paso 3 (finalizacion) debería $I \wedge \neg B \Rightarrow Q$
- Fortalecemos Q reemplazando N por n y poniéndole limites:

Reemplazo de N por n

Const $N : Int; a : array[0, N) of\ Int;$
Var $r : Int;$
$\{P : N \geq 0\}$
S
$\{Q' : r = \langle \mathrm{N}\, i \ : 0 \leq i < n : \ a.i \bmod 2 = 0 \,\rangle \wedge 0 \leq n \leq N \wedge n = N\}$
$\{Q : r = \langle \mathrm{N}\, i \ : 0 \leq i < N : \ a.i \bmod 2 = 0 \,\rangle\}$

Técnica de termino de la conjunción sobre Q'

I: $r = \langle \mathrm{N}\, i \ : 0 \leq i < n : \ a.i \bmod 2 = 0 \,\rangle \wedge 0 \leq n \leq N$

1. Encontrar invariante candidato

Técnica reemplazo de constante por variable

- Por paso 3 (finalizacion) debería $I \wedge \neg B \Rightarrow Q$
- Fortalecemos Q reemplazando N por n y poniéndole limites:

Reemplazo de N por n

Const $N : Int; a : array[0, N) of\ Int;$
Var $r : Int;$
$\{P : N \geq 0\}$
S
$\{Q' : r = \langle \mathrm{N}\, i\ : 0 \leq i < n :\ a.i \bmod 2 = 0 \rangle \wedge 0 \leq n \leq N \wedge n = N\}$
$\{Q : r = \langle \mathrm{N}\, i\ : 0 \leq i < N :\ a.i \bmod 2 = 0 \rangle\}$

Técnica de termino de la conjunción sobre Q'

I: $r = \langle \mathrm{N}\, i\ : 0 \leq i < n :\ a.i \bmod 2 = 0 \rangle \wedge 0 \leq n \leq N$

B: $n \neq N$

Invariante candidato y guarda

Programa hasta ahora:

Const $N : Int; a : array[0, N) of\ Int;$
Var $r, n : Int;$
$\{P : N \geq 0\}$?
$\{I : r = \langle \mathrm{N}\, i\ : 0 \leq i < n :\ a.i \bmod 2 = 0 \rangle \wedge 0 \leq n \leq N\}$
do $n \neq N \rightarrow$
S ?
od
$\{I \wedge \neg B : r = \langle \mathrm{N}\, i\ : 0 \leq i < n :\ a.i \bmod 2 = 0 \rangle \wedge 0 \leq n \leq N \wedge n = N\}$?
$\{Q : r = \langle \mathrm{N}\, i\ : 0 \leq i < N :\ a.i \bmod 2 = 0 \rangle\}$

Invariante candidato y guarda

Programa hasta ahora:

Const $N : Int; a : array[0, N) of\ Int;$
Var $r, n : Int;$
$\{P : N \geq 0\}$ (inicialización) ?
$\{I : r = \langle \mathrm{N}\, i\ : 0 \leq i < n :\ a.i \bmod 2 = 0\, \rangle \wedge 0 \leq n \leq N\}$
do $n \neq N \rightarrow$
S ?
od
$\{I \wedge \neg B : r = \langle \mathrm{N}\, i\ : 0 \leq i < n :\ a.i \bmod 2 = 0\, \rangle \wedge 0 \leq n \leq N \wedge n = N\}$?
$\{Q : r = \langle \mathrm{N}\, i\ : 0 \leq i < N :\ a.i \bmod 2 = 0\, \rangle\}$

2. Inicialización

No se cumple

$P : N \geq 0 \;\Rightarrow\; I : r = \langle \mathrm{N}\, i \;: 0 \leq i < n :\; a.i \bmod 2 = 0 \,\rangle \wedge 0 \leq n \leq N$

2. Inicialización

No se cumple

$P : N \geq 0 \;\Rightarrow\; I : r = \langle \mathrm{N}\, i \;: 0 \leq i < n :\; a.i \bmod 2 = 0 \,\rangle \;\wedge\; 0 \leq n \leq N$

Agrego inicialización:

2. Inicialización

No se cumple

$P : N \geq 0 \;\Rightarrow\; I : r = \langle \mathrm{N}\, i \;: 0 \leq i < n :\; a.i \bmod 2 = 0\, \rangle \wedge 0 \leq n \leq N$

Agrego inicialización:

- Despejar **E** y **F** de

$$\{P\}$$
$$r, n := \mathbf{E}, \mathbf{F}$$
$$\{I\}$$

2. Inicialización

No se cumple

$P : N \geq 0 \;\Rightarrow\; I : r = \langle \mathrm{N}\, i \;: 0 \leq i < n :\; a.i \bmod 2 = 0 \,\rangle \wedge 0 \leq n \leq N$

Agrego inicialización:

- Despejar **E** y **F** de

$$\{P\}$$
$$r, n := \mathbf{E}, \mathbf{F}$$
$$\{I\}$$

$=$ Encontrar **E** y **F** tal que

$$P \Rightarrow wp.(r, n := \mathbf{E}, \mathbf{F}).I$$

sea verdadera.

2. Inicialización

No se cumple

$P : N \geq 0 \ \Rightarrow \ I : r = \langle \mathrm{N}\, i \ : 0 \leq i < n : \ a.i \bmod 2 = 0 \,\rangle \wedge 0 \leq n \leq N$

Agrego inicialización:

- Despejar **E** y **F** de

$$\begin{array}{c} \{P\} \\ r, n := \mathbf{E}, \mathbf{F} \\ \{I\} \end{array}$$

$=$ Encontrar **E** y **F** tal que

$$P \Rightarrow wp.(r, n := \mathbf{E}, \mathbf{F}).I$$

sea verdadera.

$=$ Suponer P y encontrar **E** y **F** tal que

$$wp.(r, n := \mathbf{E}, \mathbf{F}).I$$

sea verdadera.

2. Inicialización

Programa anotado a derivar

Const $N : Int; a : array[0, N) of\ Int;$
Var $r, n : Int;$
$\{P : N \geq 0\}$?
$r, n := \mathbf{E}, \mathbf{F};$
$\{I : r = \langle \mathrm{N}\, i\ : 0 \leq i < n :\ a.i \bmod 2 = 0\, \rangle \wedge 0 \leq n \leq N\}$
do $n \neq N \rightarrow$
S ?
od
$\{I \wedge \neg B : r = \langle \mathrm{N}\, i\ : 0 \leq i < n :\ a.i \bmod 2 = 0\, \rangle \wedge 0 \leq n \leq N \wedge n = N\}$?
$\{Q : r = \langle \mathrm{N}\, i\ : 0 \leq i < N :\ a.i \bmod 2 = 0\, \rangle\}$

2. Inicialización

Derivación

2. Inicialización

Derivación

Sup $P : N \geq 0$

$$wp.(r, n := \mathbf{E}, \mathbf{F}).(r = \langle \mathrm{N}\, i \; : 0 \leq i < n : \; a.i \bmod 2 = 0 \,\rangle \;\wedge\; 0 \leq n \leq N)$$

2. Inicialización

Derivación

Sup $P : N \geq 0$

$$
\begin{array}{ll}
 & wp.(r, n := \mathbf{E}, \mathbf{F}).(r = \langle \mathrm{N}\, i \ : 0 \leq i < n : \ a.i \bmod 2 = 0 \,\rangle \wedge 0 \leq n \leq N) \\
\equiv & \{ \text{ Def } wp \ \} \\
 & \mathbf{E} = \langle \mathrm{N}\, i \ : 0 \leq i < \mathbf{F} : \ a.i \bmod 2 = 0 \,\rangle \wedge 0 \leq \mathbf{F} \leq N
\end{array}
$$

2. Inicialización

Derivación

Sup $P : N \geq 0$

$$
\begin{array}{ll}
 & wp.(r, n := \mathbf{E}, \mathbf{F}).(r = \langle \mathrm{N}\, i \ : 0 \leq i < n : \ a.i \bmod 2 = 0 \,\rangle \wedge 0 \leq n \leq N) \\
\equiv & \{ \text{ Def } wp \ \} \\
 & \mathbf{E} = \langle \mathrm{N}\, i \ : 0 \leq i < \mathbf{F} : \ a.i \bmod 2 = 0 \,\rangle \wedge 0 \leq \mathbf{F} \leq N \\
\equiv & \{ \text{ Def } \mathrm{N} \ \} \\
 & \mathbf{E} = \langle \sum i \ : 0 \leq i < \mathbf{F} \wedge a.i \bmod 2 = 0 : \ 1 \,\rangle \wedge 0 \leq \mathbf{F} \leq N
\end{array}
$$

2. Inicialización

Derivación

Sup $P : N \geq 0$

$$
\begin{array}{ll}
 & wp.(r, n := \mathbf{E}, \mathbf{F}).(r = \langle \mathrm{N}\, i \ : 0 \leq i < n : \ a.i \bmod 2 = 0 \,\rangle \wedge 0 \leq n \leq N) \\
\equiv & \{ \text{ Def } wp \ \} \\
 & \mathbf{E} = \langle \mathrm{N}\, i \ : 0 \leq i < \mathbf{F} : \ a.i \bmod 2 = 0 \,\rangle \wedge 0 \leq \mathbf{F} \leq N \\
\equiv & \{ \text{ Def } \mathrm{N} \ \} \\
 & \mathbf{E} = \langle \sum i \ : 0 \leq i < \mathbf{F} \wedge a.i \bmod 2 = 0 : \ 1 \,\rangle \wedge 0 \leq \mathbf{F} \leq N \\
\equiv & \{ \text{ Hacemos } \mathbf{F} \leftarrow 0 \ \} \\
 & \mathbf{E} = \langle \sum i \ : 0 \leq i < 0 \wedge a.i \bmod 2 = 0 : \ 1 \,\rangle \wedge 0 \leq 0 \leq N
\end{array}
$$

2. Inicialización

Derivación

Sup $P : N \geq 0$

$$
\begin{array}{ll}
 & wp.(r, n := \mathbf{E}, \mathbf{F}).(r = \langle \mathrm{N}\, i \ : 0 \leq i < n : \ a.i \bmod 2 = 0 \,\rangle \wedge 0 \leq n \leq N) \\
\equiv & \{ \text{ Def } wp \ \} \\
 & \mathbf{E} = \langle \mathrm{N}\, i \ : 0 \leq i < \mathbf{F} : \ a.i \bmod 2 = 0 \,\rangle \wedge 0 \leq \mathbf{F} \leq N \\
\equiv & \{ \text{ Def } \mathrm{N} \ \} \\
 & \mathbf{E} = \langle \sum i \ : 0 \leq i < \mathbf{F} \wedge a.i \bmod 2 = 0 : \ 1 \,\rangle \wedge 0 \leq \mathbf{F} \leq N \\
\equiv & \{ \text{ Hacemos } \mathbf{F} \leftarrow 0 \ \} \\
 & \mathbf{E} = \langle \sum i \ : 0 \leq i < 0 \wedge a.i \bmod 2 = 0 : \ 1 \,\rangle \wedge 0 \leq 0 \leq N \\
\equiv & \{ \text{ Aritmética, absorbente } \wedge \text{, neutro } \wedge \ \} \\
 & \mathbf{E} = \langle \sum i \ : \mathit{False} : \ 1 \,\rangle \wedge 0 \leq N
\end{array}
$$

2. Inicialización

Derivación

Sup $P : N \geq 0$

$$
\begin{array}{ll}
 & wp.(r, n := \mathbf{E}, \mathbf{F}).(r = \langle \mathrm{N}\, i \ : 0 \leq i < n : \ a.i \bmod 2 = 0 \,\rangle \wedge 0 \leq n \leq N) \\
\equiv & \{ \text{ Def } wp \ \} \\
 & \mathbf{E} = \langle \mathrm{N}\, i \ : 0 \leq i < \mathbf{F} : \ a.i \bmod 2 = 0 \,\rangle \wedge 0 \leq \mathbf{F} \leq N \\
\equiv & \{ \text{ Def } \mathrm{N} \ \} \\
 & \mathbf{E} = \langle \sum i \ : 0 \leq i < \mathbf{F} \wedge a.i \bmod 2 = 0 : \ 1 \,\rangle \wedge 0 \leq \mathbf{F} \leq N \\
\equiv & \{ \text{ Hacemos } \mathbf{F} \leftarrow 0 \ \} \\
 & \mathbf{E} = \langle \sum i \ : 0 \leq i < 0 \wedge a.i \bmod 2 = 0 : \ 1 \,\rangle \wedge 0 \leq 0 \leq N \\
\equiv & \{ \text{ Aritmética, absorbente } \wedge \text{, neutro } \wedge \ \} \\
 & \mathbf{E} = \langle \sum i \ : \mathit{False} : \ 1 \,\rangle \wedge 0 \leq N \\
\equiv & \{ \text{ R.V., Sup. } \} \\
 & \mathbf{E} = 0 \wedge \ \mathit{True}
\end{array}
$$

Derivación

Sup $P : N \geq 0$

$$
\begin{array}{ll}
 & wp.(r, n := \mathbf{E}, \mathbf{F}).(r = \langle \mathrm{N}\, i \;: 0 \leq i < n :\; a.i \bmod 2 = 0 \,\rangle \wedge 0 \leq n \leq N) \\
\equiv & \{ \text{ Def } wp \text{ } \} \\
 & \mathbf{E} = \langle \mathrm{N}\, i \;: 0 \leq i < \mathbf{F} :\; a.i \bmod 2 = 0 \,\rangle \wedge 0 \leq \mathbf{F} \leq N \\
\equiv & \{ \text{ Def } \mathrm{N} \text{ } \} \\
 & \mathbf{E} = \langle \sum i \;: 0 \leq i < \mathbf{F} \wedge a.i \bmod 2 = 0 :\; 1 \,\rangle \wedge 0 \leq \mathbf{F} \leq N \\
\equiv & \{ \text{ Hacemos } \mathbf{F} \leftarrow 0 \text{ } \} \\
 & \mathbf{E} = \langle \sum i \;: 0 \leq i < 0 \wedge a.i \bmod 2 = 0 :\; 1 \,\rangle \wedge 0 \leq 0 \leq N \\
\equiv & \{ \text{ Aritmética, absorbente } \wedge \text{, neutro } \wedge \text{ } \} \\
 & \mathbf{E} = \langle \sum i \;: False :\; 1 \,\rangle \wedge 0 \leq N \\
\equiv & \{ \text{ R.V., Sup. } \} \\
 & \mathbf{E} = 0 \wedge True \\
\equiv & \{ \text{ Hacemos } \mathbf{E} \leftarrow 0 \text{ } \} \\
 & 0 = 0 \wedge True
\end{array}
$$

2. Inicialización

Derivación

Sup $P : N \geq 0$

$$
\begin{array}{ll}
 & wp.(r, n := \mathbf{E}, \mathbf{F}).(r = \langle \mathrm{N}\, i \ : 0 \leq i < n : \ a.i \bmod 2 = 0 \rangle \wedge 0 \leq n \leq N) \\
\equiv & \{ \text{ Def } wp \ \} \\
 & \mathbf{E} = \langle \mathrm{N}\, i \ : 0 \leq i < \mathbf{F} : \ a.i \bmod 2 = 0 \rangle \wedge 0 \leq \mathbf{F} \leq N \\
\equiv & \{ \text{ Def } \mathrm{N} \ \} \\
 & \mathbf{E} = \langle \sum i \ : 0 \leq i < \mathbf{F} \wedge a.i \bmod 2 = 0 : \ 1 \rangle \wedge 0 \leq \mathbf{F} \leq N \\
\equiv & \{ \text{ Hacemos } \mathbf{F} \leftarrow 0 \ \} \\
 & \mathbf{E} = \langle \sum i \ : 0 \leq i < 0 \wedge a.i \bmod 2 = 0 : \ 1 \rangle \wedge 0 \leq 0 \leq N \\
\equiv & \{ \text{ Aritmética, absorbente } \wedge \text{, neutro } \wedge \ \} \\
 & \mathbf{E} = \langle \sum i \ : \mathit{False} : \ 1 \rangle \wedge 0 \leq N \\
\equiv & \{ \text{ R.V., Sup. } \} \\
 & \mathbf{E} = 0 \wedge \mathit{True} \\
\equiv & \{ \text{ Hacemos } \mathbf{E} \leftarrow 0 \ \} \\
 & 0 = 0 \wedge \mathit{True} \\
\equiv & \{ \text{ Aritmética, neutro } \wedge \ \} \\
 & \mathit{True}
\end{array}
$$

2. Inicialización

El programa queda por ahora

Const $N : Int; a : array[0, N) of\ Int;$

Var $r, n : Int;$

$\{P : N \geq 0\}$

$r, n := 0, 0;$ $\heartsuit$

$\{I : r = \langle \mathrm{N}\, i\ : 0 \leq i < n :\ a.i \bmod 2 = 0 \rangle \wedge 0 \leq n \leq N\}$

do $n \neq N \rightarrow$

S ?

od

$\{I \wedge \neg B : r = \langle \mathrm{N}\, i\ : 0 \leq i < n :\ a.i \bmod 2 = 0 \rangle \wedge 0 \leq n \leq N \wedge n = N\}$?

$\{Q : r = \langle \mathrm{N}\, i\ : 0 \leq i < N :\ a.i \bmod 2 = 0 \rangle\}$

3. Finalización

Hay que demostrar $I \wedge \neg B \Rightarrow Q$

3. Finalización

Hay que demostrar $I \wedge \neg B \Rightarrow Q$

Const $N : Int; a : array[0, N) of\ Int;$
Var $r, n : Int;$
$\{P : N \geq 0\}$
$r, n := 0, 0;$ $\heartsuit$
$\{I : r = \langle \mathrm{N}\, i : 0 \leq i < n : a.i \bmod 2 = 0 \rangle \wedge 0 \leq n \leq N\}$
do $n \neq N \rightarrow$
S ?
od
$\{I \wedge \neg B : r = \langle \mathrm{N}\, i : 0 \leq i < n : a.i \bmod 2 = 0 \rangle \wedge 0 \leq n \leq N \wedge n = N\}$?
$\{Q : r = \langle \mathrm{N}\, i : 0 \leq i < N : a.i \bmod 2 = 0 \rangle\}$

3. Finalización

Hay que demostrar $I \wedge \neg B \Rightarrow Q$

Const $N : Int; a : array[0, N) of\ Int;$
Var $r, n : Int;$
$\{P : N \geq 0\}$
$r, n := 0, 0;$ $\heartsuit$
$\{I : r = \langle \mathrm{N}\, i\ : 0 \leq i < n :\ a.i \bmod 2 = 0\,\rangle \wedge 0 \leq n \leq N\}$
do $n \neq N \rightarrow$
S ?
od
$\{I \wedge \neg B : r = \langle \mathrm{N}\, i\ : 0 \leq i < n :\ a.i \bmod 2 = 0\,\rangle \wedge 0 \leq n \leq N \wedge n = N\}$?
$\{Q : r = \langle \mathrm{N}\, i\ : 0 \leq i < N :\ a.i \bmod 2 = 0\,\rangle\}$

Ejercicio

Sup $I \wedge \neg B$

$$
\begin{array}{ll}
 & Q \\
\equiv & \{\ \cdots\ \} \\
 & \cdots \\
\equiv & \{\ \cdots\ \} \\
 & True
\end{array}
$$

4. Encontrar cota candidata t

- Se tiene que cumplir

$$I \wedge B : r = \langle \mathrm{N}\, i \ : 0 \leq i < n : \ a.i \bmod 2 = 0 \,\rangle \wedge 0 \leq n \leq N \\ \wedge \ n \neq N \Rightarrow t \geq 0$$

4. Encontrar cota candidata t

- Se tiene que cumplir

$$I \wedge B : r = \langle \mathrm{N}\, i \; : 0 \leq i < n : \; a.i \bmod 2 = 0 \,\rangle \wedge 0 \leq n \leq N \\ \wedge \; n \neq N \;\Rightarrow\; t \geq 0$$

- En I se cumple $N - n \geq 0$

4. Encontrar cota candidata t

- Se tiene que cumplir

$$I \wedge B : r = \langle \mathrm{N}\, i \ : 0 \leq i < n : \ a.i \bmod 2 = 0 \,\rangle \wedge 0 \leq n \leq N \\ \wedge \ n \neq N \ \Rightarrow \ t \geq 0$$

- En I se cumple $N - n \geq 0$
- n comienza en 0 en inicialización.

4. Encontrar cota candidata t

- Se tiene que cumplir

$$I \wedge B : r = \langle \mathrm{N}\, i \ : 0 \leq i < n : \ a.i \bmod 2 = 0 \,\rangle \wedge 0 \leq n \leq N$$
$$\wedge \ n \neq N \ \Rightarrow \ t \geq 0$$

- En I se cumple $N - n \geq 0$
- n comienza en 0 en inicialización.
- Para terminar se debe falsificar $B : n \neq N$ (cota disminuye)

do $n \neq N \rightarrow$
 S
od

4. Encontrar cota candidata t

- Se tiene que cumplir

$$I \wedge B : r = \langle \mathrm{N}\, i \; : 0 \leq i < n : \; a.i \bmod 2 = 0 \rangle \wedge 0 \leq n \leq N \\ \wedge \; n \neq N \;\Rightarrow\; t \geq 0$$

- En I se cumple $N - n \geq 0$
- n comienza en 0 en inicialización.
- Para terminar se debe falsificar $B : n \neq N$ (cota disminuye)

  do $n \neq N \rightarrow$
   S
  od

- Probemos con $t : N - n$

5. Cuerpo del bucle

Pruebo con asignación

5. Cuerpo del bucle

Pruebo con asignación

- t : $N - n$ debe disminuir $\Rightarrow$ n debe aumentar.

5. Cuerpo del bucle

Pruebo con asignación

- $t : N - n$ debe disminuir $\Rightarrow$ n debe aumentar.
- n comienza en 0 (inicialización).

5. Cuerpo del bucle

Pruebo con asignación

- $t : N - n$ debe disminuir $\Rightarrow n$ debe aumentar.
- n comienza en 0 (inicialización).
- n aumenta de a 1 ya que debo recorrer todo el arreglo.

5. Cuerpo del bucle

Pruebo con asignación

- $t : N - n$ debe disminuir $\Rightarrow$ n debe aumentar.
- n comienza en 0 (inicialización).
- n aumenta de a 1 ya que debo recorrer todo el arreglo.

$\Rightarrow$ Despejar **E** de

$$\{I \wedge B\}$$
$$r, n := \mathbf{E}, n + 1$$
$$\{I\}$$

5. Cuerpo del bucle

Pruebo con asignación

- $t : N - n$ debe disminuir $\Rightarrow$ n debe aumentar.
- n comienza en 0 (inicialización).
- n aumenta de a 1 ya que debo recorrer todo el arreglo.

$\Rightarrow$ Despejar **E** de

$$\begin{gathered}\{I \ \wedge \ B\} \\ r, n := \mathbf{E}, n+1 \\ \{I\}\end{gathered}$$

$=$ Encontrar **E** tal que

$$I \ \wedge \ B \Rightarrow wp.(r, n := \mathbf{E}, n+1).I \quad \text{sea verdadera.}$$

5. Cuerpo del bucle

Pruebo con asignación

- $t : N - n$ debe disminuir $\Rightarrow$ n debe aumentar.
- n comienza en 0 (inicialización).
- n aumenta de a 1 ya que debo recorrer todo el arreglo.

$\Rightarrow$ Despejar **E** de

$$\{I \wedge B\}$$
$$r, n := \mathbf{E}, n + 1$$
$$\{I\}$$

$=$ Encontrar **E** tal que

$$I \wedge B \Rightarrow wp.(r, n := \mathbf{E}, n+1).I \quad \text{sea verdadera.}$$

$=$ Suponer $I \wedge B$ y encontrar **E** tal que

$$wp.(r, n := \mathbf{E}, n+1).I \quad \text{sea verdadera.}$$

5. Cuerpo del bucle

Programa anotado a derivar

Const $N : Int; a : array[0, N) of\ Int;$

Var $r, n : Int;$

$\{P : N \geq 0\}$

$r,n := 0, 0;$ $\heartsuit$

$\{I : r = \langle \mathrm{N}\, i\ : 0 \leq i < n :\ a.i \bmod 2 = 0 \rangle \wedge 0 \leq n \leq N\}$

do $n \neq N \rightarrow$

$\quad \{I \wedge B\}$

$\quad r, n := \mathbf{E}, n + 1$?

$\quad \{I\}$

od

$\{I \wedge \neg B : r = \langle \mathrm{N}\, i\ : 0 \leq i < n :\ a.i \bmod 2 = 0 \rangle \wedge 0 \leq n \leq N \wedge n = N\}$ $\heartsuit$

$\{Q : r = \langle \mathrm{N}\, i\ : 0 \leq i < N :\ a.i \bmod 2 = 0 \rangle\}$

5. Cuerpo del bucle

Derivación

5. Cuerpo del bucle

Derivación

Sup $I \wedge B : r = \langle \mathrm{N}\, i \ : 0 \leq i < n : \ a.i \bmod 2 = 0 \rangle \wedge 0 \leq n \leq N \wedge n \neq N$

$wp.(r, n := \mathbf{E}, n+1).(r = \langle \mathrm{N}\, i \ : 0 \leq i < n : \ a.i \bmod 2 = 0 \rangle \wedge 0 \leq n \leq N)$

5. Cuerpo del bucle

Derivación

Sup $I \wedge B : r = \langle \mathrm{N}\, i\ : 0 \leq i < n :\ a.i \bmod 2 = 0\, \rangle \wedge 0 \leq n \leq N \wedge n \neq N$

$$
\begin{array}{ll}
 & wp.(r, n := \mathbf{E}, n+1).(r = \langle \mathrm{N}\, i\ : 0 \leq i < n :\ a.i \bmod 2 = 0\, \rangle \wedge 0 \leq n \leq N) \\
\equiv & \{ \text{ Def } wp \text{ } \} \\
 & \mathbf{E} = \langle \mathrm{N}\, i\ : 0 \leq i < n+1 :\ a.i \bmod 2 = 0\, \rangle \wedge \underline{0 \leq n+1 \leq N}
\end{array}
$$

5. Cuerpo del bucle

Derivación

Sup $I \wedge B : r = \langle \mathrm{N}\, i \ : 0 \le i < n : \ a.i \bmod 2 = 0 \,\rangle \wedge 0 \le n \le N \wedge n \ne N$

$$
\begin{array}{ll}
 & wp.(r, n := \mathbf{E}, n+1).(r = \langle \mathrm{N}\, i \ : 0 \le i < n : \ a.i \bmod 2 = 0 \,\rangle \wedge 0 \le n \le N) \\
\equiv & \{ \text{ Def } wp \ \} \\
 & \mathbf{E} = \langle \mathrm{N}\, i \ : 0 \le i < n+1 : \ a.i \bmod 2 = 0 \,\rangle \wedge \underline{0 \le n+1 \le N} \\
\equiv & \{ \text{ Aritmética, Sup. } 0 \le n \le N \wedge n \ne N \ \} \\
 & \mathbf{E} = \langle \mathrm{N}\, i \ : 0 \le i < n+1 : \ a.i \bmod 2 = 0 \,\rangle
\end{array}
$$

5. Cuerpo del bucle

Derivación

Sup $I \wedge B : r = \langle \mathrm{N}\, i\ : 0 \leq i < n :\ a.i \bmod 2 = 0 \,\rangle \wedge 0 \leq n \leq N \wedge n \neq N$

$$
\begin{array}{ll}
 & wp.(r, n := \mathbf{E}, n+1).(r = \langle \mathrm{N}\, i\ : 0 \leq i < n :\ a.i \bmod 2 = 0 \,\rangle \wedge 0 \leq n \leq N) \\
\equiv & \{ \text{ Def } wp \ \} \\
 & \mathbf{E} = \langle \mathrm{N}\, i\ : 0 \leq i < n+1 :\ a.i \bmod 2 = 0 \,\rangle \wedge \underline{0 \leq n+1 \leq N} \\
\equiv & \{ \text{ Aritmética, Sup. } 0 \leq n \leq N \wedge n \neq N \ \} \\
 & \mathbf{E} = \langle \mathrm{N}\, i\ : 0 \leq i < n+1 :\ a.i \bmod 2 = 0 \,\rangle \\
\equiv & \{ \text{ Def } \mathrm{N} \ \} \\
 & \mathbf{E} = \left\langle \sum i\ : \underline{0 \leq i < n+1 \wedge a.i \bmod 2 = 0} :\ 1 \right\rangle
\end{array}
$$

5. Cuerpo del bucle

Derivación

Sup $I \wedge B : r = \langle \mathrm{N}\, i\ : 0 \leq i < n :\ a.i \bmod 2 = 0 \,\rangle \wedge 0 \leq n \leq N \wedge n \neq N$

$$
\begin{array}{ll}
 & wp.(r, n := \mathbf{E}, n+1).(r = \langle \mathrm{N}\, i\ : 0 \leq i < n :\ a.i \bmod 2 = 0 \,\rangle \wedge 0 \leq n \leq N) \\
\equiv & \{ \text{ Def } wp \ \} \\
 & \mathbf{E} = \langle \mathrm{N}\, i\ : 0 \leq i < n+1 :\ a.i \bmod 2 = 0 \,\rangle \wedge \underline{0 \leq n+1 \leq N} \\
\equiv & \{ \text{ Aritmética, Sup. } 0 \leq n \leq N \wedge n \neq N \ \} \\
 & \mathbf{E} = \langle \mathrm{N}\, i\ : 0 \leq i < n+1 :\ a.i \bmod 2 = 0 \,\rangle \\
\equiv & \{ \text{ Def } \mathrm{N} \ \} \\
 & \mathbf{E} = \left\langle \sum i\ : \underline{0 \leq i < n+1 \wedge a.i \bmod 2 = 0} :\ 1 \right\rangle \\
\equiv & \{ \text{ Aritmética. Distributividad } \wedge \ \vee \ \} \\
 & \mathbf{E} = \langle \sum i\ : (0 \leq i < n \wedge a.i \bmod 2 = 0) \vee (i = n \wedge a.i \bmod 2 = 0) :\ 1 \,\rangle
\end{array}
$$

5. Cuerpo del bucle

Derivación

Sup $I \wedge B : r = \langle \mathrm{N}\, i \;: 0 \leq i < n : \; a.i \bmod 2 = 0 \,\rangle \wedge 0 \leq n \leq N \wedge n \neq N$

$$
\begin{array}{ll}
 & wp.(r, n := \mathbf{E}, n+1).(r = \langle \mathrm{N}\, i \;: 0 \leq i < n : \; a.i \bmod 2 = 0 \,\rangle \wedge 0 \leq n \leq N) \\
\equiv & \{ \text{ Def } wp \text{ } \} \\
 & \mathbf{E} = \langle \mathrm{N}\, i \;: 0 \leq i < n+1 : \; a.i \bmod 2 = 0 \,\rangle \wedge \underline{0 \leq n+1 \leq N} \\
\equiv & \{ \text{ Aritmética, Sup. } 0 \leq n \leq N \wedge n \neq N \text{ } \} \\
 & \mathbf{E} = \langle \mathrm{N}\, i \;: 0 \leq i < n+1 : \; a.i \bmod 2 = 0 \,\rangle \\
\equiv & \{ \text{ Def } \mathrm{N} \text{ } \} \\
 & \mathbf{E} = \langle \sum i \;: \underline{0 \leq i < n+1 \wedge a.i \bmod 2 = 0} : \; 1 \,\rangle \\
\equiv & \{ \text{ Aritmética. Distributividad } \wedge \;\; \vee \text{ } \} \\
 & \mathbf{E} = \langle \sum i \;: (0 \leq i < n \wedge a.i \bmod 2 = 0) \vee (i = n \wedge a.i \bmod 2 = 0) : \; 1 \,\rangle \\
\equiv & \{ \text{ Partición de Rango } \} \\
 & \mathbf{E} = \underline{\langle \sum i \;: 0 \leq i < n \wedge a.i \bmod 2 = 0 : \; 1 \,\rangle} \\
 & \quad + \langle \sum i \;: i = n \wedge a.i \bmod 2 = 0 : \; 1 \,\rangle
\end{array}
$$

5. Cuerpo del bucle

Derivación

Sup $I \wedge B : r = \langle \mathrm{N}\, i \ : 0 \leq i < n : \ a.i \bmod 2 = 0 \,\rangle \wedge 0 \leq n \leq N \wedge n \neq N$

$$
\begin{array}{ll}
 & wp.(r, n := \mathbf{E}, n+1).(r = \langle \mathrm{N}\, i \ : 0 \leq i < n : \ a.i \bmod 2 = 0 \,\rangle \wedge 0 \leq n \leq N) \\
\equiv & \{ \text{ Def } wp \ \} \\
 & \mathbf{E} = \langle \mathrm{N}\, i \ : 0 \leq i < n+1 : \ a.i \bmod 2 = 0 \,\rangle \wedge \underline{0 \leq n+1 \leq N} \\
\equiv & \{ \text{ Aritmética, Sup. } 0 \leq n \leq N \wedge n \neq N \ \} \\
 & \mathbf{E} = \langle \mathrm{N}\, i \ : 0 \leq i < n+1 : \ a.i \bmod 2 = 0 \,\rangle \\
\equiv & \{ \text{ Def } \mathrm{N} \ \} \\
 & \mathbf{E} = \langle \sum i \ : \underline{0 \leq i < n+1 \wedge a.i \bmod 2 = 0} : \ 1 \,\rangle \\
\equiv & \{ \text{ Aritmética. Distributividad } \wedge \ \vee \ \} \\
 & \mathbf{E} = \langle \sum i \ : (0 \leq i < n \wedge a.i \bmod 2 = 0) \vee (i = n \wedge a.i \bmod 2 = 0) : \ 1 \,\rangle \\
\equiv & \{ \text{ Partición de Rango } \} \\
 & \mathbf{E} = \underline{\langle \sum i \ : 0 \leq i < n \wedge a.i \bmod 2 = 0 : \ 1 \,\rangle} \\
 & + \langle \sum i \ : i = n \wedge a.i \bmod 2 = 0 : \ 1 \,\rangle \\
\equiv & \{ \text{ Sup } r = \langle \mathrm{N}\, i \ : 0 \leq i < n : \ a.i \bmod 2 = 0 \,\rangle \ \} \\
 & \mathbf{E} = r + \langle \sum i \ : \underline{i = n \wedge a.i \bmod 2 = 0} : \ 1 \,\rangle
\end{array}
$$

5. Cuerpo del bucle

Derivación

Sup $I \wedge B : r = \langle \mathrm{N}\, i \ : 0 \le i < n : \ a.i \bmod 2 = 0 \,\rangle \wedge 0 \le n \le N \wedge n \ne N$

$$
\begin{array}{ll}
 & wp.(r, n := \mathbf{E}, n+1).(r = \langle \mathrm{N}\, i \ : 0 \le i < n : \ a.i \bmod 2 = 0 \,\rangle \wedge 0 \le n \le N) \\
\equiv & \{ \text{ Def } wp \ \} \\
 & \mathbf{E} = \langle \mathrm{N}\, i \ : 0 \le i < n+1 : \ a.i \bmod 2 = 0 \,\rangle \wedge \underline{0 \le n+1 \le N} \\
\equiv & \{ \text{ Aritmética, Sup. } 0 \le n \le N \wedge n \ne N \ \} \\
 & \mathbf{E} = \langle \mathrm{N}\, i \ : 0 \le i < n+1 : \ a.i \bmod 2 = 0 \,\rangle \\
\equiv & \{ \text{ Def } \mathrm{N} \ \} \\
 & \mathbf{E} = \langle \sum i \ : \underline{0 \le i < n+1 \wedge a.i \bmod 2 = 0} : \ 1 \,\rangle \\
\equiv & \{ \text{ Aritmética. Distributividad } \wedge \ \vee \ \} \\
 & \mathbf{E} = \langle \sum i \ : (0 \le i < n \wedge a.i \bmod 2 = 0) \vee (i = n \wedge a.i \bmod 2 = 0) : \ 1 \,\rangle \\
\equiv & \{ \text{ Partición de Rango } \} \\
 & \mathbf{E} = \underline{\langle \sum i \ : 0 \le i < n \wedge a.i \bmod 2 = 0 : \ 1 \,\rangle} \\
 & \quad + \langle \sum i \ : i = n \wedge a.i \bmod 2 = 0 : \ 1 \,\rangle \\
\equiv & \{ \text{ Sup } r = \langle \mathrm{N}\, i \ : 0 \le i < n : \ a.i \bmod 2 = 0 \,\rangle \ \} \\
 & \mathbf{E} = r + \langle \sum i \ : \underline{i = n \wedge a.i \bmod 2 = 0} : \ 1 \,\rangle \\
\equiv & \{ \text{ Leibniz 2 } \} \\
 & \mathbf{E} = r + \langle \sum i \ : i = n \wedge \underline{a.n \bmod 2 = 0} : \ 1 \,\rangle \\
 & (*1)
\end{array}
$$

5. Cuerpo del bucle

Derivación

Sup $I \wedge B : r = \langle \mathrm{N}\, i \;: 0 \leq i < n : \; a.i \bmod 2 = 0 \,\rangle \wedge 0 \leq n \leq N \wedge n \neq N$

$$
\begin{array}{ll}
 & wp.(r, n := \mathbf{E}, n+1).(r = \langle \mathrm{N}\, i \;: 0 \leq i < n : \; a.i \bmod 2 = 0 \,\rangle \wedge 0 \leq n \leq N) \\
\equiv & \{ \text{ Def } wp \ \} \\
 & \mathbf{E} = \langle \mathrm{N}\, i \;: 0 \leq i < n+1 : \; a.i \bmod 2 = 0 \,\rangle \wedge \underline{0 \leq n+1 \leq N} \\
\equiv & \{ \text{ Aritmética, Sup. } 0 \leq n \leq N \wedge n \neq N \ \} \\
 & \mathbf{E} = \langle \mathrm{N}\, i \;: 0 \leq i < n+1 : \; a.i \bmod 2 = 0 \,\rangle \\
\equiv & \{ \text{ Def } \mathrm{N} \ \} \\
 & \mathbf{E} = \langle \sum i \;: \underline{0 \leq i < n+1 \wedge a.i \bmod 2 = 0} : \; 1 \,\rangle \\
\equiv & \{ \text{ Aritmética. Distributividad } \wedge \ \vee \ \} \\
 & \mathbf{E} = \langle \sum i \;: (0 \leq i < n \wedge a.i \bmod 2 = 0) \vee (i = n \wedge a.i \bmod 2 = 0) : \; 1 \,\rangle \\
\equiv & \{ \text{ Partición de Rango } \} \\
 & \mathbf{E} = \underline{\langle \sum i \;: 0 \leq i < n \wedge a.i \bmod 2 = 0 : \; 1 \,\rangle} \\
 & + \langle \sum i \;: i = n \wedge a.i \bmod 2 = 0 : \; 1 \,\rangle \\
\equiv & \{ \text{ Sup } r = \langle \mathrm{N}\, i \;: 0 \leq i < n : \; a.i \bmod 2 = 0 \,\rangle \ \} \\
 & \mathbf{E} = r + \langle \sum i \;: \underline{i = n \wedge a.i \bmod 2 = 0} : \; 1 \,\rangle \\
\equiv & \{ \text{ Leibniz 2 } \} \\
 & \mathbf{E} = r + \langle \sum i \;: i = n \wedge \underline{a.n \bmod 2 = 0} : \; 1 \,\rangle \\
 & (*1)
\end{array}
$$

Introduzco **if**

Supongo $I \wedge B \wedge a.n \bmod 2 = 0$

5. Cuerpo del bucle

Programa con **if** en bucle

Const $N : Int; a : array[0, N) of\ Int;$
Var $r, n : Int;$
$\{P : N \geq 0\}$
$r, n := 0, 0;$ $\heartsuit$
$\{I : r = \langle \mathrm{N}\, i \ : 0 \leq i < n : \ a.i \bmod 2 = 0 \rangle \wedge 0 \leq n \leq N\}$
do $n \neq N \rightarrow$
$\{I \wedge B\}$
if $a.n \bmod 2 = 0 \rightarrow$
$\{I \wedge B \wedge a.n \bmod 2 = 0\}$
$r, n := \mathbf{E}, n + 1$?
$\{I\}$
$\square\ a.n \bmod 2 \neq 0 \rightarrow$
$\{I \wedge B \wedge a.n \bmod 2 \neq 0\}$
$r, n := \mathbf{E}, n + 1$?
$\{I\}$
fi
$\{I\}$
od
$\{I \wedge \neg B : r = \langle \mathrm{N}\, i \ : 0 \leq i < n : \ a.i \bmod 2 = 0 \rangle \wedge 0 \leq n \leq N \wedge n = N\}$ $\heartsuit$
$\{Q : r = \langle \mathrm{N}\, i \ : 0 \leq i < N : \ a.i \bmod 2 = 0 \rangle\}$

5. Cuerpo del bucle

Continúo derivación, primera guarda

5. Cuerpo del bucle

Continúo derivación, primera guarda

Caso $a.n \bmod 2 = 0$

(*1)
$\mathbf{E} = r + \langle \sum i \ : i = n \wedge \underline{a.n \bmod 2 = 0} : \ 1 \rangle$

5. Cuerpo del bucle

Continúo derivación, primera guarda

Caso $a.n \bmod 2 = 0$

(*1)

$$
\begin{array}{ll}
 & \mathbf{E} = r + \langle \sum i \ : i = n \wedge \underline{a.n \bmod 2 = 0} : \ 1 \rangle \\
\equiv & \{ \text{ Caso } \} \\
 & \mathbf{E} = r + \langle \sum i \ : i = n \wedge \ \mathit{True} : \ 1 \rangle
\end{array}
$$

5. Cuerpo del bucle

Continúo derivación, primera guarda

Caso $a.n \bmod 2 = 0$

$$
\begin{array}{ll}
& (*1) \\
& \mathbf{E} = r + \langle \sum i \ : i = n \wedge \underline{a.n \bmod 2 = 0} : \ 1 \rangle \\
\equiv & \{ \text{ Caso } \} \\
& \mathbf{E} = r + \langle \sum i \ : i = n \wedge \mathit{True} : \ 1 \rangle \\
\equiv & \{ \text{ Neutro } \wedge \text{, R.U. } \} \\
& \mathbf{E} = r + 1
\end{array}
$$

5. Cuerpo del bucle

Continúo derivación, primera guarda

Caso $a.n \bmod 2 = 0$

$$
\begin{array}{ll}
 & (*1) \\
 & \mathbf{E} = r + \langle \sum i \ : i = n \wedge \underline{a.n \bmod 2 = 0} : \ 1 \rangle \\
\equiv & \{ \text{ Caso } \} \\
 & \mathbf{E} = r + \langle \sum i \ : i = n \wedge \mathit{True} : \ 1 \rangle \\
\equiv & \{ \text{ Neutro } \wedge \text{, R.U. } \} \\
 & \mathbf{E} = r + 1 \\
\equiv & \{ \text{ Hacemos } \mathbf{E} \leftarrow r + 1 \ \} \\
 & \mathit{True}
\end{array}
$$

5. Cuerpo del bucle

Segunda guarda **if**

5. Cuerpo del bucle

Segunda guarda **if**

Caso $a.n \bmod 2 \neq 0$

(*1)
$\mathbf{E} = r + \langle \sum i \ : i = n \wedge \underline{a.n \bmod 2 = 0} : \ 1 \rangle$

5. Cuerpo del bucle

Segunda guarda **if**

Caso $a.n \bmod 2 \neq 0$

$$
\begin{array}{ll}
 & (*1) \\
 & \mathbf{E} = r + \langle \sum i \ : i = n \wedge \underline{a.n \bmod 2 = 0} : \ 1 \rangle \\
\equiv & \{ \text{ Caso } \} \\
 & \mathbf{E} = r + \langle \sum i \ : i = n \wedge \mathit{False} : \ 1 \rangle
\end{array}
$$

5. Cuerpo del bucle

Segunda guarda **if**

Caso $a.n \bmod 2 \neq 0$

(*1)
$\mathbf{E} = r + \langle \sum i \ : i = n \wedge \underline{a.n \bmod 2 = 0} : \ 1 \rangle$
$\equiv$ { Caso }
$\mathbf{E} = r + \langle \sum i \ : i = n \wedge \mathit{False} : \ 1 \rangle$
$\equiv$ { Neutro $\wedge$, R.V. }
$\mathbf{E} = r + 0$

5. Cuerpo del bucle

Segunda guarda **if**

Caso $a.n \bmod 2 \neq 0$

(*1)

$\mathbf{E} = r + \langle \sum i \ : i = n \wedge \underline{a.n \bmod 2 = 0} : \ 1 \rangle$

$\equiv$ { Caso }

$\mathbf{E} = r + \langle \sum i \ : i = n \wedge \mathit{False} : \ 1 \rangle$

$\equiv$ { Neutro $\wedge$, R.V. }

$\mathbf{E} = r + 0$

$\equiv$ { Aritmética, hacemos $\mathbf{E} \leftarrow r$ }

True

Programa correcto parcialmente

Const $N : Int; a : array[0, N) of\ Int;$
Var $r, n : Int;$
$\{P : N \geq 0\}$
$r, n := 0, 0;$ $\heartsuit$
$\{I : r = \langle \mathrm{N}\, i \ : 0 \leq i < n : \ a.i \bmod 2 = 0 \rangle \wedge 0 \leq n \leq N\}$
do $n \neq N \rightarrow$
  $\{I \wedge B\}$
  if $a.n \bmod 2 = 0 \rightarrow$
    $\{I \wedge B \wedge a.n \bmod 2 = 0\}$
    $r, n := r + 1, n + 1$ $\heartsuit$
    $\{I\}$
  $\square$ $a.n \bmod 2 \neq 0 \rightarrow$
    $\{I \wedge B \wedge a.n \bmod 2 \neq 0\}$
    $r, n := r, n + 1$ $\heartsuit$
    $\{I\}$
  fi
  $\{I\}$
od
$\{I \wedge \neg B : r = \langle \mathrm{N}\, i \ : 0 \leq i < n : \ a.i \bmod 2 = 0 \rangle \wedge 0 \leq n \leq N \wedge n = N\}$ $\heartsuit$
$\{Q : r = \langle \mathrm{N}\, i \ : 0 \leq i < N : \ a.i \bmod 2 = 0 \rangle\}$

6. Cota positiva $I \wedge B \Rightarrow t \geq 0$

- Hay que demostrar la implicación

$$I \wedge B \Rightarrow N - n \geq 0$$

6. Cota positiva $I \wedge B \Rightarrow t \geq 0$

- Hay que demostrar la implicación

$$I \wedge B \Rightarrow N - n \geq 0$$

- Supongo $I \wedge B$ y tengo que hacer *True* a $N - n \geq 0$.

6. Cota positiva $I \wedge B \Rightarrow t \geq 0$

- Hay que demostrar la implicación

$$I \wedge B \Rightarrow N - n \geq 0$$

- Supongo $I \wedge B$ y tengo que hacer *True* a $N - n \geq 0$.

Ejercicio

Sup $I \wedge B : \cdots$

$$
\begin{array}{ll}
 & N - n \geq 0 \\
\equiv & \{ \cdots \} \\
 & \cdots \\
\equiv & \{ \cdots \} \\
 & \mathit{True}
\end{array}
$$

7. Cota disminuye $\{I \wedge B \wedge t = T\}\ S\ \{t < T\}$

- Hay que demostrar la implicación

$$I \wedge B \wedge N - n = T \Rightarrow wp.(\textbf{if} \cdots \textbf{fi}).(N - n < T)$$

7. Cota disminuye $\{I \wedge B \wedge t = T\}\ S\ \{t < T\}$

- Hay que demostrar la implicación

$$I \wedge B \wedge N - n = T \Rightarrow wp.(\mathbf{if} \cdots \mathbf{fi}).(N - n < T)$$

- Supongo $I \wedge B \wedge N - n = T$ y tengo que hacer *True* a $wp.(\mathbf{if} \cdots \mathbf{fi}).(N - n < T)$.

7. Cota disminuye $\{I \wedge B \wedge t = T\}\ S\ \{t < T\}$

- Hay que demostrar la implicación

$$I \wedge B \wedge N - n = T \Rightarrow wp.(\mathbf{if} \cdots \mathbf{fi}).(N - n < T)$$

- Supongo $I \wedge B \wedge N - n = T$ y tengo que hacer *True* a $wp.(\mathbf{if} \cdots \mathbf{fi}).(N - n < T)$.

Ejercicio

Sup $I \wedge B \wedge N - n = T$

$$
\begin{array}{ll}
 & wp.(\mathbf{if} \cdots \mathbf{fi}).(N - n < T) \\
\equiv & \{ \cdots \} \\
 & \cdots \\
\equiv & \{ \cdots \} \\
 & \mathit{True}
\end{array}
$$

Programa final sin anotaciones

Const $N : Int; a : array[0, N) of\ Int;$
Var $r, n : Int;$
$r, n := 0, 0;$
do $n \neq N \rightarrow$
  if $a.n \bmod 2 = 0 \rightarrow$
    $r, n := r + 1, n + 1$
  $\square\ a.n \bmod 2 \neq 0 \rightarrow$
    $r, n := r, n + 1$
  fi
od

Programa final sin anotaciones

Const $N : Int; a : array[0, N) of\ Int;$
Var $r, n : Int;$
$r, n := 0, 0;$
$\mathbf{do}\ n \neq N \rightarrow$
$\quad \mathbf{if}\ a.n \bmod 2 = 0 \rightarrow$
$\qquad r, n := r + 1, n + 1$
$\quad \Box\ a.n \bmod 2 \neq 0 \rightarrow$
$\qquad n := n + 1$
$\quad \mathbf{fi}$
$\mathbf{od}$