

# Alfabetos, Cadenas, Lenguajes y sus Operadores

## Introducción a la Logica y la Computación (3era Parte)

*Docentes: Badano, Bustos, Costamagna, Tellechea, Zigaran*

Año 2024

# Alfabetos y Cadenas

- Un **alfabeto** es cualquier conjunto finito de símbolos arbitrarios y se suelen denotar con la letra griega  $\Sigma$ . Por ejemplo:  $\Sigma_1 = \{a, b, c\}$  es un alfabeto con tres símbolos, mientras que  $\Sigma_2 = \{\&, \#\}$  es un alfabeto con dos símbolos.

# Alfabetos y Cadenas

- ▶ Un **alfabeto** es cualquier conjunto finito de símbolos arbitrarios y se suelen denotar con la letra griega  $\Sigma$ . Por ejemplo:  $\Sigma_1 = \{a, b, c\}$  es un alfabeto con tres símbolos, mientras que  $\Sigma_2 = \{\&, \#\}$  es un alfabeto con dos símbolos.
- ▶ Una **cadena** del alfabeto  $\Sigma$  es cualquier secuencia finita de símbolos de  $\Sigma$ . Las denotaremos con letra griegas  $\alpha, \beta, \gamma$ . Por ejemplo:  $\alpha = "abb"$  es un cadena del alfabeto  $\Sigma_1$ , mientras que  $\beta = "&\#\#\&"$  es un cadena del alfabeto  $\Sigma_2$ .

# Alfabetos y Cadenas

- ▶ Un **alfabeto** es cualquier conjunto finito de símbolos arbitrarios y se suelen denotar con la letra griega  $\Sigma$ . Por ejemplo:  $\Sigma_1 = \{a, b, c\}$  es un alfabeto con tres símbolos, mientras que  $\Sigma_2 = \{\&, \#\}$  es un alfabeto con dos símbolos.
- ▶ Una **cadena** del alfabeto  $\Sigma$  es cualquier secuencia finita de símbolos de  $\Sigma$ . Las denotaremos con letra griegas  $\alpha, \beta, \gamma$ . Por ejemplo:  $\alpha = "abb"$  es un cadena del alfabeto  $\Sigma_1$ , mientras que  $\beta = "&\#\#\&"$  es un cadena del alfabeto  $\Sigma_2$ .
- ▶ Por último, denotaremos con  $\Sigma^*$  al conjunto de todas las cadenas posibles del alfabeto  $\Sigma$  (el universo de cadenas del alfabeto). Y con  $\epsilon$  denotaremos a la única cadena que no contiene símbolos, llamada cadena vacía.

# Operadores de Cadenas

Definimos cuatro operadores de cadenas:

- ▶ Concatenación
- ▶ Potencia
- ▶ Longitud
- ▶ Reversa

# Concatenación de Cadenas

Sea  $\alpha, \beta \in \Sigma^*$ , definimos la concatenación:

$$\alpha.\beta = \begin{cases} \alpha & \text{si } \beta = \epsilon \\ \beta & \text{si } \alpha = \epsilon \\ a_1 \dots a_n b_1 \dots b_m & \text{si } \alpha = a_1 \dots a_n \text{ y } \beta = b_1 \dots b_m \end{cases}$$

# Concatenación de Cadenas

Sea  $\alpha, \beta \in \Sigma^*$ , definimos la concatenación:

$$\alpha.\beta = \begin{cases} \alpha & \text{si } \beta = \epsilon \\ \beta & \text{si } \alpha = \epsilon \\ a_1 \dots a_n b_1 \dots b_m & \text{si } \alpha = a_1 \dots a_n \text{ y } \beta = b_1 \dots b_m \end{cases}$$

Por ejemplo, si  $\alpha = "aa"$  y  $\beta = "bb"$ , entonces  $\alpha.\beta = "aabb"$ .

# Concatenación de Cadenas

Sea  $\alpha, \beta \in \Sigma^*$ , definimos la concatenación:

$$\alpha.\beta = \begin{cases} \alpha & \text{si } \beta = \epsilon \\ \beta & \text{si } \alpha = \epsilon \\ a_1 \dots a_n b_1 \dots b_m & \text{si } \alpha = a_1 \dots a_n \text{ y } \beta = b_1 \dots b_m \end{cases}$$

Por ejemplo, si  $\alpha = "aa"$  y  $\beta = "bb"$ , entonces  $\alpha.\beta = "aabb"$ .

Algunas propiedades de la operación:

1. Asociativa:  $\alpha.(\beta.\gamma) = (\alpha.\beta).\gamma$
2. No conmuta, pues en gral  $\alpha.\beta \neq \beta.\alpha$
3. El elemento neutro de la operación es la cadena vacía, pues  $\alpha.\epsilon = \epsilon.\alpha = \alpha$



# Concatenación de Cadenas

Sea  $\alpha, \beta \in \Sigma^*$ , definimos la concatenación:

$$\alpha.\beta = \begin{cases} \alpha & \text{si } \beta = \epsilon \\ \beta & \text{si } \alpha = \epsilon \\ a_1 \dots a_n b_1 \dots b_m & \text{si } \alpha = a_1 \dots a_n \text{ y } \beta = b_1 \dots b_m \end{cases}$$

Por ejemplo, si  $\alpha = "aa"$  y  $\beta = "bb"$ , entonces  $\alpha.\beta = "aabb"$ .

Algunas propiedades de la operación:

1. Asociativa:  $\alpha.(\beta.\gamma) = (\alpha.\beta).\gamma$
2. No conmuta, pues en gral  $\alpha.\beta \neq \beta.\alpha$
3. El elemento neutro de la operación es la cadena vacía, pues  $\alpha.\epsilon = \epsilon.\alpha = \alpha$

De aquí en adelante, denotamos la concatenación de  $\alpha$  y  $\beta$ , escribiendo simplemente  $\alpha\beta$  (omitimos el ".")

# Potencia de una Cadena

Sea  $\alpha \in \Sigma^*$  y  $n \in \mathbb{N}$ , definimos la potencia  $n$ -esima de la cadena  $\alpha$ :

$$\alpha^n = \begin{cases} \epsilon & \text{si } n = 0 \\ \alpha \dots \alpha & \text{si } n \geq 1 \end{cases}$$

n-veces

# Potencia de una Cadena

Sea  $\alpha \in \Sigma^*$  y  $n \in \mathbb{N}$ , definimos la potencia  $n$ -esima de la cadena  $\alpha$ :

$$\alpha^n = \begin{cases} \epsilon & \text{si } n = 0 \\ \alpha \dots \alpha & \text{si } n \geq 1 \end{cases}$$

n-veces

Por ejemplo:  $\alpha = ab$ , entonces  $\alpha^3 = ababab$ .

# Potencia de una Cadena

Sea  $\alpha \in \Sigma^*$  y  $n \in \mathbb{N}$ , definimos la potencia  $n$ -ésima de la cadena  $\alpha$ :

$$\alpha^n = \begin{cases} \epsilon & \text{si } n = 0 \\ \underbrace{\alpha \dots \alpha}_{n\text{-veces}} & \text{si } n \geq 1 \end{cases}$$

Por ejemplo:  $\alpha = ab$ , entonces  $\alpha^3 = ababab$ .

Algunas propiedades de la operación:

1.  $\alpha^n \alpha^m = \alpha^{n+m}$
2.  $(\alpha^n)^m = \alpha^{n \cdot m}$

# Longitud de una Cadena

Sea  $\alpha \in \Sigma^*$ , definimos la longitud de la cadena  $\alpha$ :

$$|\alpha| = \begin{cases} 0 & \text{si } \alpha = \epsilon \\ n & \text{si } \alpha = a_1 \dots a_n \end{cases}$$

# Longitud de una Cadena

Sea  $\alpha \in \Sigma^*$ , definimos la longitud de la cadena  $\alpha$ :

$$|\alpha| = \begin{cases} 0 & \text{si } \alpha = \epsilon \\ n & \text{si } \alpha = a_1 \dots a_n \end{cases}$$

Por ejemplo:  $|abbab| = 5$  y  $|\epsilon| = 0$ .

# Longitud de una Cadena

Sea  $\alpha \in \Sigma^*$ , definimos la longitud de la cadena  $\alpha$ :

$$|\alpha| = \begin{cases} 0 & \text{si } \alpha = \epsilon \\ n & \text{si } \alpha = a_1 \dots a_n \end{cases}$$

Por ejemplo:  $|abbab| = 5$  y  $|\epsilon| = 0$ .

Algunas propiedades de la operación:

1.  $|\alpha\beta| = |\alpha| + |\beta|$
2.  $|\alpha^n| = n \cdot |\alpha|$
3.  $|\alpha^{n+m}| = |\alpha^n| + |\alpha^m|$
4.  $|(\alpha^n)^m| = |\alpha|^{n \cdot m}$

# Longitud de una Cadena

Sea  $\alpha \in \Sigma^*$ , definimos la longitud de la cadena  $\alpha$ :

$$|\alpha| = \begin{cases} 0 & \text{si } \alpha = \epsilon \\ n & \text{si } \alpha = a_1 \dots a_n \end{cases}$$

Por ejemplo:  $|abbab| = 5$  y  $|\epsilon| = 0$ .

Algunas propiedades de la operación:

1.  $|\alpha\beta| = |\alpha| + |\beta|$
2.  $|\alpha^n| = n \cdot |\alpha|$
3.  $|\alpha^{n+m}| = |\alpha^n| + |\alpha^m|$
4.  $|(\alpha^n)^m| = |\alpha|^{n \cdot m}$

Finalmente, con  $|\alpha|_a$  denotaremos la cantidad de ocurrencias del símbolo “a” en la cadena  $\alpha$ . Por ejemplo:  $|abbab|_a = 2$  y  $|abbab|_b = 3$ .



# Reversa de una Cadena

Sea  $\alpha \in \Sigma^*$ , definimos la reversa de la cadena  $\alpha$ :

$$\alpha^R = \begin{cases} \epsilon & \text{si } \alpha = \epsilon \\ a_n \dots a_1 & \text{si } \alpha = a_1 \dots a_n \end{cases}$$

# Reversa de una Cadena

Sea  $\alpha \in \Sigma^*$ , definimos la reversa de la cadena  $\alpha$ :

$$\alpha^R = \begin{cases} \epsilon & \text{si } \alpha = \epsilon \\ a_n \dots a_1 & \text{si } \alpha = a_1 \dots a_n \end{cases}$$

Por ejemplo: si  $\alpha = abb$ , entonces  $\alpha^R = bba$ .

# Reversa de una Cadena

Sea  $\alpha \in \Sigma^*$ , definimos la reversa de la cadena  $\alpha$ :

$$\alpha^R = \begin{cases} \epsilon & \text{si } \alpha = \epsilon \\ a_n \dots a_1 & \text{si } \alpha = a_1 \dots a_n \end{cases}$$

Por ejemplo: si  $\alpha = abb$ , entonces  $\alpha^R = bba$ .

Algunas propiedades de la operación:

1.  $(\alpha\beta)^R = \beta^R\alpha^R$
2.  $(\alpha^R)^R = \alpha$
3.  $|\alpha^R| = |\alpha|$

# Subcadena, Prefijo y Sufijo de una cadena

Sean  $\alpha, \alpha' \in \Sigma^*$ , diremos que:

- ▶  $\alpha'$  es **subcadena** de  $\alpha$  sii  $\exists \beta_1, \beta_2 \in \Sigma^*$  tal que  $\alpha = \beta_1 \alpha' \beta_2$ .
- ▶  $\alpha'$  es **prefijo** de  $\alpha$  sii  $\exists \beta \in \Sigma^*$  tal que  $\alpha = \alpha' \beta$ .
- ▶  $\alpha'$  es **sufijo** de  $\alpha$  sii  $\exists \beta \in \Sigma^*$  tal que  $\alpha = \beta \alpha'$ .

# Subcadena, Prefijo y Sufijo de una cadena

Sean  $\alpha, \alpha' \in \Sigma^*$ , diremos que:

- ▶  $\alpha'$  es **subcadena** de  $\alpha$  sii  $\exists \beta_1, \beta_2 \in \Sigma^*$  tal que  $\alpha = \beta_1 \alpha' \beta_2$ .
- ▶  $\alpha'$  es **prefijo** de  $\alpha$  sii  $\exists \beta \in \Sigma^*$  tal que  $\alpha = \alpha' \beta$ .
- ▶  $\alpha'$  es **sufijo** de  $\alpha$  sii  $\exists \beta \in \Sigma^*$  tal que  $\alpha = \beta \alpha'$ .

Por ejemplo: si  $\alpha = "abb"$ , entonces  $"b"$  es subcadena,  $"ab"$  prefijo y  $"bb"$  sufijo de  $\alpha$ .

# Lenguajes

- ▶ Un **lenguaje** en el alfabeto  $\Sigma$  es cualquier conjunto de cadenas de  $\Sigma$ . Más formalmente, un **lenguaje** es cualquier conjunto  $L \subseteq \Sigma^*$ .

# Lenguajes

- ▶ Un **lenguaje** en el alfabeto  $\Sigma$  es cualquier conjunto de cadenas de  $\Sigma$ . Más formalmente, un **lenguaje** es cualquier conjunto  $L \subseteq \Sigma^*$ .
- ▶ Por ejemplo, si  $\Sigma = \{a, b\}$  :
  - ▶  $L_1 = \emptyset$  es el lenguaje que no contiene cadenas (lenguaje vacío).
  - ▶  $L_2 = \Sigma^*$  es el lenguaje de todas las cadenas en el alfabeto.
  - ▶  $L_3 = \{aa, ab, ba, bb\}$  es el lenguaje de todas las cadenas de longitud 2.
  - ▶  $L_4 = \{\epsilon, a, a^2, a^3, a^4, \dots\}$  es el lenguaje de todas las cadenas que no tienen un símbolo "b".
  - ▶  $L_5 = \{\alpha \in \Sigma^* : |\alpha|_a \text{ es par}\}$  es el lenguaje de todas las cadenas que tienen una cantidad par de símbolos "a".
  - ▶  $L_6 = \{\alpha \in \Sigma^* : \alpha = \alpha^R\}$  es el lenguaje de todas las cadenas palíndromas.

# Lenguajes

- ▶ Un **lenguaje** en el alfabeto  $\Sigma$  es cualquier conjunto de cadenas de  $\Sigma$ . Más formalmente, un **lenguaje** es cualquier conjunto  $L \subseteq \Sigma^*$ .
- ▶ Por ejemplo, si  $\Sigma = \{a, b\}$  :
  - ▶  $L_1 = \emptyset$  es el lenguaje que no contiene cadenas (lenguaje vacío).
  - ▶  $L_2 = \Sigma^*$  es el lenguaje de todas las cadenas en el alfabeto.
  - ▶  $L_3 = \{aa, ab, ba, bb\}$  es el lenguaje de todas las cadenas de longitud 2.
  - ▶  $L_4 = \{\epsilon, a, a^2, a^3, a^4, \dots\}$  es el lenguaje de todas las cadenas que no tienen un símbolo "b".
  - ▶  $L_5 = \{\alpha \in \Sigma^* : |\alpha|_a \text{ es par}\}$  es el lenguaje de todas las cadenas que tienen una cantidad par de símbolos "a".
  - ▶  $L_6 = \{\alpha \in \Sigma^* : \alpha = \alpha^R\}$  es el lenguaje de todas las cadenas palíndromas.
- ▶ Notar que un lenguaje puede ser finito (como  $L_1$  y  $L_3$ ) o infinito (como  $L_2, L_4, L_5, L_6$ ).



# Operadores de Lenguajes

Como los lenguajes son conjuntos (de cadenas), entonces todo operador de conjuntos es también un operador de lenguajes.

# Operadores de Lenguajes

Como los lenguajes son conjuntos (de cadenas), entonces todo operador de conjuntos es también un operador de lenguajes.

- ▶ Si  $L_1$  y  $L_2$  son lenguajes, entonces:
  - ▶  $L_1 \cup L_2$  es un lenguaje (unión).
  - ▶  $L_1 \cap L_2$  es un lenguaje (intersección).
  - ▶  $L_1 - L_2$  es un lenguaje (resta).
  - ▶  $\overline{L_1}$  es un lenguaje (complemento).

# Operadores de Lenguajes

Como los lenguajes son conjuntos (de cadenas), entonces todo operador de conjuntos es también un operador de lenguajes.

- ▶ Si  $L_1$  y  $L_2$  son lenguajes, entonces:
  - ▶  $L_1 \cup L_2$  es un lenguaje (unión).
  - ▶  $L_1 \cap L_2$  es un lenguaje (intersección).
  - ▶  $L_1 - L_2$  es un lenguaje (resta).
  - ▶  $\overline{L_1}$  es un lenguaje (complemento).

Además, definimos los operadores de concatenación, potencia, clausura y reversa de lenguajes.

# Concatenación de Lenguajes ( $L_1L_2$ )

Sean  $L_1, L_2 \subseteq \Sigma^*$ , definimos la **concatenación**:

$$L_1.L_2 = \{\alpha\beta : \alpha \in L_1 \text{ y } \beta \in L_2\}$$

# Concatenación de Lenguajes ( $L_1L_2$ )

Sean  $L_1, L_2 \subseteq \Sigma^*$ , definimos la **concatenación**:

$$L_1.L_2 = \{\alpha\beta : \alpha \in L_1 \text{ y } \beta \in L_2\}$$

Por ejemplo, si  $L_1 = \{a, aa\}$  y  $L_2 = \{b, bb\}$ , entonces  $L_1.L_2 = \{ab, abb, aab, aabb\}$ .

# Concatenación de Lenguajes ( $L_1L_2$ )

Sean  $L_1, L_2 \subseteq \Sigma^*$ , definimos la **concatenación**:

$$L_1.L_2 = \{\alpha\beta : \alpha \in L_1 \text{ y } \beta \in L_2\}$$

Por ejemplo, si  $L_1 = \{a, aa\}$  y  $L_2 = \{b, bb\}$ , entonces  $L_1.L_2 = \{ab, abb, aab, aabb\}$ .

También omitiremos escribir “.” para denotar la operación de concatenación de lenguajes.

# Concatenación de Lenguajes ( $L_1L_2$ )

Sean  $L_1, L_2 \subseteq \Sigma^*$ , definimos la **concatenación**:

$$L_1.L_2 = \{\alpha\beta : \alpha \in L_1 \text{ y } \beta \in L_2\}$$

Por ejemplo, si  $L_1 = \{a, aa\}$  y  $L_2 = \{b, bb\}$ , entonces  $L_1.L_2 = \{ab, abb, aab, aabb\}$ .

También omitiremos escribir “.” para denotar la operación de concatenación de lenguajes.

Algunas propiedades de la concatenación:

1. Elemento absorvente:  $L\emptyset = \emptyset L = \emptyset$
2. Elemento neutro:  $L\{\epsilon\} = \{\epsilon\}L = L$
3. Asociatividad:  $L_1(L_2L_3) = (L_1L_2)L_3$
4. Distributividad con  $\cup$  por izquierda y por derecha:  
 $L_1(L_2 \cup L_3) = (L_1L_2) \cup (L_1L_3)$  y  $(L_2 \cup L_3)L_1 = (L_2L_1) \cup (L_3L_1)$
5. No es conmutativa y tampoco es distributiva con  $\cap$

# Potencia de Lenguajes ( $L^n$ )

Sea  $L \subseteq \Sigma^*$  y  $n \in \mathbb{N}$ , definimos la **potencia  $n$ -esima** de  $L$ :

$$L^n = \begin{cases} \{\epsilon\} & \text{si } n = 0 \\ L \dots L & \text{si } n \geq 1 \end{cases}$$

$n\text{-veces}$



# Potencia de Lenguajes ( $L^n$ )

Sea  $L \subseteq \Sigma^*$  y  $n \in \mathbb{N}$ , definimos la **potencia  $n$ -esima** de  $L$ :

$$L^n = \begin{cases} \{\epsilon\} & \text{si } n = 0 \\ L \dots L & \text{si } n \geq 1 \end{cases}$$

$n\text{-veces}$

$L^n$  es el conjunto de todas las posibles concatenaciones de  $n$  cadenas de  $L$ .

# Potencia de Lenguajes ( $L^n$ )

Sea  $L \subseteq \Sigma^*$  y  $n \in \mathbb{N}$ , definimos la **potencia  $n$ -esima** de  $L$ :

$$L^n = \begin{cases} \{\epsilon\} & \text{si } n = 0 \\ L \underset{\text{n-veces}}{\dots} L & \text{si } n \geq 1 \end{cases}$$

$L^n$  es el conjunto de todas las posibles concatenaciones de  $n$  cadenas de  $L$ .

Por ejemplo, si  $L = \{a, bb\}$ , entonces  $L^2 = \{aa, abb, bba, bbbb\}$ .

# Clausura de un Lenguaje ( $L^*$ y $L^+$ )

Sean  $L \subseteq \Sigma^*$ , definimos la **clausura** de  $L$ :

$$L^* = \{\alpha_1 \dots \alpha_n : \alpha_i \in L \text{ y } n \geq 0\}$$

# Clausura de un Lenguaje ( $L^*$ y $L^+$ )

Sean  $L \subseteq \Sigma^*$ , definimos la **clausura** de  $L$ :

$$L^* = \{\alpha_1 \dots \alpha_n : \alpha_i \in L \text{ y } n \geq 0\}$$

$L^*$  es el conjunto de todas las posibles concatenaciones de cadenas de  $L$ . Por lo tanto,  $L^*$  es un lenguaje infinito (salvo que  $L = \emptyset$  ó  $L = \{\epsilon\}$ ) y siempre contiene a la cadena  $\epsilon$ .

# Clausura de un Lenguaje ( $L^*$ y $L^+$ )

Sean  $L \subseteq \Sigma^*$ , definimos la **clausura** de  $L$ :

$$L^* = \{\alpha_1 \dots \alpha_n : \alpha_i \in L \text{ y } n \geq 0\}$$

$L^*$  es el conjunto de todas las posibles concatenaciones de cadenas de  $L$ . Por lo tanto,  $L^*$  es un lenguaje infinito (salvo que  $L = \emptyset$  ó  $L = \{\epsilon\}$ ) y siempre contiene a la cadena  $\epsilon$ .

Por ejemplo, si  $L = \{a\}$ , entonces  $L^* = \{\epsilon, a, aa, aaa, aaaa, \dots\}$

# Clausura de un Lenguaje ( $L^*$ y $L^+$ )

Sean  $L \subseteq \Sigma^*$ , definimos la **clausura** de  $L$ :

$$L^* = \{\alpha_1 \dots \alpha_n : \alpha_i \in L \text{ y } n \geq 0\}$$

$L^*$  es el conjunto de todas las posibles concatenaciones de cadenas de  $L$ . Por lo tanto,  $L^*$  es un lenguaje infinito (salvo que  $L = \emptyset$  ó  $L = \{\epsilon\}$ ) y siempre contiene a la cadena  $\epsilon$ .

Por ejemplo, si  $L = \{a\}$ , entonces  $L^* = \{\epsilon, a, aa, aaa, aaaa, \dots\}$

Tambien, definimos la **clausura positiva** de  $L$ :

$$L^+ = \{\alpha_1 \dots \alpha_n : \alpha_i \in L \text{ y } n \geq 1\}$$

# Clausura de un Lenguaje ( $L^*$ y $L^+$ )

Sean  $L \subseteq \Sigma^*$ , definimos la **clausura** de  $L$ :

$$L^* = \{\alpha_1 \dots \alpha_n : \alpha_i \in L \text{ y } n \geq 0\}$$

$L^*$  es el conjunto de todas las posibles concatenaciones de cadenas de  $L$ . Por lo tanto,  $L^*$  es un lenguaje infinito (salvo que  $L = \emptyset$  ó  $L = \{\epsilon\}$ ) y siempre contiene a la cadena  $\epsilon$ .

Por ejemplo, si  $L = \{a\}$ , entonces  $L^* = \{\epsilon, a, aa, aaa, aaaa, \dots\}$

Tambien, definimos la **clausura positiva** de  $L$ :

$$L^+ = \{\alpha_1 \dots \alpha_n : \alpha_i \in L \text{ y } n \geq 1\}$$

Siguiendo el ejemplo anterior,  $L^+ = \{a, aa, aaa, aaaa, \dots\}$

# Clausura de un Lenguaje ( $L^*$ y $L^+$ )

Sean  $L \subseteq \Sigma^*$ , definimos la **clausura** de  $L$ :

$$L^* = \{\alpha_1 \dots \alpha_n : \alpha_i \in L \text{ y } n \geq 0\}$$

$L^*$  es el conjunto de todas las posibles concatenaciones de cadenas de  $L$ . Por lo tanto,  $L^*$  es un lenguaje infinito (salvo que  $L = \emptyset$  ó  $L = \{\epsilon\}$ ) y siempre contiene a la cadena  $\epsilon$ .

Por ejemplo, si  $L = \{a\}$ , entonces  $L^* = \{\epsilon, a, aa, aaa, aaaa, \dots\}$

Tambien, definimos la **clausura positiva** de  $L$ :

$$L^+ = \{\alpha_1 \dots \alpha_n : \alpha_i \in L \text{ y } n \geq 1\}$$

Siguiendo el ejemplo anterior,  $L^+ = \{a, aa, aaa, aaaa, \dots\}$

Notar que  $L^+ = L^* - \{\epsilon\}$ , para todo  $L$



# Propiedades de la Clausura

Sea  $L \subseteq \Sigma^*$ , entonces se cumplen:

$$1. L^* = \bigcup_{i=0}^{\infty} L^i$$

$$2. L^+ = \bigcup_{i=1}^{\infty} L^i$$

$$3. L^* L^* = L^*$$

$$4. L^+ L^+ = L^+$$

$$5. (L^*)^* = L^*$$

$$6. (L^+)^+ = L^+$$

$$7. L^+ = LL^*$$

$$8. (L^+)^* = L^*$$

$$9. (L^+)^* = L^*$$

# Reversa de un Lenguaje ( $L^R$ )

Sea  $L \subseteq \Sigma^*$ , definimos la **reversa** de  $L$ :

$$L^R = \{\alpha^R : \alpha \in L\}$$

# Reversa de un Lenguaje ( $L^R$ )

Sea  $L \subseteq \Sigma^*$ , definimos la **reversa** de  $L$ :

$$L^R = \{\alpha^R : \alpha \in L\}$$

$L^R$  es el conjunto de todas las reversas de las cadenas de  $L$ .

# Reversa de un Lenguaje ( $L^R$ )

Sea  $L \subseteq \Sigma^*$ , definimos la **reversa** de  $L$ :

$$L^R = \{\alpha^R : \alpha \in L\}$$

$L^R$  es el conjunto de todas las reversas de las cadenas de  $L$ .

Por ejemplo, si  $L = \{a, ab, babb\}$  entonces  $L^R = \{a, ba, bbab\}$

# Reversa de un Lenguaje ( $L^R$ )

Sea  $L \subseteq \Sigma^*$ , definimos la **reversa** de  $L$ :

$$L^R = \{\alpha^R : \alpha \in L\}$$

$L^R$  es el conjunto de todas las reversas de las cadenas de  $L$ .

Por ejemplo, si  $L = \{a, ab, babb\}$  entonces  $L^R = \{a, ba, bbab\}$

Algunas propiedades de la reversa:

1.  $(L_1 \cup L_2)^R = L_1^R \cup L_2^R$
2.  $(L_1 \cap L_2)^R = L_1^R \cap L_2^R$
3.  $(L_1 L_2)^R = L_2^R L_1^R$
4.  $(L^R)^R = L$
5.  $(L^*)^R = (L^R)^*$
6.  $(L^+)^R = (L^+)^*$

# Precedencia de los Operadores

En ausencia de paréntesis, los operadores siguen el siguiente orden de precedencia:

1. Potencia, Reversa, Clausura
2. Concatención
3. Unión, Intersección, Resta

# Resumen

- ▶ Definimos formalmente **la noción de lenguaje** a partir del concepto de alfabeto y cadenas del alfabeto.

# Resumen

- ▶ Definimos formalmente **la noción de lenguaje** a partir del concepto de alfabeto y cadenas del alfabeto.
- ▶ Definimos **operadores** a nivel de las cadenas y luego la extendimos a nivel de los lenguajes.



# Resumen

- ▶ Definimos formalmente **la noción de lenguaje** a partir del concepto de alfabeto y cadenas del alfabeto.
- ▶ Definimos **operadores** a nivel de las cadenas y luego la extendimos a nivel de los lenguajes.
- ▶ Enunciamos las **principales propiedades** que satisfacen dichas operaciones y su **orden de precedencia**.

# Bibliografía



Rodrigo De Castro Korgi.

“Teoria de la Computación”. Lenguajes, Autómatas, Gramáticas.

*Capítulo 1: Alfabetos, cadenas y lenguajes. Sección 1.1 hasta 1.12.*