Algoritmos y Estructuras de Datos I

Practico 3

(Suma anteriores)

Damián Barsotti

Fa.M.A.F., Universidad Nacional de Córdoba, Argentina

Cantidad de elementos pares en un arreglo

Problema

Dado un arreglo de números determinar si alguno de sus elementos es igual a la suma de los anteriores.

Cantidad de elementos pares en un arreglo

Problema

Dado un arreglo de números determinar si alguno de sus elementos es igual a la suma de los anteriores.

Especificación

Const $N : Int; a : array[0, N) of\ Int;$

Var $r : Bool;$

$\{P : N \geq 0\}$

S

$\{Q : r = \langle \exists i : 0 \leq i < N : a.i = sum.i \rangle\}$

$[\![sum.i = \langle \sum j : 0 \leq j < i : a.j \rangle]\!]$

Pasos para derivar una repetición

Ver doc "Pasos Sugeridos para Derivar una Repetición"

1. Encontrar invariante candidato I.

Pasos para derivar una repetición

Ver doc “Pasos Sugeridos para Derivar una Repetición”

1. Encontrar invariante candidato I.
2. Inicialización.

Pasos para derivar una repetición

Ver doc "Pasos Sugeridos para Derivar una Repetición"

1. Encontrar invariante candidato I.
2. Inicialización.
3. Finalización $I \wedge \neg B \Rightarrow Q$.

Pasos para derivar una repetición

Ver doc "Pasos Sugeridos para Derivar una Repetición"

1. Encontrar invariante candidato I.
2. Inicialización.
3. Finalización $I \wedge \neg B \Rightarrow Q$.
4. Encontrar cota candidata t.

Pasos para derivar una repetición

Ver doc "Pasos Sugeridos para Derivar una Repetición"

1. Encontrar invariante candidato I.
2. Inicialización.
3. Finalización $I \wedge \neg B \Rightarrow Q$.
4. Encontrar cota candidata t.
5. Cuerpo del bucle $\{I \wedge B\}\ S\ \{I\}$.

Pasos para derivar una repetición

Ver doc "Pasos Sugeridos para Derivar una Repetición"

1. Encontrar invariante candidato I.
2. Inicialización.
3. Finalización $I \wedge \neg B \Rightarrow Q$.
4. Encontrar cota candidata t.
5. Cuerpo del bucle $\{I \wedge B\}\ S\ \{I\}$.
6. Cota positiva $I \wedge B \Rightarrow t \geq 0$.

Pasos para derivar una repetición

Ver doc "Pasos Sugeridos para Derivar una Repetición"

1. Encontrar invariante candidato I.
2. Inicialización.
3. Finalización $I \wedge \neg B \Rightarrow Q$.
4. Encontrar cota candidata t.
5. Cuerpo del bucle $\{I \wedge B\}\ S\ \{I\}$.
6. Cota positiva $I \wedge B \Rightarrow t \geq 0$.
7. Cota disminuye $\{I \wedge B \wedge t = T\}\ S\ \{t < T\}$.

1. Encontrar invariante candidato

Técnica reemplazo de constante por variable

1. Encontrar invariante candidato

Técnica reemplazo de constante por variable

- Por paso 3 (finalizacion) debería $I \wedge \neg B \Rightarrow Q$

Reemplazo de N por n

Const $N : Int; a : array[0, N) of\ Int;$
Var $r : Bool; n : Int;$
$\{P : N \geq 0\}$
S

$\{Q : r = \langle \exists i\ : 0 \leq i < N :\ a.i = sum.i \rangle\}$
$[\![sum.i = \langle \sum j\ : 0 \leq j < i :\ a.j \rangle]\!]$

1. Encontrar invariante candidato

Técnica reemplazo de constante por variable

- Por paso 3 (finalizacion) debería $I \wedge \neg B \Rightarrow Q$
- Fortalecemos Q reemplazando N por n y poniéndole limites:

Reemplazo de N por n

Const $N : Int; a : array[0, N) of\ Int;$
Var $r : Bool; n : Int;$
$\{P : N \geq 0\}$
S
$\{Q' : r = \langle \exists i \ : 0 \leq i < n : \ a.i = sum.i \rangle \wedge 0 \leq n \leq N \wedge n = N\}$
$\{Q : r = \langle \exists i \ : 0 \leq i < N : \ a.i = sum.i \rangle\}$
$\llbracket sum.i = \langle \sum j \ : 0 \leq j < i : \ a.j \rangle \rrbracket$

1. Encontrar invariante candidato

Técnica reemplazo de constante por variable

- Por paso 3 (finalizacion) debería $I \wedge \neg B \Rightarrow Q$
- Fortalecemos Q reemplazando N por n y poniéndole limites:

Reemplazo de N por n

Const $N : Int; a : array[0, N) of\ Int;$
Var $r : Bool; n : Int;$
$\{P : N \geq 0\}$
S
$\{Q' : r = \langle \exists i : 0 \leq i < n : a.i = sum.i \rangle \wedge 0 \leq n \leq N \wedge n = N\}$
$\{Q : r = \langle \exists i : 0 \leq i < N : a.i = sum.i \rangle\}$
$[\![sum.i = \langle \sum j : 0 \leq j < i : a.j \rangle]\!]$

Técnica de termino de la conjunción sobre Q'

1. Encontrar invariante candidato

Técnica reemplazo de constante por variable

- Por paso 3 (finalizacion) debería $I \wedge \neg B \Rightarrow Q$
- Fortalecemos Q reemplazando N por n y poniéndole limites:

Reemplazo de N por n

Const $N : Int; a : array[0, N) of\ Int;$
Var $r : Bool; n : Int;$
$\{P : N \geq 0\}$
S
$\{Q' : r = \langle \exists i \ : 0 \leq i < n : \ a.i = sum.i \rangle \wedge 0 \leq n \leq N \wedge n = N\}$
$\{Q : r = \langle \exists i \ : 0 \leq i < N : \ a.i = sum.i \rangle\}$
$[\![sum.i = \langle \sum j \ : 0 \leq j < i : \ a.j \rangle]\!]$

Técnica de termino de la conjunción sobre Q'

I: $r = \langle \exists i \ : 0 \leq i < n : \ a.i = sum.i \rangle \wedge 0 \leq n \leq N$

1. Encontrar invariante candidato

Técnica reemplazo de constante por variable

- Por paso 3 (finalizacion) debería $I \wedge \neg B \Rightarrow Q$
- Fortalecemos Q reemplazando N por n y poniéndole limites:

Reemplazo de N por n

Const $N : Int; a : array[0, N) of\ Int;$
Var $r : Bool; n : Int;$
$\{P : N \geq 0\}$
S
$\{Q' : r = \langle \exists i\ : 0 \leq i < n :\ a.i = sum.i \rangle \wedge 0 \leq n \leq N \wedge n = N\}$
$\{Q : r = \langle \exists i\ : 0 \leq i < N :\ a.i = sum.i \rangle\}$
$[\![sum.i = \langle \sum j\ : 0 \leq j < i :\ a.j \rangle]\!]$

Técnica de termino de la conjunción sobre Q'

I: $r = \langle \exists i\ : 0 \leq i < n :\ a.i = sum.i \rangle \wedge 0 \leq n \leq N$

B: $n \neq N$

Invariante candidato y guarda

Programa hasta ahora:

Const $N : Int; a : array[0, N) of\ Int;$
Var $r : Bool; n : Int;$
$\{P : N \geq 0\}$?
$\{I : r = \langle \exists i\ : 0 \leq i < n :\ a.i = sum.i \rangle \wedge 0 \leq n \leq N\}$
do $n \neq N \rightarrow$
S ?
od
$\{I \wedge \neg B : r = \langle \exists i\ : 0 \leq i < n :\ a.i = sum.i \rangle \wedge 0 \leq n \leq N \wedge n = N\}$?
$\{Q : r = \langle \exists i\ : 0 \leq i < N :\ a.i = sum.i \rangle\}$
$[\![sum.i = \langle \sum j\ : 0 \leq j < i :\ a.j \rangle]\!]$

Invariante candidato y guarda

Programa hasta ahora:

Const $N : Int; a : array[0, N) of\ Int;$

Var $r : Bool; n : Int;$

$\{P : N \geq 0\}$ (inicialización) ?

$\{I : r = \langle \exists i : 0 \leq i < n : a.i = sum.i \rangle \wedge 0 \leq n \leq N\}$

do $n \neq N \rightarrow$

S ?

od

$\{I \wedge \neg B : r = \langle \exists i : 0 \leq i < n : a.i = sum.i \rangle \wedge 0 \leq n \leq N \wedge n = N\}$?

$\{Q : r = \langle \exists i : 0 \leq i < N : a.i = sum.i \rangle\}$

$[\![sum.i = \langle \sum j : 0 \leq j < i : a.j \rangle]\!]$

2. Inicialización

No se cumple

$P : N \geq 0 \;\Rightarrow\; I : r = \langle \exists\, i \;: 0 \leq i < n :\; a.i = sum.i \,\rangle \wedge 0 \leq n \leq N$

2. Inicialización

No se cumple

$P : N \geq 0 \;\Rightarrow\; I : r = \langle \exists i \;: 0 \leq i < n : \; a.i = sum.i \,\rangle \wedge 0 \leq n \leq N$

Agrego inicialización:

2. Inicialización

No se cumple

$P : N \geq 0 \;\Rightarrow\; I : r = \langle \exists\, i \;: 0 \leq i < n :\; a.i = sum.i \,\rangle \wedge 0 \leq n \leq N$

Agrego inicialización:

- Despejar **E** y **F** de

$$\begin{array}{c} \{P\} \\ r, n := \mathbf{E}, \mathbf{F} \\ \{I\} \end{array}$$

2. Inicialización

No se cumple

$P : N \geq 0 \;\Rightarrow\; I : r = \langle \exists i \; : 0 \leq i < n : \; a.i = sum.i \rangle \wedge 0 \leq n \leq N$

Agrego inicialización:

- Despejar **E** y **F** de

$$\begin{array}{c} \{P\} \\ r, n := \mathbf{E}, \mathbf{F} \\ \{I\} \end{array}$$

$=$ Encontrar **E** y **F** tal que

$$P \Rightarrow wp.(r, n := \mathbf{E}, \mathbf{F}).I$$

sea verdadera.

2. Inicialización

No se cumple

$P : N \geq 0 \;\Rightarrow\; I : r = \langle \exists\, i \; : 0 \leq i < n : \; a.i = sum.i \,\rangle \wedge 0 \leq n \leq N$

Agrego inicialización:

- Despejar **E** y **F** de

$$\begin{gathered}\{P\}\\ r, n := \mathbf{E}, \mathbf{F}\\ \{I\}\end{gathered}$$

$=$ Encontrar **E** y **F** tal que

$$P \Rightarrow wp.(r, n := \mathbf{E}, \mathbf{F}).I$$

sea verdadera.

$=$ Suponer P y encontrar **E** y **F** tal que

$$wp.(r, n := \mathbf{E}, \mathbf{F}).I$$

sea verdadera.

2. Inicialización

Programa anotado a derivar

Const $N : Int; a : array[0, N) of\ Int;$
Var $r : Bool; n : Int;$
$\{P : N \geq 0\}$?
$r, n := \mathbf{E}, \mathbf{F};$
$\{I : r = \langle \exists i : 0 \leq i < n : a.i = sum.i \rangle \wedge 0 \leq n \leq N\}$
do $n \neq N \rightarrow$
S ?
od
$\{I \wedge \neg B : r = \langle \exists i : 0 \leq i < n : a.i = sum.i \rangle \wedge 0 \leq n \leq N \wedge n = N\}$?
$\{Q : r = \langle \exists i : 0 \leq i < N : a.i = sum.i \rangle\}$
$[\![sum.i = \langle \sum j : 0 \leq j < i : a.j \rangle]\!]$

2. Inicialización

Derivación

2. Inicialización

Derivación

Sup $P : N \geq 0$

$$wp.(r, n := \mathbf{E}, \mathbf{F}).(r = \langle \exists\, i \;: 0 \leq i < n :\; a.i = sum.i \,\rangle \wedge 0 \leq n \leq N)$$

2. Inicialización

Derivación

Sup $P : N \geq 0$

$$
\begin{array}{ll}
& wp.(r, n := \mathbf{E}, \mathbf{F}).(r = \langle \exists\, i \ : 0 \leq i < n : \ a.i = sum.i \,\rangle \wedge 0 \leq n \leq N) \\
\equiv & \{ \text{ Def } wp \ \} \\
& \mathbf{E} = \langle \exists\, i \ : 0 \leq i < \mathbf{F} : \ a.i = sum.i \,\rangle \wedge 0 \leq \mathbf{F} \leq N
\end{array}
$$

2. Inicialización

Derivación

Sup $P : N \geq 0$

$$
\begin{array}{ll}
& wp.(r, n := \mathbf{E}, \mathbf{F}).(r = \langle \exists i \ : 0 \leq i < n : \ a.i = sum.i \rangle \wedge 0 \leq n \leq N) \\
\equiv & \{ \text{ Def } wp \ \} \\
& \mathbf{E} = \langle \exists i \ : 0 \leq i < \mathbf{F} : \ a.i = sum.i \rangle \wedge 0 \leq \mathbf{F} \leq N \\
\equiv & \{ \text{ Hacemos } \mathbf{F} \leftarrow 0 \ \} \\
& \mathbf{E} = \Big\langle \exists i \ : \underline{0 \leq i < 0} : \ a.i = sum.i \Big\rangle \wedge \underline{0 \leq 0} \leq N
\end{array}
$$

2. Inicialización

Derivación

Sup $P : N \geq 0$

$$
\begin{array}{ll}
 & wp.(r, n := \mathbf{E}, \mathbf{F}).(r = \langle \exists i : 0 \leq i < n : a.i = sum.i \rangle \wedge 0 \leq n \leq N) \\
\equiv & \{ \text{ Def } wp \ \} \\
 & \mathbf{E} = \langle \exists i : 0 \leq i < \mathbf{F} : a.i = sum.i \rangle \wedge 0 \leq \mathbf{F} \leq N \\
\equiv & \{ \text{ Hacemos } \mathbf{F} \leftarrow 0 \ \} \\
 & \mathbf{E} = \left\langle \exists i : \underline{0 \leq i < 0} : a.i = sum.i \right\rangle \wedge \underline{0 \leq 0} \leq N \\
\equiv & \{ \text{ Aritmética, absorbente } \wedge \text{, neutro } \wedge \ \} \\
 & \mathbf{E} = \underline{\left\langle \exists i : False : a.i = sum.i \right\rangle} \wedge \underline{0 \leq N}
\end{array}
$$

2. Inicialización

Derivación

Sup $P : N \geq 0$

$$
\begin{aligned}
& wp.(r, n := \mathbf{E}, \mathbf{F}).(r = \langle \exists i : 0 \leq i < n : a.i = sum.i \rangle \wedge 0 \leq n \leq N) \\
\equiv & \ \{ \text{ Def } wp \ \} \\
& \mathbf{E} = \langle \exists i : 0 \leq i < \mathbf{F} : a.i = sum.i \rangle \wedge 0 \leq \mathbf{F} \leq N \\
\equiv & \ \{ \text{ Hacemos } \mathbf{F} \leftarrow 0 \ \} \\
& \mathbf{E} = \Big\langle \exists i : \underline{0 \leq i < 0} : a.i = sum.i \Big\rangle \wedge \underline{0 \leq 0} \leq N \\
\equiv & \ \{ \text{ Aritmética, absorbente } \wedge \text{, neutro } \wedge \ \} \\
& \mathbf{E} = \underline{\langle \exists i : False : a.i = sum.i \rangle} \wedge \underline{0 \leq N} \\
\equiv & \ \{ \text{ R.V., Sup. } \} \\
& \mathbf{E} = False \wedge True
\end{aligned}
$$

2. Inicialización

Derivación

Sup $P : N \geq 0$

$$
\begin{array}{ll}
 & wp.(r, n := \mathbf{E}, \mathbf{F}).(r = \langle \exists i \ : 0 \leq i < n : \ a.i = sum.i \rangle \wedge 0 \leq n \leq N) \\
\equiv & \{ \text{ Def } wp \ \} \\
 & \mathbf{E} = \langle \exists i \ : 0 \leq i < \mathbf{F} : \ a.i = sum.i \rangle \wedge 0 \leq \mathbf{F} \leq N \\
\equiv & \{ \text{ Hacemos } \mathbf{F} \leftarrow 0 \ \} \\
 & \mathbf{E} = \langle \exists i \ : \underline{0 \leq i < 0} : \ a.i = sum.i \rangle \wedge \underline{0 \leq 0} \leq N \\
\equiv & \{ \text{ Aritmética, absorbente } \wedge \text{, neutro } \wedge \ \} \\
 & \mathbf{E} = \underline{\langle \exists i \ : False : \ a.i = sum.i \rangle} \wedge \underline{0 \leq N} \\
\equiv & \{ \text{ R.V., Sup. } \} \\
 & \mathbf{E} = False \wedge \ True \\
\equiv & \{ \text{ Hacemos } \mathbf{E} \leftarrow False \ \} \\
 & False = False \wedge \ True
\end{array}
$$

2. Inicialización

Derivación

Sup $P : N \geq 0$

$$
\begin{array}{ll}
 & wp.(r, n := \mathbf{E}, \mathbf{F}).(r = \langle \exists\, i \ : 0 \leq i < n : \ a.i = sum.i \rangle \wedge 0 \leq n \leq N) \\
\equiv & \{ \text{ Def } wp \text{ } \} \\
 & \mathbf{E} = \langle \exists\, i \ : 0 \leq i < \mathbf{F} : \ a.i = sum.i \rangle \wedge 0 \leq \mathbf{F} \leq N \\
\equiv & \{ \text{ Hacemos } \mathbf{F} \leftarrow 0 \text{ } \} \\
 & \mathbf{E} = \Big\langle \exists\, i \ : \underline{0 \leq i < 0} : \ a.i = sum.i \Big\rangle \wedge \underline{0 \leq 0} \leq N \\
\equiv & \{ \text{ Aritmética, absorbente } \wedge \text{, neutro } \wedge \text{ } \} \\
 & \mathbf{E} = \underline{\langle \exists\, i \ : False : \ a.i = sum.i \rangle} \wedge \underline{0 \leq N} \\
\equiv & \{ \text{ R.V., Sup. } \} \\
 & \mathbf{E} = False \wedge True \\
\equiv & \{ \text{ Hacemos } \mathbf{E} \leftarrow False \text{ } \} \\
 & False = False \wedge True \\
\equiv & \{ \text{ Aritmética, neutro } \wedge \text{ } \} \\
 & True
\end{array}
$$

2. Inicialización

El programa queda por ahora

Const $N : Int; a : array[0, N) of\ Int;$
Var $r : Bool; n : Int;$
$\{P : N \geq 0\}$ $\heartsuit$
$r, n := False, 0;$
$\{I : r = \langle \exists i \ : 0 \leq i < n : \ a.i = sum.i \rangle \wedge 0 \leq n \leq N\}$
do $n \neq N \rightarrow$
S ?
od
$\{I \wedge \neg B : r = \langle \exists i \ : 0 \leq i < n : \ a.i = sum.i \rangle \wedge 0 \leq n \leq N \wedge n = N\}$?
$\{Q : r = \langle \exists i \ : 0 \leq i < N : \ a.i = sum.i \rangle\}$
$[\![sum.i = \langle \sum j \ : 0 \leq j < i : \ a.j \rangle]\!]$

3. Finalización

Hay que demostrar $I \wedge \neg B \Rightarrow Q$

3. Finalización

Hay que demostrar $I \wedge \neg B \Rightarrow Q$

Const $N : Int; a : array[0, N) of\ Int;$

Var $r : Bool; n : Int;$

$\{P : N \geq 0\}$

$r, n := False, 0;$ $\heartsuit$

$\{I : r = \langle \exists i : 0 \leq i < n : a.i = sum.i \rangle \wedge 0 \leq n \leq N\}$

do $n \neq N \rightarrow$

S ?

od

$\{I \wedge \neg B : r = \langle \exists i : 0 \leq i < n : a.i = sum.i \rangle \wedge 0 \leq n \leq N \wedge n = N\}$?

$\{Q : r = \langle \exists i : 0 \leq i < N : a.i = sum.i \rangle\}$

$[\![sum.i = \langle \sum j : 0 \leq j < i : a.j \rangle]\!]$

3. Finalización

Hay que demostrar $I \wedge \neg B \Rightarrow Q$

Const $N : Int; a : array[0, N) of\ Int;$
Var $r : Bool; n : Int;$
$\{P : N \geq 0\}$
$r, n := False, 0;$ $\heartsuit$
$\{I : r = \langle \exists i : 0 \leq i < n : a.i = sum.i \rangle \wedge 0 \leq n \leq N\}$
do $n \neq N \rightarrow$
S ?
od
$\{I \wedge \neg B : r = \langle \exists i : 0 \leq i < n : a.i = sum.i \rangle \wedge 0 \leq n \leq N \wedge n = N\}$?
$\{Q : r = \langle \exists i : 0 \leq i < N : a.i = sum.i \rangle\}$
$[\![sum.i = \langle \sum j : 0 \leq j < i : a.j \rangle]\!]$

Ejercicio

Sup $I \wedge \neg B$

$$
\begin{array}{ll}
 & Q \\
\equiv & \{ \cdots \} \\
 & \cdots \\
\equiv & \{ \cdots \} \\
 & True
\end{array}
$$

4. Encontrar cota candidata t

- Se tiene que cumplir

$$I \ \wedge \ B : r = \langle \exists i \ : 0 \leq i < n : \ a.i = sum.i \rangle \ \wedge \ 0 \leq n \leq N$$
$$\wedge \ n \neq N \ \Rightarrow \ t \geq 0$$

4. Encontrar cota candidata t

- Se tiene que cumplir

$$I \wedge B : r = \langle \exists i \ : 0 \leq i < n : \ a.i = sum.i \rangle \wedge 0 \leq n \leq N \\ \wedge \ n \neq N \ \Rightarrow \ t \geq 0$$

- En I se cumple $N - n \geq 0$

4. Encontrar cota candidata t

- Se tiene que cumplir

$$I \wedge B : r = \langle \exists i \ : 0 \leq i < n : \ a.i = sum.i \rangle \wedge 0 \leq n \leq N \\ \wedge \ n \neq N \ \Rightarrow \ t \geq 0$$

- En I se cumple $N - n \geq 0$
- n comienza en 0 en inicialización.

4. Encontrar cota candidata t

- Se tiene que cumplir

$$I \wedge B : r = \langle \exists\, i \ : 0 \leq i < n : \ a.i = sum.i \,\rangle \wedge 0 \leq n \leq N \\ \wedge \ n \neq N \ \Rightarrow \ t \geq 0$$

- En I se cumple $N - n \geq 0$
- n comienza en 0 en inicialización.
- Para terminar se debe falsificar $B : n \neq N$ (cota disminuye)

do $n \neq N \rightarrow$
 S
od

4. Encontrar cota candidata t

- Se tiene que cumplir

$$I \wedge B : r = \langle \exists\, i \ : 0 \leq i < n : \ a.i = sum.i \, \rangle \wedge 0 \leq n \leq N \\ \wedge \ n \neq N \ \Rightarrow \ t \geq 0$$

- En I se cumple $N - n \geq 0$
- n comienza en 0 en inicialización.
- Para terminar se debe falsificar $B : n \neq N$ (cota disminuye)

do $n \neq N \rightarrow$
 S
od

- Probemos con

$$t : N - n$$

5. Cuerpo del bucle

Pruebo con asignación

5. Cuerpo del bucle

Pruebo con asignación

- t : $N - n$ debe disminuir $\Rightarrow$ n debe aumentar.

5. Cuerpo del bucle

Pruebo con asignación

- $t : N - n$ debe disminuir $\Rightarrow n$ debe aumentar.
- n comienza en 0 (inicialización).

5. Cuerpo del bucle

Pruebo con asignación

- $t : N - n$ debe disminuir $\Rightarrow n$ debe aumentar.
- n comienza en 0 (inicialización).
- n aumenta de a 1 ya que debo recorrer todo el arreglo.

5. Cuerpo del bucle

Pruebo con asignación

- $t : N - n$ debe disminuir $\Rightarrow n$ debe aumentar.
- n comienza en 0 (inicialización).
- n aumenta de a 1 ya que debo recorrer todo el arreglo.

$\Rightarrow$ Despejar **E** de

$$\{I \ \wedge \ B\}$$
$$r, n := \mathbf{E}, n + 1$$
$$\{I\}$$

5. Cuerpo del bucle

Pruebo con asignación

- $t : N - n$ debe disminuir $\Rightarrow$ n debe aumentar.
- n comienza en 0 (inicialización).
- n aumenta de a 1 ya que debo recorrer todo el arreglo.

$\Rightarrow$ Despejar **E** de

$$\begin{gathered}\{I \;\wedge\; B\} \\ r, n := \mathbf{E}, n+1 \\ \{I\}\end{gathered}$$

$=$ Encontrar **E** tal que

$$I \;\wedge\; B \Rightarrow wp.(r, n := \mathbf{E}, n+1).I \quad \text{sea verdadera.}$$

5. Cuerpo del bucle

Pruebo con asignación

- $t : N - n$ debe disminuir $\Rightarrow$ n debe aumentar.
- n comienza en 0 (inicialización).
- n aumenta de a 1 ya que debo recorrer todo el arreglo.

$\Rightarrow$ Despejar **E** de

$$\begin{array}{c}\{I \ \wedge \ B\} \\ r, n := \mathbf{E}, n+1 \\ \{I\}\end{array}$$

$=$ Encontrar **E** tal que

$$I \ \wedge \ B \Rightarrow wp.(r, n := \mathbf{E}, n+1).I \quad \text{sea verdadera.}$$

$=$ Suponer $I \ \wedge \ B$ y encontrar **E** tal que

$$wp.(r, n := \mathbf{E}, n+1).I \quad \text{sea verdadera.}$$

5. Cuerpo del bucle

Programa anotado a derivar

Const $N : Int; a : array[0, N) of\ Int;$

Var $r : Bool; n : Int;$

$\{P : N \geq 0\}$

$r,n := False, 0;$ $\heartsuit$

$\{I : r = \langle \exists i\ : 0 \leq i < n :\ a.i = sum.i \rangle \wedge 0 \leq n \leq N\}$

do $n \neq N \rightarrow$

$\{I \wedge B\}$

$r, n := \mathbf{E}, n + 1$?

$\{I\}$

od

$\{I \wedge \neg B : r = \langle \exists i\ : 0 \leq i < n :\ a.i = sum.i \rangle \wedge 0 \leq n \leq N \wedge n = N\}$ $\heartsuit$

$\{Q : r = \langle \exists i\ : 0 \leq i < N :\ a.i = sum.i \rangle\}$

$[\![sum.i = \langle \sum j\ : 0 \leq j < i :\ a.j \rangle]\!]$

5. Cuerpo del bucle

Derivación

5. Cuerpo del bucle

Derivación

Sup $I \wedge B : r = \langle \exists i \ : 0 \leq i < n : \ a.i = \mathbf{sum}.i \rangle \wedge 0 \leq n \leq N \wedge n \neq N$

$wp.(r, n := \mathbf{E}, n + 1).(r = \langle \exists i \ : 0 \leq i < n : \ a.i = sum.i \rangle \wedge 0 \leq n \leq N)$

5. Cuerpo del bucle

Derivación

Sup $I \wedge B : r = \langle \exists i \ : 0 \leq i < n : \ a.i = \mathbf{sum}.i \rangle \wedge 0 \leq n \leq N \wedge n \neq N$

$$
\begin{array}{ll}
 & wp.(r, n := \mathbf{E}, n+1).(r = \langle \exists i \ : 0 \leq i < n : \ a.i = sum.i \rangle \wedge 0 \leq n \leq N) \\
\equiv & \{ \text{ Def } wp \ \} \\
 & \mathbf{E} = \langle \exists i \ : 0 \leq i < n+1 : \ a.i = sum.i \rangle \wedge \underline{0 \leq n+1 \leq N}
\end{array}
$$

5. Cuerpo del bucle

Derivación

Sup $I \wedge B : r = \langle \exists i \ : 0 \leq i < n : \ a.i = \mathbf{sum}.i \rangle \wedge 0 \leq n \leq N \wedge n \neq N$

$$
\begin{array}{ll}
 & wp.(r, n := \mathbf{E}, n+1).(r = \langle \exists i \ : 0 \leq i < n : \ a.i = sum.i \rangle \wedge 0 \leq n \leq N) \\
\equiv & \{ \text{ Def } wp \ \} \\
 & \mathbf{E} = \langle \exists i \ : 0 \leq i < n+1 : \ a.i = sum.i \rangle \wedge \underline{0 \leq n+1 \leq N} \\
\equiv & \{ \text{ Aritmética, Sup. } 0 \leq n \leq N \wedge n \neq N \ \} \\
 & \mathbf{E} = \langle \exists i \ : 0 \leq i < n+1 : \ a.i = sum.i \rangle
\end{array}
$$

5. Cuerpo del bucle

Derivación

Sup $I \wedge B : r = \langle \exists i \ : 0 \leq i < n : \ a.i = \textbf{sum}.i \rangle \wedge 0 \leq n \leq N \wedge n \neq N$

$$
\begin{array}{ll}
 & wp.(r, n := \mathbf{E}, n+1).(r = \langle \exists i \ : 0 \leq i < n : \ a.i = sum.i \rangle \wedge 0 \leq n \leq N) \\
\equiv & \{ \text{ Def } wp \ \} \\
 & \mathbf{E} = \langle \exists i \ : 0 \leq i < n+1 : \ a.i = sum.i \rangle \wedge \underline{0 \leq n+1 \leq N} \\
\equiv & \{ \text{ Aritmética, Sup. } 0 \leq n \leq N \wedge n \neq N \ \} \\
 & \mathbf{E} = \langle \exists i \ : 0 \leq i < n+1 : \ a.i = sum.i \rangle \\
\equiv & \{ \text{ Separación de Término } \} \\
 & \mathbf{E} = \langle \exists i \ : 0 \leq i < n : \ a.i = sum.i \rangle \vee a.n = sum.n
\end{array}
$$

5. Cuerpo del bucle

Derivación

Sup $I \wedge B : r = \langle \exists i \ : 0 \leq i < n : \ a.i = \mathbf{sum}.i \rangle \wedge 0 \leq n \leq N \wedge n \neq N$

$$
\begin{array}{ll}
 & wp.(r, n := \mathbf{E}, n+1).(r = \langle \exists i \ : 0 \leq i < n : \ a.i = sum.i \rangle \wedge 0 \leq n \leq N) \\
\equiv & \{ \text{ Def } wp \ \} \\
 & \mathbf{E} = \langle \exists i \ : 0 \leq i < n+1 : \ a.i = sum.i \rangle \wedge \underline{0 \leq n+1 \leq N} \\
\equiv & \{ \text{ Aritmética, Sup. } 0 \leq n \leq N \wedge n \neq N \ \} \\
 & \mathbf{E} = \langle \exists i \ : 0 \leq i < n+1 : \ a.i = sum.i \rangle \\
\equiv & \{ \text{ Separación de Término } \} \\
 & \mathbf{E} = \langle \exists i \ : 0 \leq i < n : \ a.i = sum.i \rangle \vee a.n = sum.n \\
\equiv & \{ \text{ Sup } r = \langle \exists i \ : 0 \leq i < n : \ a.i = sum.i \rangle \ \} \\
 & \mathbf{E} = r \vee a.n = sum.n
\end{array}
$$

5. Cuerpo del bucle

Derivación

Sup $I \wedge B : r = \langle \exists i \;: 0 \leq i < n : \; a.i = \mathbf{sum}.i \rangle \wedge 0 \leq n \leq N \wedge n \neq N$

$$
\begin{array}{ll}
 & wp.(r, n := \mathbf{E}, n+1).(r = \langle \exists i \;: 0 \leq i < n : \; a.i = sum.i \rangle \wedge 0 \leq n \leq N) \\
\equiv & \{ \text{ Def } wp \; \} \\
 & \mathbf{E} = \langle \exists i \;: 0 \leq i < n+1 : \; a.i = sum.i \rangle \wedge \underline{0 \leq n+1 \leq N} \\
\equiv & \{ \text{ Aritmética, Sup. } 0 \leq n \leq N \wedge n \neq N \; \} \\
 & \mathbf{E} = \langle \exists i \;: 0 \leq i < n+1 : \; a.i = sum.i \rangle \\
\equiv & \{ \text{ Separación de Término } \} \\
 & \mathbf{E} = \langle \exists i \;: 0 \leq i < n : \; a.i = sum.i \rangle \vee a.n = sum.n \\
\equiv & \{ \text{ Sup } r = \langle \exists i \;: 0 \leq i < n : \; a.i = sum.i \rangle \; \} \\
 & \mathbf{E} = r \vee a.n = sum.n
\end{array}
$$

No puedo $\mathbf{E} \leftarrow r \vee a.n = sum.n$

$sum.n$ no es programa.

5. Cuerpo del bucle

Derivación

Sup $I \wedge B : r = \langle \exists i \ : 0 \leq i < n : \ a.i = \mathbf{sum}.i \rangle \wedge 0 \leq n \leq N \wedge n \neq N$

$$
\begin{array}{ll}
 & wp.(r, n := \mathbf{E}, n+1).(r = \langle \exists i \ : 0 \leq i < n : \ a.i = sum.i \rangle \wedge 0 \leq n \leq N) \\
\equiv & \{ \text{ Def } wp \ \} \\
 & \mathbf{E} = \langle \exists i \ : 0 \leq i < n+1 : \ a.i = sum.i \rangle \wedge \underline{0 \leq n+1 \leq N} \\
\equiv & \{ \text{ Aritmética, Sup. } 0 \leq n \leq N \wedge n \neq N \ \} \\
 & \mathbf{E} = \langle \exists i \ : 0 \leq i < n+1 : \ a.i = sum.i \rangle \\
\equiv & \{ \text{ Separación de Término } \} \\
 & \mathbf{E} = \langle \exists i \ : 0 \leq i < n : \ a.i = sum.i \rangle \vee a.n = sum.n \\
\equiv & \{ \text{ Sup } r = \langle \exists i \ : 0 \leq i < n : \ a.i = sum.i \rangle \ \} \\
 & \mathbf{E} = r \vee a.n = sum.n
\end{array}
$$

No puedo $\mathbf{E} \leftarrow r \vee a.n = sum.n$

sum.n no es programa.

Solución:

Fortalezco I para que tener *sum.n* en **Sup**.

Técnica Fortalecimiento de Invariante

Nuevo invariante candidato

Variable con la subexpresión **no programable mas chica** en

$$\begin{aligned} & \ldots \\ \equiv & \; \{ \; \cdots \; \} \\ & \mathbf{E} = r \;\vee\; a.n = sum.n \text{:} \end{aligned}$$

Técnica Fortalecimiento de Invariante

Nuevo invariante candidato

Variable con la subexpresión **no programable mas chica** en

$$\begin{aligned} & \dots \\ \equiv\ & \{ \cdots \} \\ & \mathbf{E} = r \lor a.n = sum.n: \end{aligned}$$

$$I' : r = \langle \exists i : 0 \le i < n : a.i = sum.i \rangle \land s = sum.n \land 0 \le n \le N$$

Técnica Fortalecimiento de Invariante

Cambia invariante candidato

Hay que hacer de nuevo

- Inicialización,
- Finalización y
- Cuerpo del bucle:

Técnica Fortalecimiento de Invariante

Cambia invariante candidato

Hay que hacer de nuevo

- Inicialización,
- Finalización y
- Cuerpo del bucle:

Const $N : Int; a : array[0, N) of\ Int;$
Var $r : Bool; s, n : Int;$
$\{P : N \geq 0\}$?
$\{I' : r = \langle \exists i \ : 0 \leq i < n : \ a.i = sum.i \rangle \wedge s = sum.n \wedge 0 \leq n \leq N\}$
do $n \neq N \rightarrow$
$\{I' \wedge B\}$
S ?
$\{I'\}$
od
$\{I' \wedge \neg B : r = \langle \exists i \ : 0 \leq i < n : \ a.i = sum.i \rangle$
$\wedge\ s = sum.n \wedge 0 \leq n \leq N \wedge n = N\}$?
$\{Q : r = \langle \exists i \ : 0 \leq i < N : \ a.i = sum.i \rangle\}$
$[\![sum.i = \langle \sum j \ : 0 \leq j < i : \ a.j \rangle]\!]$

2. Inicialización (nueva)

No se cumple

$P : N \geq 0 \ \Rightarrow \ I' : r = \langle \exists\, i \ : 0 \leq i < n : \ a.i = sum.i \,\rangle \ \wedge \ s = sum.n \ \wedge \ 0 \leq n \leq N$

2. Inicialización (nueva)

No se cumple

$P : N \geq 0 \;\Rightarrow\; I' : r = \langle \exists\, i \; : 0 \leq i < n : \; a.i = sum.i \,\rangle \wedge s = sum.n \wedge 0 \leq n \leq N$

Agrego inicialización:

2. Inicialización (nueva)

No se cumple

$P : N \geq 0 \;\Rightarrow\; I' : r = \langle \exists\, i \;: 0 \leq i < n : \; a.i = sum.i \,\rangle \,\wedge\, s = sum.n \,\wedge\, 0 \leq n \leq N$

Agrego inicialización:

- Despejar **E**, **F** y **G** de

$$\begin{gathered}\{P\}\\ r, s, n := \mathbf{E}, \mathbf{F}, \mathbf{G}\\ \{I'\}\end{gathered}$$

2. Inicialización (nueva)

No se cumple

$P : N \geq 0 \;\Rightarrow\; I' : r = \langle \exists\, i \;: 0 \leq i < n :\; a.i = sum.i \,\rangle \wedge\; s = sum.n \wedge 0 \leq n \leq N$

Agrego inicialización:

- Despejar **E**, **F** y **G** de

$$\begin{array}{c} \{P\} \\ r, s, n := \mathbf{E}, \mathbf{F}, \mathbf{G} \\ \{I'\} \end{array}$$

$=$ Encontrar **E**, **F** y **G** tal que

$$P \Rightarrow wp.(r, s, n := \mathbf{E}, \mathbf{F}, \mathbf{G}).I'$$

sea verdadera.

2. Inicialización (nueva)

No se cumple

$P : N \geq 0 \;\Rightarrow\; I' : r = \langle \exists i \;: 0 \leq i < n : \; a.i = sum.i \,\rangle \wedge s = sum.n \wedge 0 \leq n \leq N$

Agrego inicialización:

- Despejar **E**, **F** y **G** de

$$\begin{array}{c} \{P\} \\ r, s, n := \mathbf{E}, \mathbf{F}, \mathbf{G} \\ \{I'\} \end{array}$$

$=$ Encontrar **E**, **F** y **G** tal que

$$P \Rightarrow wp.(r, s, n := \mathbf{E}, \mathbf{F}, \mathbf{G}).I'$$

sea verdadera.

$=$ Suponer P y encontrar **E**, **F** y **G** tal que

$$wp.(r, s, n := \mathbf{E}, \mathbf{F}, \mathbf{G}).I'$$

sea verdadera.

2. Inicialización (nueva)

Programa anotado a derivar

Const $N : Int; a : array[0, N) of\ Int;$
Var $r : Bool; s, n : Int;$
$\{P : N \geq 0\}$?
$r, s, n := \mathbf{E}, \mathbf{F}, \mathbf{G};$
$\{I' : r = \langle \exists i : 0 \leq i < n : a.i = sum.i \rangle \wedge s = sum.n \wedge 0 \leq n \leq N\}$
do $n \neq N \rightarrow$
S ?
od
$\{I' \wedge \neg B : r = \langle \exists i : 0 \leq i < n : a.i = sum.i \rangle$
$\wedge\ s = sum.n \wedge 0 \leq n \leq N \wedge n = N\}$?
$\{Q : r = \langle \exists i : 0 \leq i < N : a.i = sum.i \rangle\}$
$[\![sum.i = \langle \sum j : 0 \leq j < i : a.j \rangle]\!]$

2. Inicialización (nueva)

Derivación

2. Inicialización (nueva)

Derivación

Sup $P : N \geq 0$

$$wp.(r, s, n := \mathbf{E}, \mathbf{F}, \mathbf{G}).(r = \langle \exists\, i\ : 0 \leq i < n :\ a.i = sum.i \,\rangle$$
$$\wedge\ s = sum.n \wedge 0 \leq n \leq N)$$

2. Inicialización (nueva)

Derivación

Sup $P : N \geq 0$

$$wp.(r, s, n := \mathbf{E}, \mathbf{F}, \mathbf{G}).(r = \langle \exists i \ : 0 \leq i < n : \ a.i = sum.i \, \rangle$$
$$\wedge \ s = sum.n \wedge 0 \leq n \leq N)$$
$$\equiv \ \{ \text{ Def } wp \ \}$$
$$\mathbf{E} = \langle \exists i \ : 0 \leq i < \mathbf{G} : \ a.i = sum.i \, \rangle \ \wedge \ \mathbf{F} = sum.\mathbf{G} \wedge 0 \leq \mathbf{G} \leq N$$

2. Inicialización (nueva)

Derivación

Sup $P : N \geq 0$

$$
\begin{array}{ll}
 & wp.(r, s, n := \mathbf{E}, \mathbf{F}, \mathbf{G}).(r = \langle \exists\, i \ : 0 \leq i < n : \ a.i = sum.i \,\rangle \\
 & \ \wedge \ s = sum.n \ \wedge \ 0 \leq n \leq N) \\
\equiv & \{ \text{ Def } wp \ \} \\
 & \mathbf{E} = \langle \exists\, i \ : 0 \leq i < \mathbf{G} : \ a.i = sum.i \,\rangle \ \wedge \ \mathbf{F} = sum.\mathbf{G} \ \wedge \ 0 \leq \mathbf{G} \leq N \\
\equiv & \{ \text{ Hacemos } \mathbf{G} \leftarrow 0 \ \} \\
 & \mathbf{E} = \langle \exists\, i \ : 0 \leq i < 0 : \ a.i = sum.i \,\rangle \ \wedge \ \mathbf{F} = sum.0 \ \wedge \ 0 \leq 0 \leq N
\end{array}
$$

2. Inicialización (nueva)

Derivación

Sup $P : N \geq 0$

$$
\begin{array}{ll}
& wp.(r, s, n := \mathbf{E}, \mathbf{F}, \mathbf{G}).(r = \langle \exists i : 0 \leq i < n : a.i = sum.i \rangle \\
& \wedge\ s = sum.n \wedge 0 \leq n \leq N) \\
\equiv & \{ \text{ Def } wp \ \} \\
& \mathbf{E} = \langle \exists i : 0 \leq i < \mathbf{G} : a.i = sum.i \rangle \wedge \mathbf{F} = sum.\mathbf{G} \wedge 0 \leq \mathbf{G} \leq N \\
\equiv & \{ \text{ Hacemos } \mathbf{G} \leftarrow 0 \ \} \\
& \mathbf{E} = \langle \exists i : 0 \leq i < 0 : a.i = sum.i \rangle \wedge \mathbf{F} = sum.0 \wedge 0 \leq 0 \leq N \\
\equiv & \{ \text{ Aritmética, absorbente } \wedge, \text{ neutro } \wedge \ \} \\
& \mathbf{E} = \underline{\langle \exists i : False : a.i = sum.i \rangle} \wedge \mathbf{F} = sum.0 \wedge \underline{0 \leq N}
\end{array}
$$

2. Inicialización (nueva)

Derivación

Sup $P : N \geq 0$

$$
\begin{aligned}
& wp.(r, s, n := \mathbf{E}, \mathbf{F}, \mathbf{G}).(r = \langle \exists i \ : 0 \leq i < n : \ a.i = sum.i \rangle \\
& \quad \wedge \ s = sum.n \wedge 0 \leq n \leq N) \\
\equiv \ & \{ \text{ Def } wp \ \} \\
& \mathbf{E} = \langle \exists i \ : 0 \leq i < \mathbf{G} : \ a.i = sum.i \rangle \ \wedge \ \mathbf{F} = sum.\mathbf{G} \wedge 0 \leq \mathbf{G} \leq N \\
\equiv \ & \{ \text{ Hacemos } \mathbf{G} \leftarrow 0 \ \} \\
& \mathbf{E} = \langle \exists i \ : 0 \leq i < 0 : \ a.i = sum.i \rangle \wedge \mathbf{F} = sum.0 \wedge 0 \leq 0 \leq N \\
\equiv \ & \{ \text{ Aritmética, absorbente } \wedge \text{, neutro } \wedge \ \} \\
& \mathbf{E} = \underline{\langle \exists i \ : False : \ a.i = sum.i \rangle} \wedge \mathbf{F} = sum.0 \wedge \underline{0 \leq N} \\
\equiv \ & \{ \text{ R.V., Sup. } \} \\
& \mathbf{E} = False \wedge \mathbf{F} = sum.0 \wedge \ True
\end{aligned}
$$

2. Inicialización (nueva)

Derivación

Sup $P : N \geq 0$

$$
\begin{array}{ll}
 & wp.(r, s, n := \mathbf{E}, \mathbf{F}, \mathbf{G}).(r = \langle \exists i \ : 0 \leq i < n : \ a.i = sum.i \rangle \\
 & \ \wedge \ s = sum.n \ \wedge \ 0 \leq n \leq N) \\
\equiv & \{ \text{ Def } wp \text{ } \} \\
 & \mathbf{E} = \langle \exists i \ : 0 \leq i < \mathbf{G} : \ a.i = sum.i \rangle \ \wedge \ \mathbf{F} = sum.\mathbf{G} \ \wedge \ 0 \leq \mathbf{G} \leq N \\
\equiv & \{ \text{ Hacemos } \mathbf{G} \leftarrow 0 \text{ } \} \\
 & \mathbf{E} = \langle \exists i \ : 0 \leq i < 0 : \ a.i = sum.i \rangle \ \wedge \ \mathbf{F} = sum.0 \ \wedge \ 0 \leq 0 \leq N \\
\equiv & \{ \text{ Aritmética, absorbente } \wedge \text{, neutro } \wedge \text{ } \} \\
 & \mathbf{E} = \underline{\langle \exists i \ : False : \ a.i = sum.i \rangle} \ \wedge \ \mathbf{F} = sum.0 \ \wedge \ \underline{0 \leq N} \\
\equiv & \{ \text{ R.V., Sup. } \} \\
 & \mathbf{E} = False \ \wedge \ \mathbf{F} = sum.0 \ \wedge \ True \\
\equiv & \{ \text{ Hacemos } \mathbf{E} \leftarrow False\text{, aritmética, neutro } \wedge \text{ } \} \\
 & \mathbf{F} = sum.0
\end{array}
$$

2. Inicialización (nueva)

Derivación

Sup $P : N \geq 0$

$$
\begin{array}{ll}
& wp.(r, s, n := \mathbf{E}, \mathbf{F}, \mathbf{G}).(r = \langle \exists i \ : 0 \leq i < n : \ a.i = sum.i \rangle \\
& \ \wedge \ s = sum.n \wedge 0 \leq n \leq N) \\
\equiv & \{ \text{ Def } wp \ \} \\
& \mathbf{E} = \langle \exists i \ : 0 \leq i < \mathbf{G} : \ a.i = sum.i \rangle \ \wedge \ \mathbf{F} = sum.\mathbf{G} \wedge 0 \leq \mathbf{G} \leq N \\
\equiv & \{ \text{ Hacemos } \mathbf{G} \leftarrow 0 \ \} \\
& \mathbf{E} = \langle \exists i \ : 0 \leq i < 0 : \ a.i = sum.i \rangle \wedge \mathbf{F} = sum.0 \wedge 0 \leq 0 \leq N \\
\equiv & \{ \text{ Aritmética, absorbente } \wedge \text{, neutro } \wedge \ \} \\
& \mathbf{E} = \underline{\langle \exists i \ : False : \ a.i = sum.i \rangle} \wedge \mathbf{F} = sum.0 \wedge \underline{0 \leq N} \\
\equiv & \{ \text{ R.V., Sup. } \} \\
& \mathbf{E} = False \wedge \mathbf{F} = sum.0 \wedge \ True \\
\equiv & \{ \text{ Hacemos } \mathbf{E} \leftarrow False\text{, aritmética, neutro } \wedge \ \} \\
& \mathbf{F} = sum.0 \\
\equiv & \{ \text{ Abreviacion } sum \ \} \\
& \mathbf{F} = \langle \sum j \ : 0 \leq j < 0 : \ a.j \rangle
\end{array}
$$

2. Inicialización (nueva)

Derivación

Sup $P : N \geq 0$

$$
\begin{aligned}
& wp.(r, s, n := \mathbf{E}, \mathbf{F}, \mathbf{G}).(r = \langle \exists i \ : 0 \leq i < n : \ a.i = sum.i \rangle \\
& \ \wedge \ s = sum.n \wedge 0 \leq n \leq N) \\
\equiv \ & \{ \text{ Def } wp \ \} \\
& \mathbf{E} = \langle \exists i \ : 0 \leq i < \mathbf{G} : \ a.i = sum.i \rangle \ \wedge \ \mathbf{F} = sum.\mathbf{G} \wedge 0 \leq \mathbf{G} \leq N \\
\equiv \ & \{ \text{ Hacemos } \mathbf{G} \leftarrow 0 \ \} \\
& \mathbf{E} = \langle \exists i \ : 0 \leq i < 0 : \ a.i = sum.i \rangle \wedge \mathbf{F} = sum.0 \wedge 0 \leq 0 \leq N \\
\equiv \ & \{ \text{ Aritmética, absorbente } \wedge \text{, neutro } \wedge \ \} \\
& \mathbf{E} = \underline{\langle \exists i \ : False : \ a.i = sum.i \rangle} \wedge \mathbf{F} = sum.0 \wedge \underline{0 \leq N} \\
\equiv \ & \{ \text{ R.V., Sup. } \} \\
& \mathbf{E} = False \wedge \mathbf{F} = sum.0 \wedge \ True \\
\equiv \ & \{ \text{ Hacemos } \mathbf{E} \leftarrow False\text{, aritmética, neutro } \wedge \ \} \\
& \mathbf{F} = sum.0 \\
\equiv \ & \{ \text{ Abreviacion } sum \ \} \\
& \mathbf{F} = \langle \textstyle\sum j \ : 0 \leq j < 0 : \ a.j \rangle \\
\equiv \ & \{ \text{ RV } \} \\
& \mathbf{F} = 0
\end{aligned}
$$

2. Inicialización (nueva)

Derivación

Sup $P : N \geq 0$

$$
\begin{array}{ll}
& wp.(r, s, n := \mathbf{E}, \mathbf{F}, \mathbf{G}).(r = \langle \exists i \ : 0 \leq i < n : \ a.i = sum.i \rangle \\
& \ \wedge \ s = sum.n \wedge 0 \leq n \leq N) \\
\equiv & \{ \text{ Def } wp \ \} \\
& \mathbf{E} = \langle \exists i \ : 0 \leq i < \mathbf{G} : \ a.i = sum.i \rangle \ \wedge \mathbf{F} = sum.\mathbf{G} \wedge 0 \leq \mathbf{G} \leq N \\
\equiv & \{ \text{ Hacemos } \mathbf{G} \leftarrow 0 \ \} \\
& \mathbf{E} = \langle \exists i \ : 0 \leq i < 0 : \ a.i = sum.i \rangle \wedge \mathbf{F} = sum.0 \wedge 0 \leq 0 \leq N \\
\equiv & \{ \text{ Aritmética, absorbente } \wedge \text{, neutro } \wedge \ \} \\
& \mathbf{E} = \underline{\langle \exists i \ : False : \ a.i = sum.i \rangle} \wedge \mathbf{F} = sum.0 \wedge \underline{0 \leq N} \\
\equiv & \{ \text{ R.V., Sup. } \} \\
& \mathbf{E} = False \wedge \mathbf{F} = sum.0 \wedge \ True \\
\equiv & \{ \text{ Hacemos } \mathbf{E} \leftarrow False \text{, aritmética, neutro } \wedge \ \} \\
& \mathbf{F} = sum.0 \\
\equiv & \{ \text{ Abreviacion } sum \ \} \\
& \mathbf{F} = \langle \sum j \ : 0 \leq j < 0 : \ a.j \rangle \\
\equiv & \{ \text{ RV } \} \\
& \mathbf{F} = 0 \\
\equiv & \{ \text{ Hacemos } \mathbf{F} \leftarrow 0 \text{, Aritmética } \} \\
& True
\end{array}
$$

2. Inicialización (nueva)

El programa queda por ahora

Const $N : Int; a : array[0, N) of\ Int;$
Var $r : Bool; s, n : Int;$
$\{P : N \geq 0\}$ $\heartsuit$
$r, s, n := False, 0, 0;$
$\{I' : r = \langle \exists i\ : 0 \leq i < n :\ a.i = sum.i \rangle \wedge s = sum.n \wedge 0 \leq n \leq N\}$
do $n \neq N \rightarrow$
S ?
od
$\{I' \wedge \neg B : r = \langle \exists i\ : 0 \leq i < n :\ a.i = sum.i \rangle$?
$\wedge\ s = sum.n \wedge 0 \leq n \leq N \wedge n = N\}$
$\{Q : r = \langle \exists i\ : 0 \leq i < N :\ a.i = sum.i \rangle\}$
$[\![sum.i = \langle \sum j\ : 0 \leq j < i :\ a.j \rangle]\!]$

3. Finalización (nueva)

Hay que demostrar $I' \wedge \neg B \Rightarrow Q$

3. Finalización (nueva)

Hay que demostrar $I' \wedge \neg B \Rightarrow Q$

Const $N : Int; a : array[0, N) of\ Int;$

Var $r : Bool; s, n : Int;$

$\{P : N \geq 0\}$

$r, s, n := False, 0, 0;$ $\heartsuit$

$\{I' : r = \langle \exists i \ : 0 \leq i < n : \ a.i = sum.i \rangle \wedge s = sum.n \wedge 0 \leq n \leq N\}$

do $n \neq N \rightarrow$

S ?

od

$\{I' \wedge \neg B : r = \langle \exists i \ : 0 \leq i < n : \ a.i = sum.i \rangle$?

$\wedge\ s = sum.n \wedge 0 \leq n \leq N \wedge n = N\}$

$\{Q : r = \langle \exists i \ : 0 \leq i < N : \ a.i = sum.i \rangle\}$

$[\![sum.i = \langle \sum j \ : 0 \leq j < i : \ a.j \rangle]\!]$

3. Finalización (nueva)

Hay que demostrar $I' \wedge \neg B \Rightarrow Q$

Const $N : Int; a : array[0, N) of\ Int;$
Var $r : Bool; s, n : Int;$
$\{P : N \geq 0\}$
$r, s, n := False, 0, 0;$ $\heartsuit$
$\{I' : r = \langle \exists i : 0 \leq i < n : a.i = sum.i \rangle \wedge s = sum.n \wedge 0 \leq n \leq N\}$
do $n \neq N \rightarrow$
S ?
od
$\{I' \wedge \neg B : r = \langle \exists i : 0 \leq i < n : a.i = sum.i \rangle$?
$\wedge\ s = sum.n \wedge 0 \leq n \leq N \wedge n = N\}$
$\{Q : r = \langle \exists i : 0 \leq i < N : a.i = sum.i \rangle\}$
$[\![sum.i = \langle \sum j : 0 \leq j < i : a.j \rangle]\!]$

Ejercicio

Ayuda: Por construcción $I' \Rightarrow I$ y usar transitividad de $\Rightarrow$.

5. Cuerpo del bucle (nuevo)

Pruebo con asignación

5. Cuerpo del bucle (nuevo)

Pruebo con asignación

- $t : N - n$ debe disminuir $\Rightarrow$ n debe aumentar.

5. Cuerpo del bucle (nuevo)

Pruebo con asignación

- $t : N - n$ debe disminuir $\Rightarrow n$ debe aumentar.
- n comienza en 0 (inicialización).

5. Cuerpo del bucle (nuevo)

Pruebo con asignación

- $t : N - n$ debe disminuir $\Rightarrow$ n debe aumentar.
- n comienza en 0 (inicialización).
- n aumenta de a 1 ya que debo recorrer todo el arreglo.

5. Cuerpo del bucle (nuevo)

Pruebo con asignación

- $t : N - n$ debe disminuir $\Rightarrow$ n debe aumentar.
- n comienza en 0 (inicialización).
- n aumenta de a 1 ya que debo recorrer todo el arreglo.

$\Rightarrow$ Despejar **E**, **F** de

$$\{I' \wedge B\}$$
$$r, s, n := \mathbf{E}, \mathbf{F}, n + 1$$
$$\{I'\}$$

5. Cuerpo del bucle (nuevo)

Pruebo con asignación

- $t : N - n$ debe disminuir $\Rightarrow$ n debe aumentar.
- n comienza en 0 (inicialización).
- n aumenta de a 1 ya que debo recorrer todo el arreglo.

$\Rightarrow$ Despejar **E**, **F** de

$$\begin{array}{c}\{I' \wedge B\} \\ r, s, n := \mathbf{E}, \mathbf{F}, n+1 \\ \{I'\}\end{array}$$

$=$ Encontrar **E**, **F** tal que

$$I' \wedge B \Rightarrow wp.(r, s, n := \mathbf{E}, \mathbf{F}, n+1).I' \quad \text{sea verdadera.}$$

5. Cuerpo del bucle (nuevo)

Pruebo con asignación

- $t : N - n$ debe disminuir $\Rightarrow$ n debe aumentar.
- n comienza en 0 (inicialización).
- n aumenta de a 1 ya que debo recorrer todo el arreglo.

$\Rightarrow$ Despejar **E**, **F** de

$$\{I' \wedge B\}$$
$$r, s, n := \mathbf{E}, \mathbf{F}, n+1$$
$$\{I'\}$$

$=$ Encontrar **E**, **F** tal que

$$I' \wedge B \Rightarrow wp.(r, s, n := \mathbf{E}, \mathbf{F}, n+1).I' \quad \text{sea verdadera.}$$

$=$ Suponer $I' \wedge B$ y encontrar **E**, **F** tal que

$$wp.(r, s, n := \mathbf{E}, \mathbf{F}, n+1).I' \quad \text{sea verdadera.}$$

5. Cuerpo del bucle (nuevo)

Programa anotado a derivar

Const $N : Int; a : array[0, N) of\ Int;$

Var $r : Bool; s, n : Int;$

$\{P : N \geq 0\}$

$r, s, n := False, 0, 0;$ $\heartsuit$

$\{I' : r = \langle \exists i : 0 \leq i < n : a.i = sum.i \rangle \wedge s = sum.n \wedge 0 \leq n \leq N\}$

do $n \neq N \rightarrow$

$\{I' \wedge B\}$

$r, s, n := \mathbf{E}, \mathbf{F}, n + 1$?

$\{I'\}$

od

$\{I' \wedge \neg B : r = \langle \exists i : 0 \leq i < n : a.i = sum.i \rangle$ $\heartsuit$

$\wedge\ s = sum.n \wedge 0 \leq n \leq N \wedge n = N\}$

$\{Q : r = \langle \exists i : 0 \leq i < N : a.i = sum.i \rangle\}$

$[\![sum.i = \langle \sum j : 0 \leq j < i : a.j \rangle]\!]$

5. Cuerpo del bucle (nuevo)

Derivación

5. Cuerpo del bucle (nuevo)

Derivación

Sup $r = \langle \exists i \ : 0 \leq i < n : \ a.i = \mathbf{sum}.i \rangle \wedge s = \mathbf{sum}.n \wedge 0 \leq n \leq N \wedge n \neq N$

$wp.(r, s, n := \mathbf{E}, \mathbf{F}, n+1).(r = \langle \exists i \ : 0 \leq i < n : \ a.i = sum.i \rangle$
$\wedge \ s = sum.n \wedge 0 \leq n \leq N)$

5. Cuerpo del bucle (nuevo)

Derivación

$$\textbf{Sup}\ r = \langle \exists i\ : 0 \le i < n :\ a.i = \textbf{sum}.i \rangle \wedge s = \textbf{sum}.n \wedge 0 \le n \le N \wedge n \ne N$$

$$\begin{array}{ll} & wp.(r, s, n := \mathbf{E}, \mathbf{F}, n+1).(r = \langle \exists i\ : 0 \le i < n :\ a.i = sum.i \rangle \\ & \ \wedge\ s = sum.n \wedge 0 \le n \le N) \\ \equiv & \{ \text{ Def } wp \ \} \\ & \mathbf{E} = \langle \exists i\ : 0 \le i < n+1 :\ a.i = sum.i \rangle \wedge \mathbf{F} = sum.(n+1) \wedge \underline{0 \le n+1 \le N} \end{array}$$

5. Cuerpo del bucle (nuevo)

Derivación

Sup $r = \langle \exists i \ : 0 \leq i < n : \ a.i = \mathbf{sum}.i \rangle \wedge s = \mathbf{sum}.n \wedge 0 \leq n \leq N \wedge n \neq N$

$$
\begin{array}{ll}
& wp.(r, s, n := \mathbf{E}, \mathbf{F}, n+1).(r = \langle \exists i \ : 0 \leq i < n : \ a.i = sum.i \rangle \\
& \ \wedge \ s = sum.n \wedge 0 \leq n \leq N) \\
\equiv & \{ \text{ Def } wp \ \} \\
& \mathbf{E} = \langle \exists i \ : 0 \leq i < n+1 : \ a.i = sum.i \rangle \wedge \mathbf{F} = sum.(n+1) \wedge \underline{0 \leq n+1 \leq N} \\
\equiv & \{ \text{ Aritmética, Sup. } 0 \leq n \leq N \wedge n \neq N \ \} \\
& \mathbf{E} = \langle \exists i \ : 0 \leq i < n+1 : \ a.i = sum.i \rangle \wedge \mathbf{F} = sum.(n+1)
\end{array}
$$

5. Cuerpo del bucle (nuevo)

Derivación

Sup $r = \langle \exists i \ : 0 \leq i < n : \ a.i = \mathbf{sum}.i \rangle \wedge s = \mathbf{sum}.n \wedge 0 \leq n \leq N \wedge n \neq N$

$$
\begin{array}{ll}
& wp.(r, s, n := \mathbf{E}, \mathbf{F}, n+1).(r = \langle \exists i \ : 0 \leq i < n : \ a.i = sum.i \rangle \\
& \ \wedge \ s = sum.n \wedge 0 \leq n \leq N) \\
\equiv & \{ \text{ Def } wp \ \} \\
& \mathbf{E} = \langle \exists i \ : 0 \leq i < n+1 : \ a.i = sum.i \rangle \wedge \mathbf{F} = sum.(n+1) \wedge \underline{0 \leq n+1 \leq N} \\
\equiv & \{ \text{ Aritmética, Sup. } 0 \leq n \leq N \wedge n \neq N \ \} \\
& \mathbf{E} = \langle \exists i \ : 0 \leq i < n+1 : \ a.i = sum.i \rangle \wedge \mathbf{F} = sum.(n+1) \\
\equiv & \{ \text{ Separación de Término } \} \\
& \mathbf{E} = \langle \exists i \ : 0 \leq i < n : \ a.i = sum.i \rangle \vee a.n = sum.n \wedge \mathbf{F} = sum.(n+1)
\end{array}
$$

5. Cuerpo del bucle (nuevo)

Derivación

$$\textbf{Sup } r = \langle \exists i \ : 0 \leq i < n : \ a.i = \textbf{sum}.i \rangle \wedge s = \textbf{sum}.n \wedge 0 \leq n \leq N \wedge n \neq N$$

$$\begin{aligned}
& wp.(r, s, n := \mathbf{E}, \mathbf{F}, n+1).(r = \langle \exists i \ : 0 \leq i < n : \ a.i = sum.i \rangle \\
& \ \wedge s = sum.n \wedge 0 \leq n \leq N) \\
\equiv & \ \{ \text{ Def } wp \ \} \\
& \mathbf{E} = \langle \exists i \ : 0 \leq i < n+1 : \ a.i = sum.i \rangle \wedge \mathbf{F} = sum.(n+1) \wedge \underline{0 \leq n+1 \leq N} \\
\equiv & \ \{ \text{ Aritmética, Sup. } 0 \leq n \leq N \wedge n \neq N \ \} \\
& \mathbf{E} = \langle \exists i \ : 0 \leq i < n+1 : \ a.i = sum.i \rangle \wedge \mathbf{F} = sum.(n+1) \\
\equiv & \ \{ \text{ Separación de Término } \} \\
& \mathbf{E} = \langle \exists i \ : 0 \leq i < n : \ a.i = sum.i \rangle \vee a.n = sum.n \wedge \mathbf{F} = sum.(n+1) \\
\equiv & \ \{ \text{ Sup } r = \langle \exists i \ : 0 \leq i < n : \ a.i = sum.i \rangle \ \} \\
& \mathbf{E} = r \vee a.n = sum.n \wedge \mathbf{F} = sum.(n+1)
\end{aligned}$$

5. Cuerpo del bucle (nuevo)

Derivación

$$\textbf{Sup } r = \langle \exists i \ : 0 \le i < n : \ a.i = \textbf{sum}.i \rangle \wedge s = \textbf{sum}.n \wedge 0 \le n \le N \wedge n \ne N$$

$$
\begin{array}{ll}
 & wp.(r, s, n := \mathbf{E}, \mathbf{F}, n+1).(r = \langle \exists i \ : 0 \le i < n : \ a.i = sum.i \rangle \\
 & \ \wedge\ s = sum.n \wedge 0 \le n \le N) \\
\equiv & \{ \text{ Def } wp \ \} \\
 & \mathbf{E} = \langle \exists i \ : 0 \le i < n+1 : \ a.i = sum.i \rangle \wedge \mathbf{F} = sum.(n+1) \wedge \underline{0 \le n+1 \le N} \\
\equiv & \{ \text{ Aritmética, Sup. } 0 \le n \le N \wedge n \ne N \ \} \\
 & \mathbf{E} = \langle \exists i \ : 0 \le i < n+1 : \ a.i = sum.i \rangle \wedge \mathbf{F} = sum.(n+1) \\
\equiv & \{ \text{ Separación de Término } \} \\
 & \mathbf{E} = \langle \exists i \ : 0 \le i < n : \ a.i = sum.i \rangle \vee a.n = sum.n \wedge \mathbf{F} = sum.(n+1) \\
\equiv & \{ \text{ Sup } r = \langle \exists i \ : 0 \le i < n : \ a.i = sum.i \rangle \ \} \\
 & \mathbf{E} = r \vee a.n = sum.n \wedge \mathbf{F} = sum.(n+1) \\
\equiv & \{ \text{ Sup } s = sum.n \ \} \\
 & \mathbf{E} = r \vee a.n = s \wedge \mathbf{F} = sum.(n+1)
\end{array}
$$

5. Cuerpo del bucle (nuevo)

Derivación

Sup $r = \langle \exists i \ : 0 \leq i < n : \ a.i = \mathbf{sum}.i \rangle \wedge s = \mathbf{sum}.n \wedge 0 \leq n \leq N \wedge n \neq N$

$$
\begin{array}{ll}
 & wp.(r, s, n := \mathbf{E}, \mathbf{F}, n+1).(r = \langle \exists i \ : 0 \leq i < n : \ a.i = sum.i \rangle \\
 & \ \wedge \ s = sum.n \wedge 0 \leq n \leq N) \\
\equiv & \{ \text{ Def } wp \ \} \\
 & \mathbf{E} = \langle \exists i \ : 0 \leq i < n+1 : \ a.i = sum.i \rangle \wedge \mathbf{F} = sum.(n+1) \wedge \underline{0 \leq n+1 \leq N} \\
\equiv & \{ \text{ Aritmética, Sup. } 0 \leq n \leq N \wedge n \neq N \ \} \\
 & \mathbf{E} = \langle \exists i \ : 0 \leq i < n+1 : \ a.i = sum.i \rangle \wedge \mathbf{F} = sum.(n+1) \\
\equiv & \{ \text{ Separación de Término } \} \\
 & \mathbf{E} = \langle \exists i \ : 0 \leq i < n : \ a.i = sum.i \rangle \vee a.n = sum.n \wedge \mathbf{F} = sum.(n+1) \\
\equiv & \{ \text{ Sup } r = \langle \exists i \ : 0 \leq i < n : \ a.i = sum.i \rangle \ \} \\
 & \mathbf{E} = r \vee a.n = sum.n \wedge \mathbf{F} = sum.(n+1) \\
\equiv & \{ \text{ Sup } s = sum.n \ \} \\
 & \mathbf{E} = r \vee a.n = s \wedge \mathbf{F} = sum.(n+1) \\
\equiv & \{ \text{ Abreviación } sum \ \} \\
 & \mathbf{E} = r \vee a.n = s \wedge \mathbf{F} = \langle \sum j \ : 0 \leq j < n+1 : \ a.j \rangle
\end{array}
$$

5. Cuerpo del bucle (nuevo)

Derivación

Sup $r = \langle \exists i \ : 0 \leq i < n : \ a.i = \mathbf{sum}.i \rangle \wedge s = \mathbf{sum}.n \wedge 0 \leq n \leq N \wedge n \neq N$

$$
\begin{array}{ll}
 & wp.(r, s, n := \mathbf{E}, \mathbf{F}, n+1).(r = \langle \exists i \ : 0 \leq i < n : \ a.i = sum.i \rangle \\
 & \ \wedge \ s = sum.n \wedge 0 \leq n \leq N) \\
\equiv & \{ \text{ Def } wp \ \} \\
 & \mathbf{E} = \langle \exists i \ : 0 \leq i < n+1 : \ a.i = sum.i \rangle \wedge \mathbf{F} = sum.(n+1) \wedge \underline{0 \leq n+1 \leq N} \\
\equiv & \{ \text{ Aritmética, Sup. } 0 \leq n \leq N \wedge n \neq N \ \} \\
 & \mathbf{E} = \langle \exists i \ : 0 \leq i < n+1 : \ a.i = sum.i \rangle \wedge \mathbf{F} = sum.(n+1) \\
\equiv & \{ \text{ Separación de Término } \} \\
 & \mathbf{E} = \langle \exists i \ : 0 \leq i < n : \ a.i = sum.i \rangle \vee a.n = sum.n \wedge \mathbf{F} = sum.(n+1) \\
\equiv & \{ \text{ Sup } r = \langle \exists i \ : 0 \leq i < n : \ a.i = sum.i \rangle \ \} \\
 & \mathbf{E} = r \vee a.n = sum.n \wedge \mathbf{F} = sum.(n+1) \\
\equiv & \{ \text{ Sup } s = sum.n \ \} \\
 & \mathbf{E} = r \vee a.n = s \wedge \mathbf{F} = sum.(n+1) \\
\equiv & \{ \text{ Abreviación } sum \ \} \\
 & \mathbf{E} = r \vee a.n = s \wedge \mathbf{F} = \langle \sum j \ : 0 \leq j < n+1 : \ a.j \rangle \\
\equiv & \{ \text{ Separación de Término } \} \\
 & \mathbf{E} = r \vee a.n = s \wedge \mathbf{F} = \langle \sum j \ : 0 \leq j < n : \ a.j \rangle + a.n
\end{array}
$$

5. Cuerpo del bucle (nuevo)

Derivación

Sup $r = \langle \exists i \ : 0 \leq i < n : \ a.i = \mathbf{sum}.i \rangle \wedge s = \mathbf{sum}.n \wedge 0 \leq n \leq N \wedge n \neq N$

$wp.(r, s, n := \mathbf{E}, \mathbf{F}, n+1).(r = \langle \exists i \ : 0 \leq i < n : \ a.i = sum.i \rangle$
$\wedge \ s = sum.n \wedge 0 \leq n \leq N)$

$\equiv$ { Def *wp* }
$\mathbf{E} = \langle \exists i \ : 0 \leq i < n+1 : \ a.i = sum.i \rangle \wedge \mathbf{F} = sum.(n+1) \wedge \underline{0 \leq n+1 \leq N}$

$\equiv$ { Aritmética, Sup. $0 \leq n \leq N \wedge n \neq N$ }
$\mathbf{E} = \langle \exists i \ : 0 \leq i < n+1 : \ a.i = sum.i \rangle \wedge \mathbf{F} = sum.(n+1)$

$\equiv$ { Separación de Término }
$\mathbf{E} = \langle \exists i \ : 0 \leq i < n : \ a.i = sum.i \rangle \vee a.n = sum.n \wedge \mathbf{F} = sum.(n+1)$

$\equiv$ { Sup $r = \langle \exists i \ : 0 \leq i < n : \ a.i = sum.i \rangle$ }
$\mathbf{E} = r \vee a.n = sum.n \wedge \mathbf{F} = sum.(n+1)$

$\equiv$ { Sup $s = sum.n$ }
$\mathbf{E} = r \vee a.n = s \wedge \mathbf{F} = sum.(n+1)$

$\equiv$ { Abreviación *sum* }
$\mathbf{E} = r \vee a.n = s \wedge \mathbf{F} = \langle \sum j \ : 0 \leq j < n+1 : \ a.j \rangle$

$\equiv$ { Separación de Término }
$\mathbf{E} = r \vee a.n = s \wedge \mathbf{F} = \langle \sum j \ : 0 \leq j < n : \ a.j \rangle + a.n$

$\equiv$ { Desabreviacion }
$\mathbf{E} = r \vee a.n = s \wedge \mathbf{F} = sum.n + a.n$

5. Cuerpo del bucle (nuevo)

Derivación

$$\textbf{Sup } r = \langle \exists i \ : 0 \leq i < n : \ a.i = \textbf{sum}.i \rangle \wedge s = \textbf{sum}.n \wedge 0 \leq n \leq N \wedge n \neq N$$

$$\begin{array}{ll}
& wp.(r, s, n := \textbf{E}, \textbf{F}, n+1).(r = \langle \exists i \ : 0 \leq i < n : \ a.i = sum.i \rangle \\
& \ \wedge \ s = sum.n \wedge 0 \leq n \leq N) \\
\equiv & \{ \text{ Def } wp \ \} \\
& \textbf{E} = \langle \exists i \ : 0 \leq i < n+1 : \ a.i = sum.i \rangle \wedge \textbf{F} = sum.(n+1) \wedge \underline{0 \leq n+1 \leq N} \\
\equiv & \{ \text{ Aritmética, Sup. } 0 \leq n \leq N \wedge n \neq N \ \} \\
& \textbf{E} = \langle \exists i \ : 0 \leq i < n+1 : \ a.i = sum.i \rangle \wedge \textbf{F} = sum.(n+1) \\
\equiv & \{ \text{ Separación de Término } \} \\
& \textbf{E} = \langle \exists i \ : 0 \leq i < n : \ a.i = sum.i \rangle \vee a.n = sum.n \wedge \textbf{F} = sum.(n+1) \\
\equiv & \{ \text{ Sup } r = \langle \exists i \ : 0 \leq i < n : \ a.i = sum.i \rangle \ \} \\
& \textbf{E} = r \vee a.n = sum.n \wedge \textbf{F} = sum.(n+1) \\
\equiv & \{ \text{ Sup } s = sum.n \ \} \\
& \textbf{E} = r \vee a.n = s \wedge \textbf{F} = sum.(n+1) \\
\equiv & \{ \text{ Abreviación } sum \ \} \\
& \textbf{E} = r \vee a.n = s \wedge \textbf{F} = \langle \sum j \ : 0 \leq j < n+1 : \ a.j \rangle \\
\equiv & \{ \text{ Separación de Término } \} \\
& \textbf{E} = r \vee a.n = s \wedge \textbf{F} = \langle \sum j \ : 0 \leq j < n : \ a.j \rangle + a.n \\
\equiv & \{ \text{ Desabreviacion } \} \\
& \textbf{E} = r \vee a.n = s \wedge \textbf{F} = sum.n + a.n \\
\equiv & \{ \text{ Sup } s = sum.n \ \} \\
& \textbf{E} = r \vee a.n = s \wedge \textbf{F} = s + a.n
\end{array}$$

5. Cuerpo del bucle (nuevo)

Derivación

Sup $r = \langle \exists i \ : 0 \leq i < n : \ a.i = \mathbf{sum}.i \rangle \wedge s = \mathbf{sum}.n \wedge 0 \leq n \leq N \wedge n \neq N$

$$
\begin{array}{ll}
 & wp.(r, s, n := \mathbf{E}, \mathbf{F}, n+1).(r = \langle \exists i \ : 0 \leq i < n : \ a.i = sum.i \rangle \\
 & \ \wedge\ s = sum.n \wedge 0 \leq n \leq N) \\
\equiv & \{ \text{ Def } wp \ \} \\
 & \mathbf{E} = \langle \exists i \ : 0 \leq i < n+1 : \ a.i = sum.i \rangle \wedge \mathbf{F} = sum.(n+1) \wedge \underline{0 \leq n+1 \leq N} \\
\equiv & \{ \text{ Aritmética, Sup. } 0 \leq n \leq N \wedge n \neq N \ \} \\
 & \mathbf{E} = \langle \exists i \ : 0 \leq i < n+1 : \ a.i = sum.i \rangle \wedge \mathbf{F} = sum.(n+1) \\
\equiv & \{ \text{ Separación de Término } \} \\
 & \mathbf{E} = \langle \exists i \ : 0 \leq i < n : \ a.i = sum.i \rangle \vee a.n = sum.n \wedge \mathbf{F} = sum.(n+1) \\
\equiv & \{ \text{ Sup } r = \langle \exists i \ : 0 \leq i < n : \ a.i = sum.i \rangle \ \} \\
 & \mathbf{E} = r \vee a.n = sum.n \wedge \mathbf{F} = sum.(n+1) \\
\equiv & \{ \text{ Sup } s = sum.n \ \} \\
 & \mathbf{E} = r \vee a.n = s \wedge \mathbf{F} = sum.(n+1) \\
\equiv & \{ \text{ Abreviación } sum \ \} \\
 & \mathbf{E} = r \vee a.n = s \wedge \mathbf{F} = \langle \sum j \ : 0 \leq j < n+1 : \ a.j \rangle \\
\equiv & \{ \text{ Separación de Término } \} \\
 & \mathbf{E} = r \vee a.n = s \wedge \mathbf{F} = \langle \sum j \ : 0 \leq j < n : \ a.j \rangle + a.n \\
\equiv & \{ \text{ Desabreviacion } \} \\
 & \mathbf{E} = r \vee a.n = s \wedge \mathbf{F} = sum.n + a.n \\
\equiv & \{ \text{ Sup } s = sum.n \ \} \\
 & \mathbf{E} = r \vee a.n = s \wedge \mathbf{F} = s + a.n \\
\equiv & \{ \text{ Hacemos } \mathbf{E} \leftarrow r \vee a.n = s \text{ y } \mathbf{F} \leftarrow s + a.n \ \} \\
 & True
\end{array}
$$

Programa final

Programa

Const $N : Int; a : array[0, N) of\ Int;$

Var $r : Bool; s, n : Int;$

$r, s, n := False, 0, 0;$

do $n \neq N \rightarrow$

$\quad r, s, n := r \lor a.n = s\ ,\ s + a.n\ ,\ n + 1$

od