

河南师范大学计算机与信息工程学院 2022--2023 学年第二学期
 2021 级计算机科学与技术、通信工程、物联网工程、人工智能
 专业期末考试《概率论与数理统计》B 卷

题号	一	二	三	四	五	总分	合分人	复核人
得分								

得分	评卷人

一、判断题 正确划“T”号，错误划“F”号。(每题 2 分，共 10 分)，
 请将答案填入答题卡。

1. 设 A, B 是两个相互独立的随机事件，若 $P(A) = 0.4$, $P(B) = 0.5$, $P(A \cup B) = 0.6$ ，则 A 与 B 独立。 ()
2. 对立事件一定是不相容事件，反之亦然 ()
3. 若 $(X, Y) \sim N(\mu_1, \mu_2, \sigma_1^2, \sigma_2^2, 0)$ ，则 X 和 Y 不相关 ()
4. 若 $X \sim b(4, 0.5)$ ，则由切比雪夫不等式得 $P\{|X - 2| \geq 3\} \leq \frac{1}{9}$ ()
5. 设 X_1, X_2, \dots, X_n 为来自总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ 的样本，则 $D(\bar{X}) = \sigma^2 / n$. ()

得分	评卷人

二、选择题 (每题 3 分，共 18 分)

1. 设 A, B, C 是三个事件，则 A, B, C 中至少有一个发生的概率可表示为_____
 - ABC
 - $A \cup B \cup C$
 - $A\bar{B}\bar{C}$
 - $A(\bar{B} \cup \bar{C})$
2. 设 X_1, X_2 相互独立，且都服从参数为 1 的指数分布，当 $x > 0$ 时， $\min(X_1, X_2)$ 的分布函数 $F(x)$ 为_____
 - $1 - (1 - e^{-1})^2$
 - $1 - (1 - e^{-x})^2$
 - $1 - e^{-2x}$
 - e^{2x}

3. 设随机变量 X 的概率密度为 $f(x)$ ，则 $f(x)$ 一定满足 _____.

A. $0 \leq f(x) \leq 1$

B. $P\{X > x\} = \int_{-\infty}^x f(t)dt$

C. $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = 1$

D. $f(+\infty) = 1$

4. 设 $\Phi(x)$ 为标准正态分布函数 $X_i = \begin{cases} 1, & \text{事件 } A \text{ 发生} \\ 0, & \text{否则} \end{cases}, i=1, 2, \dots, n$ 且

$P(A) = p$, X_1, X_2, \dots, X_n 相互独立，令 $Y = \sum_{i=1}^n X_i$ 则由中心极限定理知 Y 的分布函数 $F(y)$ 近似于_____

A. $\Phi(y)$

B. $\Phi\left(\frac{y-np}{\sqrt{np(1-p)}}\right)$

C. $\Phi(y-np)$

D. $\Phi\left(\frac{y-np}{np(1-p)}\right)$

5. 设 $X_1, X_2, \dots, X_n, X_{n+1}, \dots, X_{n+m}$ 是来自于正态总体 $N(\mu, \sigma^2)$ 的容量为 $n+m$ 的样本，则统

计量 $\frac{m \sum_{i=1}^n X_i^2}{n \sum_{i=n+1}^{n+m} X_i^2}$ 服从的分布是_____

A. $F(m, n)$

B. $F(n-1, m-1)$

C. $F(n, m)$

D. $F(m-1, n-1)$

6. 设 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ ，其中 μ 已知， σ^2 未知， X_1, X_2, X_3 为样本，下列选项中不是统计量的是_____

A. $X_1 + X_2 + X_3$

B. $\max\{X_1, X_2, X_3\}$

C. $X_1 - \mu$

D. $\sum_{i=1}^3 \frac{X_i^2}{\sigma}$

得分	评卷人

三、填空题 (每空 3 分，共 18 分)

1. 某人向同一目标独立重复射击，每次射击命中目标的概率为 p ($0 < p < 1$)，则此人第 4 次射击恰好第 2 次命中目标的概率为_____.

2. 设随机变量 X 的分布律为 $P\{X = k\} = \frac{2k}{N}$, ($K = 1, 2, 3, 4$) 则 N 为_____
3. 已知随机变量 $X \sim N(-2,1)$, $Y \sim N(2,1)$, 且 X 与 Y 相互独立, 则 $X - 2Y$ 服从的分布为_____
4. 已知 $D(X) = 4$, $D(Y) = 1$, $\rho_{XY} = 0.5$, 则 $D(3X - 2Y) =$ _____.
5. 若随机变量 $X \sim N(2,4)$, 且 $\Phi(1) = 0.8413$, $\Phi(2) = 0.9772$, 则 $P\{-2 < X < 4\} =$ _____.
6. 在总体 X 的数学期望 μ 的两个无偏估计 $\frac{1}{4}X_1 + \frac{1}{2}X_2 + \frac{1}{4}X_3$ 和 $\frac{1}{2}X_1 + \frac{1}{3}X_2 + \frac{1}{6}X_3$ 中最有效的是_____

得分	评卷人

四、计算题（每题 10 分，共 30 分）

1. 市场上由甲、乙、丙三家工厂生产的同一品牌产品, 已知三家工厂的市场占有率为 $1/4$ 、 $1/4$ 、 $1/2$, 且三家工厂的次品率分别为 2% 、 1% 、 3% , 试求市场上该品牌产品的次品率, 从这批产品中任取一件, 发现是次品, 则来自哪个工厂的可能性最大?

2. 设随机变量 X 的概率密度为 $f(x) = \begin{cases} a \cos x, & |x| < \frac{\pi}{2} \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$

(1) 常数 a ;

(2) 求概率 $P\left\{0 < X < \frac{\pi}{4}\right\}$;

(3) 求 X 的分布函数

2. 设随机变量 (X, Y) 的联合分布律如下

Y \ X	1	2	3
-1	0.2	0.1	0
0	0.1	0	0.3
1	0.1	0.1	0.1

求 1. $E(X), E(Y)$

2. 设 $Z = (X - Y)^2$, 求 $E(Z)$

2. 设总体 X 的概率密度为 $f(x) = \begin{cases} \theta c^\theta x^{-(\theta+1)}, & x > c \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$ ，其中 $c > 0$ 为已知， θ 是未知参数且

$\theta > 1$ ， X_1, X_2, \dots, X_n 是来自 X 的一个样本， x_1, x_2, \dots, x_n 为相应的样本值，求 θ 的矩估计量和最大似然估计量。

得分	评卷人

五、综合题（每题 12 分，共 24 分）

1. 设随机变量 (X, Y) 的概率密度为

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{1}{2}(x+y)e^{-(x+y)}, & x > 0, y > 0 \\ 0, & \text{其他.} \end{cases}$$

(1) 问 X 和 Y 是否相互独立？(2) 求 $Z = X + Y$ 的概率密度。