河南师范大学试卷

2019 — 2020 学年第一学期期末考试

《线性代数》（A 卷）

（不能使用计算器）

装 订 线

班级　　　　　　**学号**　　　　　　**姓名**　　　　　　**总分**

题　目	一	二	三	四	
得　分					
阅卷人					

一、填空题（共 10 空，每空 3 分，共 30 分）请将正确答案写在题目后面的横线上。

1. 已知行列式$\begin{vmatrix} a_1 & c_1 & b_1 \\ a_2 & c_2 & b_2 \\ a_3 & c_3 & b_3 \end{vmatrix}=1$，则$\begin{vmatrix} 3a_1+b_1 & 2b_1+4c_1 & -c_1 \\ 3a_2+b_2 & 2b_2+4c_2 & -c_2 \\ 3a_3+b_3 & 2b_3+4c_3 & -c_3 \end{vmatrix}=$____________.

2. 设 $\mathbf{A}$ 为 3 阶矩阵，且$|\mathbf{A}|=\dfrac{1}{2}$，则行列式$|-2\mathbf{A}^*|=$________________.

3. 已知矩阵 $\mathbf{A,B,C}=\left(c_{ij}\right)_{4\times 3}$，且满足 $\mathbf{AC}=\mathbf{CB}$，则 $\mathbf{B}$ 是______阶方阵.

4. 设$\mathbf{B}=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 0 \\ -1 & 0 & 3 \end{pmatrix}$, $\mathbf{A}$ 为 4×3 矩阵，且 $r(\mathbf{A})=2$，则 $r(\mathbf{AB})=$_________.

5. 五元线性方程 $2x_1+x_2+2x_3-x_5=0$ 的基础解系含 ______ 个解向量.

6. $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$是四元非齐次线性方程组$Ax=b$的三个解，且$r(A)=3,\alpha_1=(1,2,3,4)^T$

   $2\alpha_2+\alpha_3=(2,3,4,5)^T$,写出方程组$Ax=b$的通解 ________________.

7. 若向量组$\boldsymbol{\alpha}_1=(1,1,0),\boldsymbol{\alpha}_2=(1,3,-1),\boldsymbol{\alpha}_3=(5,3,t)$线性相关，则 $t=$____________.

8. 已知$|A|=6$，且 2 是方阵 A 的一个特征值，则______必是伴随矩阵 A^* 的一个特征值.

9. 已知矩阵　　　　　　　　，则矩阵 A____________对角化（填“可以”或“不可以”）.

10. 二次型　　　　　　　　　　　　　　的秩为______________.

二、简答题（共 4 题，每题 10 分，共 40 分），写出必要的答题步骤

1. 计算下列 2019 阶行列式

2. 设　　　　　　　　　　　　　　　且矩阵　满足关系式　　　　　　　　求　.

3. 设矩阵 ，且 A 的线性无关的特征向量的最多个数为两个，问 满足什么条件?

4. 已知向量组 ，又矩阵 ，判定矩阵 是否为正交矩阵，给出理由，并求 .

三、计算题（共 2 题，第一题 10 分，第二题 12 分，共 22 分），写出必要的答题步骤

1. 已知方程组 与方程组 有公共解，

求 的值，并求出通解.

2．设　　　　　　　　，求一个正交矩阵　使得　　　　为对角矩阵.

四、证明题（共 2 题，每题 4 分，共 8 分），写出必要的答题步骤

1. 已知向量 与向量组 中每个向量都正交，求证： 与 任一线性组合正交.

2. 设 为 阶正定矩阵，证明:存在实数 ,使得矩阵 也为正定矩阵.