

河南师范大学计算机与信息工程学院 2022--2023 学年第二学期
 2021 级计算机科学与技术、通信工程、物联网工程、网络工程
 专业期末考试《概率论与数理统计》A 卷

题号	一	二	三	四	五	总分	合分人	复核人
得分								

得分	评卷人

一、判断题 正确划“T”号，错误划“F”号。（每题 2 分，共 10 分），
 请将答案填入答题卡。

1. 设 A, B, C 为三个事件，则 A, B, C 至少有一个发生可表示为 $A \cup B \cup C$. ()
2. 两个独立事件 A, B 一定有 $P(AB)=0$. ()
3. 服从二维正态分布的随机变量 (X, Y) 相互独立的充要条件是 X 和 Y 不相关. ()
4. 样本 k 阶原点矩 A_k 以概率收敛到总体 k 阶原点矩 $E(X^k)$. ()
5. 设 X_1, X_2, \dots, X_n 为来自总体的样本，则样本方差 S^2 和样本二阶中心距 B_2 都是总体方差的无偏估计. ()

得分	评卷人

二、选择题（每题 3 分，共 18 分）

1. 已知 10 件产品中有 6 件正品，4 件次品，从中不放回地任取两次，每次取一件，两次都是正品的概率是 ().
 (A) $1/3$ (B) $2/3$ (C) $4/9$ (D) $5/9$
2. 设两个相互独立的随机变量 X 和 Y 分别服从正态分布 $N(0,1)$ 和 $N(1,1)$ ，则 ().
 (A) $P\{X + Y \leq 0\} = \frac{1}{2}$ (B) $P\{X + Y \leq 1\} = \frac{1}{2}$
 (C) $P\{X - Y \leq 0\} = \frac{1}{2}$ (D) $P\{X - Y \leq 1\} = \frac{1}{2}$
3. 对离散型随机变量 X 的分布函数 $F(x)$ ，下列说法错误的是 ().
 (A) $F(x)$ 在间断点均为右连续

- (B) $P\{a \leq X < b\} = F(b) - F(a)$
 (C) $F(x)$ 间断点即为 X 的可能取值点
 (D) $F(x)$ 间断点的跳跃高度是对应的取值点的概率值

4. 设随机变量 X 和 Y 的数学期望与方差都存在，则下列一定成立的是 ().

- (A) $E(X + Y) = E(X) + E(Y)$ (B) $E(XY) = E(X)E(Y)$
 (C) $D(X + Y) = D(X) + D(Y)$ (D) $D(XY) = D(X)D(Y)$

5. 设 X_1, X_2, \dots, X_n 是来自标准正态总体 $N(0, 1)$ 的一个样本，则 $\frac{\sqrt{3}(X_1 + X_2)}{\sqrt{2(X_3^2 + X_4^2 + X_5^2)}}$

服从 () 分布。

- (A) $F(3, 2)$ (B) $F(2, 3)$
 (C) $t(3)$ (D) $t(2)$

6. 设 X_1, X_2, \dots, X_n 相互独立同分布， $E(X_1) = D(X_1) = 1$ ，则 $P\{\sum_{i=1}^{100} X_i > 110\}$ 的近似值为 ().
 (A) $\Phi(1)$ (B) $\Phi(-1)$ (C) $\Phi(0.1)$ (D) $\Phi(-0.1)$

得分	评卷人

三、填空题（每空 3 分，共 18 分）

1. 设随机事件 A, B 是相互独立，已知 $P(B) = 0.5, P(A-B) = 0.3$ ，则 $P(B-A) = \underline{\hspace{2cm}}$.
2. 设随机变量 X 的分布律为 $P\{X = k\} = \frac{2k}{N}, (k = 1, 2, 3, 4)$ 则 N 为 $\underline{\hspace{2cm}}$.
3. 若 X 和 Y 的方差分别是 25 和 16，相关系数 $\rho_{XY} = 0.2$ ，则 $D(X+2Y) = \underline{\hspace{2cm}}$.
4. 设随机变量 X 的分布函数为 $F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ 0.5, & 0 \leq x < 1, \\ a - e^{-x}, & x \geq 1 \end{cases}$ ，则 $a = \underline{\hspace{2cm}}$.
5. 设随机变量 X 的期望为 20，方差为 4，利用切比雪夫不等式估计 $P\{16 < X < 24\} \geq \underline{\hspace{2cm}}$.
6. 在总体 $N(2, 0.5^2)$ 中抽取容量为 16 的样本， \bar{X} 为样本均值，则 $P\{\bar{X} > 2\} = \underline{\hspace{2cm}}$.

得分	评卷人

四、计算题（每题 8 分，共 32 分）

1. 已知男子有 5% 是色盲患者，女子有 0.25% 是色盲患者，今从男女人数比例为 6:4 的人群中随机地挑选一人，求：
- 此人恰好是色盲患者的概率；
 - 已知挑选一人是色盲患者，此人是男性的概率。

2. 随机变量 X 的概率密度函数为 $f(x) = \begin{cases} 3x^2, & 0 < x < 1 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$ ，对 X 独立重复观测 4 次，用 Y 表示观测值小于 $1/2$ 的次数，求 Y^2 的数学期望。

3. 设随机变量 X 的概率密度为 $f(x) = \begin{cases} e^{-x}, & x \geq 0 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$ ，求 $Y=2X+1$ 的概率密度。

4. 设随机变量 (X, Y) 的联合分布律如下

X	Y	-1	0	1
0		1/4	0	1/4
1		0	a	0

求：

- 参数 a ；
- X 和 Y 的边缘分布；
- 计算 ρ_{XY} ，判断 X 和 Y 是否相关。

得分	评卷人

五、综合题（每题 11 分，共 22 分）

1. 设 (X, Y) 服从区域 $D : \{(x, y) | 0 < x < 1, 0 < y < 1\}$ 上均匀分布，求：
- (X, Y) 的联合密度函数；
 - 边缘密度函数 $f_X(x)$ 和 $f_Y(y)$ ，并判断 X 与 Y 是否相互独立；
 - 若 $Z=X+Y$ ，求 Z 的概率密度函数 $f_Z(z)$ 。

2. 已知总体 X 的概率密度函数为

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{\theta} x^{\sqrt{\theta}-1}, & x > 0 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$$

其中， $\theta > 0$ 为未知参数，设 X_1, X_2, \dots, X_n 是来自总体 X 的样本容量为 n 的简单随机样本，求：

- 参数 θ 的矩估计量；
- 参数 θ 的最大似然估计量。