

河南师范大学《概率论与数理统计》2020-2021学年第一学期期末试卷

专业_____ 姓名_____ 学号_____

我郑重承诺：在本次考试中，遵守考场纪律、自尊自爱、平等竞争，维护学校的荣誉和学生的尊严。
承诺人签字：

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	总分
题分	15	15	10	10	12	11	12	15	
得分									

一：选择题（在每个小题四个备选答案中选出一个正确答案，填在题末的括号中，本大题共 5 小题，每小题 3 分，总计 15 分）

1. 设 A, B, C 是同一概率空间的三个事件，则下列事件中一定独立的是（ ）

- (A) $(A - B)$ 与 C (B) $\bar{A} \cap \bar{B} \cap (A \cup B)$ 与 C
 (C) $A \cup B$ 与 C (D) AB 与 $B \cup C$

2. 从 5 双不同的鞋子中任取 4 只，问这 4 只鞋子中至少有两只配成一双的概率为（ ）

- (A) 11/21 (B) 13/21 (C) 17/21 (D) 19/21

3. 设 $X \sim N(1.5, 4)$ ，且 $\Phi(1.25) = 0.8944$ ， $\Phi(1.75) = 0.9599$ ，则 $P(-2 < X < 4) =$ （ ）。

- (A) 0.8543 (B) 0.1457 (C) 0.3541 (D) 0.2543

4. 对于任意随机变量 X, Y ，若 $E(XY) = E(X)E(Y)$ ，则（ ）。

- (A) $D(XY) = D(X)D(Y)$ (B) $D(X + Y) = D(X) + D(Y)$

- (C) X, Y 一定独立 (D) X, Y 不独立

5. 设 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ ，当 σ 增大时 $P(|X - \mu| < \sigma) =$ （ ）

- (A) 增大 (B) 减少 (C) 不变 (D) 不能确定

二、填空题（在每个小题填入一个正确答案，填在题末的横线中，本大题共 5 小题，每小题 3 分，总计 15 分）

1. 设 $D(X) = 16$ ， $D(Y) = 25$ ， $\rho_{XY} = 0.3$ ，则 $D(X + Y) =$ _____；

2. 设 $X \sim P(\lambda)$ ，且 $\lambda = 3$ ， $X_1, X_2, X_3 \sim X$ ，则 $E[\frac{1}{3}(X_1 + X_2 + X_3)] =$ _____；

3. 设电压 $X \sim U(1, 3)$ ，将电压加到一个检波器，其输出电压为 $Y = 5X^2$ ，则输出电压的均值 $E(Y) =$ _____；

4. 设总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ ， (X_1, \dots, X_n) 是取自总体 X 的样本，为使 $c \sum_{i=1}^{n-1} (X_{i+1} - X_i)^2$ 为 σ^2 的无偏估计，则 $c =$ _____；

5. 设随机变量 X 服从参数为 $(2, p)$ 的二项分布，设随机变量 Y 服从参数为 $(3, p)$ 的二项分布。若 $P(X \geq 1) = 5/9$ ，则 $P(Y \geq 1) =$ _____。

三:计算题 (10 分) 有两个口袋, 甲袋中盛有 2 个白球, 1 个黑球; 乙袋中盛有 1 个白球, 2 个黑球。由甲袋中任取一球放入乙袋, 再从乙袋任取一球, 问取得白球的概率是多少?

2. (12 分) 假设 X 与 Y 的联合概率密度为:

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{e^{-x/y} e^{-y}}{y}, & 0 < x < \infty, 0 < y < \infty \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

- (1) 对 $y \in (0, \infty)$, 在条件 $Y = y$ 下计算 X 的密度函数;
- (2) 计算 $P(X > 1 | Y = 2)$;
- (3) 计算 $E(X | Y = 2)$;
- (4) X, Y 是否独立。

四、解答题

1. (10 分): 在总体 $N(5, 2^2)$ 中随机抽取容量为 25 的样本, 求样本均值 \bar{X} 落在

4.2 到 5.8, 同时样本方差 S^2 大于 6.07 的概率。

($\Phi(2) = 0.9772; P(\chi^2(24) \geq 36.42) = 0.05$)

3. (11分) 设 $X \sim N(0,1)$, $Y \sim N(0,1)$, 且 X , Y 相互独立, 求 $E\{\max(X,Y)\}$ 。

4. (12分) 对于一个学生而言, 来参加家长会的家长人数是一个随机变量, 设一个学生无家长、1名家长、2名家长来参加会议的概率分别为0.05、0.8、0.15。若学校共有400名学生, 设各学生参加会议的家长人数相互独立, 且服从同一分布:

- (1) 求参加会议的家长人数 X 超过450的概率;
- (2) 求有一名家长来参加会议的学生人数不多于340的概率。

$$(\sqrt{0.19}=0.436, \sqrt{76}=8.718, \Phi(1.147)=0.8749; \Phi(2.5)=0.9938)$$

5(15分) 设总体 X 的概率密度为: $X \sim f(x;\alpha) = \begin{cases} (\alpha+1)x^\alpha, & 0 < x < 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$

其中 $\alpha > -1$ 为未知参数。 (X_1, X_2, \dots, X_n) 是取自总体 X 的样本, 试求 α 的矩估计量和最大似然估计量。

