



МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

РФ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО
ОБРАЗОВАНИЯ

Московский авиационный институт
(национальный исследовательский университет)

Институт № 8 «Компьютерные науки и прикладная математика»
Кафедра 806 «Вычислительная математика и программирование»

ОТЧЁТ

По дисциплине: «Введение в авиационную и ракетно-космическую технику»

На тему: «Миссия «Венера - 7»

Оценка:

Подпись преподавателя:

Выполнили:

Группа М8О-112БВ- 24

Стальной И. Е.

Сысуев П. С.

Горбачев Ф. М.

Добров А. А.

Москва, 2024

Содержание

Введение	3
Описание миссии	4
Физико-математическая модель	9
Программная реализация	24
Итоги вычислений	27
Симуляция полёта	27
О работе каждого участника	33
Заключение	33
Источники	35

Введение

Описание команды:

Стальной Иван Евгеньевич – тимлид, конструктор KSP, оформление;

Сысуев Павел Сергеевич - математик, составлял математическую/физическую модель, оформление;

Горбачев Фёдор Матвеевич — физик, составлял математическую/физическую модель;

Добров Артем Александрович - Программирование на Python, оформление.

Цель проекта:

Разработка математической и физической моделей и проведение симуляции исторической миссии «Венера - 7»

Задачи миссии:

1. Сбор информации о миссии «Венера - 7»;
2. Составление плана полета;
3. Создание математической и физической моделей;
4. Моделирование графиков выведенных моделей
5. Постройка аппарата и реализация миссии в KSP
6. Анализ данных миссии в KSP и сравнение их с рассчитанными моделями;
7. Составить отчёт о миссии.

Описание миссии

Миссия состоит в том, чтобы смоделировать полёт и доставить спускаемый аппарат на Венеру аналогично миссии «Венера - 7».

Реальная миссия:

Целью запуска автоматической станции «Венера-7» была доставка спускаемого аппарата на поверхность планеты Венеры. Это была первая посадка работоспособного космического аппарата на другой планете.

Дата старта: 17 августа 1970 года 8 часов 38 минут 21,745 секунд московского времени с космодрома Байконур.

2 октября и 17 ноября были проведены две успешные коррекции орбиты станции. Эти коррекции проводились с ориентацией по Солнцу. Две попытки коррекции (27 и 30 сентября) с ориентацией на звезду Сириус, были неудачными.

15 декабря 1970 года, через 120 суток после старта, станция «Венера-7» достигла окрестностей планеты Венера. Во время аэродинамического торможения скорость аппарата относительно планеты уменьшилась с 11,5 км/с до 200 м/с. При этом максимальные перегрузки достигали 350 единиц.

Тормозной парашют спускаемого аппарата был введен в действие на высоте 55 км над поверхностью планеты. Внешнее давление на этой высоте составляло 0,7 атмосфер. 15 декабря 1970 года в 8 часов 34 минуты 10 секунд спускаемый аппарат станции «Венера-7» впервые в истории совершил посадку на поверхность Венеры в 2000 км от утреннего терминатора на ночной стороне, в точке с координатами 5° ю. ш. 351° в. д.

Информация со спускаемого аппарата поступала в течение 53 минут, в том числе — 20 минут с поверхности. Во время спуска были проведены замеры температуры атмосферы, которые менялись от 25 до 475 °С на поверхности планеты.

При входе СА в атмосферу произошёл отказ телеметрического коммутатора, в результате чего на Землю передавалась только температура

окружающей среды в течение всего спуска в атмосфере и нахождения аппарата на поверхности.

Одновременно проводились радиоизмерения доплеровского изменения сигнала, принимаемого на Земле от спускаемого аппарата. Именно эти измерения позволили вычислить пройденный путь, «привязать» значения температуры к определенной высоте и зафиксировать момент касания поверхности Венеры. Они же позволили зафиксировать скачок по скорости снижения в середине спуска с 14 до 26 м/с, а затем и скорость в момент касания поверхности (16 м/с), превышающую расчетную.

Вероятной причиной этого могло быть самопроизвольное срабатывание пирочки, вызванное статическим электричеством, и отстрел парашютных стренг.

Постоянные измерения соотношения сигнал/шум, принимаемого на Земле сигнала, позволили зафиксировать уменьшение в момент посадки уровня сигнала почти в 30 раз.

Это могло означать влияние ветра на спускаемый аппарат во время посадки, или же его опрокидывание.

Основная задача полёта, мягкая посадка на поверхность Венеры, была выполнена. Однако не все запланированные измерения были проведены.

По результатам измерений, проведённых на спускаемом аппарате станции «Венера-7», были рассчитаны значения давления и температуры на поверхности планеты Венера, они составили 90 ± 15 атмосфер и 475 ± 20 °С.

Космический аппарат:

Состав научной аппаратуры орбитального аппарата:

Прибор КС-18-4М для изучения потоков космических частиц;

Состав научной аппаратуры спускаемого аппарата:

1. ГС-4 — гамма-спектрометр для определения типа поверхностных пород планеты
2. ИТД — прибор для определения температуры и давления атмосферы
3. ДОУ-1М — прибор для измерения максимального ускорения на участке торможения спускаемого аппарата.

Характеристики ракеты:

Параметр	Характеристика
Назначение	Планетные исследования
Статус	Выведен из эксплуатации
Объект исследований	Венера
Дата запуска	17 августа 1970
Космодром	Байконур
Средства выведения	“Молния-М” с разгонным блоком “НВЛ”
Масса аппарата	1180 кг; масса спускаемого аппарата: 500кг
Рабочая орбита	Траектория перелета к Венере
Срок активного существования	120 суток

Таблица 1. Параметры АМС «Венера-7» [источник 1]

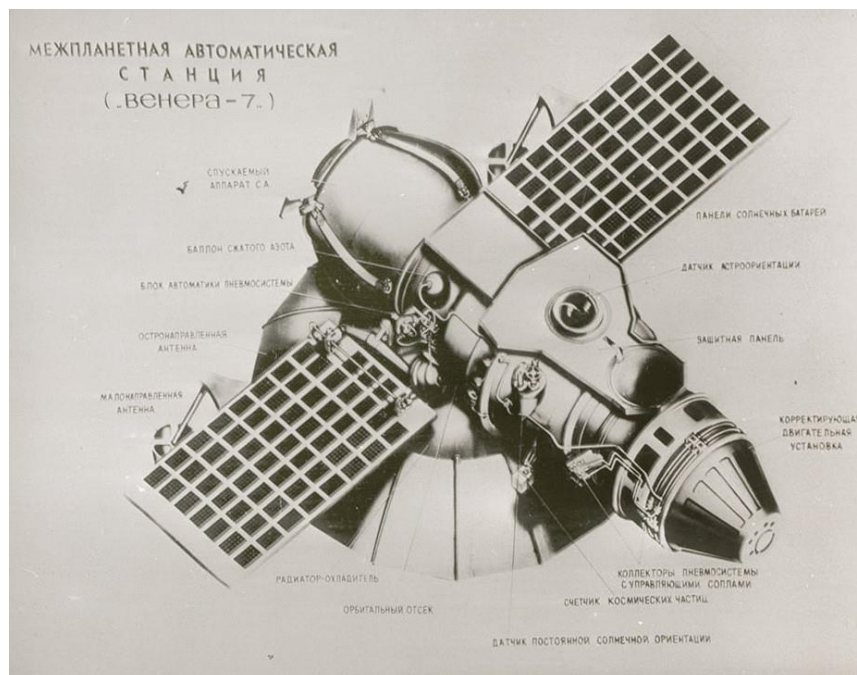


Рисунок 1. АМС типа В-69 («Венера-7») [источник 2]



Рисунок 2. Компонентная автоматическая межпланетная станция "Венера-7" [источник 2]

Спускаемый аппарат - форма, приближенная к сфере с диаметром ~ 1 м

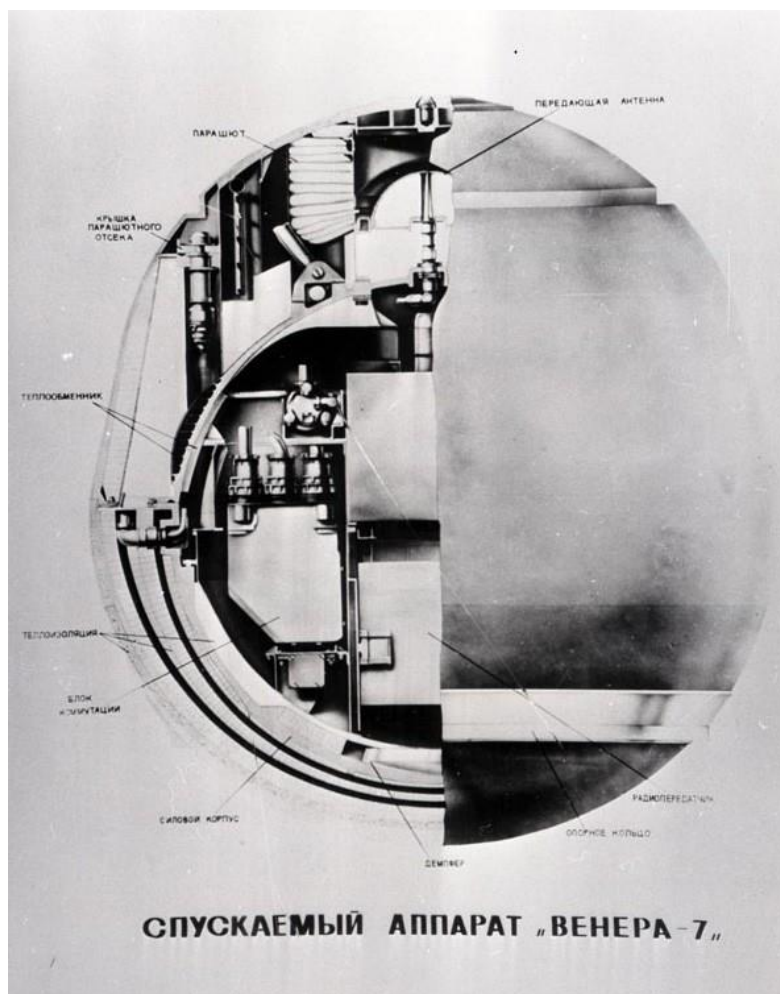


Рисунок 3. Схема спускаемого аппарата автоматической межпланетной станции (АМС) "Венера-7" [источник 3]

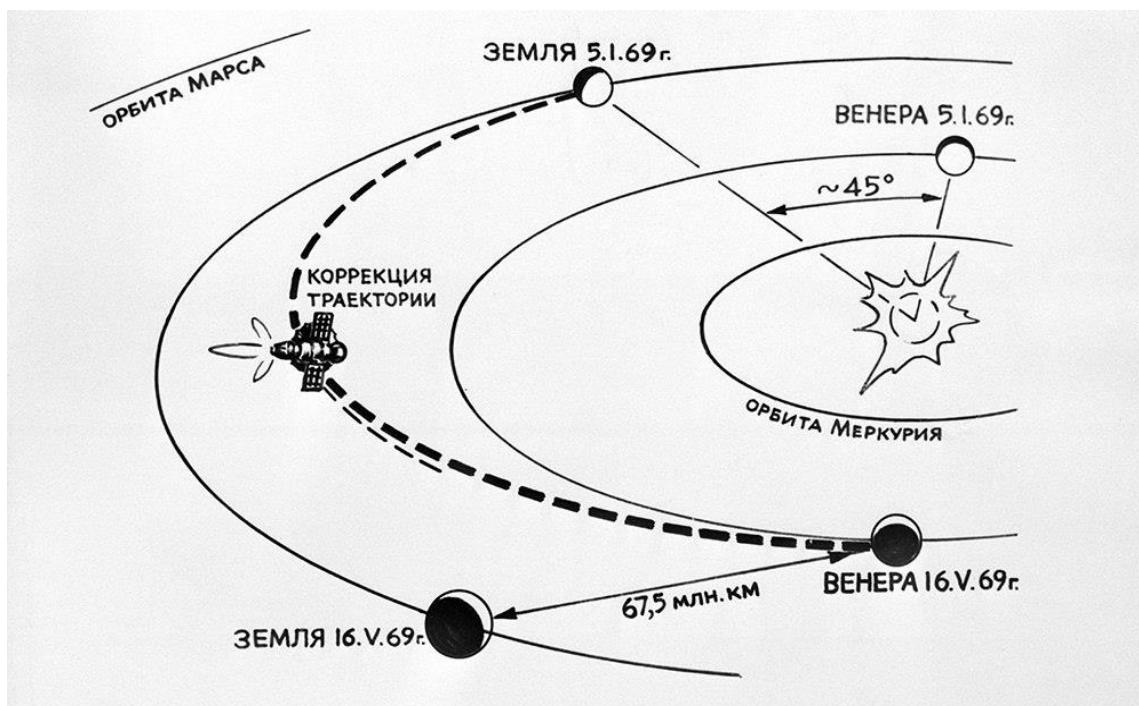


Рисунок 4. Траектория полёта [источник 3]

Физико-математическая модель

Будем создавать физико-математическую модель, опираясь в первую очередь на данные из KSP, поскольку, несмотря на общую схожесть Солнечной системы из реального мира и Кербольской системы из игры, характеристики планет достаточно разительно отличаются. Брать характеристики планет будем со страниц KSP wiki.

Орбита, по которой Кербин вращается вокруг Кербола, является окружностью, однако орбита, по которой вращается Ева, является эллипсом и имеет наклонение 2.1 градусов. Будем считать орбиту Евы окружностью и примем длину большой полуоси её эллиптической орбиты за радиус, а наклонением пренебрежём, поскольку оно не является значительным.

1. “Ресурс полёта” и условие взлёта

Ресурсом для полёта ракеты будем считать, в первую очередь, Δv - характеристическую скорость орбитального манёвра - в астродинамике и ракетодинамике изменение скорости космического аппарата, которое необходимо для выполнения орбитального манёвра.

Ресурс Δv ракеты можно достаточно просто рассчитать через формулу Циолковского, зная массу ракеты и количество топлива в ступени:

$$\Delta v = v_e \ln \left(\frac{M_0}{M_p} \right) = v_e \ln \left(1 + \frac{M_m}{M_p} \right)$$

[источник 4]

где v_e - скорость истечения продуктов сгорания из сопла ракетного двигателя, M_0 - масса ракеты с топливом, M_p - масса ракеты без топлива, M_m - масса топлива.

Однако, поскольку в KSP не указана скорость v_e , выразим её следующим образом из формулы удельного импульса тяги:

$$I_{sp} = \frac{v_e}{g_0} \Rightarrow v_e = I_{sp} g_0$$

[источник 4]

где $g_0 \approx 9,81 \text{ м/с}^2$ - постоянная.

Тогда получаем следующую формулу для расчёта ΔV ступени ракеты:

$$\Delta v = I_{sp} g_0 \ln \left(1 + \frac{M_m}{M_p} \right)$$

Поскольку при полёте до поверхности Венеры неоднократно происходит переход космического аппарата с одной орбиты на другую, необходима формула для расчёта Δv , тратящейся на такие переходы. Для этого очень удобен закон инвариантности орбитальной энергии, по-другому называющийся уравнением vis-viva (“живой силы”)

Рассмотрим вывод данной формулы. Запишем уравнение полной механической энергии для тела, находящегося на орбите около некоторой планеты:

$$E = \frac{1}{2} m v^2 - \frac{GMm}{r}$$

[источник 4]

где m - масса тела, v - скорость тела, G - гравитационная постоянная, M - масса планеты, r - радиус от центра планеты до тела.

Одним из свойств орбиты является то, что величина $\varepsilon = \frac{E}{m}$ является постоянной

Тогда запишем следующую формулу для двух разных точек орбиты (далее 1- перигеум, 2- апогеум):

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_2 \Leftrightarrow \frac{v_1^2}{2} - \frac{GM}{r_1} = \frac{v_2^2}{2} - \frac{GM}{r_2}$$

[источник 4]

Для удобства записи введём следующую величину: $\mu = GM$ -гравитационный параметр. Тогда получаем:

$$\frac{v_1^2}{2} - \frac{v_2^2}{2} = \mu \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)$$

[источник 4]

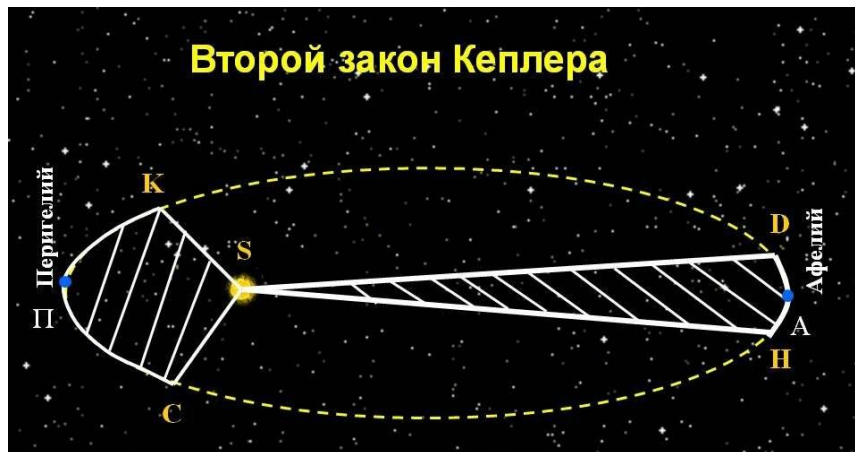


Рисунок 5. Реализация второго закона Кеплера [источник 4]

Для дальнейшего вывода формулы воспользуемся вторым законом Кеплера. Так, по чертежу сверху видим следующее:

$$\frac{1}{2} r_1 v_1 \Delta t = \frac{1}{2} r_2 v_2 \Delta t \Leftrightarrow v_2 = \frac{r_1 v_1}{r_2}$$

[источник 5]

Подставив значение v_2 в предыдущую формулу, получаем:

$$v_1 = \sqrt{\frac{2\mu r_2}{r_1(r_1 + r_2)}}$$

[источник 5]

- формула скорости, которую тело должно иметь в перигентре r_1 для получения апоцентра r_2 .

Тогда величина ΔV , на которую ракета должна ускориться в перигентре, равна разности v_1 и $v = \sqrt{\frac{\mu}{r_1}}$.

Получим следующую формулу:

$$\Delta v_1 = \sqrt{\frac{\mu}{r_1}} \left(\sqrt{\frac{2r_2}{r_1 + r_2}} - 1 \right)$$

[источник 4]

- величина Δv в перигеетре для поднятия апоцентра круговой орбиты радиуса r_1 до радиуса r_2 .

Аналогично, Δv в апоцентре r_2 для “округления” орбиты до r_2 равна

разности v_2 $v = \sqrt{\frac{\mu}{r_1}}$

$$\Delta v_2 = \sqrt{\frac{\mu}{r_2}} \left(1 - \sqrt{\frac{2r_1}{r_1 + r_2}} \right)$$

[источник 4]

Траектория перехода космического аппарата с одной круговой орбиты на другую посредством двух запусков двигателя называется Гомановской.

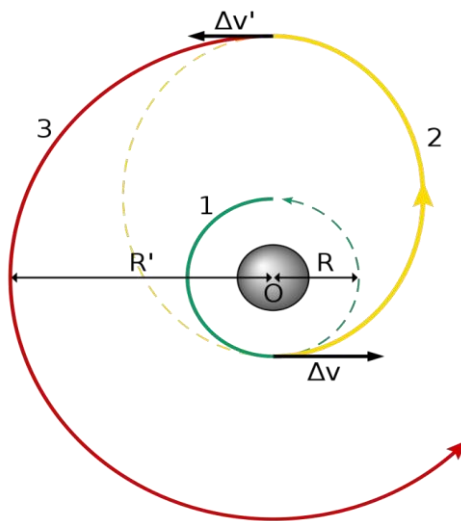


Рисунок 6. Орбита Гомана [источник 6]

2. Переход на орбиту Кербина

При помощи уравнения vis-viva рассчитаем объём Δv , необходимый для выхода на орбиту 100 км около Кербина.

Имеем $r_1=600\,000$ м, $r_2=700\,000$ м.

Тогда:

$$\Delta v_1 = \sqrt{\frac{3,5316 \cdot 10^{12}}{600\,000}} \left(\sqrt{\frac{2 \cdot 700}{600 + 700}} - 1 \right) \approx 91,6 \text{ м/с}$$

$$\Delta v_2 = \sqrt{\frac{3,5316 \cdot 10^{12}}{700\,000}} \left(1 - \sqrt{\frac{2 \cdot 600}{600 + 700}} \right) \approx 88,1 \text{ м/с}$$

[источник 4]



Рисунок 7. Орбита Кербина [источник 7]

Однако, данные величины предполагают, что на поверхности земли тело уже движется со скоростью

$$v_{\text{пов}} = \sqrt{\frac{\mu}{r_1}} = \sqrt{\frac{3,5316 \cdot 10^{12}}{600\,000}} \approx 2426,1 \text{ м/с}$$

[источник 7]

Тогда $\Delta v_0 = v_{\text{пов}} + \Delta v_1 + \Delta v_2 = 2605,8$

[источник 7]

Тем не менее, нужно учитывать ещё два фактора: скорость вращения тела, находящегося на поверхности планеты, и сопротивление атмосферы.

Скорость вращения тела на поверхности равна: $v_{вр} = \frac{2 \pi r_1}{T}$

[источник 8]

где $T = 21\,549.425$ с - период вращения Кербина вокруг своей оси. Тогда

$$v_{вр} = \frac{2 * 3,14 * 600000}{21549,425} \approx 174,85 \frac{м}{с}$$

[источник 7]

Взлёт ракеты можно описывать с помощью уравнения Мещерского:

$$m \frac{dv}{dt} = - \left(U \frac{dm}{dt} + \frac{\mu m}{r^2} + CS \frac{\rho v^2}{2} \right)$$

[источник 8]

где U - скорость вылетающего топлива относительно космического аппарата, ρ - плотность атмосферы (кг/м³), C - безразмерный коэффициент сопротивления формы, S - площадь поперечного сечения (м²), r - расстояние от центра планеты, μ - гравитационный параметр планеты.

Для точного расчёта Δv_a , потерянного из-за влияния атмосферы, нужно знать путь взлёта космического аппарата, но даже при этом Δv_a нельзя найти аналитически, только через проведение вычислений каждую единицу времени или значительное число допущений. Поэтому будем считать Δv_a , потерянную из-за трения об атмосферу, равной 1000 м/с как опытно полученную величину.

Тогда конечная величина при взлёте с точки, близкой к экватору, на восток

$$\Delta v_n = \Delta v_o + \Delta v_a - v_{вр} = 3430,95 \frac{м}{с}$$

[источник 7]

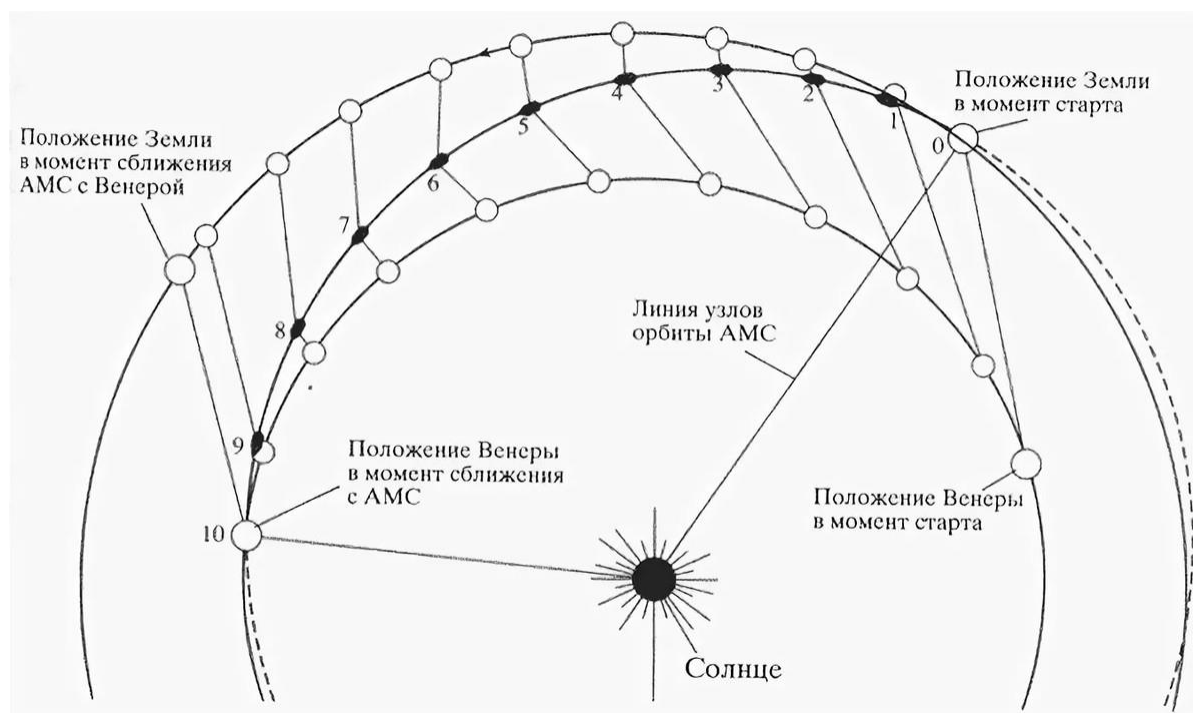


Рисунок 8. Орбитальный переход [источник 9]

3. Расчёт окна полёта

Теперь, когда была рассчитана Δv для выхода на орбиту, просчитаем окно полёта (фазовый угол между Кербином и Евой относительно Керболо).

Орбита Гоманского перехода от Кербина к Еве будет иметь апоцентр

$r_1 = 1,36 \cdot 10^{10}$ м, перицентр $r_2 = 0,9832 \cdot 10^{10}$. Тогда большая полуось орбиты будет равна:

$$a = \frac{r_1 + r_2}{2}$$

Время, за которое космический аппарат пролетит от Керболо до Евы, будет равно половине периода его движения по Гомановской орбите:

$$T_{\pi} = \pi \sqrt{\frac{a^3}{\mu}}$$

[источник 7]

где μ - гравитационный параметр Керболо.

Фазовый угол читается следующим образом:

$$\varphi = 180^\circ * \left(1 - \frac{T_n}{T_\partial}\right) \Leftrightarrow \varphi = 180^\circ * \left(1 - \frac{r_1 + r_2^{\frac{3}{2}}}{2 r_2}\right) = 180^\circ * \left(1 - \frac{1,36 + 0,9832^{\frac{3}{2}}}{2 * 0,9832}\right) \approx -54.13^\circ$$

[источник 4]

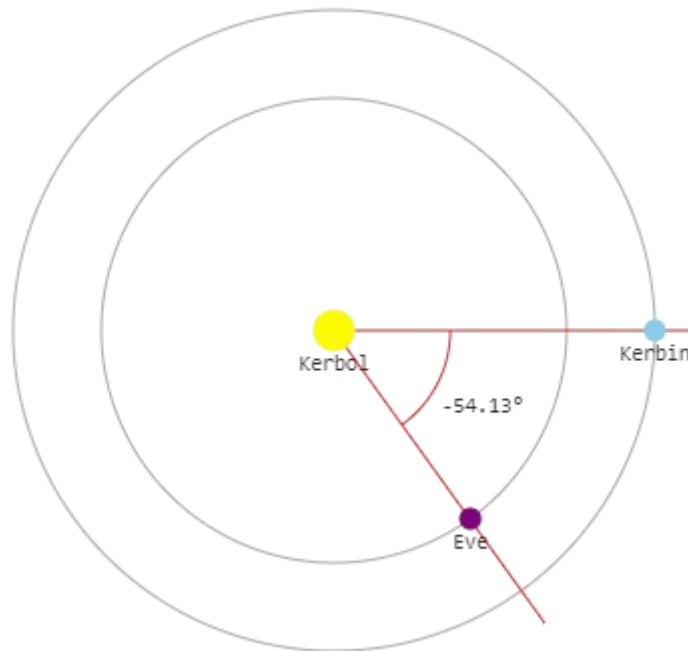


Рисунок 9. Визуализация окна полёта [источник 6]

4. Вспомогательные величины для расчёта перехода от Кербина к Еве

Теперь, рассчитаем Δv для орбитального перехода от Кербина к Еве. Возьмём $r_1 = 1,36 * 10^{10}$ м, $r_2 = 0,9832 * 10^{10}$ м. Тогда величины

$$v_{Sk} = \sqrt{\frac{1,172333 * 10^{18}}{1,36 * 10^{10}}} \left(\sqrt{\frac{2 * 0,9832}{0,9832 + 1,36}} - 1 \right) \approx 779,2 \text{ м/с}$$

$$v_{Se} = \sqrt{\frac{1,172333 * 10^{18}}{0,9832 * 10^{10}}} \left(1 - \sqrt{\frac{2 * 1,36}{0,9832 + 1,36}} \right) \approx 845,2 \text{ м/с}$$

[источник 4]

v_{sk} - скорость, с которой космический аппарат должен выйти из сферы влияния (SOI) Кербина, v_{se} - скорость, с которой космический аппарат войдёт в сферу влияния Евы. В данном случае в уравнение vis-viva был подставлен гравитационный параметр Керболо.

5. Оптимальный угол для выхода из SOI Кербина

Однако, для того, чтобы правильно провести переход, недостаточно просто набрать достаточную скорость. Необходимо приобрести Δv в специфической точке орбиты, чтобы при выходе из SOI Кербина направление движения ракеты было противоположно направлению движения планеты по орбите. Рассчитаем этот угол, используя следующий набор формул:

$$e = \frac{r_{pK} v_{pK}^2}{\mu} - 1 \quad ||| \quad \theta = 180^\circ - \arccos\left(\frac{1}{e}\right)$$

[источники 4, 5]

где e - эксцентриситет орбиты, v_{pK} - скорость, которую должен иметь космический аппарат, находящийся на расстоянии r_{pK} от центра планеты, для вылета из её SOI. Найдём v_{pK} из формулы

$$\frac{v_{pK}^2}{2} - \frac{v_{sk}^2}{2} = \mu \left(\frac{1}{r_{pK}} - \frac{1}{r_{sk}} \right) \Leftrightarrow v_{pK} = \sqrt{2\mu \left(\frac{1}{r_{pK}} - \frac{1}{r_{sk}} \right) + v_{sk}^2}$$

[источник 4]

где v_{sk} - скорость выхода из SOI Кербина, рассчитанная в предыдущем пункте, $r_{sk} = 8,416 \cdot 10^7$ м - радиус SOI Кербина.

$$v_{pK} = \sqrt{2 * 3,5316 * 10^{12} \left(\frac{1}{7 \cdot 10^5} - \frac{1}{8,416 \cdot 10^7} \right) + 779,2^2} \approx 3257,84 \text{ м/с}$$

$$e = \sqrt{\frac{8,416 \cdot 10^7 * (3257,84)^2}{3,5316 \cdot 10^{12}}} - 1 \approx 1,1072$$

$$\theta = 180^\circ - \arccos\left(\frac{1}{1,1072}\right) \approx 154,58^\circ$$

[источник 5]

- искомый угол.

Рассчитаем Δv_K для выхода из SOI Кербина:

$$\Delta v_K = v_{pK} - \sqrt{\frac{\mu}{r_{pK}}} = 3257,84 - \sqrt{\frac{3,5316 \cdot 10^{12}}{700\,000}} \approx 1011,7 \text{ м/с}$$

[источник 8]

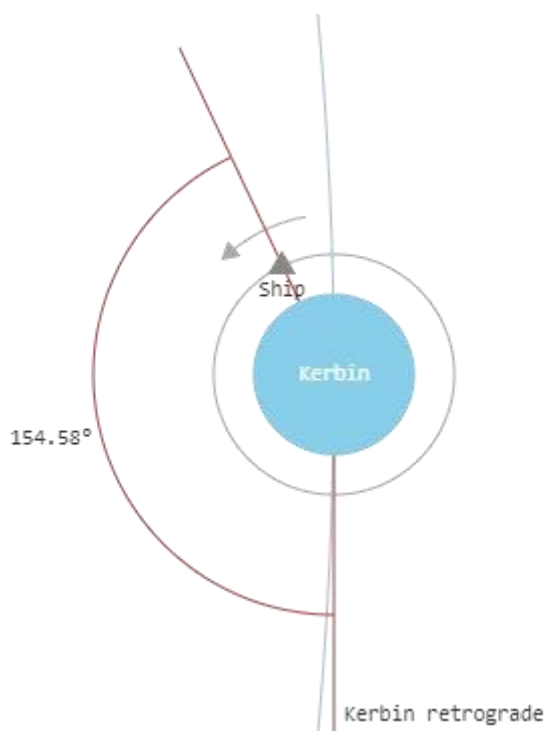


Рисунок 10. Оптимальный угол для выхода из SOI Кербина [источник ?]

6. Переход на орбиту Евы (идеальный вариант)

После выхода из SOI Кербина космический аппарат будет двигаться по эллиптической орбите с фокусом в Керболе, эксцентриситет которой равен

$$e = \frac{r_2 - r_1}{r_2 + r_1} = \frac{1,36 - 0,9832}{1,36 + 0,9832} \approx 0,1608$$

[источник 4]

где r_1 - радиус орбиты Евы, r_2 - радиус орбиты Кербина.

Для описания движения космического аппарата по эллиптической орбите воспользуемся таким понятием как “истинная аномалия” - это угол между радиус-вектором космического аппарата и направлением на перицентр его орбиты.

Из-за принципа совершаемого орбитального перехода вход в SOI Евы произойдёт в точке, в которой истинная аномалия v будет близка к 0° . Проведём расчёты, исходя из этого. Длина радиус-вектора космического аппарата в любой точке орбиты равна:

$$r = \frac{a(1 - e^2)}{(1 + e \cos v)}$$

[источник 4]

где a - Большая полуось орбиты.

Тогда для $v=0$

$$r = \frac{\frac{1,36 + 0,9832}{2} * 10^{10} (1 - 0,1608^2)}{(1 + 0,1608 * \cos 0)} \approx 0,9832 * 10^{10} \text{ м}$$

[источник 4, 7]

то есть длина радиус-вектора будет равна радиусу орбиты Евы.

Далее для $v=0^\circ$ угол направления движения, который равен 90° (угол между радиус-вектором и вектором скорости тела), составляет:

$$\phi = \arctg\left(\frac{e \sin v}{1 + e \cos v}\right) = \arctg\left(\frac{0,1608 * \sin 0^\circ}{1 + 0,1608 * \cos 0^\circ}\right) = 0$$

[источник 4]

При этом скорость относительно Кербла в этой точке орбиты

$$v_{\text{кр}} = \sqrt{\mu\left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a}\right)} = \sqrt{1,172333 * 10^{18} \left(\frac{2}{0,9832 * 10^{10}} - \frac{1}{\frac{1,36 + 0,9832}{2} * 10^{10}}\right)} \approx 11764,79 \text{ м/с}$$

[источник 4]

Ева движется по своей орбите со скоростью

$$v_{gk} = \sqrt{\frac{\mu}{r}} = \sqrt{\frac{1,172333 \cdot 10^{18}}{0,9832 \cdot 10^{10}}} \approx 10919,55 \text{ м/с}$$

[источник 7]

тогда космический аппарат войдёт в SOI Евы с относительной скоростью

$$v_{Se} = |v_{kp} - v_{пл}| = 845,24 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

- данная величина совпадает с вычисленной ранее $v_{Se} = 845,2 \frac{\text{м}}{\text{с}}$ с учётом погрешности из-за округления величин.

7. Торможение в SOI Евы (300 км)

Найдём v_{pE} в ближайшей точке траектории от Евы (300км):

$$v_{pE} = \sqrt{2\mu\left(\frac{1}{r_{pE}} - \frac{1}{r_{Se}}\right) + v_{Se}^2}$$

[источник 4]

где r_{pE} - минимальное расстояние между Евой и космическим аппаратом,

v_{pE} - скорость, с которой аппарат войдёт в SOI Евы.

$$v_{pE} = \sqrt{2 * 8,172 * 10^{12} \left(\frac{1}{10 \cdot 10^5} - \frac{1}{8,5109 \cdot 10^7}\right) + 845,2^2} \approx 3890,76 \text{ м/с}$$

[источник 4]

Тогда Δv_e для остановки на круговой орбите Евы 300 км будет равно:

$$\Delta v_e = v_{pE} - \sqrt{\frac{\mu}{r_{pE}}} = 3890,76 - \sqrt{\frac{8,172 \cdot 10^{12}}{10^6}} \approx 1032,09 \text{ м/с}$$

[источники 7]

Далее, для опускания перицентра до уровня поверхности Евы нужна

$$\Delta v_{\tau} = \sqrt{\frac{8,172 \cdot 10^{12}}{10 \cdot 10^5}} \left(1 - \sqrt{\frac{2 \cdot 700}{1000 + 700}}\right) \approx 264,5 \text{ м/с}$$

[источник 4]

8. Расчёт зависимостей

Учитывая специфику нашей миссии и ознакомившись со всеми процессами во время полёта ракеты, можем составить математическую модель и сделать выводы о зависимостях:

$$\begin{cases} \rho(h) = \rho_0 * e^{-h/H} \\ P(h) = P_0 * e^{-h/H} \\ H = (h_2 - h_1) / \ln(P_1/P_2) \end{cases}$$

[источники 10, 11]

9. Зависимость давления от высоты:

Для нахождения зависимости давления от высоты на Венере можно использовать модель, основанную на идеальном газовом законе и статическом барометрическом уравнении.

Идеальный газовый закон утверждает, что давление P , объем V и температура T связаны следующим образом: $P = \frac{n \cdot R \cdot T}{V}$, где n – количество вещества, R – универсальная газовая постоянная. [источники 11]

Статическое барометрическое уравнение связывает давление и высоту в вертикальном столбе газа: $dP/dh = -\rho * g$, где dP/dh – производная давления по высоте, ρ – плотность газа, g – ускорение свободного падения.

На Венере плотность газа будет меняться с высотой в связи с её атмосферой, и поэтому мы не можем использовать простую формулу для плотности. Однако мы можем воспользоваться моделью экспоненциального убывания плотности с высотой: $\rho(h) = \rho_0 * e^{-h/H}$, где ρ_0 – плотность на уровне моря, H – масштабная высота, которая определяет, как быстро плотность меняется с высотой.

Теперь соединим все эти уравнения, чтобы получить зависимость давления от высоты на Венере:

$$\begin{aligned}
dP/dh &= -\rho * g \\
dP/dh &= -\rho_0 * e^{-h/H} * g \\
dP &= -\rho_0 * e^{-h/H} * g * dh \\
\int dP &= \int -\rho_0 * e^{-h/H} * g * dh
\end{aligned}$$

[источники 10, 11]

$P(h) = -\rho_0 * H * g * e^{-h/H} + C$, где C - постоянная интегрирования. В качестве начального условия можем выбрать давление на поверхности планеты, то есть $P(h = 0) = P_0$.

Таким образом, окончательная математическая модель для нахождения зависимости давления от высоты на Венере будет иметь вид:

$$P(h) = P_0 - \rho_0 * H * g * e^{-h/H}$$

Чтобы найти значение H , нам понадобится дополнительная информация, например, давление на определенной высоте или другие параметры атмосферы Венеры. Если у нас есть известные значения давления P_1 и P_2 на двух разных высотах h_1 и h_2 соответственно, мы можем использовать эту информацию, чтобы найти значение масштабной высоты H

Используя формулу для $P(h)$, получим два уравнения:

$$\begin{aligned}
P_1 &= P_0 - \rho_0 * H * g * e^{-h_1/H} \\
P_2 &= P_0 - \rho_0 * H * g * e^{-h_2/H}
\end{aligned}$$

Мы можем разделить эти два уравнения и избавиться от P_0 и g :

$$\frac{P_1}{P_2} = e^{h_1 - h_2 / H}$$

Затем можно взять натуральный логарифм от обеих сторон этого уравнения:

$$\ln(P_1/P_2) = (h_2 - h_1) / H$$

Переставив формулу, найдем H :

$$H = (h_2 - h_1) / \ln(P_1/P_2)$$

Таким образом, если у нас есть известные значения давления на двух разных высотах, мы можем использовать эту формулу для определения масштабной высоты H атмосферы Венеры.

Таким образом, математическая модель для нахождения давления на Венере от высоты при падении можно представить с помощью уравнения идеального газа в следующей форме:

$$P = P_0 * e^{-h/ht}$$

где:

P - давление на высоте h

P_0 - давление на поверхности Венеры,

h - высота над поверхностью Венеры,

ht - характерная высота, связанная с изменением давления (зависит от состава атмосферы).

Это уравнение основано на предположении об экспоненциальном снижении давления в атмосфере при падении, что справедливо при условии постоянства температуры и состава атмосферы на протяжении довольно большого диапазона высот. Предположим, что плотность на уровне моря Венеры составляет примерно 67 кг/м^3 . Это значение является приближением, так как реальная атмосфера Венеры имеет сложную структуру и плотность меняется с высотой.

10. Зависимость плотности воздуха от высоты:

Для моделирования зависимости плотности воздуха от высоты на Венере можно использовать формулу экспоненциального убывания плотности с высотой. Эта модель основывается на предположении, что атмосфера Венеры можно рассматривать как идеальный газ. Формула для зависимости плотности воздуха от высоты h на Венере имеет вид:

$$\rho(h) = \rho_0 * e^{-h/H}$$

где:

$\rho(h)$ - плотность воздуха на высоте h ,

ρ_0 - плотность воздуха на уровне моря (начальная плотность),

H - масштабная высота атмосферы Венеры.

В этой формуле, экспоненциальное убывание с высотой характеризуется параметром H . Чем меньше значение H , тем быстрее плотность воздуха убывает с высотой.

Программная реализация

Одной из основных задач “Венера-7” была вычисление атмосферного давления и плотности воздуха на Венере, поэтому было принято решение строить графики зависимости именно этих значений.

С помощью формул, полученных в математической модели, реализуем программные коды на языке Python, такие как:

1)krpc запись.py - программа для записи данных об атмосферном давлении и плотности воздуха из KSP.

2)density_for_high.py - программа реализации зависимости плотности воздуха от высоты.

3)density_remains.py - программа для расчёта погрешности вычислений плотности воздуха по высоте

4)pressure_for_high.py - программа реализации зависимости атм. давления от высоты

5)pressure_remains.py - программа для расчёта погрешности вычислений атм. давления по высоте

Учитывая специфику нашей миссии, а соответственно и зависимостей, было принято решение о том, чтобы рассматривать их во время этапа падения на Венеру, а именно последние 55 км падения, а за период вычислений брать 1 км. Программа должна рассчитать значения характеристик, фигурирующих в выбранных для изучения зависимостях.

Во время реализации используем следующие библиотеки: math - для математических операций с логарифмами и экспонентой, json - для работы с JSONфайлами, matplotlib – для визуализации полученных данных в виде графиков. Также для реализации первого кода нам потребуется мод kRPC. С помощью графиков (график 1 и график 2) можно понять, что происходит с аппаратом в тот или иной момент времени, и сделать вывод, где вычисления не соответствуют происходящему с аппаратом.

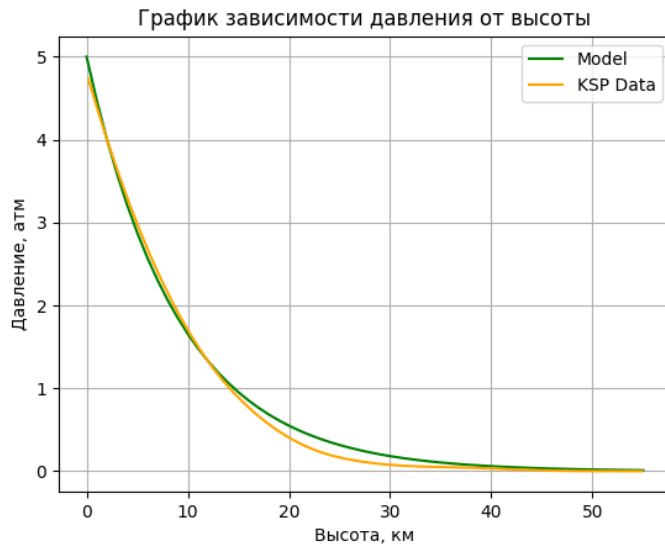


График 1

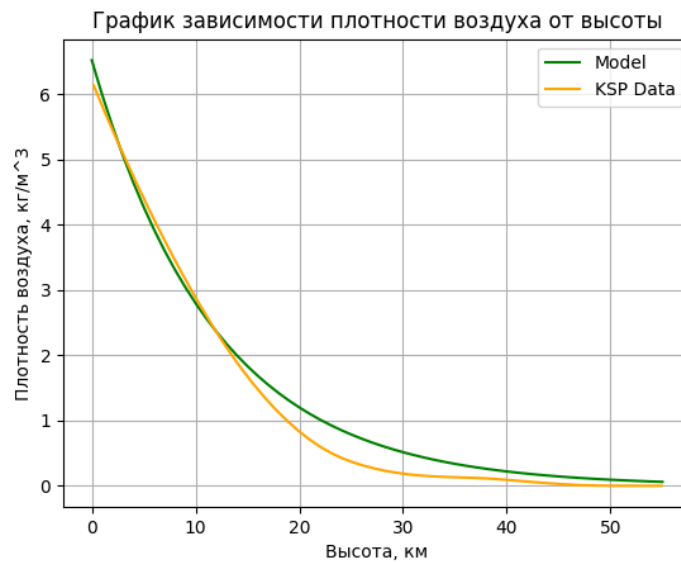


График 2

Оценка погрешности

Погрешность измерений была оценена с помощью анализа остатков, то есть разницы между фактическими и предсказанными значениями. Чем меньше разброс остатков, тем меньше погрешность измерений

Для этого была написана программа, вычисляющая эти остатки и строящая графики (График 3 и График 4) их зависимости от высоты.

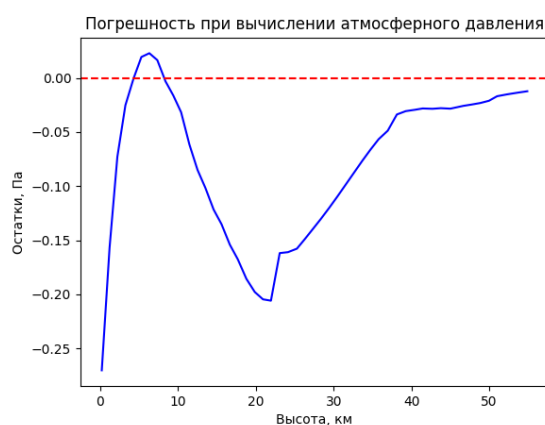


График 3

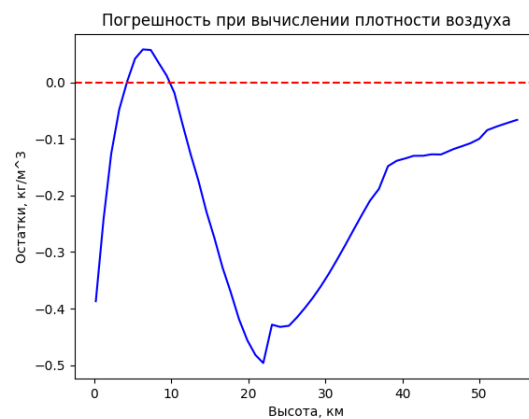


График 4

Полученные графики (график 1 и график 2) наглядно показывают, что наши предположения об экспоненциальном росте плотности воздуха и

атмосферного давления с уменьшением высоты оказались верны

Графики практически совпадают. Имеет место быть небольшое отклонение, которое может быть связано с тем, что:

- Возможны малейшие отклонения в процессе симуляции посадки в KSP;
- Некоторые константы, значения которых не получилось найти в характеристиках KSP, были взяты из сети Интернет, вследствие чего они могут отличаться от используемых в симуляторе.

Подведём итоги вычислений:

I. Оптимальный угол между Евой Кербином для перехода по Гоманской орбите: $\varphi = -54,13^\circ$

II. $\Delta v_n = 3430,95$ м/с для выхода на орбиту 100 км вокруг Кербина

III. $\Delta v_k = 779,2$ м/с для выхода из SOI Кербина с нужной скоростью, при этом в точке приобретения Δv угол между направлением, противоположным движению планеты, и скоростью ракеты должен составлять: $\Theta = 154,58^\circ$

IV. $\Delta v_e = 1032,09$ м/с для остановки на круговой орбите Евы 300 км

V. $\Delta v = 264,5$ м/с для перехода на посадочную орбиту

Симуляция полёта

Стальной Иван, капитан команды Ракетка, симулировал полет «Венеры-7». В рамках исследования был проведен эксперимент по детальной симуляции миссии «Венера-7». Цель заключалась в тщательном воссоздании каждого этапа полета, придавая виртуальному пространству максимально реалистичные характеристики.

Процесс начался с подробного анализа конструкции ракеты-носителя «Молния-М». Не ограничиваясь общим взглядом, было уделено внимание каждой детали в стремлении достичь максимального соответствия оригинальному аппарату. Разделение на ступени, характеристики двигателей и топливных баков были воссозданы с учетом документированных данных.

Первый этап – старт с космодрома Байконур (рисунок 11) – требовал внимательного моделирования воздействия атмосферы и отделения ступеней. В процессе вывода аппарата в атмосферу следовало следить за расходом топлива, чтобы впоследствии не исчерпать его запас. На высоте 10,322 м ракета наклонилась под углом 45° , тем самым обеспечивая возникновение горизонтальной скорости, а на высоте 26,202 м, спустя 90 секунд после отделения первой ступени (рисунок 12), – под углом 90° для корректного выхода на орбиту. На высоте 70,379 м, спустя 185 секунд после отделения второй ступени (рисунок 13) ракета оказалась на орбите (рисунок 14).



Рисунок 11



Рисунок 12



Рисунок 13



Рисунок 14

Второй этап – выход на орбиту и Гомановский переход (рисунок 15), которые предоставили возможность провести серию точных маневров. Внимательно производилась корректировка траектории, уделялось особое внимание переходу на II Космическую скорость. Была включена САС на высоте 101,300 м и добавлена точка маневра для совершения Гомановского перехода, который ракета совершила на высоте 112,600 м. После успешного построения траектории отделилась третья ступень.

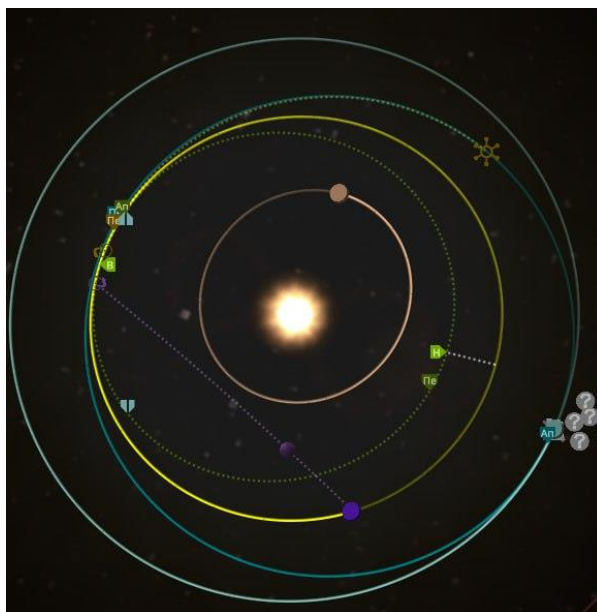


Рисунок 15

Для вхождения в орбиту Венеры, был совершен последний маневр на высоте 70,000 км. При достижении этой цели двигатели отключились. На подлете к Венере максимальная скорость достигла в 4142 м/с, которая начала уменьшаться при столкновении с атмосферой. На высоте 84 км отсоединился СА. В реальной миссии парашют раскрылся на 55 км, но в KSP максимальная высота, на которой это можно было совершить без вреда - 38,407 м, и скорость - 209.5 м/с, поэтому парашют не раскрылся, а только выпустился. (рисунок 16)



Рисунок 16

На высоте 820 м парашют раскрылся (рисунок 17). В этот момент СА имел скорость в 4.6 м/с.



Рисунок 17

Мягкая посадка на поверхность Венеры (рисунок 18).



Рисунок 18

По завершении симуляции мы провели детальное сопоставление виртуального полета с данными оригинальной миссии. Мы сравнили виртуальные и реальные маневры, чтобы определить степень их соответствия.

Этот проект оказался не только техническим вызовом, но и возможностью глубже понять атмосферу реальных космических миссий. Виртуальные задачи и решения, принятые в процессе симуляции, обогатили наш практический опыт и знания в области космической навигации.

Таким образом, симуляция миссии «Венера-7» в KSP является не только технической задачей и испытанием, но и шагом к более глубокому пониманию реальных аспектов космической науки.

О работе каждого участника

Стальной Иван (тимлид команды):

Нахождение источников описывающих миссию «Венера-7», помощь в работе с python кодом, реализация миссии в KSP

Горбачёв Фёдор:

Построение физической модели миссии, решение вопросов, связанных со скоростью, массой ракеты, скоростью выброса топлива, траектории ракеты.

Добров Артём

Написание python кодов, работа с KSP, построение графиков зависимостей.

Сысуев Павел:

Составление отчёта, разработка математической модели, построение физической модели зависимости давления и плотности воздуха от высоты.

Заключение

В рамках проектной работы наша команда успешно осуществила доставку спускаемого аппарата, являющегося функциональным аналогом аппарата станции «Венера-7», в атмосферу планеты Ева в космическом симуляторе Kerbal Space Program (KSP).

Для успешного выполнения миссии были разработаны физическая и математическая модели, необходимые для реализации полета. Также полет был смоделирован в космическом симуляторе Kerbal Space Program (KSP). Это позволило нам взять данные давления и плотности воздуха на Еве из симулятора с помощью программной реализации для построения графиков зависимостей и погрешностей.

С помощью программного мода kRPC и библиотек matplotlib и math для Python, мы построили графики зависимости плотности воздуха от высоты,

давления от высоты, погрешности при вычисления атмосферного давления, погрешности при вычисления плотности воздуха на планете Ева. Все эти графики были построены по математической модели и данным из Kerbal Space Program (KSP).

Полученные данные были тщательно проанализированы. Это позволило нам оценить точность разработанной модели и выявить возможные отклонения и сравнить полученную математическую и физическую модели с данными из Kerbal Space Program (KSP).

Все этапы работы, включая создание математической модели, реализацию полёта в KSP, анализ данных и сравнение с моделью, были подробно задокументированы. Результаты исследования представлены в формате презентации и видеоролика, которые содержат детальное описание полёта, графическое отображение данных и выводы, сделанные в ходе работы. Видеоролик позволяет наглядно ознакомиться с ходом эксперимента и демонстрирует результаты работы нашей команды.

Источники

1. Автоматическая межпланетная станция «Венера-7»: сайт - URL: <https://www.laspace.ru/ru/activities/projects/venera-7/>
2. Освоение космического пространства СССР 1967 - 1970: сайт - URL: <https://epizodsspace.airbase.ru/bibl/osvoen-kosm-pr-sssr/1968-1970/07.html>
3. Венера-7: сайт - URL: <https://epizodsspace.airbase.ru/01/2u/solnthe/ams/v-7/v-7.html>
4. Левантовский В. И. Механика космического полета в элементарном изложении. — М.: Наука, 1980. — 512 с.
5. А. Г. Рипп, О. В. Матузаева Второй Закон Кеплера. Учебное пособие по общей физике для студентов технических и естественно-научных специальностей
6. Гомановская траектория: сайт — URL: http://wiki-org.ru/wiki/Гомановская_траектория
7. Bate, R. R.; Mueller, D.D.; White, J.E. (1971). Fundamentals of Astrodynamics. New York: Dover Publications.
8. Мещерский И. В. «Динамика точки переменной массы» // В кн. И. В. Мещерский. Работы по механике тел переменной массы. Изд. 2-е. — М.: ГИТТЛ, 1952.
9. Гвидо фон Пирке: сайт - URL: https://epizodyspace.ru/bibl/zemlya_i_vselennaya/2002/1/1-pirke.html
10. Барометрическая формула. Большая Российская энциклопедия: сайт — URL: <https://bigenc.ru/c/barometricheskaia-formula-5fbd8c>
11. А. И. Слепков Кафедра общей физики физфака МГУ. Механика. Лекции: сайт — URL: http://genphys.phys.msu.ru/slepkov/glava_9-int.pdf