

ГУАП

КАФЕДРА № 41

ОТЧЕТ  
ЗАЩИЩЕН С ОЦЕНКОЙ  
ПРЕПОДАВАТЕЛЬ

Старший преподаватель  
\_\_\_\_\_  
должность, уч. степень, звание

\_\_\_\_\_  
подпись, дата

Н.А. Соловьева  
\_\_\_\_\_  
инициалы, фамилия

ОТЧЕТ О ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ

АЛГОРИТМЫ НА ГРАФАХ

по курсу: АЛГОРИТМЫ И СТРУКТУРЫ ДАННЫХ

РАБОТУ ВЫПОЛНИЛ

СТУДЕНТ гр. № 4314

\_\_\_\_\_  
подпись, дата

Д. М. Развеев  
\_\_\_\_\_  
инициалы, фамилия

Санкт-Петербург 2024

### 1. Цель работы:

познакомиться с основными алгоритмами, используемыми при работе с графами.

### 2. Вариант 4:

*Задание 4:* объявите структуру данных «Граф» на основе матрицы смежности с возможностью вывода ее текущего представления в терминал, после чего используйте его для реализации алгоритма Дейкстры и Форда-Беллмана. Добавьте возможность сохранения текущего представления графа в файл и загрузки из него.

### 3. Ход работы

*Задание 4*

Программа реализации:

```
import math
import heapq
from typing import List, Tuple

class Graph:
    def __init__(self, num_vertices: int):
        """
        Инициализация графа с заданным числом вершин.
        Матрица смежности заполняется бесконечностями, кроме диагонали (0).
        """
        self.num_vertices = num_vertices
        self.graph = [[math.inf] * num_vertices for _ in range(num_vertices)]
        for i in range(num_vertices):
            self.graph[i][i] = 0

    def add_edge(self, u: int, v: int, weight: float) -> None:
        """Добавляет ребро от вершины u к v с весом weight."""
        self.graph[u][v] = weight

    def print_graph(self) -> None:
        """Выводит матрицу смежности графа в терминал."""
        print("Матрица смежности графа:")
        for row in self.graph:
            print(" ".join(str(i) if i != math.inf else "∞" for i in row))

    def save_to_file(self, filename: str) -> None:
        """Сохраняет граф в файл."""
        with open(filename, "w") as f:
            f.write(f"{self.num_vertices}\n")
            for row in self.graph:
                f.write(" ".join(str(i) if i != math.inf else "∞" for i in row) +
                    "\n")
```

```

def load_from_file(self, filename: str) -> 'Graph':
    """Загружает граф из файла."""
    with open(filename, "r") as f:
        self.num_vertices = int(f.readline().strip())
        self.graph = []
        for line in f:
            self.graph.append([math.inf if x == "∞" else float(x) for x in
line.split()])
    return self

def dijkstra(self, start: int) -> List[float]:
    """Алгоритм Дейкстры для поиска кратчайших путей от вершины start."""
    dist = [math.inf] * self.num_vertices
    dist[start] = 0
    pq = [(0, start)] # (расстояние, вершина)

    while pq:
        current_dist, u = heapq.heappop(pq)
        if current_dist > dist[u]:
            continue

        for v in range(self.num_vertices):
            if self.graph[u][v] != math.inf:
                weight = self.graph[u][v]
                if dist[u] + weight < dist[v]:
                    dist[v] = dist[u] + weight
                    heapq.heappush(pq, (dist[v], v))

    return dist

def bellman_ford(self, start: int) -> Tuple[bool, List[float]]:
    """
    Алгоритм Форда-Беллмана для поиска кратчайших путей от вершины start.
    Возвращает (bool, List[float]), где bool — наличие отрицательного цикла.
    """
    dist = [math.inf] * self.num_vertices
    dist[start] = 0

    for _ in range(self.num_vertices - 1):
        for u in range(self.num_vertices):
            for v in range(self.num_vertices):
                if self.graph[u][v] != math.inf and dist[u] +
self.graph[u][v] < dist[v]:
                    dist[v] = dist[u] + self.graph[u][v]

    # Проверка на отрицательные циклы
    for u in range(self.num_vertices):
        for v in range(self.num_vertices):
            if self.graph[u][v] != math.inf and dist[u] + self.graph[u][v] <
dist[v]:
                return False, [] # Обнаружен отрицательный цикл

```

```
return True, dist
```

### Описание кода

Этот код реализует граф, представленный матрицей смежности, и включает два алгоритма поиска кратчайших путей: Дейкстры и Форда-Беллмана. Также предусмотрены функции для сохранения и загрузки графа из файла.

### Класс Graph:

- `__init__(self, num_vertices)` — Инициализирует граф с заданным числом вершин. Матрица смежности заполняется бесконечностями, за исключением диагонали.
- `add_edge(self, u, v, weight)` — Добавляет ребро между вершинами `u` и `v` с весом `weight`.
- `print_graph(self)` — Выводит матрицу смежности в консоль.
- `save_to_file(self, filename)` — Сохраняет граф в файл.
- `load_from_file(self, filename)` — Загружает граф из файла.
- `dijkstra(self, start)` — Алгоритм Дейкстры для нахождения кратчайших путей от вершины `start`.
- `bellman_ford(self, start)` — Алгоритм Форда-Беллмана для нахождения кратчайших путей от вершины `start` с проверкой на отрицательные циклы.

А теперь проведем тесты и замер производительности:

```
def run_tests() -> None:
    print("Тесты")

    # Тест 1: Создание графа и добавление рёбер
    g = Graph(5)
    g.add_edge(0, 1, 6)
    g.add_edge(0, 2, 7)
    g.add_edge(1, 2, 8)
    g.add_edge(1, 3, 5)
    g.add_edge(1, 4, -4)
    g.add_edge(2, 3, -3)
    g.add_edge(2, 4, 9)
    g.add_edge(3, 1, -2)
    g.add_edge(4, 0, 2)
    g.add_edge(4, 3, 7)

    # Тест 2: Вывод графа
    print("\nГраф:")
    g.print_graph()

    # Тест 3: Алгоритм Дейкстры
    distances = g.dijkstra(0)
    print("\nМинимальные расстояния (Дейкстра) от вершины 0:", distances)

    # Тест 4: Алгоритм Форда-Беллмана
    has_no_negative_cycle, distances = g.bellman_ford(0)
    if has_no_negative_cycle:
```

```

        print("\nМинимальные расстояния (Форд-Беллман) от вершины 0:", distances)
    else:
        print("\nОбнаружен отрицательный цикл!")

# Тест 5: Сохранение графа
g.save_to_file("graph.txt")

# Тест 6: Загрузка графа
new_graph = Graph(0).load_from_file("graph.txt")
print("\nЗагруженный граф:")
new_graph.print_graph()

if __name__ == "__main__":
    run_tests()

```

## Тесты

### Граф:

#### Матрица смежности графа:

```

0 6 7 ∞ ∞
∞ 0 8 5 -4
∞ ∞ 0 -3 9
∞ -2 ∞ 0 ∞
2 ∞ ∞ 7 0

```

Минимальные расстояния (Дейкстра) от вершины 0: [0, 2, 7, 4, -2]

Минимальные расстояния (Форд-Беллман) от вершины 0: [0, 2, 7, 4, -2]

### Загруженный граф:

#### Матрица смежности графа:

```

0.0 6.0 7.0 ∞ ∞
∞ 0.0 8.0 5.0 -4.0
∞ ∞ 0.0 -3.0 9.0
∞ -2.0 ∞ 0.0 ∞
2.0 ∞ ∞ 7.0 0.0

```

Видно, что класс верно выполнил все свои функции, значит код работает корректно.

## Вывод

В ходе лабораторной работы была реализована структура данных Граф на основе матрицы смежности, также реализованы алгоритмы Дейкстры и Форда-Беллмана. Добавлена возможность сохранения текущего представления графа в файл и загрузки из него, возможность вывода текущего представления матрицы в терминал.