

# 描述逻辑简介

## 1. 概念

论域必须是非空的，可以是无穷集合。论域中的元素称为实例（instance）。

**概念名称（concept name）**：类名，外延是论域的有限子集，可以看作一元谓词。

**作用名称（role name）**：关系名，表示论域中的二元关系，可以看作二元谓词。

**概念描述（concept description）**：用概念名称和作用名称按照语法规则构成的句子，表示对一些实例的抽象描述/刻画。

**概念定义（defined concept）**：将概念描述定义为一个概念名称。

**专名（nominal concept）**：外延只有一个元素的概念名称。

**个体名称（individual name）**：个体名，一般出现在          中，表示论域中的单个元素。因为这里用了“个体”，所以一般论域中的元素不称为个体，而是称为实例。

**实例断言（instance assertion）**：断言一个个体名称是一个概念名称的实例。

**概念模型（concept patterns）**：含有变量的概念描述。

## 2.          语法

## 3.          语义

4. 模态

描述逻辑  $\mathcal{AL}$  是多模态逻辑  $\mathcal{AL}^*$  的变体是由 Schild 于 1991 发现的。概念名称看作命题，作用名称看作可通达关系。 $\mathcal{AL}^*$  的解释就是一个克里普克结构，其中  $\mathcal{W}$  是世界集， $R$  既提供世界集上的可通达关系集又给出对命题的赋值。于是基于可通达关系  $R$ ，全称约束  $\forall r.C$  成为  $\forall x (x R y \rightarrow C(y))$ ，存在约束  $\exists r.C$  成为  $\exists x (x R y \wedge C(x))$ 。将  $\mathcal{AL}^*$  翻译到一阶逻辑 (FOL) 的通常方法也和模态逻辑的标准翻译一致。

5.

一个  $\mathcal{AL}$  模型是形如  $(\mathcal{W}, R, \mathcal{I})$  的概念定义的有限集合，其中  $\mathcal{W}$  是概念名称， $R$  是概念描述，并且同一个  $r$  在  $R$  中只出现一次。这时， $\mathcal{W}$  称作  $\mathcal{AL}$  中的原始概念。如果概念名称  $C$  在  $\mathcal{W}$  中出现，则称  $\mathcal{I}$  直接使用  $C$ ，将"使用"理解为"直接使用"的传递闭包。若  $\mathcal{W}$  中存在一个原始概念使用了它本身，则称  $\mathcal{I}$  含有循环（或一般的  $\mathcal{AL}$ ），否则称为无环的  $\mathcal{AL}$ 。

无环  $\mathcal{AL}$  的模型：如果  $\mathcal{I}$  满足概念定义  $\mathcal{I} \models C$ 。如果解释  $\mathcal{I}$  满足  $\mathcal{AL}$  中的所有概念定义，则解释  $\mathcal{I}$  是  $\mathcal{AL}$  的模型。

一般的  $\mathcal{AL}$  的模型：general concept inclusion axioms (GCI)s:  $\mathcal{AL}$  是形如  $C \sqsubseteq D$  的形式，其中  $C, D$  都是（复合）概念描述。如果  $\mathcal{I} \models C \sqsubseteq D$  则解释  $\mathcal{I}$  满足  $C \sqsubseteq D$ 。如果解释  $\mathcal{I}$  满足  $\mathcal{AL}$  中的所有 GCI 则解释  $\mathcal{I}$  满足概念定义  $\mathcal{I} \models \mathcal{AL}$ 。有限个  $\mathcal{AL}$  构成的集合是  $\mathcal{AL}$ 。如果解释  $\mathcal{I}$  满足  $\mathcal{AL}$  中的所有概念定义，则解释  $\mathcal{I}$  是  $\mathcal{AL}$  的模型。

6.

设有可数无穷个个体名称  $a_1, a_2, \dots$  等等， $\mathcal{AL}$  是形如  $\mathcal{AL} \cup \{a_i\}$  的断言的有限集合，其中  $\mathcal{AL}$  是概念描述， $a_i$  是作用描述。对每个个体  $a_i$  解释为  $a_i$ ，通常遵守唯一名称假设（ $\mathcal{UAI}$ ）。如果  $\mathcal{I} \models \mathcal{AL}$  则解释  $\mathcal{I}$  满足概念断言  $\mathcal{I} \models \mathcal{AL}$ 。如果  $\mathcal{I} \models \mathcal{AL}$  则解释  $\mathcal{I}$  满足作用断言  $\mathcal{I} \models \mathcal{AL}$ 。如果解释  $\mathcal{I}$  满足  $\mathcal{AL}$  中的所有断言，则解释  $\mathcal{I}$  是  $\mathcal{AL}$  的模型。

# 7. 推理

## T 推理(Terminological Reasoning)

- 可满足 (Satisfiability): 如果存在一个概念描述  $C$  和一个 TBox  $T$  的共同模型时, 那么  $C$  相对于  $T$  是可满足的。
- 包含 (Subsumption): 如果对于一个 TBox  $T$  的任意模型  $\mathcal{M}$ , 均有  $\mathcal{M} \models C \sqsubseteq D$ , 那么概念描述  $C$  包含在概念描述  $D$  中, 记为  $C \sqsubseteq D$ 。
- 相等 (equivalent): 如果对于一个 TBox  $T$  的任意模型  $\mathcal{M}$ , 均有  $\mathcal{M} \models C \sqsubseteq D$  且  $\mathcal{M} \models D \sqsubseteq C$ , 那么概念描述  $C$  与概念描述  $D$  相等, 记为  $C \equiv D$ 。

## A 推理(Assertional Reasoning)

- 一致性 (Consistency): 如果存在一个 ABox  $A$  和一个 TBox  $T$  的共同模型, 那么  $A$  相对于  $T$  是一致的。
- 实例检测 (Instance Detection): 如果对于一个 TBox  $T$  和一个 ABox  $A$  的任意共同模型  $\mathcal{M}$ , 均有  $\mathcal{M} \models C(a)$ , 那么个体实例  $a$  相对于  $T$  是概念描述  $C$  的实例, 记为  $a \sqsubseteq C$ 。

## 复合推理问题(Compound Inference Problems)

- Classification (结构化): 给定一个 TBox  $T$ , 计算  $T$  中概念名称 (抽象类) 之间起约束作用的包含关系 ( )。
- Realization (抽象化): 给定一个 ABox  $A$ , 一个 TBox  $T$  以及个体实例  $a$ , 计算  $A$  中满足  $\mathcal{M} \models C(a)$  的概念名称  $C$  构成的集合, 记为  $Real(a)$ , 并用包含关系  $\sqsubseteq$  找到最小的。
- Retrieval (实例化): 给定一个 ABox  $A$ , 一个 TBox  $T$  以及概念  $C$ , 计算  $A$  中满足  $\mathcal{M} \models C(a)$  的个体实例  $a$  构成的集合, 记为  $Inst(C)$ 。

# 8. 具体域

- 抽象域 (abstract domain): 论域  $\Delta$ 。
- 具体域 (concrete domain): 一个具体域  $\mathcal{C}$  是一个有序对  $(\Delta, \mathcal{C})$ , 其中  $\Delta$  是非空集合,  $\mathcal{C}$  是由谓词名称构成的集合, 并且对于  $n$  元谓词  $P$ , 有  $P \in \mathcal{C}$ 。

将具体域  $\mathcal{C}$  整合到  $\Delta$  就得到

- 抽象特征:
- 具体特征:
- 谓词约束:  $\phi$ , 其中  $\phi$  是任意多个抽象特征和一个具体特征的复合, 设  $\phi = C_1 \sqcap \dots \sqcap C_n \sqcap C_{n+1}(a)$ , 则  $\phi$  的解释定义如下:

9. 属性描述逻辑

- : 概念名称的集合;
- : 作用名称的集合;
- : 个体名称的集合;
- : 变量的集合
- : 说明的集合, 可以是如下表达式:
  - 变量
  - 闭说明 (closed specifiers) :
  - 开说明 (open specifiers) :

其中, , 要么 中的个体名称, 要么是形如 的表达式, 其中 , .

: 关系的集合, 包括所有形如 的表达式, 其中 , .

: 概念描述的集合

记 为论域上的所有有限二元关系的集合。

任给变量指派 , 一个说明 被解释到一个集合 。通过定义 , 说明的语义定义为:

对于, , 定义:

# 10. 亚里士多德形而上学

## “是”的逻辑功能

- 判断的联结词：其形式是“S”是“P”，直称判断是最简单、最基本的判断。
- 指称主词自身：“S 是”在希腊文中是一个完整的句子，表示主词 S 是自身。
- 表示被定义的概念与定义的等同：定义的形式是“S 是 Df”。定义与判断不同，判断的谓词表述主词，不能交换，而被定义的词与定义的位置却可以交换而意义不变。定义的一般形式是“种 + 属差”。

## 实体与属性

主词和谓词分属两类逻辑范畴，主词所属的范畴是“实体”，谓词所属的范畴是“属性”。亚里士多德把范畴数量归纳为十个：除“实体”外，其他九个分别是实体的数量、性质、关系、位置、时间、姿态、状态、活动、受动。只有实体可以充当主词，其它九个范畴都是用来表述主词的谓词。就实体和属性的关系而言，实体是独立存在，不依赖其它东西而存在；属性必须依附于实体才能存在。

### 第一实体和第二实体

判断的主词可以被分为通名和专名：专名只能作为主词来使用；通名也可以用作谓词。专名指示个别事物，是第一实体，而通名指示种和属，是第二实体。

以上所有内容摘抄自 赵敦华《西方哲学史》 pp. 79-82