

# 第二十三章

## 量子光学基础

十九世纪末、二十世纪初经典物理学理论已经确立但仍然有两个实验现象无法很好解释。

①热辐射实验

②迈克耳孙-莫雷实验



量子理论的诞生



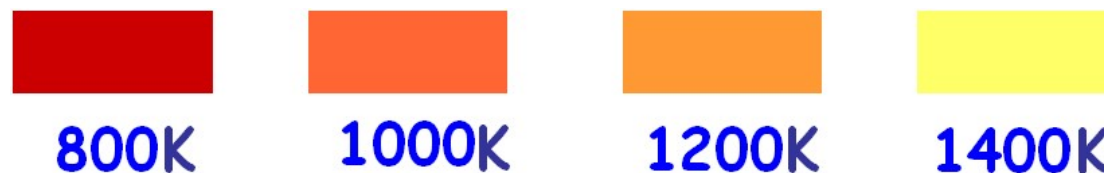
相对论的诞生

## § 23-1 热辐射

### 1. 热辐射的基本概念

**热辐射：**物体内部带电粒子由于热运动，在任何温度下都会辐射电磁波，辐射的强度、波长与温度有关；这种与温度有关的辐射称热辐射。

**平衡热辐射：**物体向外辐射能量等于从外界吸收的能量，物体达到热平衡，用温度 $T$ 描述。



物体的辐射能及能量按波长的分布都与 $T$ 有关。

## 1). 单色辐射出射度(单色辐出度)

在单位时间内，温度为 $T$ 的物体上单位表面积上发射的波长在 $\lambda$ 到 $\lambda+d\lambda$ 范围的辐射能量 $dM_\lambda$ 与波长间隔 $d\lambda$ 的比值，称为单色辐出度。

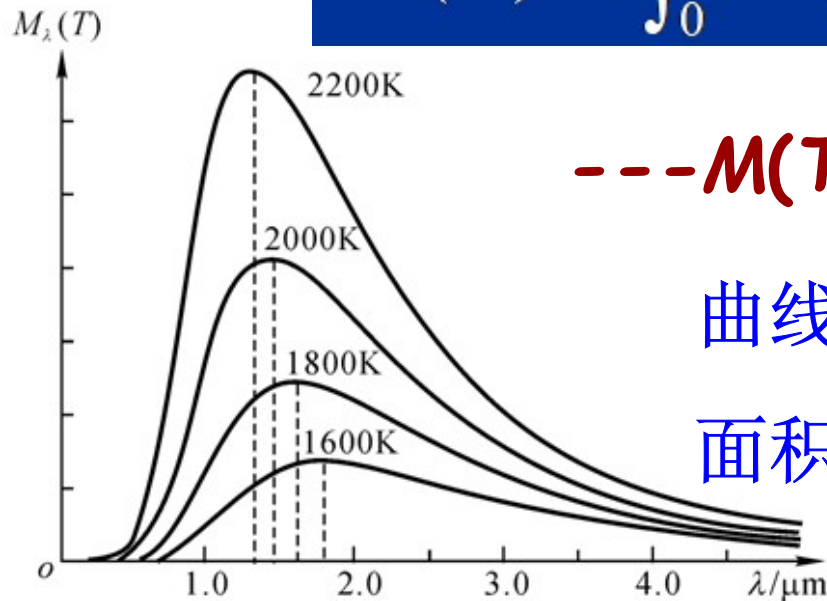
$$M_\lambda(T) = \frac{dM_\lambda}{d\lambda}$$

--- $M_\lambda(T)$ 与温度 $T$ 、波长 $\lambda$ 有关

## 2). 辐射出射度(辐射度)

在一定温度下，物体在单位时间、单位面积上辐射的各种波长的辐射能之和称为**辐射出射度**

$$M(T) = \int_0^{\infty} M_{\lambda}(T) d\lambda$$



--- $M(T)$ 只与温度 $T$ 有关。

曲线：单色辐射度

面积：辐射出射度(功率)

### 3).吸收系数 反射系数

在温度  $T$ ，物体吸收波长在  $\lambda$  到  $\lambda+d\lambda$  范围的辐射能与相应波长的投射于物体的总辐射能的比值，称为该物体的单色吸收系数， $a(\lambda, T)$ ；而把物体反射波长在  $\lambda$  到  $\lambda+d\lambda$  范围的辐射能与相应波长的投射于物体的总辐射能的比值，称为该物体的单色反射系数， $r(\lambda, T)$ 。

对于不透明物体：

$$a(\lambda, T) + r(\lambda, T) = 1$$

### 3).绝对黑体(黑体)

若物体在任何温度下,对任何波长的辐射能的吸收系数都等于**1**, 则该物体称为绝对黑体。

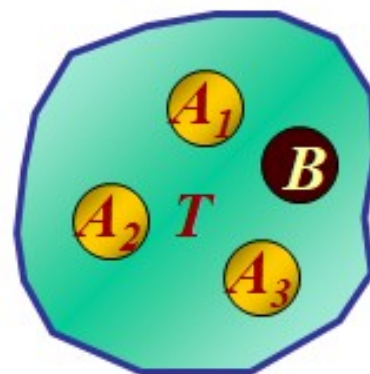
$$a = 1 , \quad r = 0$$

绝对黑体是理想化的, 它能在任何温度下将任何波长的辐射能全部吸收。

对于一般物体而言:  $a < 1$ 。

## 2. 基尔霍夫定律

将温度不同的物体  
 $A_1$ 、 $A_2$ 、 $A_3$ 及绝对  
黑体 $B$ 放置于一绝热  
真空的容器中，



达到平衡后，不管系统内的物体是什么物质组成，也不管其形状如何，每一物体的辐射能量必定恒等于它所吸收的能量。

---辐射本领大的，吸收本领也一定大

**Kirchhoff定律：**在同样的温度下达到热平衡时，物体对任一波长的单色辐出度与单色吸收系数之比，与物体的性质无关，都等于该温度下黑体对同一波长的单色辐出度。对于任何物体，这个比值是波长和温度的普适函数。

$$\frac{M_{1\lambda}(T)}{a_1(\lambda, T)} = \frac{M_{2\lambda}(T)}{a_2(\lambda, T)} = L = M_{B\lambda}(T)$$

即：好的吸收体也是好的辐射体！  $a_B(\lambda, T) = 1$

思考题：为什么与具体的物体无关？

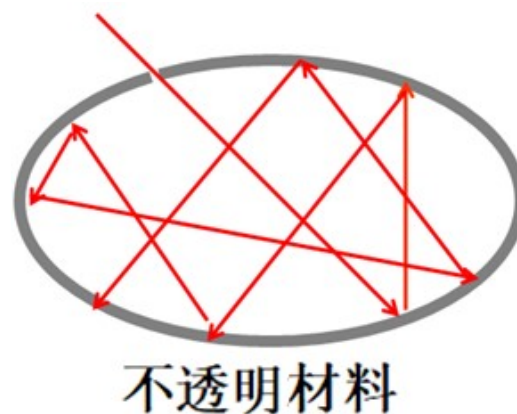


### 3.绝对黑体的热辐射定律

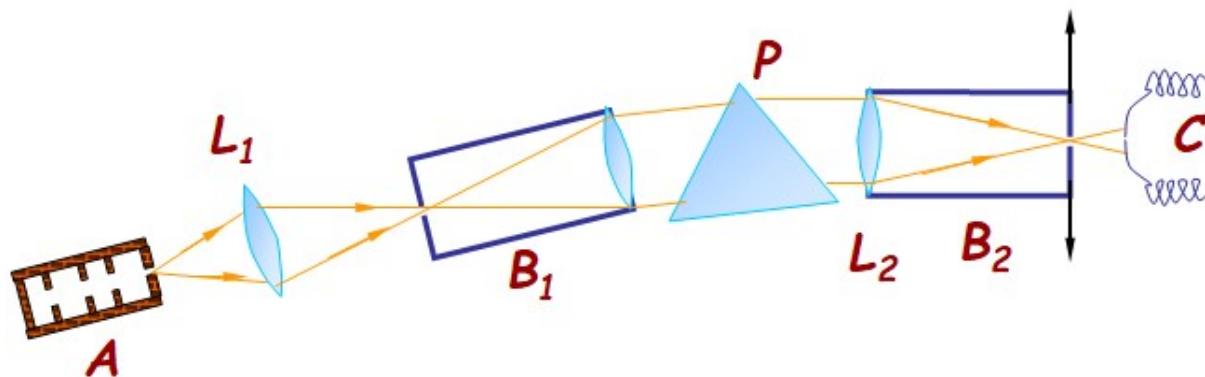
将对绝对黑体的单色辐射本领的研究，涉及热辐射的普适规律，是了解一般物体热辐射性质的基础。因而特别引起人们的重视。

为此特别引进了绝对黑体的模型—空腔小孔。

自然界最黑的物质，对太阳光的吸收系数都不会超过**99%**，而空腔小孔几乎可达**100%**。



## ➤测定绝对黑体单色辐出度的实验装置



图中，**A**为绝对黑体模型，对此其加热，小孔辐射电磁波，经**L<sub>1</sub>**和平行光管**B<sub>1</sub>**变成平行光到达三棱镜**P**，分光后，经平行光管会聚于热电偶**C**上，从而测出某一波长的辐射功率。这样就可以测得黑体单色辐出度与波长的关系。

➤对该曲线的研究得到两条实验定律:

### 1). 斯特藩-玻尔兹曼定律

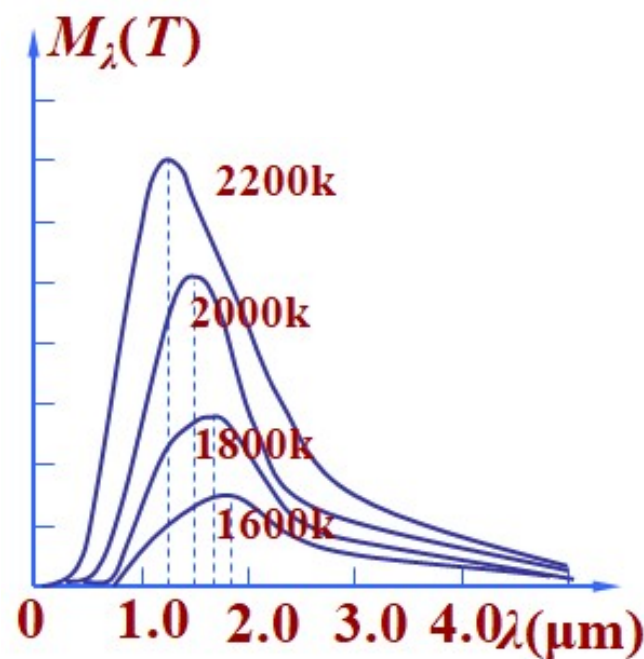
黑体辐出度与黑体绝对温度的四次方成正比:

$$M_B(T) =$$

$$\int_0^{\infty} M_{B\lambda}(T) d\lambda = \sigma T^4$$

$$\sigma = 5.67 \times 10^{-8} \text{ J} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-4}$$

热辐射的功率随着温度的升高而迅速增加!



➤对该曲线的研究得到两条实验定律:

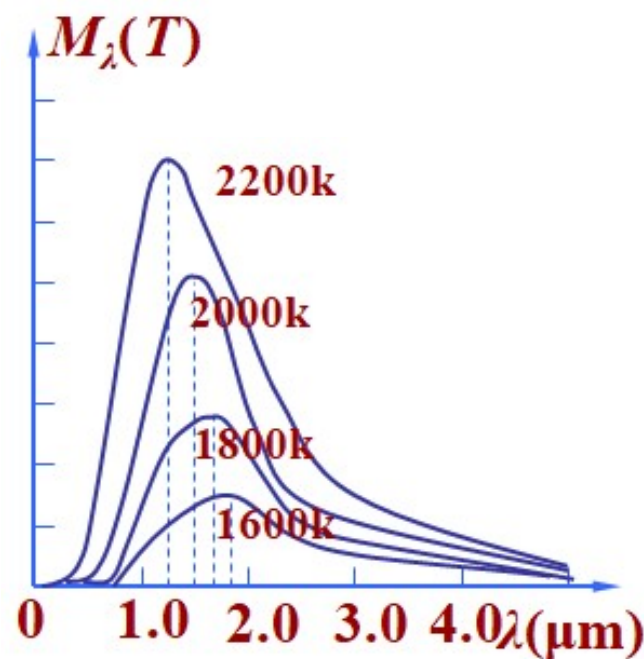
## 2). 维恩位移定律

对于给定温度 $T$ ，黑体的单色辐出度 $M_{\lambda 0}(T)$ 有极大值，对应波长为 $\lambda_m$ 。

$$T\lambda_m = b \text{ (或 } \lambda_m = \frac{b}{T} \text{)}$$

$$b = 2.898 \times 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{K}$$

该定律是光测高温等技术的物理基础！



### 课堂练习题23-1:

实验测得太阳光的峰值波长为**510nm**，若把太阳视为黑体，试求：太阳表面的温度及单位表面积所发射的功率？

**解：**根据维恩位移定律：

$$T = \frac{b}{\lambda_m} = \frac{2.898 \times 10^{-3}}{510 \times 10^{-9}} = 5682 \text{ K}$$

单位表面积所发射的功率（辐射出射度）

$$M(T) = \sigma T^4 = 5.67 \times 10^{-8} \times (5682)^4 = 6 \times 10^7 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$$

### 课堂练习题23-2:

已知人体温度**310K**，试求：人体表面辐射的电磁波的峰值波长？

**解：**根据维恩位移定律：

$$\lambda_m = \frac{b}{T} = \frac{2.898 \times 10^{-3}}{310} = 9.3 \times 10^{-6} \text{ m} = 9.3 \mu\text{m}$$

反之，可通过测定人体辐射的红外线峰值波长来得到人体表面的温度。

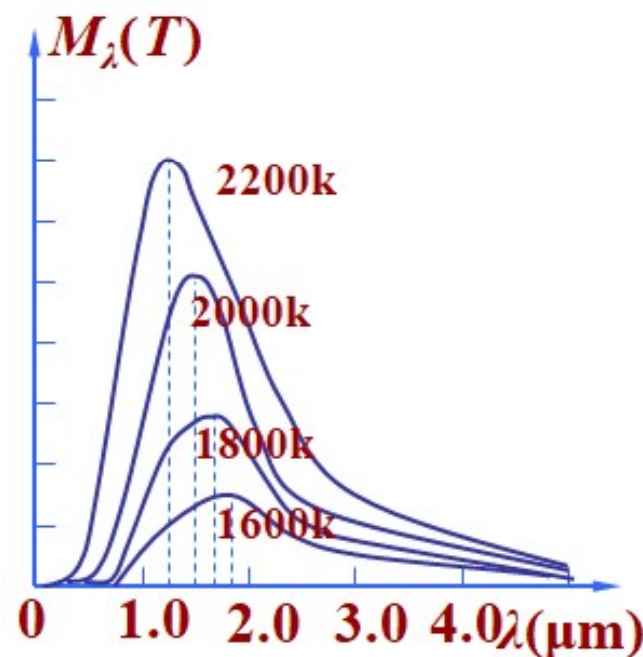
## § 23-2 普朗克能量量子假设

为了能从理论上找到符合实验曲线的黑体辐射公式。**19**世纪末，许多科学家从经典物理学理论出发，提出了他们的研究成果。

1. 瑞利-金斯经验公式

2. 维恩经验公式

3. 普朗克公式



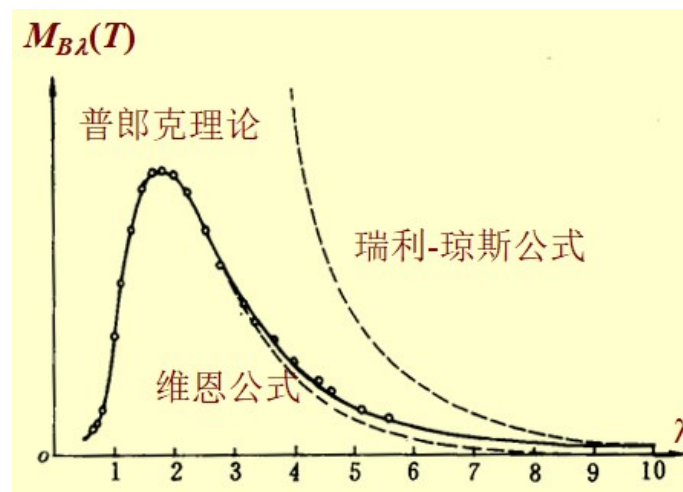
## 1.瑞利-金斯经验公式

1890年，瑞利、琼斯用能量按自由度均分原理推得公式：

$$M_{B\lambda}(T) = \frac{2\pi ckT}{\lambda^4} = c_1 \lambda^{-4} T$$

$k$ ：玻耳兹曼常数， $c$ ：真空中的光速， $c_1$ ：常数

该公式在长波区与实验曲线比较相近，但在短波区波长趋于零时很快发散，即“紫外灾难”





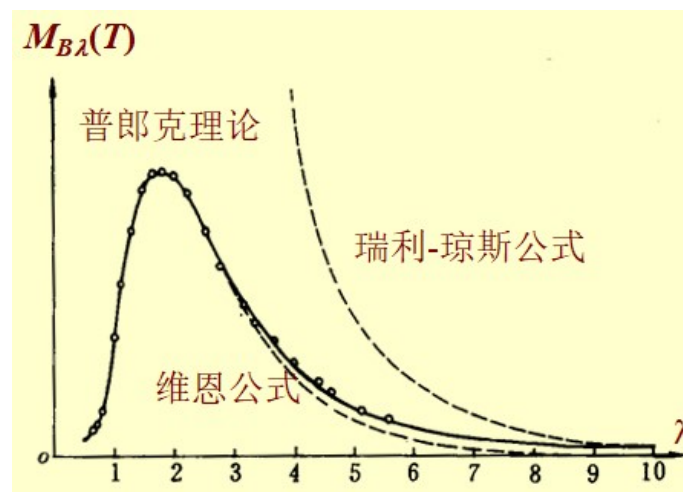
## 2. 维恩经验公式

1896年，维恩从自己的位移定律出发并作了一些假设推得另一公式：

$$M_{B\lambda}(T) = \frac{c_2 e^{-c_3/\lambda T}}{\lambda^5}$$

$c_2$ 、 $c_3$ ：常数

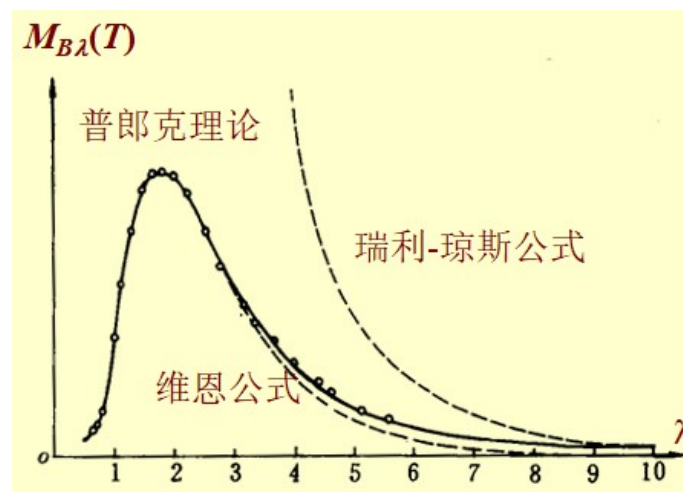
该公式在短波长区域与实验曲线符合较好，但在长波长区域两者相差较大。



## ➤热辐射实验的总结：

瑞利-金斯公式和维恩公式都是用经典物理学的方法来研究热辐射所得的结果，发现两者都与实验结果不符，这明显地暴露了经典物理学的缺陷。

因此，黑体辐射实验成为**19**世纪末物理学晴朗天空中的“一朵令人不安的乌云”。



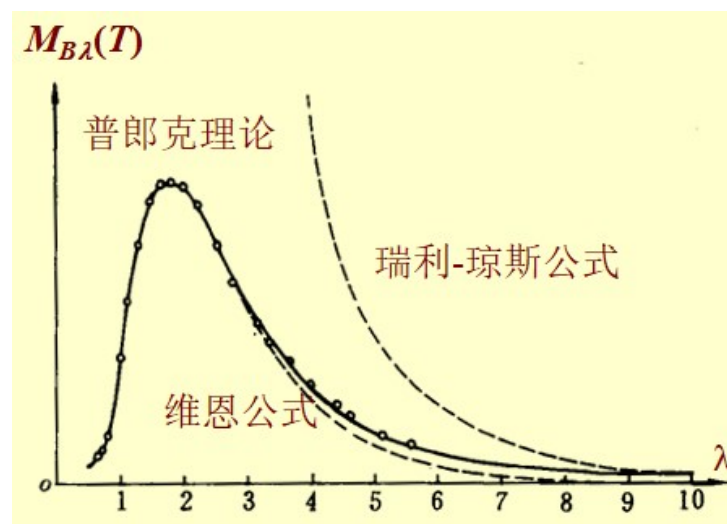
### 3. 普朗克公式

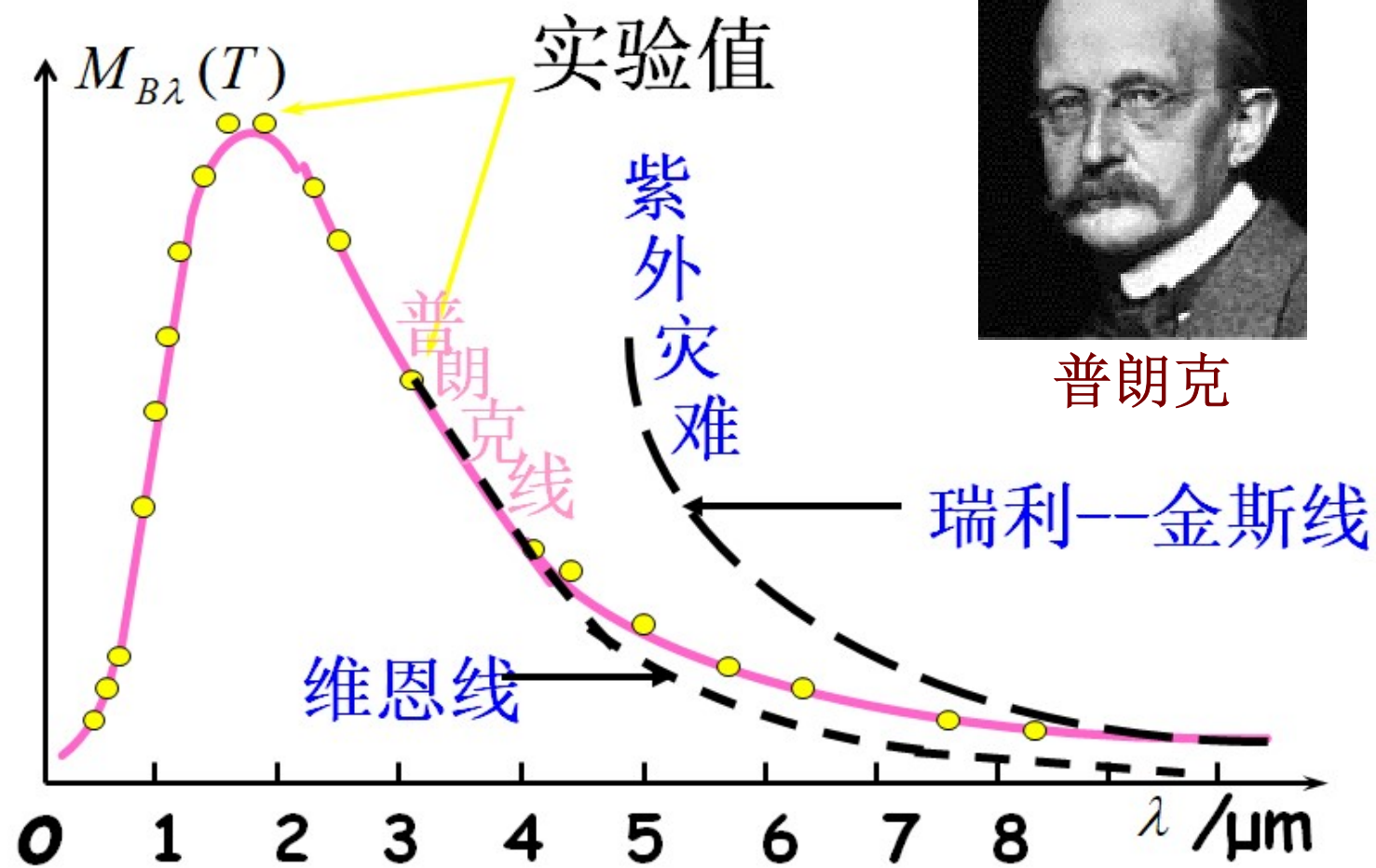
1900年，普朗克提出一个和实验完全相符的理论公式：

$$M_{B\lambda}(T) = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{e^{hc/\lambda kT} - 1}$$

$c$ : 光速,  $k$ : 玻尔兹曼常数,  $h$ : 普朗克常数 ( $6.63 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$ )

他是利用内插法将适用于短波的维恩公式和适用于长波的瑞利-金斯公式衔接起来得到的。





➤在普朗克公式中:

$$M_{B\lambda}(T) = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{e^{hc/\lambda kT} - 1}$$

①当波长很大时:

$$\frac{hc}{kT\lambda} \ll 1 \quad \text{则} \quad e^{\frac{hc}{kT\lambda}} = 1 + \frac{hc}{kT\lambda}$$

代入普朗克公式, 得瑞利-金斯公式:

$$M_{B\lambda}(T) = \frac{2\pi ckT}{\lambda^4} = c_1 \lambda^{-4} T$$

➤在普朗克公式中:

$$M_{B\lambda}(T) = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{e^{hc/\lambda kT} - 1}$$

②当波长很小时:

$$\frac{hc}{kT\lambda} \gg 1 \quad \text{则} \quad e^{\frac{hc}{kT\lambda}} - 1 = e^{\frac{hc}{kT\lambda}}$$

代入普朗克公式, 得到维恩公式:

$$M_{B\lambda}(T) = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5} e^{-hc/\lambda kT} \quad \begin{aligned} c_2 &= 2\pi hc^2 \\ c_3 &= hc/k \end{aligned}$$

➤在普朗克公式中:

$$M_{B\lambda}(T) = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{e^{hc/\lambda kT} - 1}$$

③对波长积分可得斯特藩-玻尔兹曼定律:

$$\begin{aligned} M_B(T) &= \int_0^\infty M_{B\lambda}(T) d\lambda \\ &= \int_0^\infty 2\pi hc^2 \lambda^{-5} \frac{d\lambda}{e^{hc/\lambda kT} - 1} \\ &= \frac{2\pi^5 k^4}{15c^2 h^3} T^4 = \sigma T^4 \end{aligned}$$

➤在普朗克公式中:

$$M_{B\lambda}(T) = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{e^{hc/\lambda kT} - 1}$$

④对普朗克公式求导可得维恩位移定律:

$$\frac{dM_{B\lambda}(T)}{d\lambda} = 0 \quad \text{得} \quad \lambda_m = \frac{hc}{4.9651k} \frac{1}{T}$$

得:

$$T\lambda_m = b$$



➤普朗克公式还可以用频率表示为：

$$M_{B\lambda}(T) = \frac{2\pi h\nu^3}{c^2} \frac{1}{e^{h\nu/kT} - 1} \quad \left( \nu = \frac{c}{\lambda} \right)$$

发现普朗克得到上述公式后意识到，如果仅仅是一个侥幸揣测出来的内插公式，其价值只能是有限的，必须寻找这个公式的理论根据。

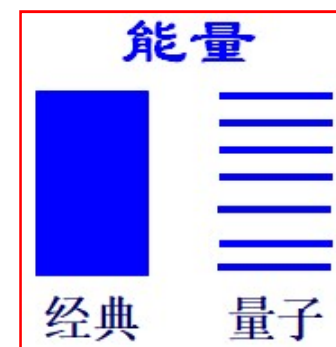
经过深入研究后，他认为：通过建立一个谐振子模型，并使谐振子的能量取分立值，就能得到上述普朗克公式。

## 4. 普朗克能量量子假设

①黑体热辐射的分子、原子的振动看成带电谐振子，它们振动时向外辐射电磁波并与周围电磁场交换能量；

②这些谐振子只能处于某些分立的状态，它们的能量是某一最小能量的正整数倍，即 $\varepsilon$ ,  $2\varepsilon$ ,  $3\varepsilon$ , ...,  $n\varepsilon$ ,  $n$ 称为量子数；

③ $\varepsilon$ 称为能量子，与谐振子的频率 $\nu$ 成正比  $\varepsilon = h\nu$ 。



谐振子通过辐射或吸收能量，从一个状态跃迁到另一个状态

在能量子假说基础上，再利用玻尔兹曼统计分布和经典电动力学理论求平均能量，便可导出普朗克公式。

设参与辐射的谐振子总数为 **$N$** ，能量为 **$nh\nu$** 的谐振子总数为 **$N_{nh\nu}$** ，则谐振子的平均能量为：

$$\bar{\varepsilon} = \frac{\sum nh\nu \cdot N_{nh\nu}}{\sum N_{nh\nu}}$$

由玻耳兹曼统计分布，能量为 **$nh\nu$** 状态的谐振子数为：

$$N_{nh\nu} = N_0 e^{-\frac{nh\nu}{kT}}$$

经运算后可得：

$$\bar{\varepsilon} = \frac{h\nu}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}$$

将上述能量平均值代入瑞利-琼斯公式中的谐振子平均能量  $kT$ ，可得普朗克公式：

$$M_{B\lambda}(T) = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{e^{hc/\lambda kT} - 1}$$

能量子概念冲破了传统的连续性概念  
能量子揭示了微观世界中的一个重要规律  
微观世界量子性开创了物理学的一个全新领域  
——普朗克获得了1918年的诺贝尔物理学奖

$$M_{B\lambda}(T) = \frac{2\pi h\nu^3}{c^2} \frac{1}{e^{h\nu/kT} - 1} \quad (\varepsilon = h\nu)$$

$$M_{B\lambda}(T) = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{e^{hc/\lambda kT} - 1}$$

### 课堂练习题23-3:

一质量为**0.2kg**的物体挂在倔强系数**k=2.0N/m**的弹簧上，作振幅**A=0.1m**的谐振动。问：**1)**如果振子能量是量子化的，则**n**有多大？**2)**如果振子的能量改变一个能量最小单位，则能量变化的百分比是多少？

**解：****1)**此振子的振动频率为：

$$\nu = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{2.0}{0.2}} = 0.5(1/s)$$

振子的能量为：

$$E = \frac{1}{2} k A^2 = 0.5(2.0)(0.10)^2 = 0.010(J)$$

若由普朗克假设，量子数为：

$$n = \frac{E}{h\nu} = \frac{0.010}{3.3 \times 10^{-34}} = 3.0 \times 10^{31}$$

**2)**若振子能量改变一个单位，则能量变化的百分比为：

$$\frac{\Delta E}{E} = \frac{h\nu}{nh\nu} = \frac{1}{n} = 3.3 \times 10^{-32}$$

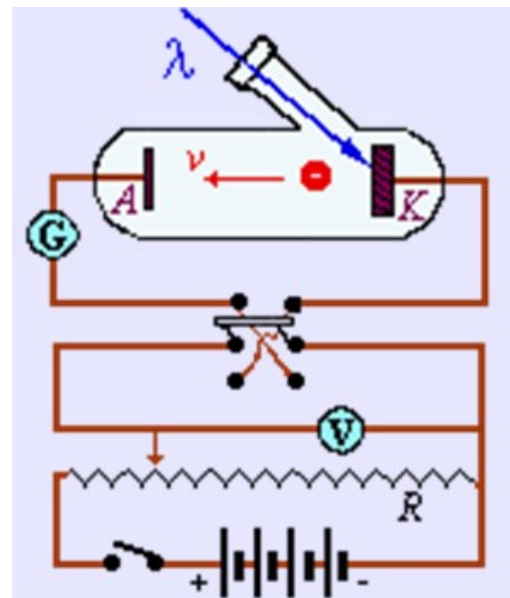
如果此变化十分微小，以至任何现代仪器都无法观测到。因此宏观振子可忽略量子效应，认为其能量变化是连续的。

## § 23-3 光电效应

### 1. 光电效应的实验规律

光电效应首先是由赫兹发现，其同事勒纳德确认。

高真空管内封装入阴极**K** (金属)和阳极**A**



光电效应实验装置图

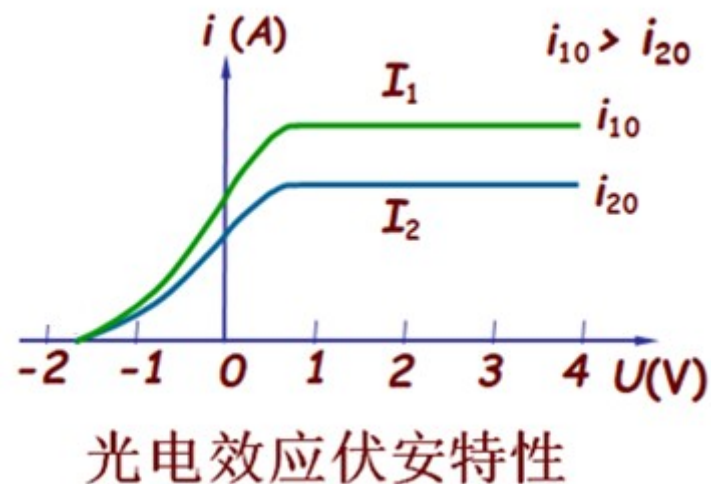
当光照射到金属**K**的表面时，在一定条件下就有电子从光中吸收能量而从金属表面逸出的现象称为**光电效应**，所逸出的电子称为**光电子**。



## 1). 入射光强与饱和电流

在一定强度的单色光照射下,光电流 $i$ 随加速电压 $U$ 的增大而增大,当 $U$ 达到一定数值后饱和;如果增加光的强度,饱和电流 $i_0$ (或从K发出的光电子数)也增大,即与入射光强成正比。

**结论1:** 在单位时间内受光照的金属中板释放出来的光电子数和入射光的强度成正比。

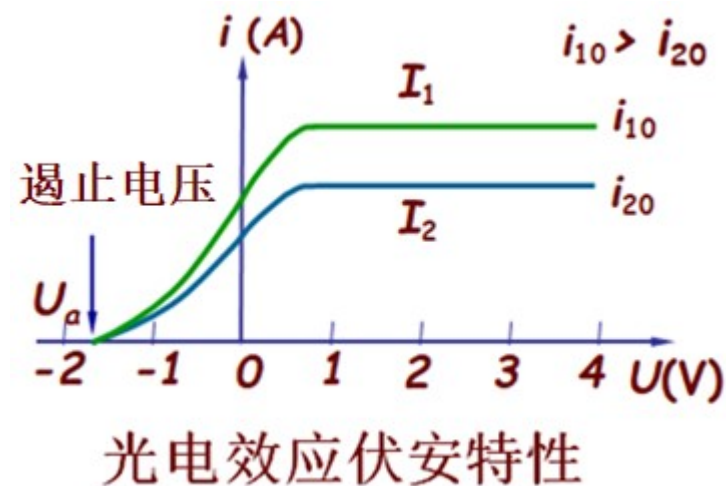


## 2). 遏止电压

在当  $U=0$  时,  $i \neq 0$ ; 当反向电压达到  $U_a$  时, 光电流便降为零。外加电势差  $U_a$  称为**遏止电压**。

光电子从阴极逸出时的最大初动能等于光电子反抗遏止电场力做的功:  $\frac{1}{2}mv_m^2 = eU_a$

**结论2:** 光电子从金属表面逸出时具有一定的动能, 其最大初动能与入射光强度无关。



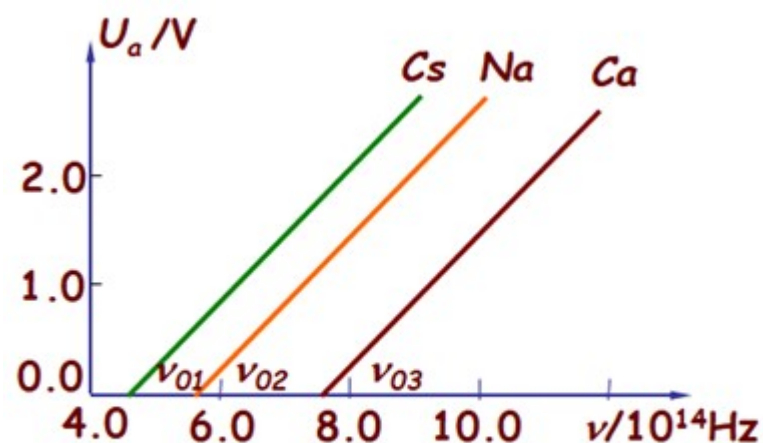
### 3). 截止频率(红限)

实验发现 $U_a$ 和频率呈线性关系： $|U_a| = K\nu - U_0$   
其中 $K$ 为不随金属性质不同而改变的普适恒量

$$E_{km} = \frac{1}{2}mv_m^2 = e|U_a| = ek\nu - eU_0$$

$E_{km}$ 随入射光的频率线性增加，要使光照射的金属释放电子，入射光频率必须满足：

$$ek\nu - eU_0 \geq 0$$



遏止电压与频率的关系

因此入射光频率存在红限，此时  $ek\nu - eU_0 = 0$

$$\nu \geq \frac{U_0}{K} = \nu_0$$

$\nu_0$ 称为光电效应的红限频率。若入射光频率小于红限，不管光强多大都不会产生光电效应。

**结论3：**光电子从金属表面逸出时的最大初动能与入射光频率成线性关系。当入射光的频率小于 $\nu_0$ 时，不管照射光的强度多大，都不会产生光电效应。

表 19-1\* 几种金属的逸出功和红限

金 属	红 限 $\nu_0(10^{14}\text{Hz})$	$\lambda_0 = \frac{c}{\nu_0}(\text{nm})$	逸 出 功 (eV)
Cs	5.17	580.5	2.14
Na	6.64	451.7	2.75
Ca	6.93	432.8	2.87
Ni	12.4	241.2	5.15
Ag	10.3	291.6	4.26
Au	12.3	243.5	5.1
Pt	13.6	219.9	5.65

\* 摘自 CRC Handbook of Chemistry and Physics. 1977-1978 58th edition.

$$\nu_0 = \frac{U_0}{K}, \quad A(\text{eV}) = eU_0 = h\nu_0$$

#### 4). 弛豫时间

在实验表明，无论入射光的强度如何变化，从入射光开始照射直到金属释放出光电子的这段时间是很短的，不超过  $10^{-9}\text{s}$ 。

结论4：光电效应无需时间积累。

## 2.经典电磁理论的困难

□按照光的波动说，光强越大，光电子吸收的能量就越多，获得的初动能就越大，因此光电子的初动能决定于光强，与频率无关，也无法解释红限的存在；

□从时间上看，光电子吸收能量需要“积累时间”，光强愈弱，积累时间就愈长，因此无法解释光电效应的产生几乎无须时间积累。

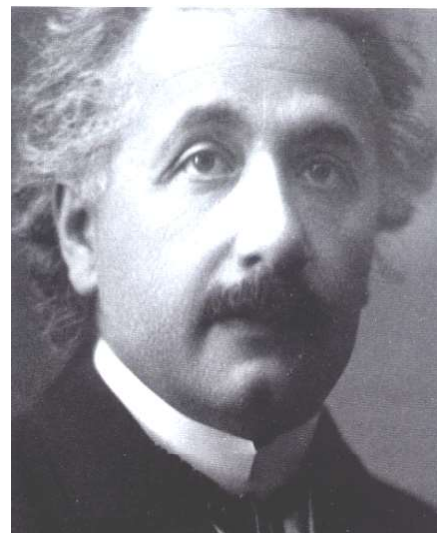
---这说明经典电磁理论与实验不符

### 3. 爱因斯坦光子学说

在**1905**年，爱因斯坦接受了普朗克量子假设，他假定光在空间传播时，也具有**粒子性**，并把一束光想象成是一束**以速度c**运动的粒子流。这些粒子称为**光量子**，或称为**光子**，一

个光子的能量为： $E = h\nu$

光的能流密度决定于单位时间内通过该单位面积的光子数。



爱因斯坦



## 1). 爱因斯坦光电效应方程

在爱因斯坦认为：光电效应过程是光子的能量被金属中的电子全部吸收，根据能量守恒可得出爱因斯坦光电效应方程：

$$h\nu = E_{km} + A = \frac{1}{2}mv^2 + A$$

-- **A**为电子从金属中逸出时克服表面阻力所需的功  
当金属中的一个自由电子从入射光中吸收一个光子后,就获得能量 **$h\nu$** ，若 **$h\nu$** 大于电子从金属表面逸出时所需的逸出功**A**，则该电子就从金属中逸出。

## 2).用光子理论解释光电效应的实验规律

- ①光电子数与入射光子数(光强)成正比。饱和电流值与光子数(光强)成正比。
- ②对一定的逸出功 $A$ ， $\nu$  越大，初动能也越大
- ③ $h\nu < A$ 时，不发生光电效应， $\nu_0 = A/h$ 为红限
- ④电子一次全部吸收光子能量，无需时间积累

爱因斯坦的光子理论圆满解释了光电效应的实验规律，从而获得**1921**年诺贝尔物理学奖。

### 3). 光子作为粒子，具有质量和动量

爱因斯坦相对论中质能关系为：  $E = mc^2$

$$h\nu = mc^2$$

频率为  $\nu$  的光子质量为：

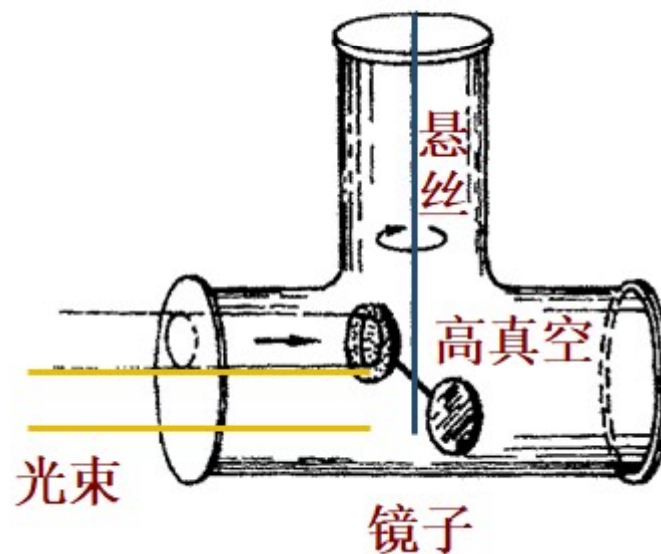
$$m = \frac{h\nu}{c^2}$$

光子动量：

$$p = mc = \frac{h\nu}{c^2} c = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda}$$

## ➤ 列别捷夫光压实验：

在由于光子有动量，当光照射到物体上时，对物体将产生压力。前苏联的列别捷夫曾用精密的实验方法测得数量级很小的光压。



### 课堂练习题23-4:

一束波长为**200nm**的光照射在逸出功为**4.2eV**的铝表面上，求：**1)**光电子的最大初动能；**2)**铝的红限波长；**3)**若入射光强为**2W/m<sup>2</sup>**，单位时间射到铝板单位面积上的光子数是多少？

**解：** **1)**  $E = h\nu = \frac{hc}{\lambda} = \frac{6.63 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8}{200 \times 10^{-9}} = 9.95 \times 10^{-19} \text{ J}$

$$A = 4.2 \text{ eV} = 4.2 \times 1.6 \times 10^{-19} = 6.72 \times 10^{-19} \text{ J}$$

光电子的最大初动能：

$$\frac{1}{2} m v_{\max}^2 = h\nu - A = 9.95 \times 10^{-19} - 6.72 \times 10^{-19} = 3.23 \times 10^{-19} \text{ J}$$

## 2)根据逸出功与红限的关系

$$A = h \nu_0 = hc / \lambda_0$$

可求得铝的红限波长

$$\lambda_0 = \frac{hc}{A} = \frac{6.63 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8}{6.72 \times 10^{-19}} = 2.96 \times 10^{-7} m = 296 nm$$

## 3)单位时间射到铝板单位面积上的光子数

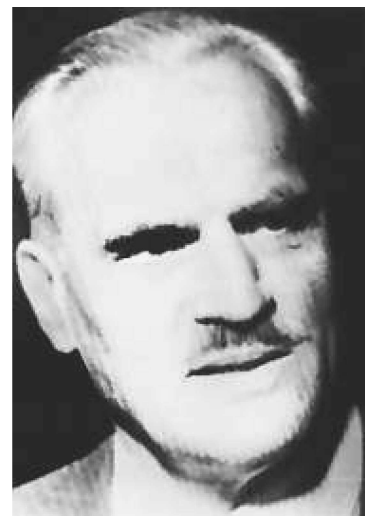
$$N = \frac{I}{h \nu} = \frac{2}{9.95 \times 10^{-19}} = 2.01 \times 10^{18} m^{-2} \cdot s^{-1}$$

## § 23-4 康普顿效应

### 1. 康普顿实验

**1923**年康普顿研究了X射线经物质散射的实验，进一步证实了爱因斯坦的光子概念。

**1926**年我国著名科学家吴有训对不同的散射物质进行了研究。



康普顿



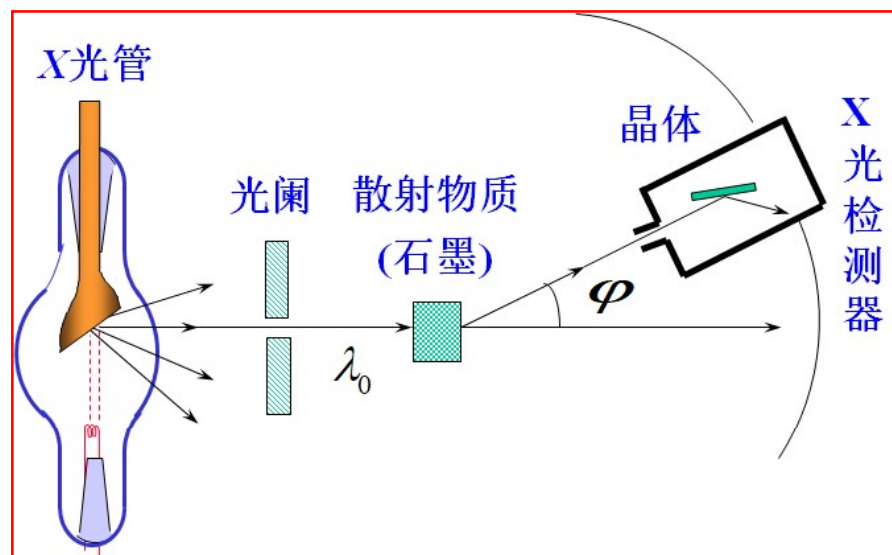
吴有训



康普顿效

## ➤康普顿效应的实验规律:

× 射线管发射一束波长为 $\lambda_0$ 的 × 射线, 经石墨块散射后其波长及相对强度可以由

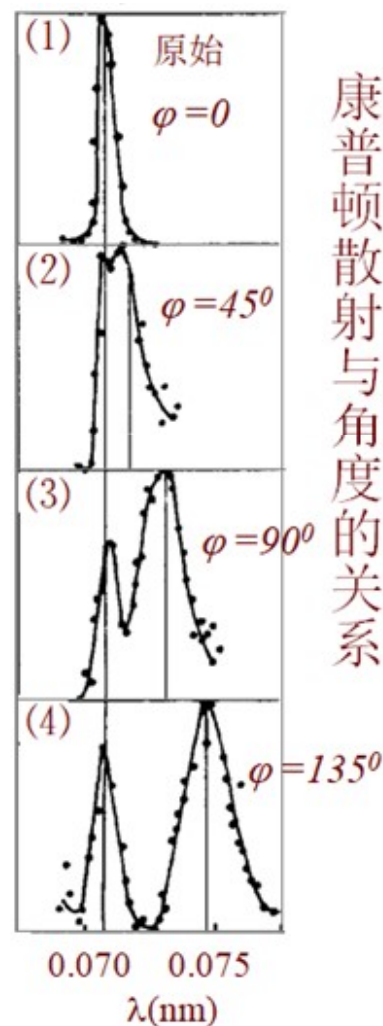


摄谱仪来测定。康普顿发现: 散射光谱中除了有与入射波长 $\lambda_0$ 相同的射线, 同时还有 $\lambda > \lambda_0$ 的射线, 这种改变波长的散射称为康普顿散射。



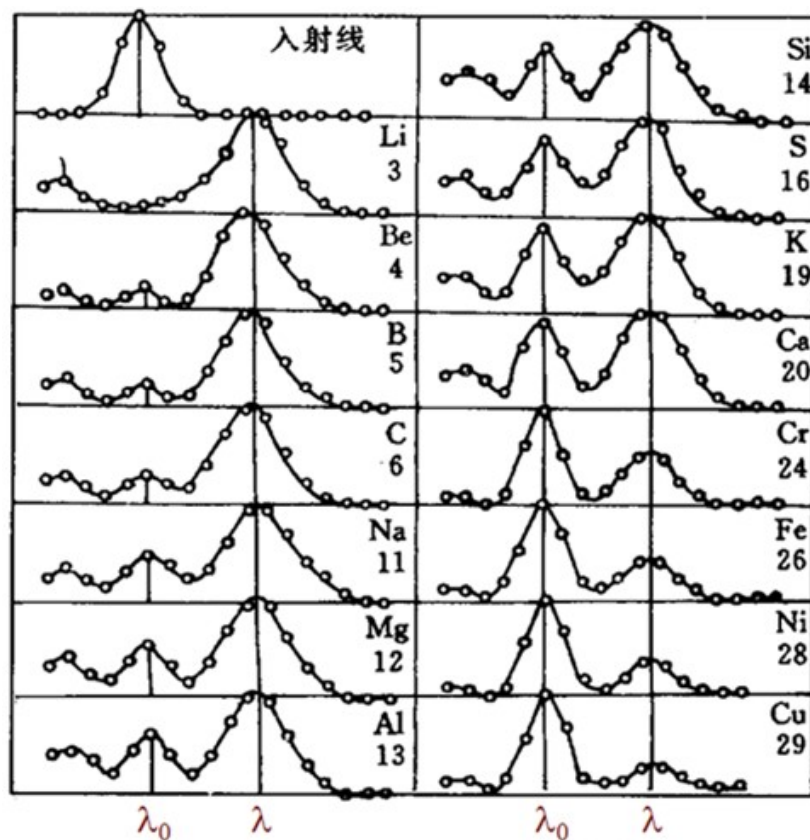
➤ 吴有训与康普顿两人共同研究后发现：

① 散射谱线中波长的偏移量  $\Delta\lambda = \lambda - \lambda_0$  随散射角  $\varphi$  的增大而增加；同时，随散射角的增大，原波长的谱线强度逐渐减小，新波长的谱线强度逐渐增大。



➤ 吴有训与康普顿两人共同研究后发现：

②同一散射角下，  
对于所有的物质，  
 $\Delta\lambda$ 都相同。但原  
波长的谱线强度  
会随原子序数的  
增大而增大，新  
波长的谱线强度  
会随之减小。



康普顿散射与原子序数的关系

## 2.经典电磁理论的困难

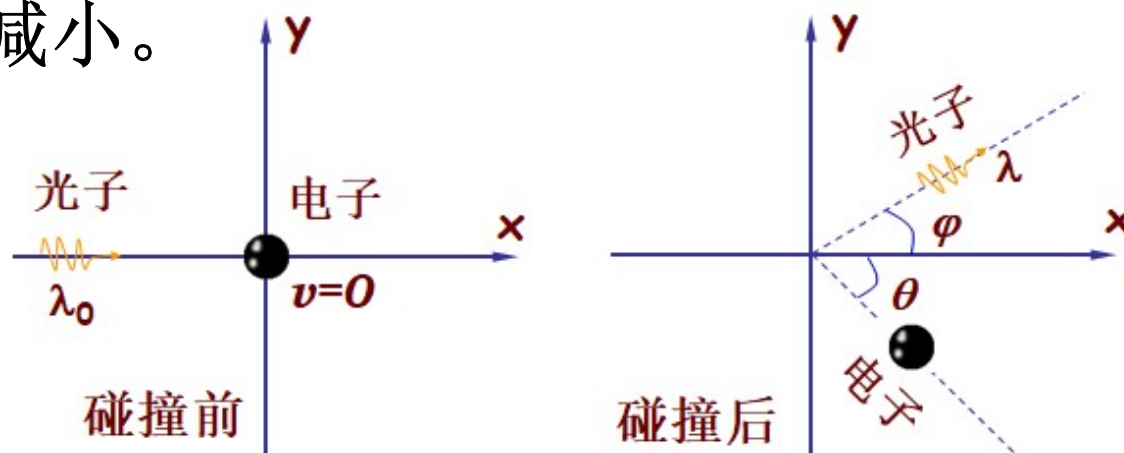
□按照光散射的波动学理论：电磁波通过物体时，会引起物体内部带电粒子做受迫振动——可看作振动偶极子向四周辐射电磁波；而带电粒子做受迫振动时的频率等于入射电磁波(入射光)的频率。所以，发射电磁波应与入射电磁波的频率相同。

---无法解释康普顿实验散射现象

### 3. 光子理论对康普顿效应的解释

#### 1). 康普顿效应的定量分析

康普顿效应是光子和自由电子作弹性碰撞的结果，即：入射的X射线与散射物质中的电子通过碰撞交换能量。电子获得部分能量，而光子能量减小。



X射线与静止的电子发生碰撞时，入射光子与散射光子的能量分别为： $h\nu_0$  与  $h\nu$

碰撞前后电子的能量分别为： $m_0c^2$  与  $mc^2$

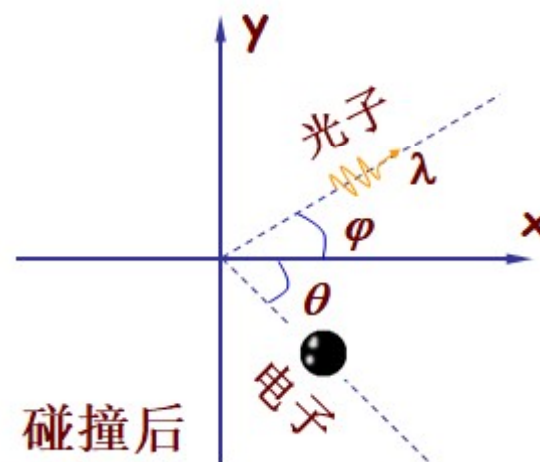
设碰撞为完全弹性碰撞，

由能量守恒定律得：

$$h\nu_0 + m_0c^2 = h\nu + mc^2$$

由动量守恒定律得：

$$\text{x方向分量式: } \frac{h\nu_0}{c} = mv \cos \theta + \frac{h\nu}{c} \cos \varphi$$



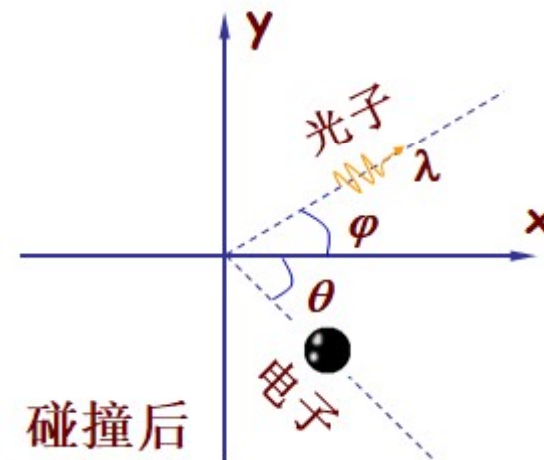
**y**方向分量式:  $0 = \frac{h\nu}{c} \sin \varphi - m v \sin \theta$

相对论的质能关系:  $m = m_0 / \sqrt{1 - (v/c)^2}$

以上各式联立, 消去

**$\theta$** 、 **$v$**  可解得:

$$\begin{aligned} \Delta\lambda = \lambda - \lambda_0 &= \frac{2h}{m_0 c} \sin^2 \frac{\phi}{2} \\ &= 2\lambda_c \sin^2 \frac{\phi}{2} \\ &= \lambda_c (1 - \cos \phi) \end{aligned}$$



上式中：

$$\lambda_c = \frac{h}{m_0 c} = \frac{6.63 \times 10^{-34}}{9.11 \times 10^{-31} \times 3 \times 10^8} = 2.43 \times 10^{-12} \text{ m}$$

---称为电子的康普顿波长

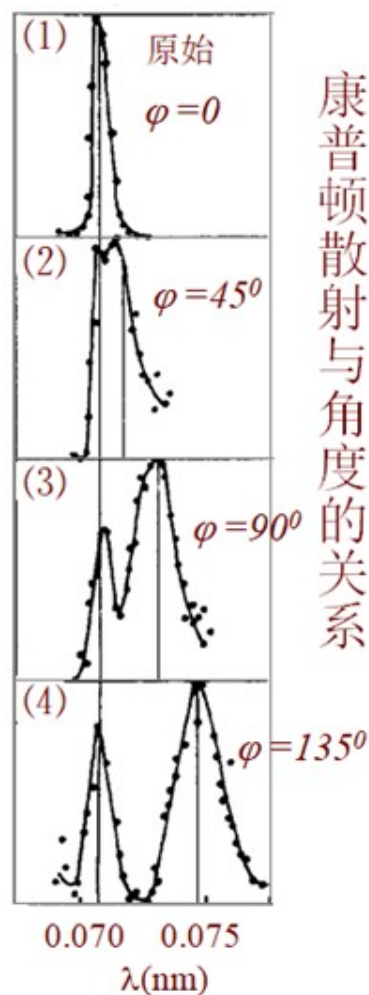
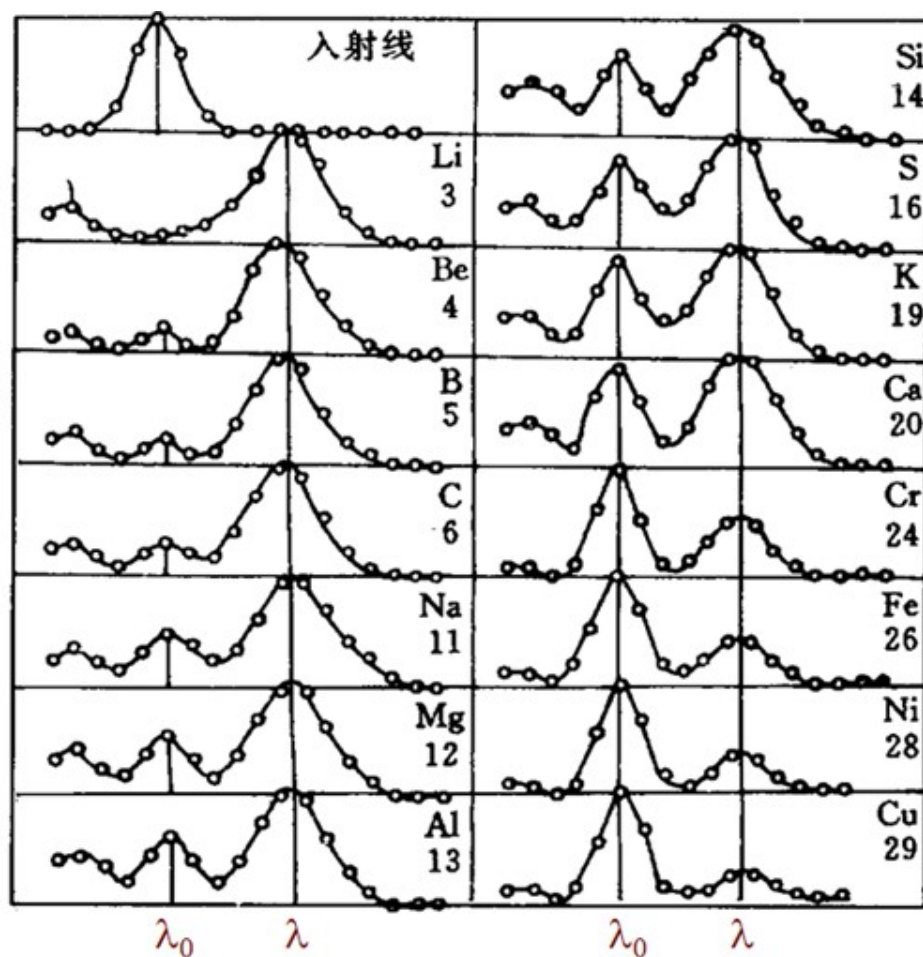
结论：

- ①波长改变与散射物质无关, 仅与散射角相关;
- ②波长的改变随散射角增大而增加。

---计算得到的理论值与实验值符合得很好



康普顿散射与原子序数的关系



康普顿散射与角度的关系

$$\Delta\lambda = \lambda - \lambda_0 = 0.0024(1 - \cos\varphi) \text{ nm}$$



## 2). 光子理论对康普顿效应的解释

①若光子和外层电子相碰撞，光子有一部分能量传给电子，散射光子的能量减少，于是散射光的波长大于入射光的波长。

②若光子和束缚很紧的内层电子相碰撞，光子将与整个原子交换能量，由于光子质量远小于原子的质量，根据碰撞理论，碰撞前后光子能量几乎不变，波长不变。

③因为碰撞中交换的能量和碰撞角度有关，所以波长的改变和散射角有关。

### 3). 光子理论的重要性

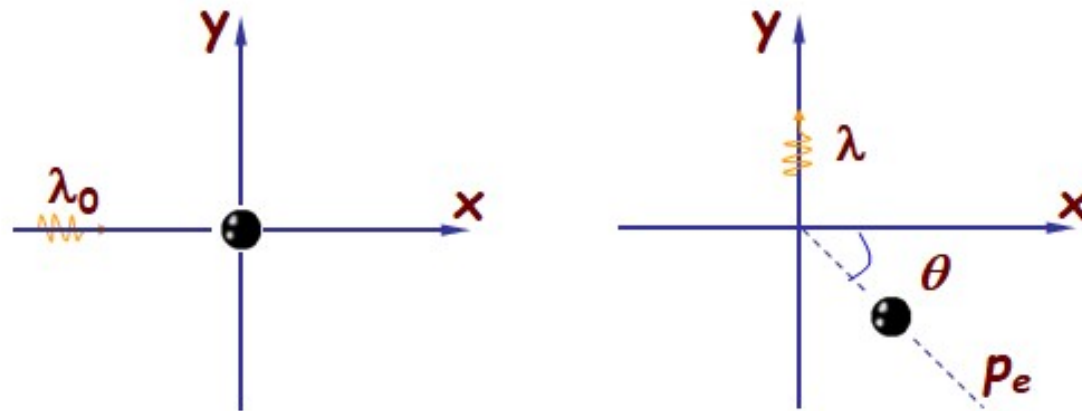
光子理论能够解释X射线的散射实验现象；不仅证实了光子理论正确性；而且证实：

1. 光子具有质量、动量和能量。
2. 能量守恒和动量守恒定律，在微观粒子相互作用的过程中，也同样严格地被遵守。

三个实验：黑体辐射，光电效应，康普顿散射逐步论证了光的量子性(波-粒二像性)。

### 课堂练习题23-5:

一波长 $\lambda_0=0.02\text{nm}$ 的X射线与静止的自由电子碰撞，现在从与入射方向成 $90^\circ$ 的方向去观察散射辐射，求：1) 散射X射线的波长；2) 反冲电子的能量；3) 反冲电子的动量。



**解：**1) 散射后X射线的波长改变为：

$$\begin{aligned}\Delta\lambda &= \frac{2h}{m_0c} \sin^2 \frac{\varphi}{2} = \frac{2 \times 6.63 \times 10^{-34}}{9.11 \times 10^{-31} \times 3 \times 10^8} \sin^2 \frac{\pi}{4} \\ &= 0.024 \times 10^{-10} m = 0.0024 nm\end{aligned}$$

所以散射X射线的波长为：

$$\lambda = \Delta\lambda + \lambda_0 = 0.0024 + 0.02 = 0.0224 nm$$

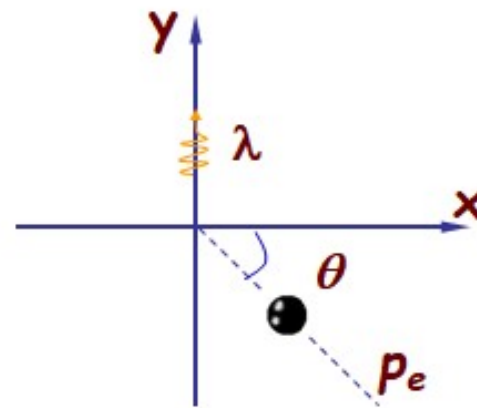
2) 根据能量守恒，反冲电子获得的能量就是入射光子与散射光子能量的差值，所以：

$$\Delta\varepsilon = \frac{hc}{\lambda_0} - \frac{hc}{\lambda} = \frac{hc\Delta\lambda}{\lambda_0\lambda} = 10.7 \times 10^{-16} J = 6.66 \times 10^3 eV$$

3)根据动量守恒, 有

$$\frac{h}{\lambda_0} = p_e \cos \theta$$

$$0 = \frac{h}{\lambda} - p_e \sin \theta$$



所以:

$$p_e = h \left( \frac{\lambda^2 + \lambda_0^2}{\lambda^2 \lambda_0^2} \right)^{1/2} = 4.44 \times 10^{-23} \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

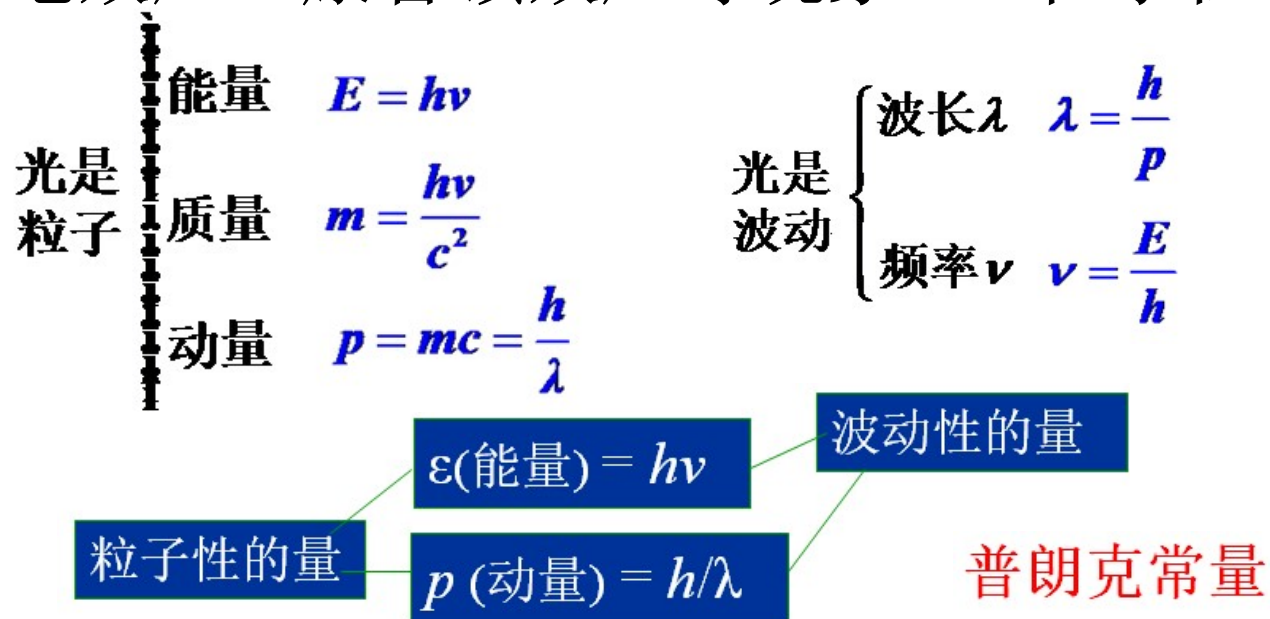
$$\text{又: } \cos \theta = \frac{h}{\lambda_0 p_e} = 0.753 \quad \theta \approx 41^\circ 9'$$

大小  
方向

## 4. 光的波粒二象性

光的干涉、衍射、偏振等现象——波动性！

光电效应、康普顿效应等现象——粒子性！



光会表现那方面特性，取决于所进行的实验的性质！



少女?  
老妇人?

## 第十三次作业 量子光学基础

**P423**

**23-2**

**23-3**

**23-4**

**23-5**

**23-8**

**23-10**