第十四章 静电场中的导体和电介质

静电场不仅与电荷有关，还与导体及

电介质等物质相联系，并有相互作用

第十四章 静电场中的导体和电介质

熟练掌握：

14.1 导体的静电平衡；

14.2 外电场中的导体；

14.3 电容；

14.4 电介质的极化；

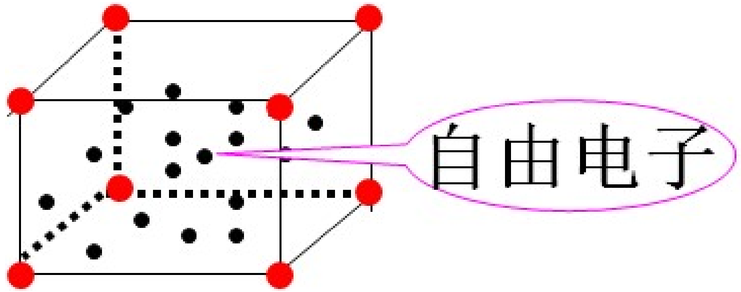
14.5 面束缚电荷和体束缚电荷；

14.6 电介质中的静电场；

14.7 静电场的能量。

§14-1 导体的静电平衡

1.导体的静电平衡



导体的特征：

导体内部有大量可自由运动的电子。

导体的静电平衡状态：

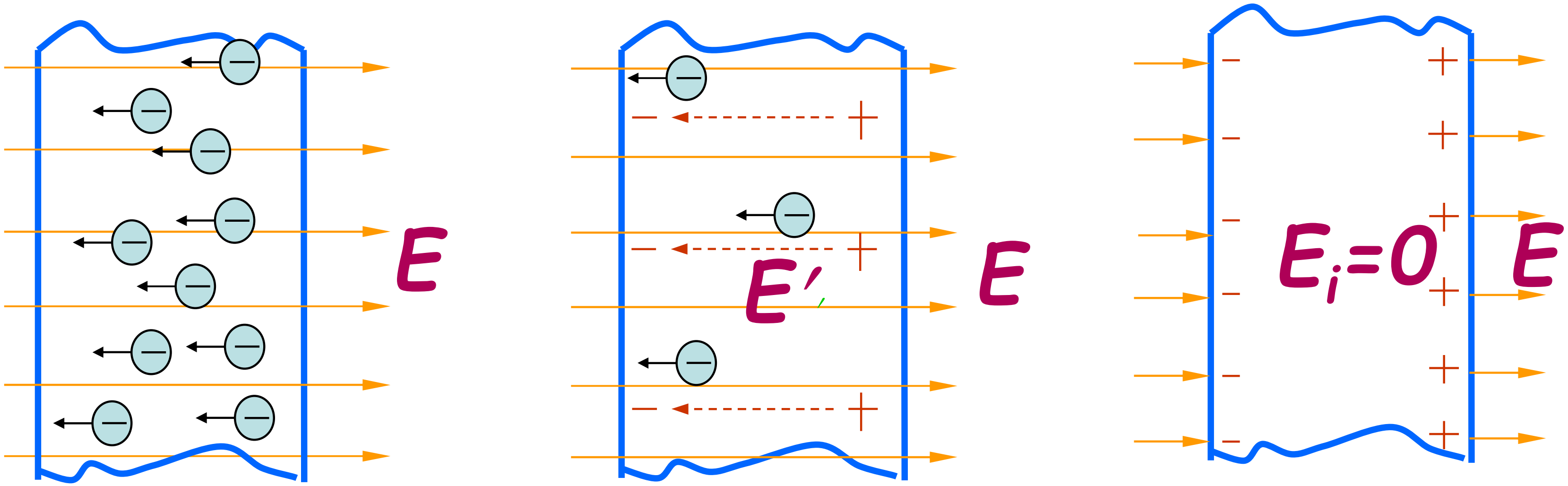
导体内没有任何电荷做宏观的定向运动。

静电平衡的必要条件：

导体内任一点的电场强度都等于零。

静电感应现象：导体置于外电场瞬间(10^{-6}s)，导体的两端出现等量异种电荷的现象。

➢导体静电平衡条件的推论



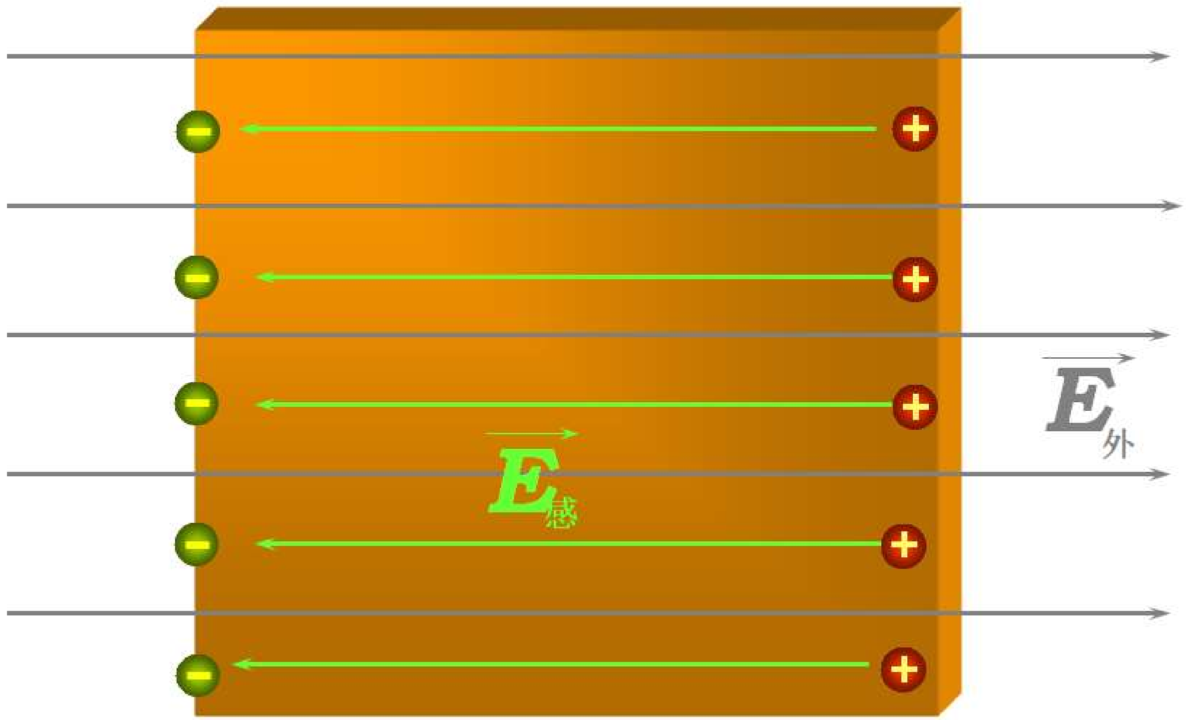
1)导体内部场强处处为零；

2)导体表面的场强垂直于导体表面；

3)导体的表面是一个等势面；

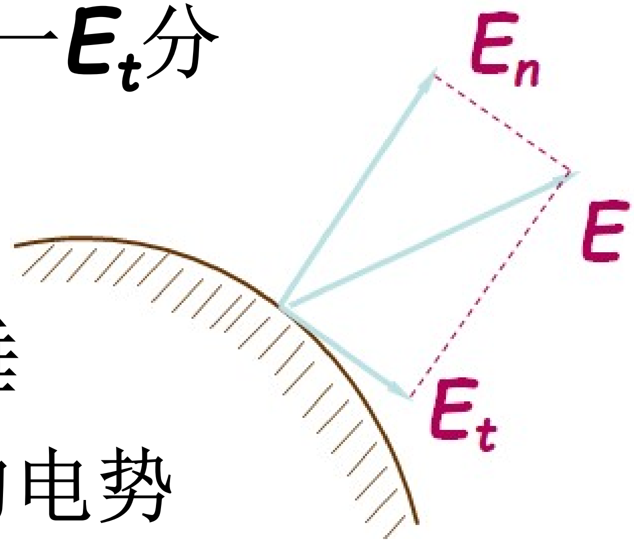
4)导体内外电势处处相等，是一个等势体。

1)导体内部电场处处为零，实际情形是：导体达到静电平衡时，导体外部的自由电荷与表面的感应电荷产生的电场矢量和为零。



$$E_{外}+E_{感}=0$$

2)导体表面电场可不为零，但必须与导体表面垂直。如果不垂直，则存在一E_t分量，电荷必有定向移动。



3)导体表面电场E与dl处处垂直，故表面任意两点P、Q的电势差等于零：

$$U_{PQ}=\int_P^Q E\cdot dl=0$$

4)导体内部任意两点P、Q的电场E=0，电势差等于零：

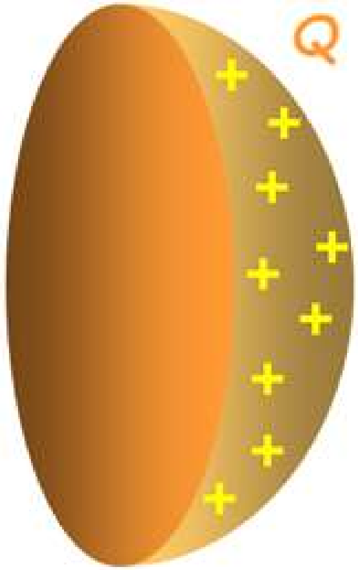
$$U_{PQ}=\int_P^Q E\cdot dl=0$$

2.静电平衡时导体上的电荷分布

➢**1)实心导体**

电荷只分布在导体表面，

导体内部没有任何电荷。



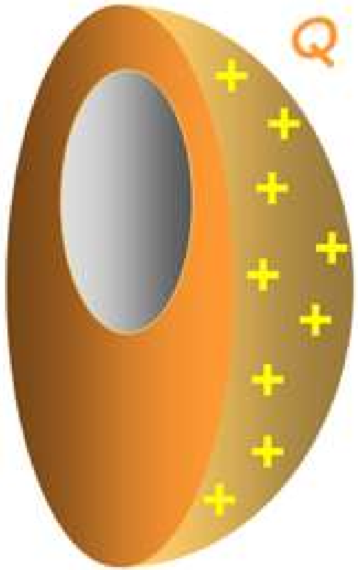
➢**2)空腔导体**

a)空腔内无带电体：

电荷只分布在导体外表面，

导体内部与腔体的内表面

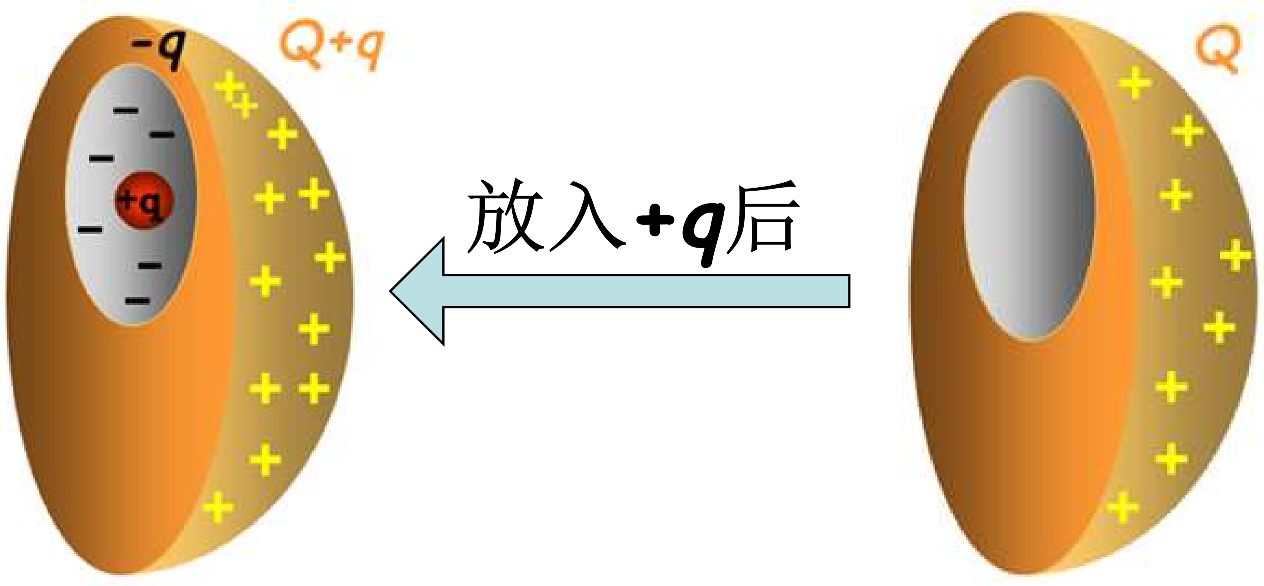
处处都没有净电荷。



b)空腔内有带电体：

腔体内表面所带的电量和空腔内的带电体所带的总电量等量异号；

腔体外表面所带的电量由电荷守恒定律决定。

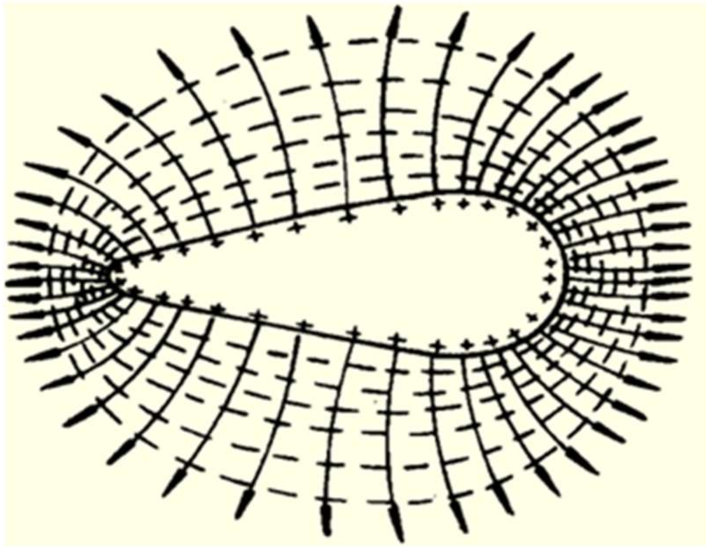


➤孤立导体的面电荷分布

实验表明电荷在导体表面的分布规律与导体表面的曲率有关，即：

曲率越大，电荷面密度越大；曲率越小，电荷面密度越小；若曲率为负值，电荷面密度更小。

尖端放电现象



尖端放电现象

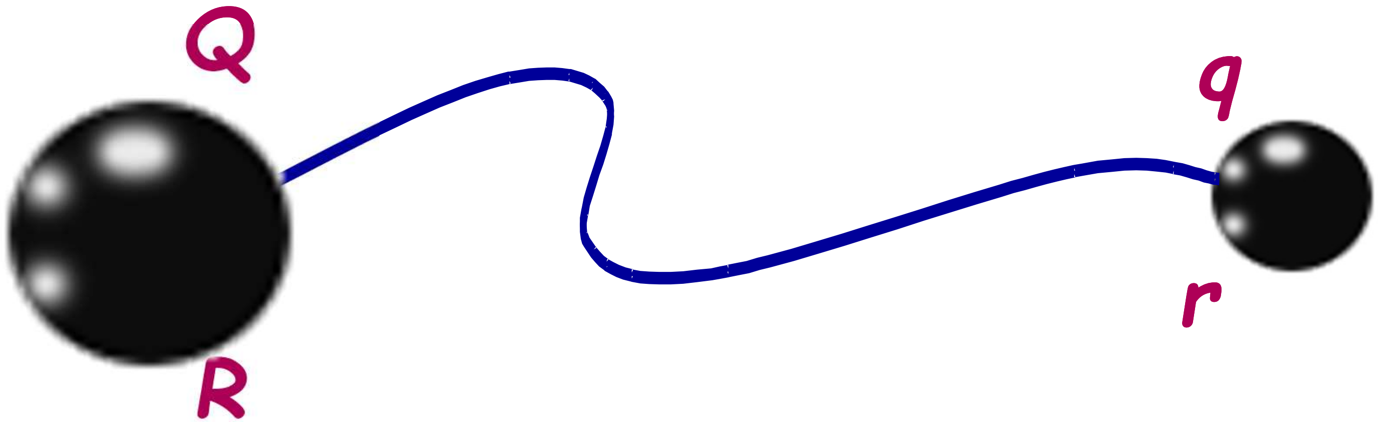
范德格拉夫静电起电机

美国科学家范德格拉夫于**1931**年发明。原理是：空腔导体电荷分布在外表面及尖端放电。

图为学校普遍使用的一种模型。仪器内部有一条橡皮带，由胶轮带动运转。当点电极通过摩擦或高电压产生静电，运转的橡皮带便会将电荷不断地传到球形金属罩的外表面，从而形成大量电荷积聚在球形罩上。

课堂练习题14-1：

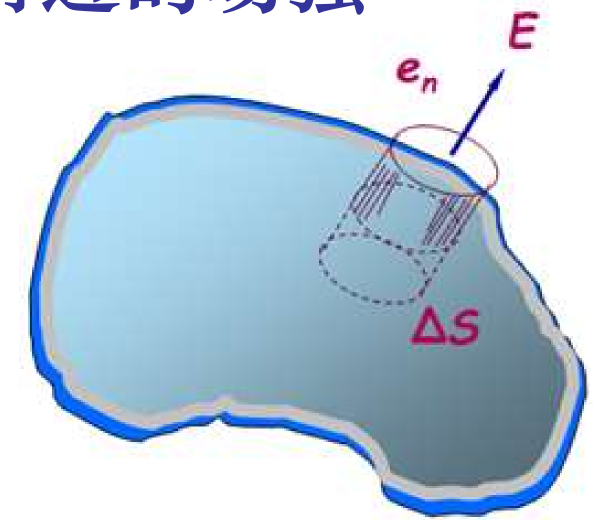
两个半径分别为R和r的球形导体(R>r)，用一根很长的细导线连接起来，使该导体组带电，电势为U，求两球表面电荷与曲率的关系。



§ 14-2 外电场中的导体

1.静电平衡时导体表面的电场

➢由高斯定理可求得导体表面附近的场强



$$\Psi_e = \oiint_S \vec{E} \cdot d\vec{S}$$

$$= \int_{上底} \vec{E} \cdot d\vec{S} + \int_{下底} \vec{E} \cdot d\vec{S} + \int_{侧面} \vec{E} \cdot d\vec{S}$$

$$= \int_{上底} \vec{E} \cdot d\vec{S} + 0 + 0 \quad = E_{上底面} \cdot S_{底}$$

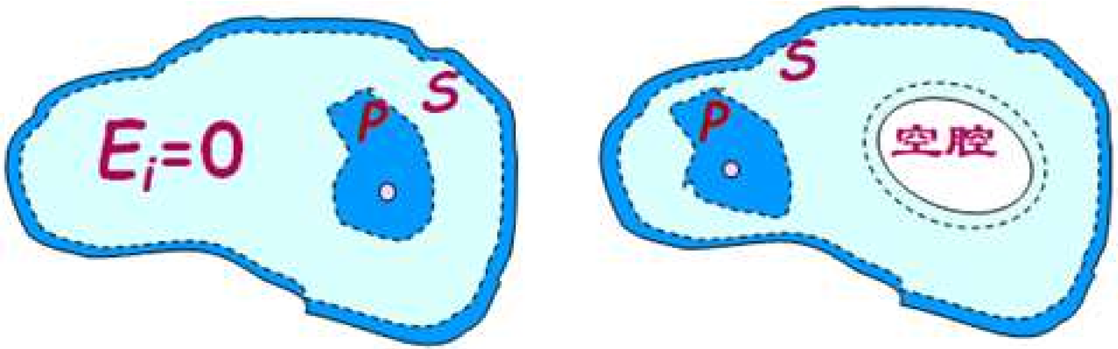
由高斯定理 $\Psi_e = \oiint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \sum_{S内} q / \varepsilon_0 = \dfrac{\sigma \cdot S_{底}}{\varepsilon_0}$

$$\boxed{\therefore \ E_{外表面} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}}$$

2.空腔导体内外的静电场

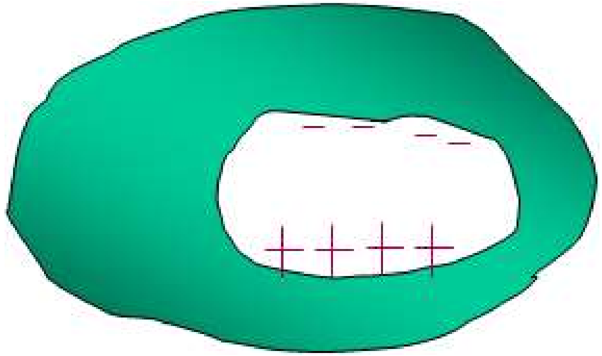
➢1)导体空腔内无电荷时内部电荷与电场

内表面的电荷代数和为零可由高斯定理证明：



论证导体静电平衡时电荷只能分布在导体表面

高斯定理不能证明内表面有无等量异种电荷，需要借助“静电场的安培环路定理”



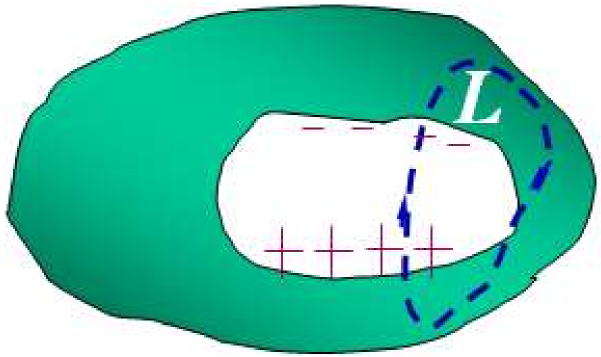
假设空腔内表面带正负电荷，在空腔内取闭合路径*L*，如下图，做环路积分：

$$\oint E\cdot dl=\int_{沿电场线}E\cdot dl+\int_{导体内}E\cdot dl$$

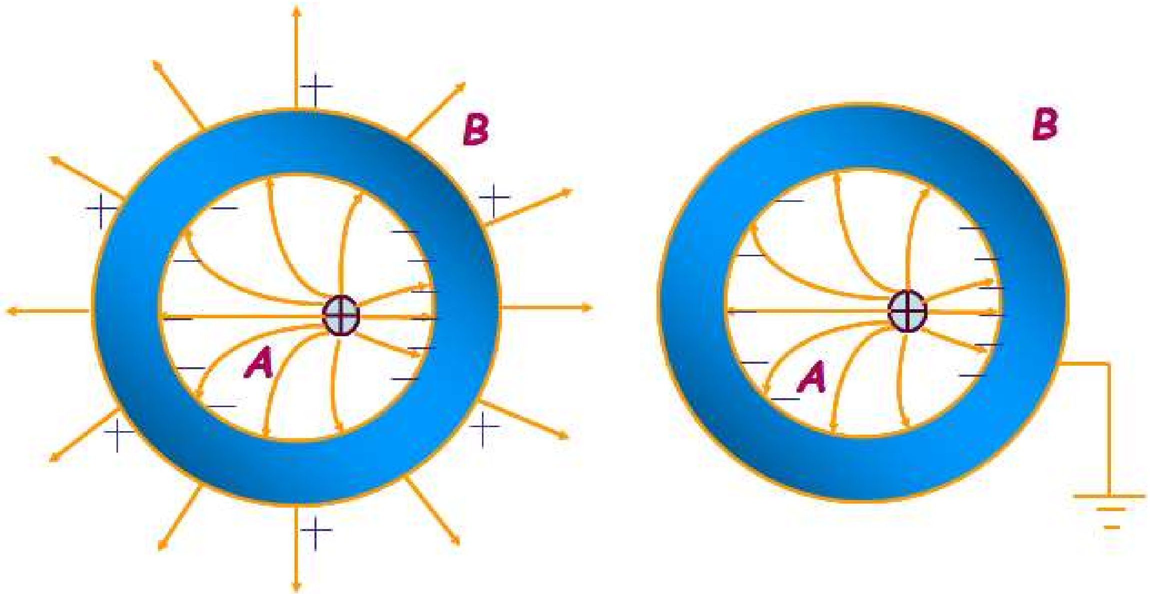
由于沿电场线一段的线积分不为零，说明此式与静电场环路定理矛盾。因此，内表面无电荷。

$$\boxed{\oint E\cdot dl\neq 0}$$

结论：空腔导体在外电场中时，内表面无电荷存在，导体内部与空腔内的场强为零。



➤2)导体空腔内有电荷时腔内外的电场分布



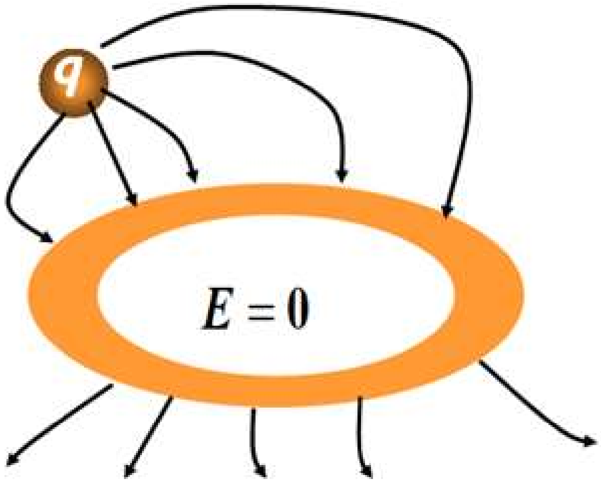
空腔内的电荷A可以在导体内外表面激发出等量电荷，但腔内电荷A的位置不能改变导体外表面的电荷分布。当导体外表面接地时，腔内电荷A不会对导体外的物体产生任何影响。

3.静电屏蔽

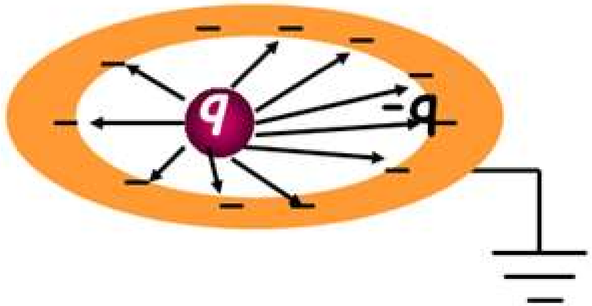
利用接地空腔导体将腔内带电体与外界隔绝的现象，称为静电屏蔽，其特点是：

腔外电场不能穿入腔内，腔内电场恒为零

导体接地可屏蔽内电场



腔内无带电体



腔内有带电体

3.静电屏蔽

利用接地空腔导体将腔内带电体与外界隔绝的现象，称为静电屏蔽，其特点是：

腔外电场不能穿入腔内，腔内电场恒为零

导体接地可屏蔽内电场

原理：静电平衡时，导体内无电场，当外电场发生变化时，不会影响空腔导体内部。将金属导体外表面接地，则外表面感应电荷与大地电荷中和，腔内电荷在腔内壁上感应出等量异号电荷，电场仅在腔内，不影响空腔导体外部。

➢静电屏蔽的应用

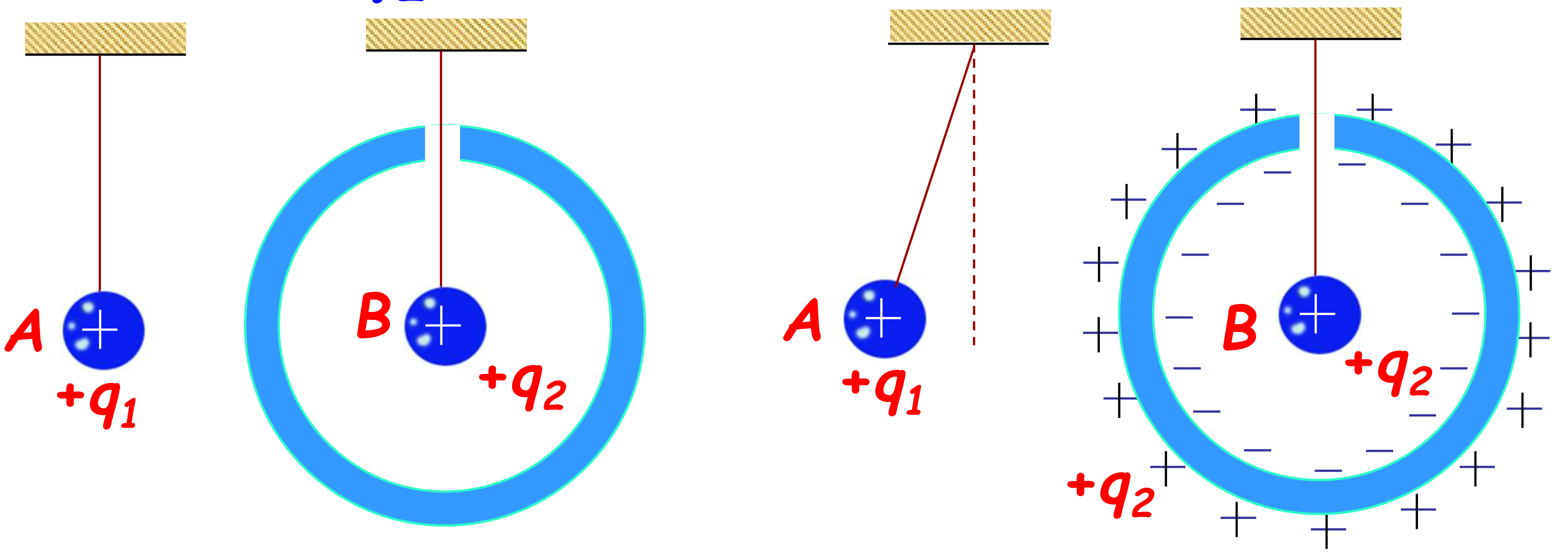
1)高压带电作业，金属丝网制成的均压服；

2)电气设备金属罩接地；

3)人体电信号的提取，信号数量级在毫伏或微伏，装置、导线用金属丝网屏蔽。

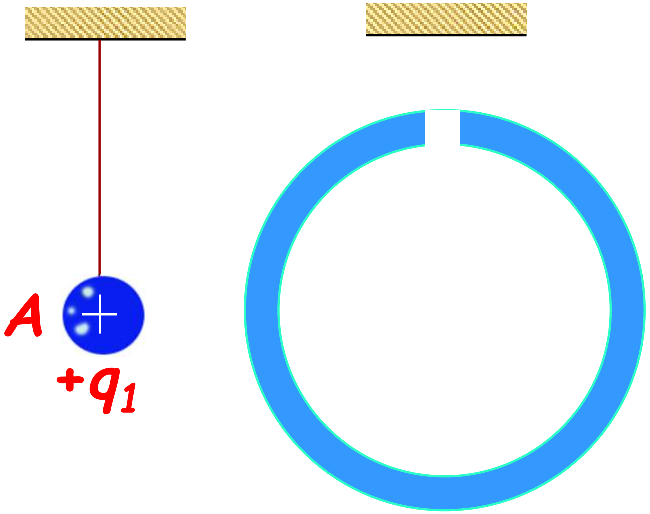
课堂练习题14-2：静电场中的导体($+q_1 << +q_2$)

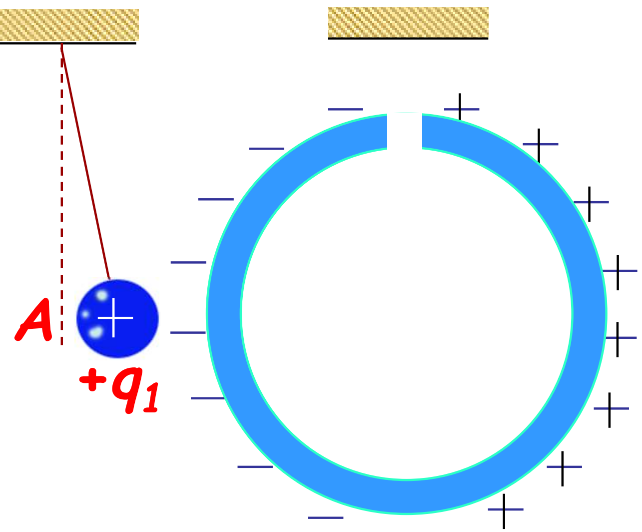
1)外面有带电量$+q_1$的小球*A*，不带电金属球壳内有带电量$+q_2$的小球*B*，则*A*球受力情况如何？



课堂练习题14-2：静电场中的导体($+q_1 << +q_2$)

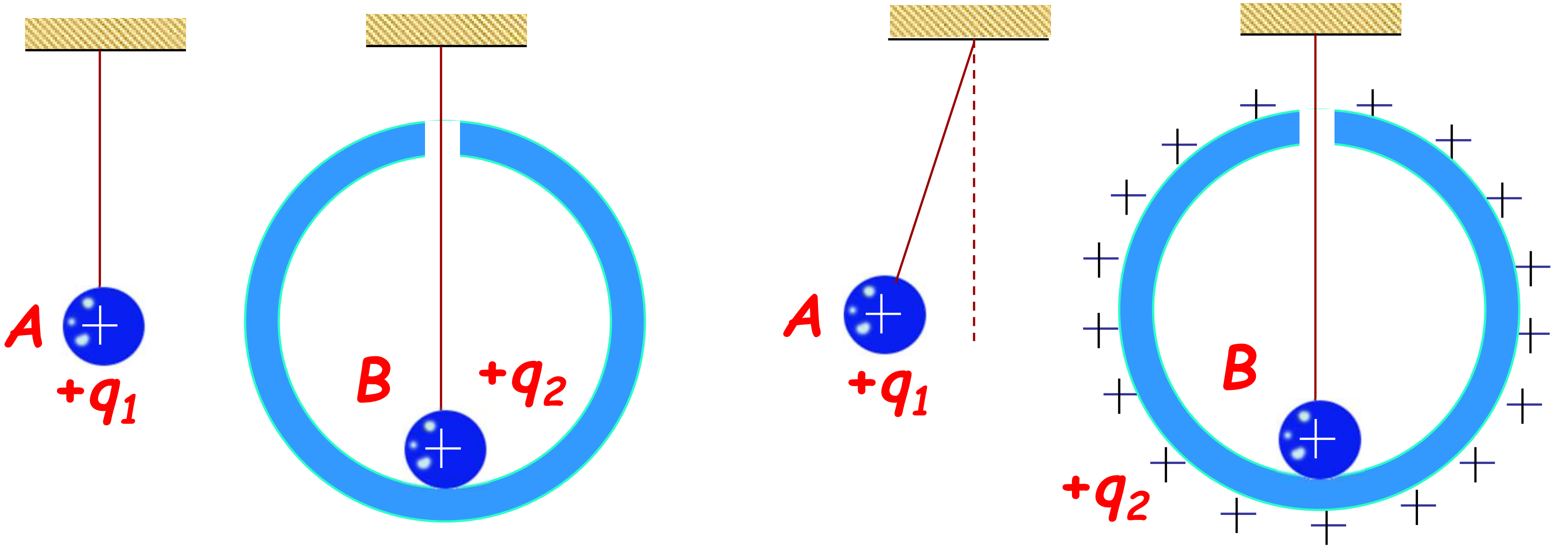
2)外面有带电量$+q_1$的小球A，但移去B球，则A球的受力情况如何？





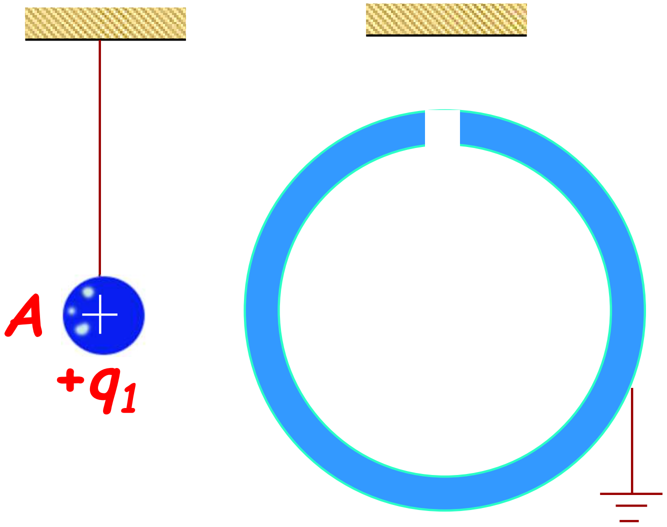
课堂练习题14-2：静电场中的导体($+q_1 << +q_2$)

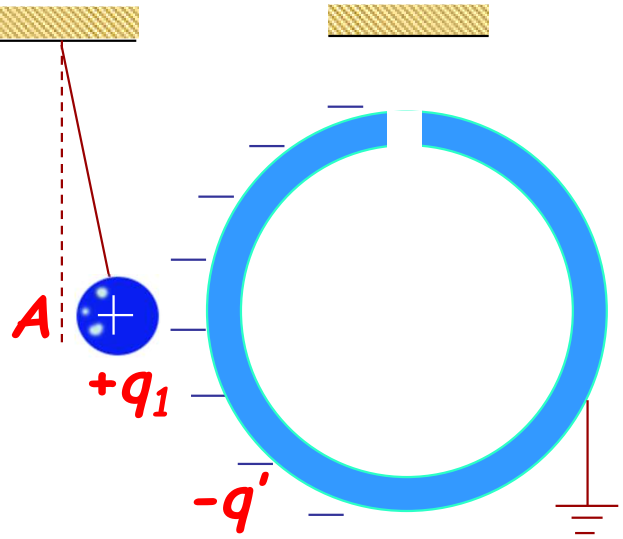
3)外面有带电量$+q_1$的小球*A*，**B**球与球壳内表面接触，则*A*球的受力情况如何？



课堂练习题14-2：静电场中的导体($+q_1 << +q_2$)

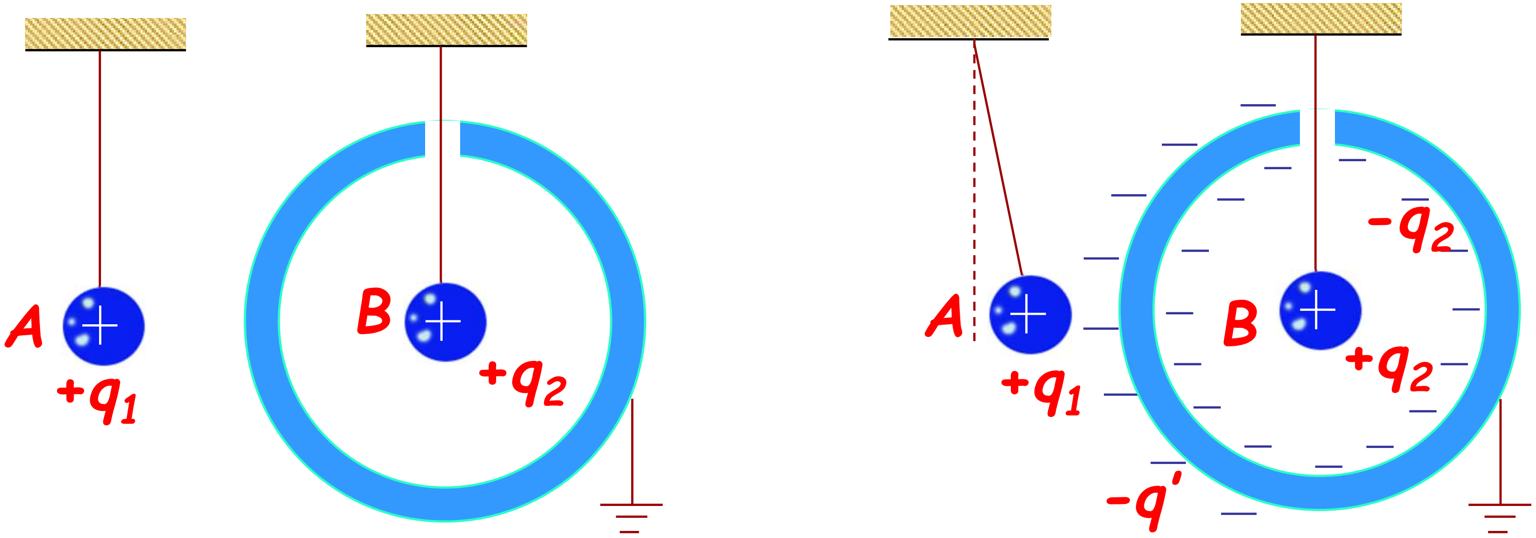
4)外面有带电量$+q_1$的小球A，不带电金属球壳接地，则A球的受力情况如何？





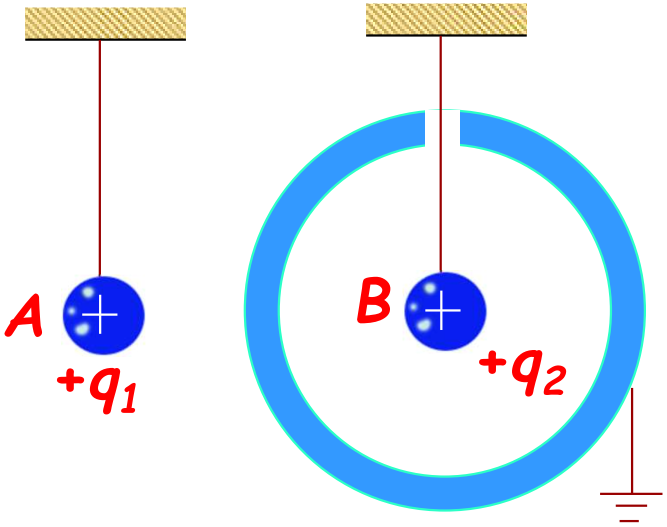
课堂练习题14-2：静电场中的导体($+q_1 << +q_2$)

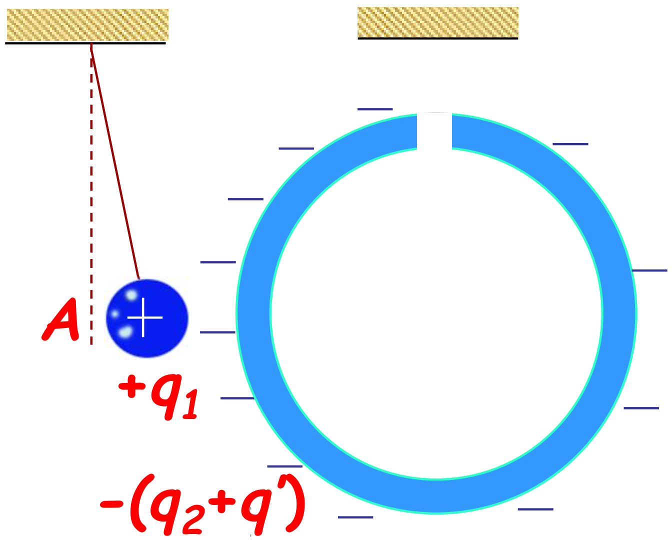
5)外面有带电量$+q_1$的小球A，不带电金属球壳接地，再引入B球，则A球的受力情况如何？



课堂练习题14-2：静电场中的导体($+q_1 << +q_2$)

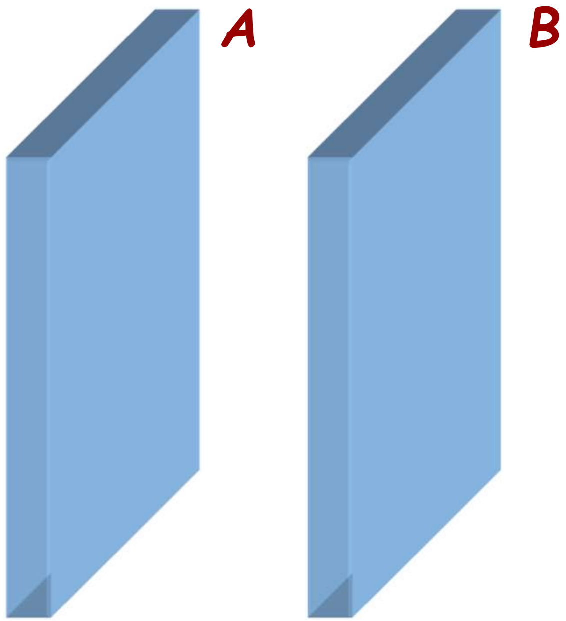
6)在(5)的情况下，先拆地线再移去B球，则A球的受力情况如何？





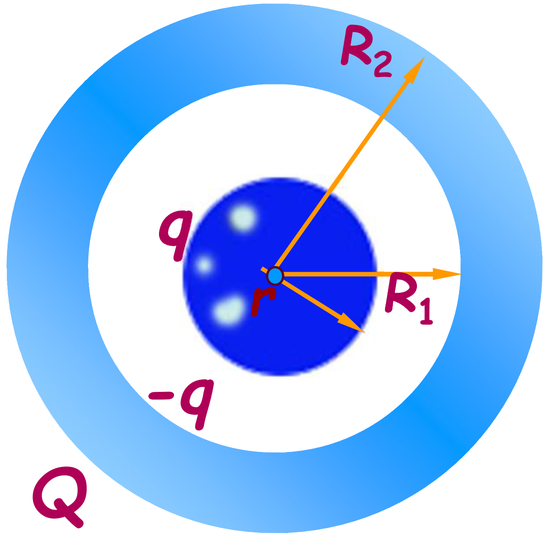
课堂练习题14-3：

一面积为S的金属大薄平板A，带电量为Q，在其附近平行放置另一块不带电的金属大薄平板B，两板间距远小于板的线度。求：两板表面的电荷面密度，以及周围空间的场强分布。



课堂练习题14-4：

在内外半径分别为R_1和R_2的导体球壳内，有一个半径为r的导体小球，小球与球壳同心，让小球与球壳分别带上电荷量q和Q。求：1)小球的电势，2)球壳内、外表面的电势；3)两球的电势差；4)若球壳接地，再求小球与球壳的电势差。



§14-3 电容

1.电容器的电容

➢1)孤立导体的电容

一个孤立导体的电势*U*与所带电荷量*q*呈线性关系，其比值称为孤立导体的电容。

孤立球形导体的电容:

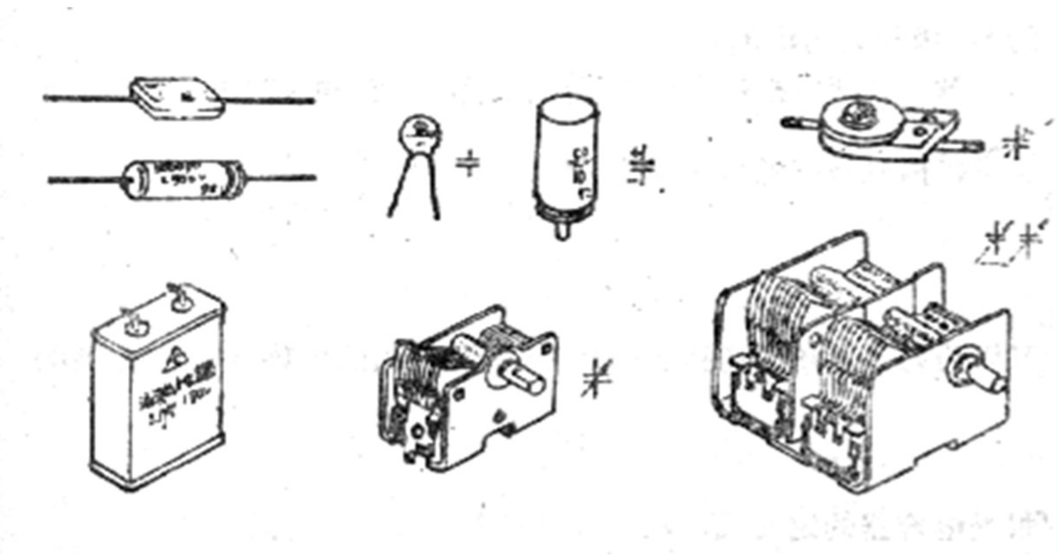
$$C=\frac{q}{U}=4\pi\varepsilon_0 R,\quad U=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{R}$$

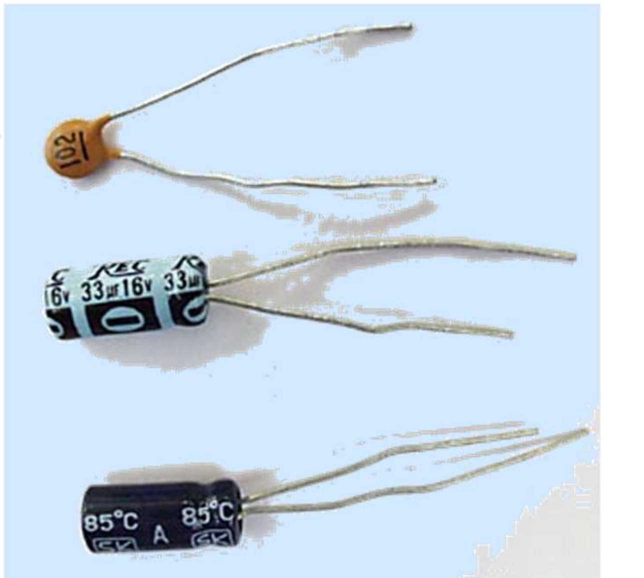
单位：法[拉]　**1F=10^{6}μF=10^{12}pF**

➢2)电容器的电容

电容器：一对相互绝缘的导体组成的系统，用来储存电荷和电能。符号：

特　点：电容器两极板带等量异号电荷。





➢电容器电容的定义式

$$C = \frac{Q}{U_A - U_B}$$

Q：任一导体所带电量的大小

U_A-U_B：两导体间的电势差

➢计算电容器电容的一般方法：

1)先假设电容器的两极板带等量异号电荷Q;

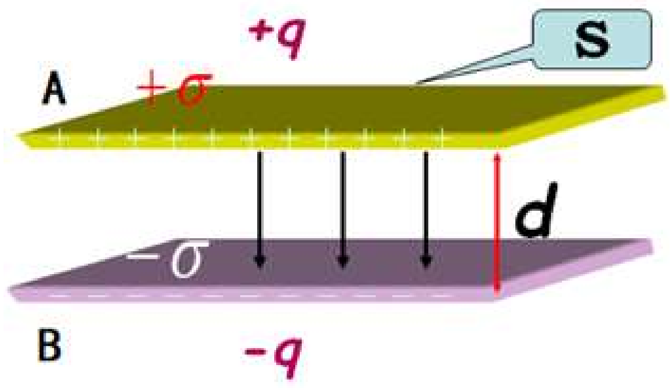
2)再计算出两极板间电势差U_A -U_B;

3)最后代入定义式 $C=Q/(U_A-U_B)$。

2.电容器电容的计算

➤1)平行板电容器

两极板面积为*S*，极板间距为*d*，分别带电量+*q*和-*q*，忽略边缘效应。



$$E=\frac{\sigma}{\varepsilon_0}\quad\left(=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}+\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\right)$$

$$U_A-U_B=Ed=\frac{\sigma}{\varepsilon_0}d=\frac{qd}{\varepsilon_0 S}$$

$$C=\frac{q}{U_A-U_B}=\frac{\varepsilon_0 S}{d}$$

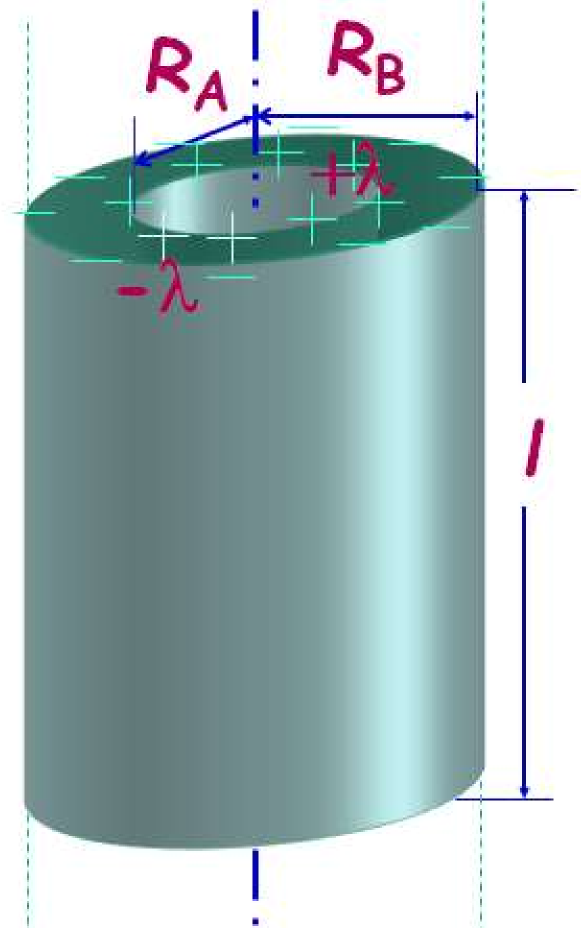
结论：平行板电容器的电容仅仅由材料几何结构决定。

➢2)圆柱形电容器

圆柱形电容器是由两个同轴金属圆柱面组成。

设内、外柱面的半径分别为R_A、R_B，内外柱面的电荷线密度分别为$+\lambda$和$-\lambda$。

圆柱的长$l >> R_B - R_A$，忽略边缘效应，换句话说：圆柱形电容器无限长。



由高斯定理得：$E = \dfrac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}$

➢2)圆柱形电容器

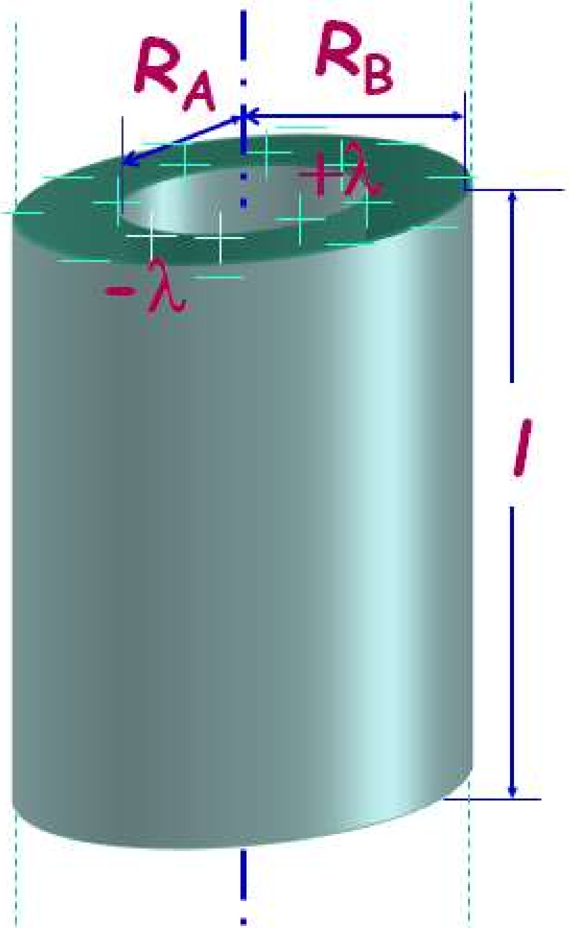
圆柱形电容器是由两个同轴金属圆柱面组成。

$$U_A - U_B = \int_{R_A}^{R_B} \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{l}$$

$$= \int_{R_A}^{R_B} \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r} \mathrm{d}r = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0} \ln\frac{R_B}{R_A}$$

$$C = \frac{Q}{U_A - U_B} = \frac{\lambda l}{U_A - U_B}$$

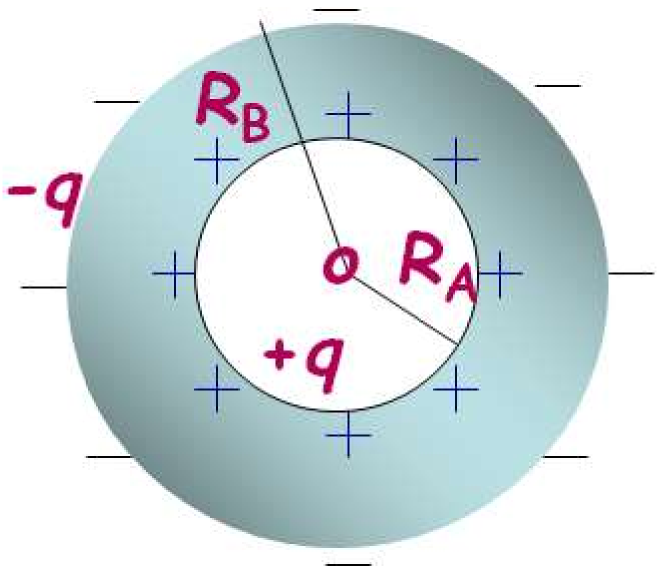
$$= \frac{2\pi\varepsilon_0 l}{\ln(R_B / R_A)}$$



➢3)球形电容器

球形电容器是由两个同心金属球壳组成。

设两球壳的半径分别为R_A、R_B，两球壳所带电量分别为+q、-q。



$$E = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^3} r$$

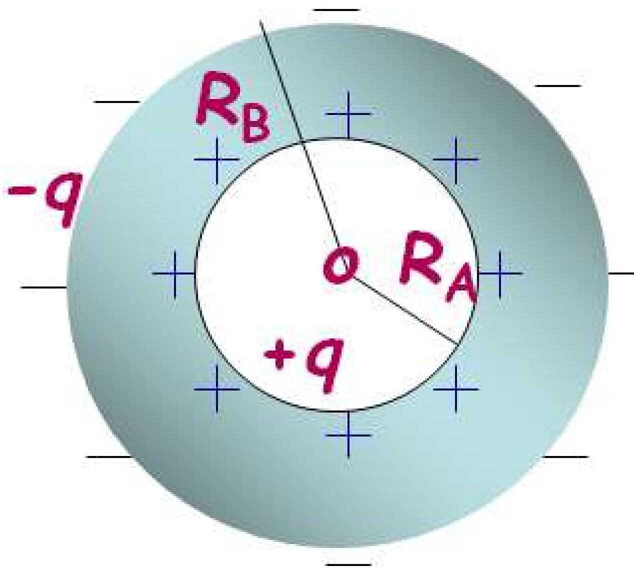
$$U_A - U_B = \int_{R_A}^{R_B} E \cdot dr = \int_{R_A}^{R_B} E dr$$

$$= \int_{R_A}^{R_B} \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} dr = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{R_A} - \frac{1}{R_B}\right)$$

➢3)球形电容器

球形电容器是由两个同心金属球壳组成。

设两球壳的半径分别为R_A、R_B，两球壳所带电量分别为+q、-q。



$$C=\frac{q}{U_A-U_B}$$
$$=4\pi\varepsilon_0\frac{R_BR_A}{(R_B-R_A)}$$

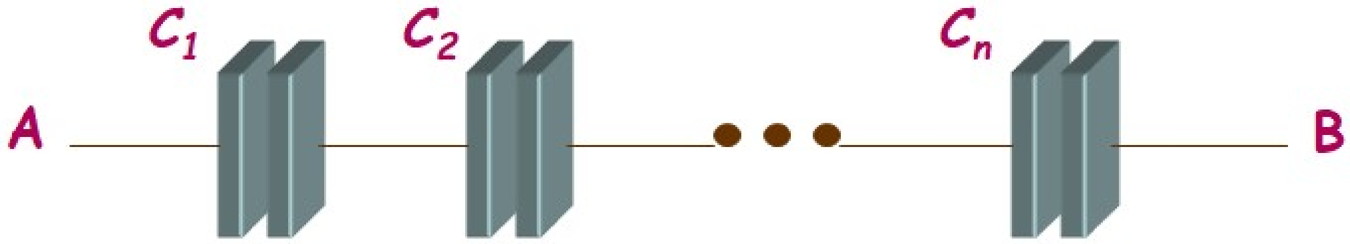
当$R_B>>R_A$时，即外壳趋向无限远，$R_B\to\infty$时，

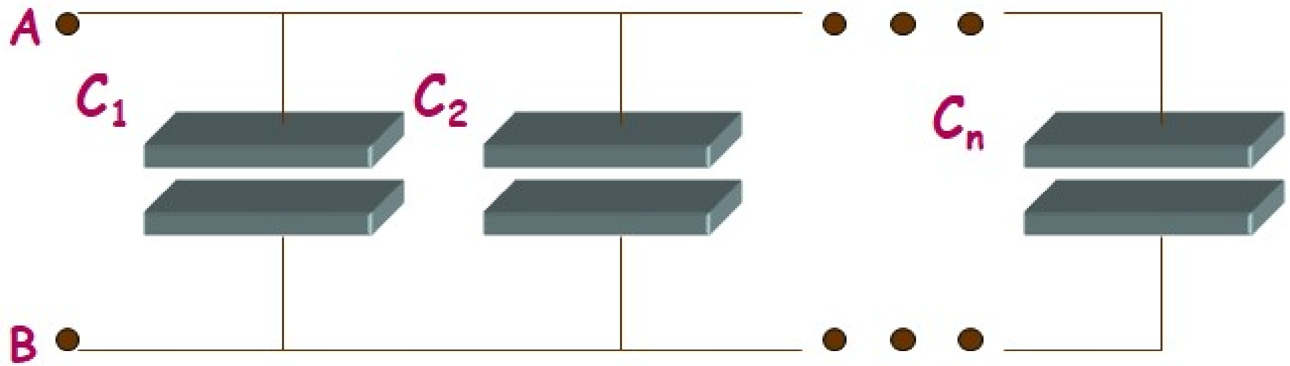
$C\to4\pi\varepsilon_0R_A$，为孤立导体球电容。

3.电容器的串联与并联

电容器的性能指标： 电容量、耐压。

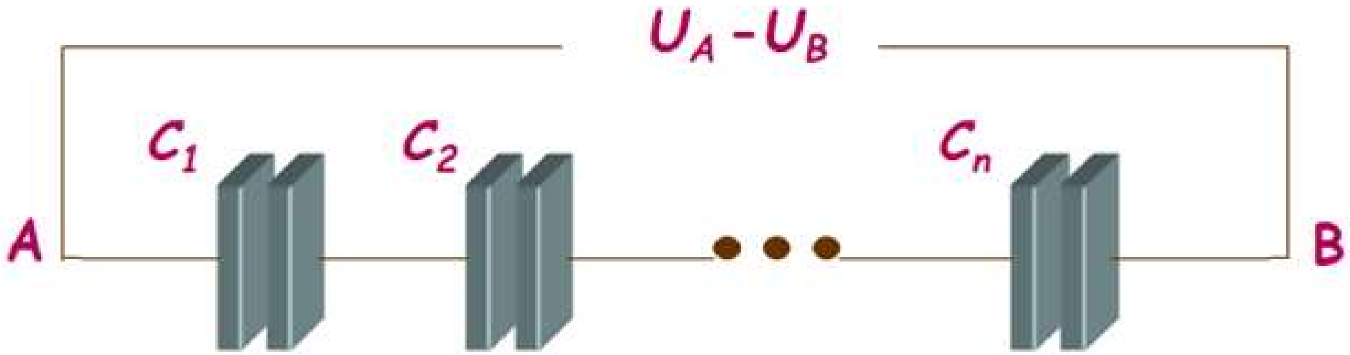
等值电容： 多个电容器连接后，它们所带电量与两端电势差之比，称为它们的等值电容。





➤1)串联(C_1、C_2、…C_n)

每个电容器的电势差：U_1、U_2、…、U_n，总电势差：$U_A-U_B=U_1+U_2+\ldots+U_n$，极板电量都是$Q$。

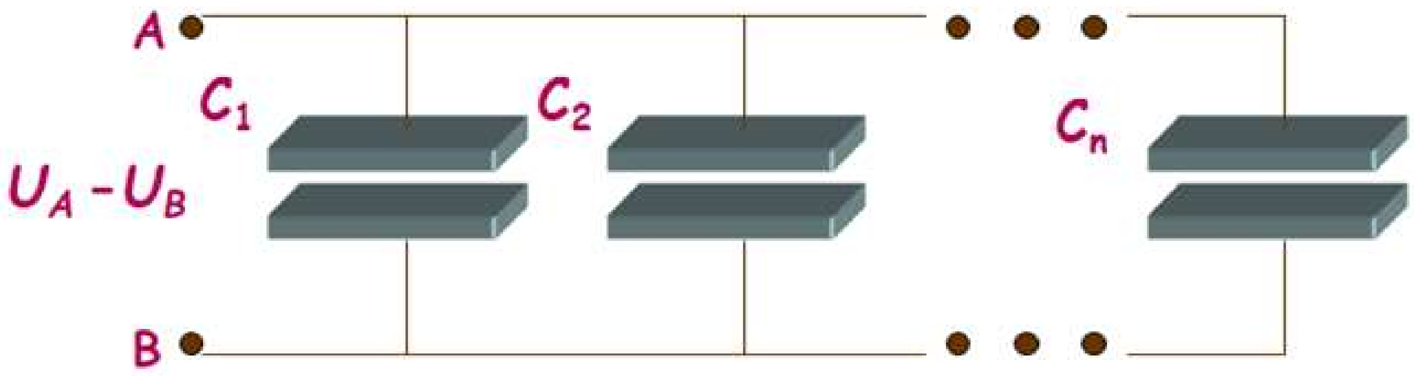


$$\frac{1}{C}=\frac{U_A-U_B}{Q}=\frac{U_1+U_2+\cdots+Un}{Q}$$
$$=\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}+\cdots+\frac{1}{Cn}$$

电容器串联时总电容减小，耐压增加。

➢2)并联(C_1、C_2、…C_n)

每个电容器的电量：q_1、q_2、…、q_n，总电量：$Q=q_1+q_2+\ldots+q_n$，电势差都是U_A-U_B。



$$C=\frac{Q}{U_A-U_B}=\frac{q_1+q_2+\cdots+q_n}{U_A-U_B}$$
$$=C_1+C_2+\cdots+Cn$$

总电容增加，耐压值是其中最低的耐压值

§ 14-4 电介质的极化

1.电介质

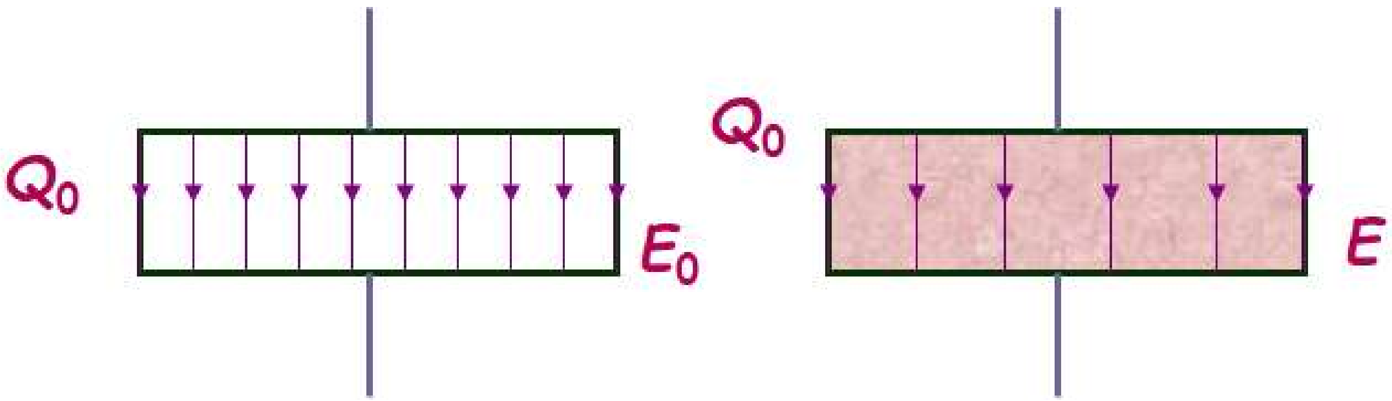
电的非导体，是绝缘介质；

在外电场中时，对电场有影响；

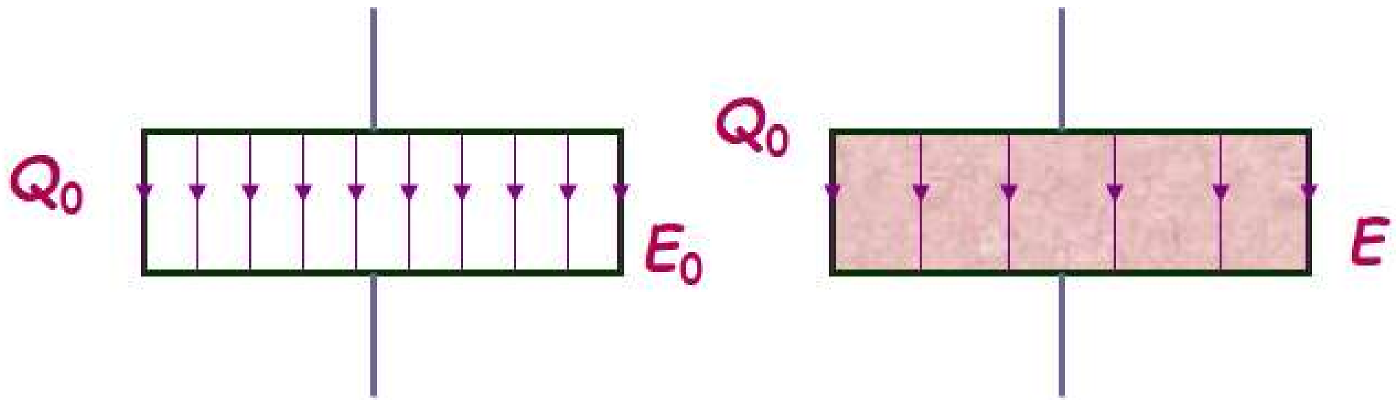
处于静电平衡时，内部场强不为零。

➢1)电介质对电场的影响

对平行板电容器做实验：



充电后极板电量$Q_0=U_0C_0$；断电后，插入电介质，实验发现两极板的电势差变为$U<U_0$，且$U \propto U_0$。其比例常数写成ε_r，称为电介质的相对介电常数(或相对电容率)，定义真空中$\varepsilon_r=1$。



充电后极板电量$Q_0=U_0C_0$；断电后，插入电介质，实验发现两极板的电势差变为$U<U_0$，且$U\propto U_0$。其比例常数写成ε_r，称为电介质的相对介电常数(或相对电容率)，定义真空中$\varepsilon_r=1$。

断电后电荷Q_0不变，电容变为原来的ε_r倍：

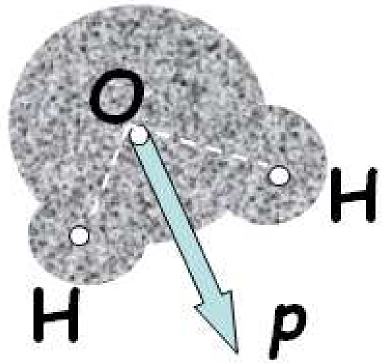
$$U=\frac{U_0}{\varepsilon_r}\quad, \quad C=\frac{Q_0}{U}=\frac{\varepsilon_r Q_0}{U_0}=\varepsilon_r C_0$$

场强变为原来的$1/\varepsilon_r$倍：

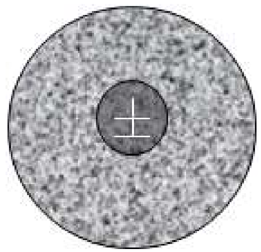
$$E=\frac{U}{d}=\frac{U_0}{\varepsilon_r d}=\frac{E_0}{\varepsilon_r}$$

2.电介质的极化

有极分子和无极分子：原子的**正负电中心**重合，每个原子的电偶极矩为零。几个原子构成分子时，正负电中心可重合，可不重合，前者称**无极分子**，后者称**有极分子**。

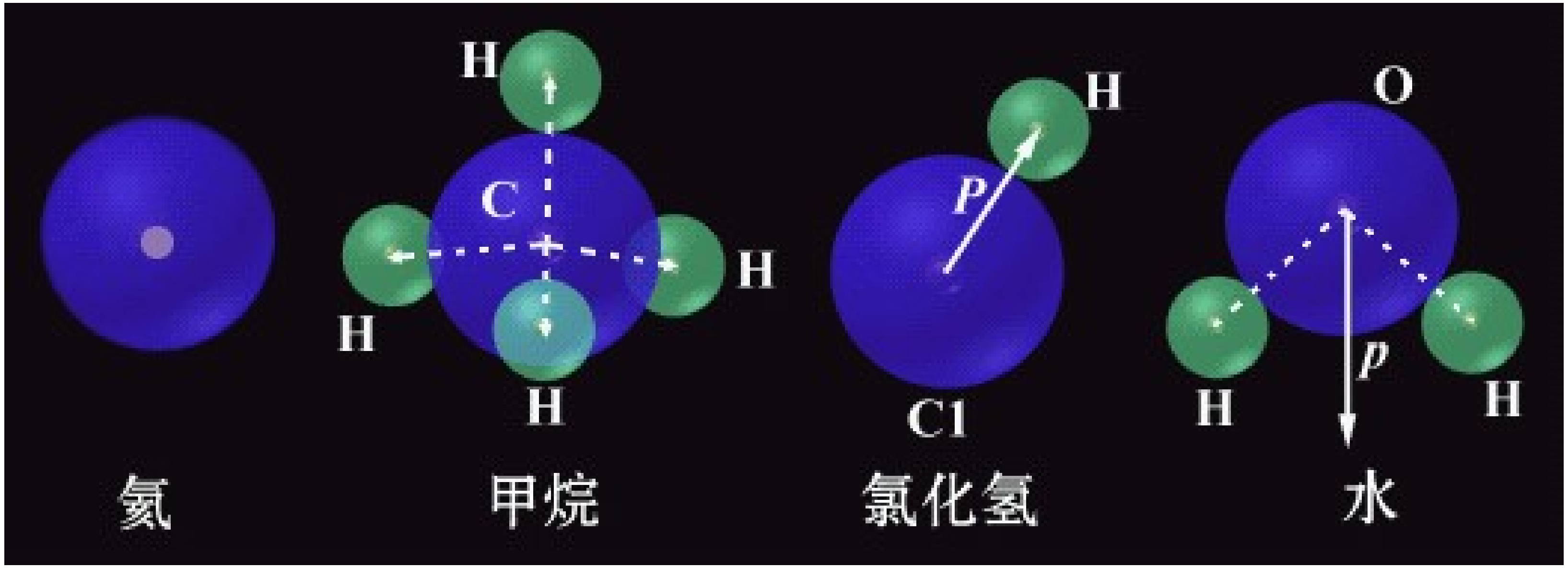


对有极分子，正负电荷中心组成**等效分子电偶极矩*p***，对大量分子的等效电偶极矩之和$\sum p=0$。

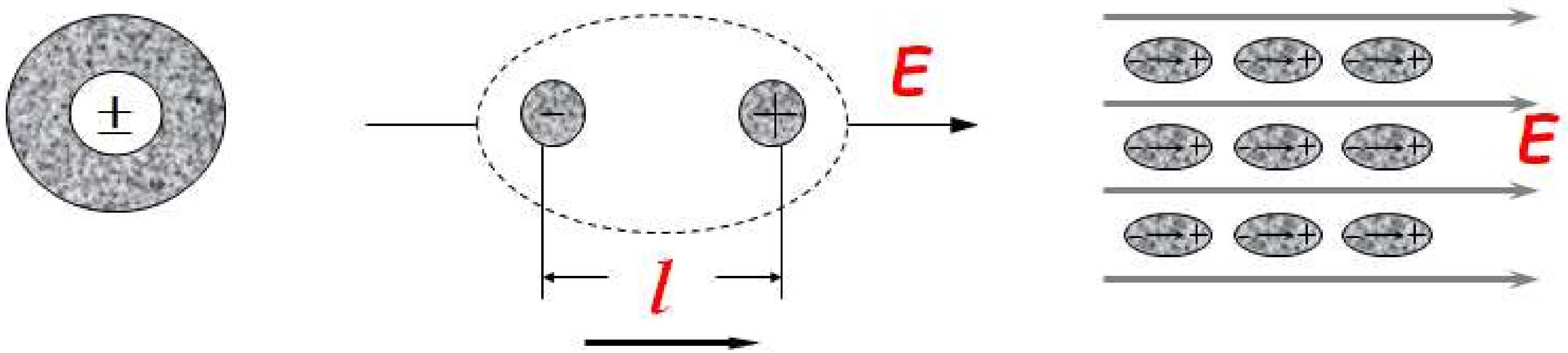


对无极分子$p=0$。

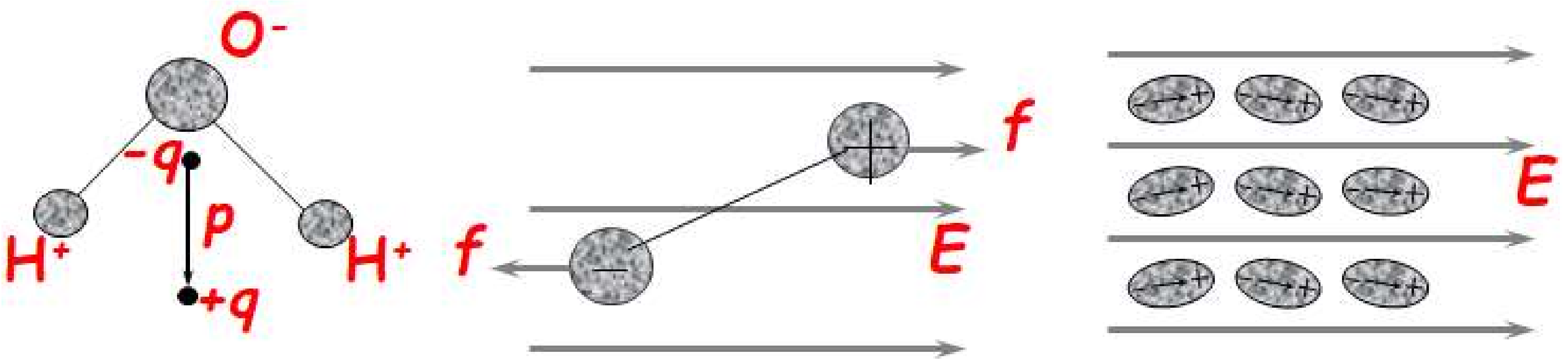
无极分子与有极分子的示意图



➢1)无极分子与有极分子的极化



无极分子的极化 电子位移极化



有极分子的极化 取向/转向极化

➢2)电介质的极化

电介质在外场中时，在与外场E_0垂直的表面层里会出现正负电荷层，这些电荷是不能自由移动的，称为束缚电荷或极化电荷。这种现象称电介质的极化。

无极分子的极化称为(电子)位移极化。

有极分子的极化称为取向/转向极化。

3.电介质的电极化强度

电介质中单位体积内的分子电偶极矩的矢量和

$$\vec{P}=\frac{\sum \vec{p}}{\Delta V}$$

称为电极化强度矢量。

实验表明，对于大多数各向同性电介质：

$$\vec{P}=\chi_e \varepsilon_0 \vec{E}$$

---χ_e称为介质的电极化率

若电场或介质不均匀，电介质的极化就不均匀。

§ 14-5 面束缚电荷和体束缚电荷

1. 束缚电荷面密度(极化电荷面密度)

极化电荷面密度与电极化强度有一简单关系！

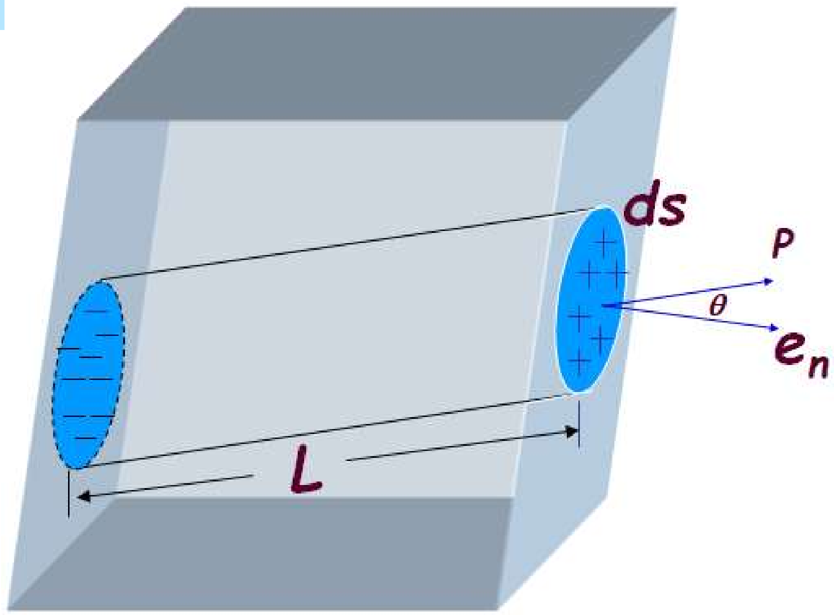
斜柱体内分子的电偶极矩之和为：

$$\left|\sum \vec{p}\right| = qL = \sigma' L ds$$

斜柱体的体积为：

$$dV = dsL\cos\theta$$

电极化强度矢量*P*的大小为：

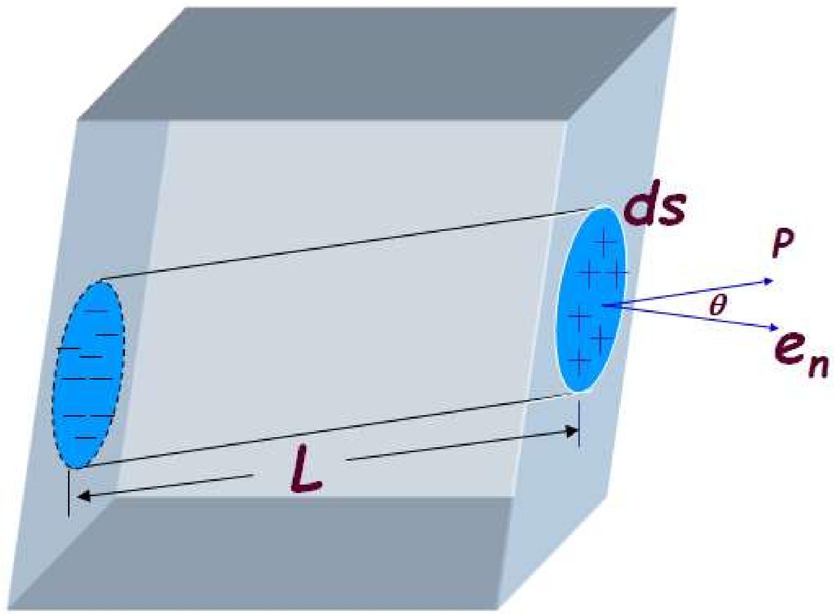


$$\left|\vec{P}\right| = \frac{\left|\sum \vec{p}\right|}{dV} = \frac{\sigma'}{\cos\theta}$$

所以：$$\sigma' = \left|\vec{P}\right|\cos\theta = P_n = \vec{P}\cdot\vec{e}_n$$

---P_n是电极化强度P沿电介质表面外法线方向的分量

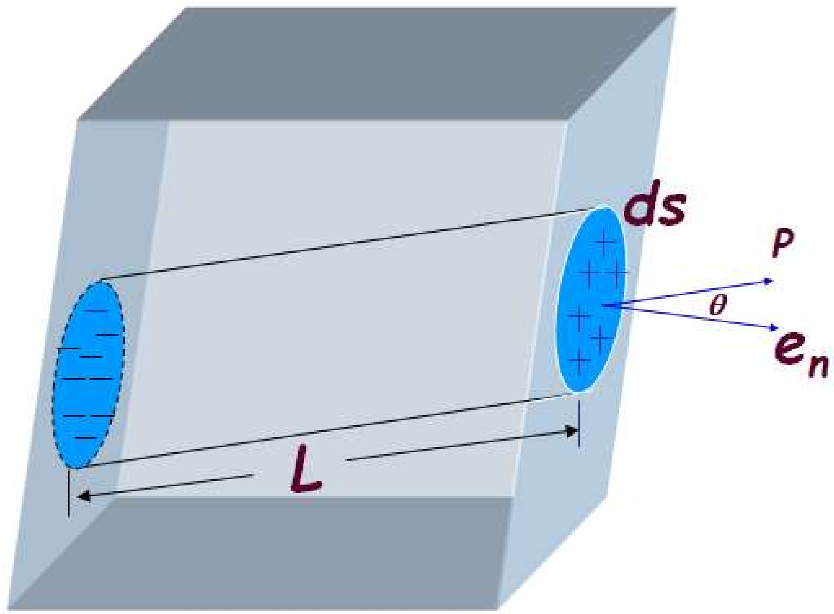
表明：电介质极化时的极化电荷面密度等于极化强度沿外法线方向的分量。



$$\left|\vec{P}\right| = \frac{\left|\sum \vec{p}\right|}{dV} = \frac{\sigma'}{\cos\theta}$$

所以：$$\sigma' = \left|\vec{P}\right|\cos\theta = P_n = \vec{P}\cdot\vec{e}_n$$

---P_n是电极化强度P沿电介质表面外法线方向的分量



当θ<π/2时，σ′为正；

当θ>π/2时，σ′为正。

上述讨论仅仅适用于均匀电介质的情形。

2.束缚电荷体密度(极化电荷体密度)

若电介质和外电场不均匀，则除在电介质的表面上出现面束缚电荷外，还将在电介质内部出现体束缚电荷。

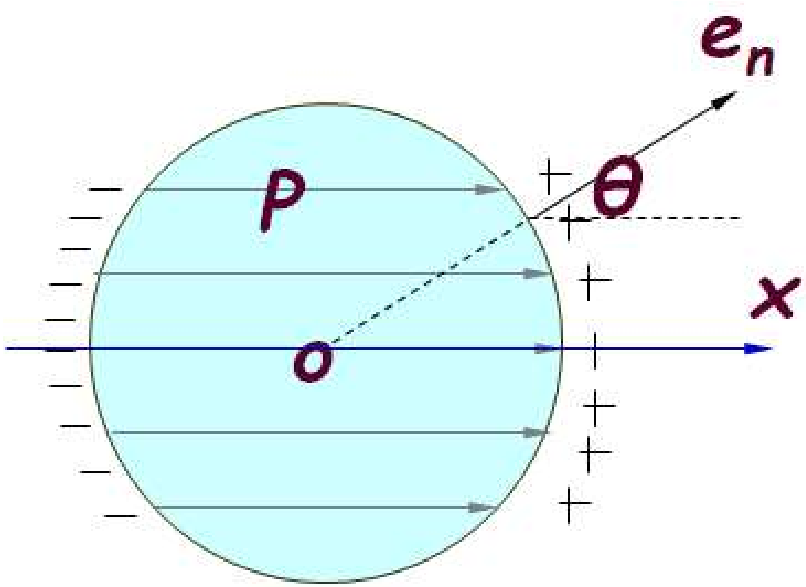
取一闭合曲面S，可以证明：电极化强度P通过闭合曲面的通量等于该闭合曲面S所包围的体积内的净余束缚电荷的负值。即：

$$\oint_{s} \vec{P} \bullet \mathrm{d}\vec{S} = -\sum_{S内} q' = -\int_{V} \rho' \mathrm{d}V$$

该表达式具有普遍意义，对于任何介质都成立。

课堂练习题14-5：

一个半径为*R*的电介质球被均匀极化后，已知电极化强度为*P*，求：1)电介质球表面上极化面电荷的分布；2)极化面电荷在电介质球心处所激发的场强。



§ 14-6 电介质中的静电场

1.电介质中的场强

E_0 表示自由电荷激发的电场

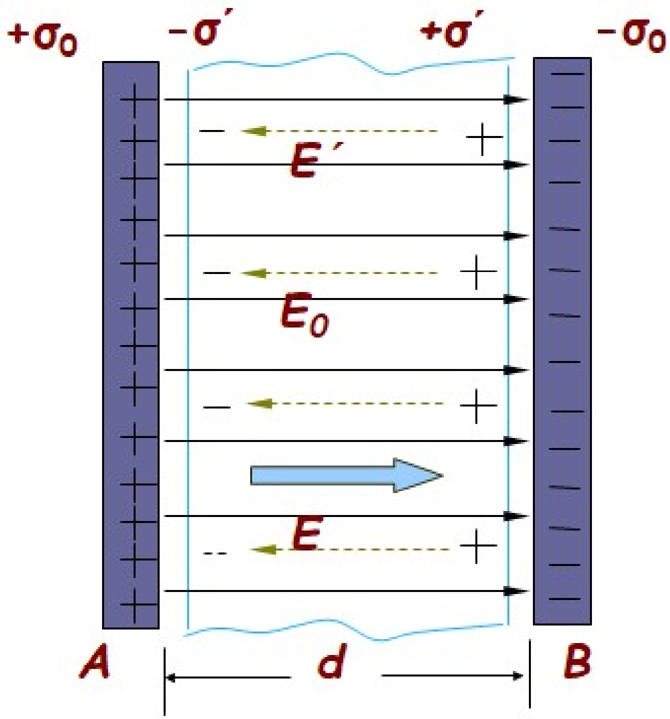
E' 表示极化电荷激发的电场

介质中的合场强：

$$E = E_0 + E'$$

在各向同性介质中，电极化强度与场强有如下关系：

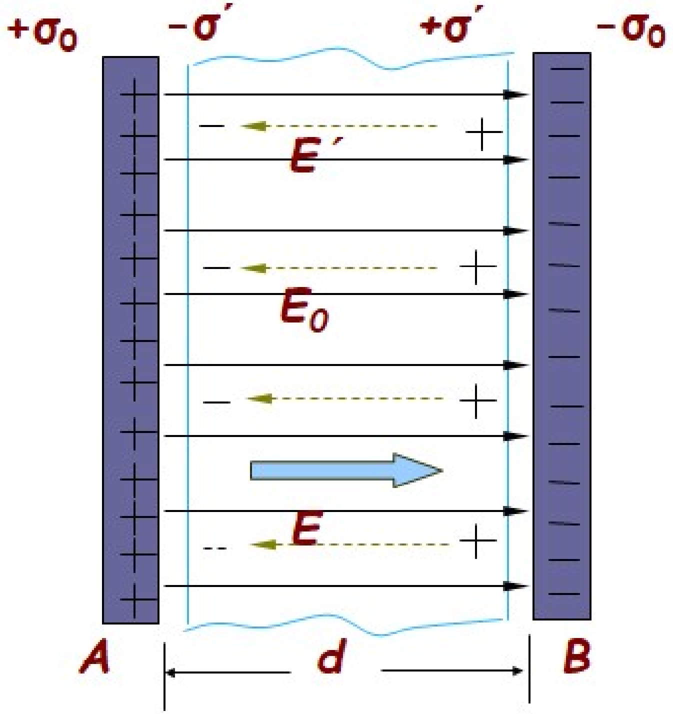
$$\vec{P} = \chi_e \varepsilon_0 \vec{E}$$



对充满极化率为χ_e的电介质的无限大平行板电容器，设自由电荷密度为$\pm\sigma_0$，介质表面的束缚电荷密度 $\pm\sigma'$

自由电荷的场强：$|E_0| = \dfrac{\sigma_0}{\varepsilon_0}$

束缚电荷的场强：$|E'| = \dfrac{\sigma'}{\varepsilon_0}$



合电场的场强为：

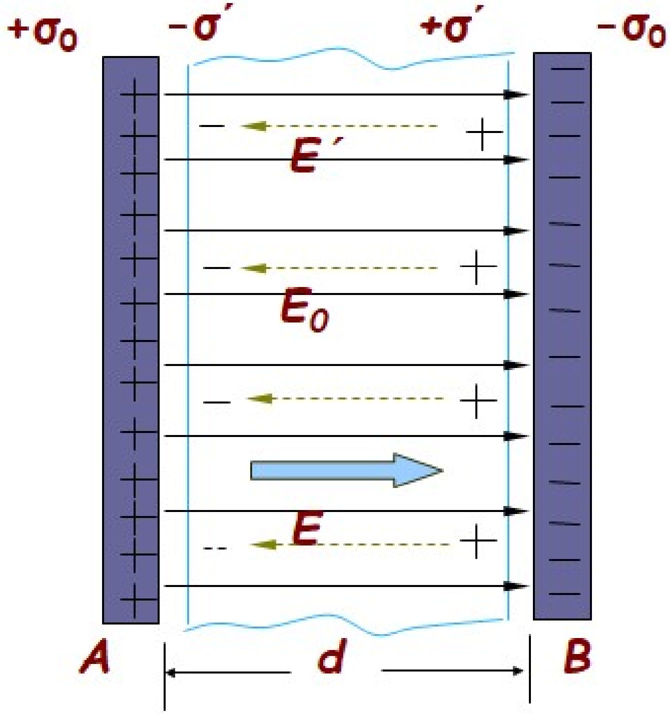
$$E = E_0 - E' = \frac{\sigma_0}{\varepsilon_0} - \frac{\sigma'}{\varepsilon_0}$$

介质中电极化强度$P=\chi_e\varepsilon_0 E$，又$\sigma'=P$代入上式

$$E = E_0 - \frac{P}{\varepsilon_0} = E_0 - \chi_e E$$

$$E = E_0/(1+\chi_e)$$

电介质内部的场强E是自由电荷场强E_0的 $1/(1+\chi_e)$ 倍。



平行板电容器两极板之间的电势差：

$$U = Ed = \frac{\sigma_0 d}{\varepsilon_0(1+\chi_e)}$$

设极板面积S，总电荷量$q=\sigma_0 S$，按电容器的定义：

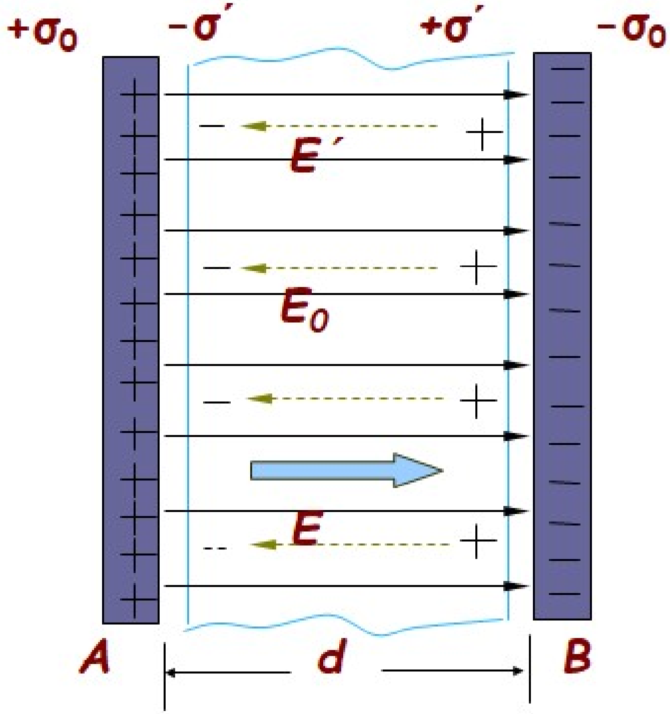
$$C=\frac{q}{U}=\frac{\varepsilon_0(1+\chi_e)S}{d}=(1+\chi_e)C_0$$

插入电介质，电容为原来的ε_r倍，由此可知：

$$\boxed{\varepsilon_r=(1+\chi_e)}$$

$$\boxed{\varepsilon=\varepsilon_r\varepsilon_0=(1+\chi_e)\varepsilon_0}$$

ε 称为介电常数或电容率。



三个量 ε，ε_r，χ_e，得一可求出其它两个。

从 $E = E_0/(1+\chi_e)$ 式可知：

$$E = \frac{E_0}{\varepsilon_r} = \frac{\sigma_0}{\varepsilon_r \varepsilon_0} = \frac{\sigma_0}{\varepsilon}$$

将此关系代入 $E = E_0 - E' = \dfrac{\sigma_0}{\varepsilon_0} - \dfrac{\sigma'}{\varepsilon_0}$

可得：$$\sigma' = \frac{\varepsilon - \varepsilon_0}{\varepsilon}\sigma_0 = \left(1 - \frac{1}{\varepsilon_r}\right)\sigma_0$$

课堂练习题14-6：

求处于电场E_0的介质球被极化后球心处的合场强。

2.有电介质存在时的环路定理和高斯定理

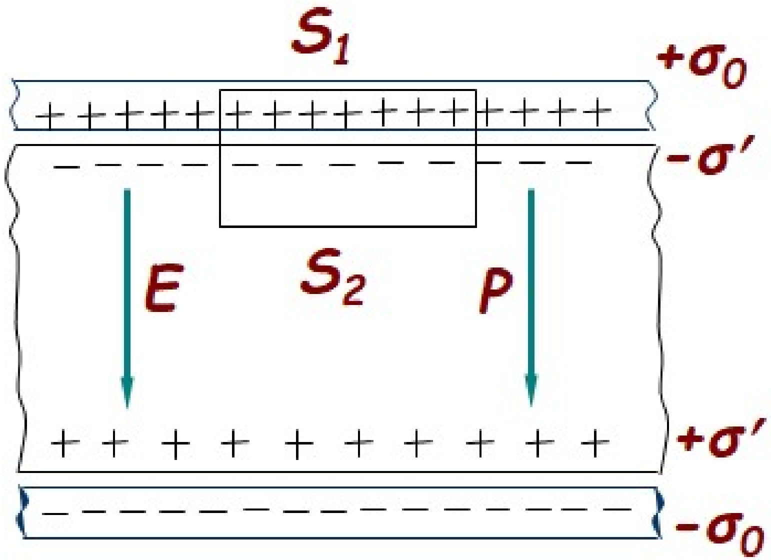
极化电荷与自由电荷一样，它所激发的还是静电场。环路定理仍然成立：

$$\boxed{\oint_L \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0}$$

高斯定理也仍然成立：

$$\boxed{\oiint_S \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{1}{\varepsilon_0} \sum q = \frac{1}{\varepsilon_0} \left(\sum q_0 + \sum q' \right)}$$

上式中极化电荷的分布比较复杂，它与 **E** 相互关联，一般无法预知。

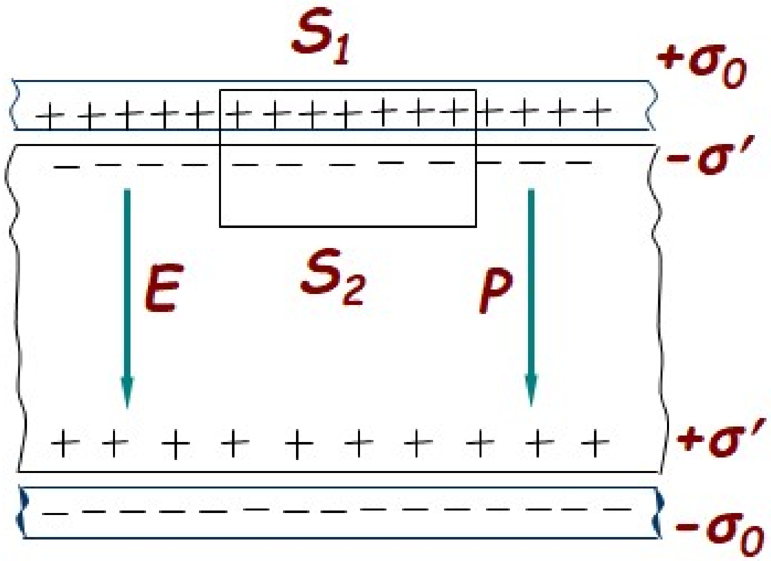


图示为平行板电容器，在介质和金属板间做圆柱体高斯面，得：

$$\oint\!\!\!\oint_S \vec{E}\cdot d\vec{s} = \frac{1}{\varepsilon_0}(\sigma_0 S_1 - \sigma' S_2)$$

$$\oiint_S \vec{P}\cdot d\vec{s} = \iint_{S_2} \vec{P}\cdot d\vec{s}$$

$$= PS_2 = \sigma' S_2$$

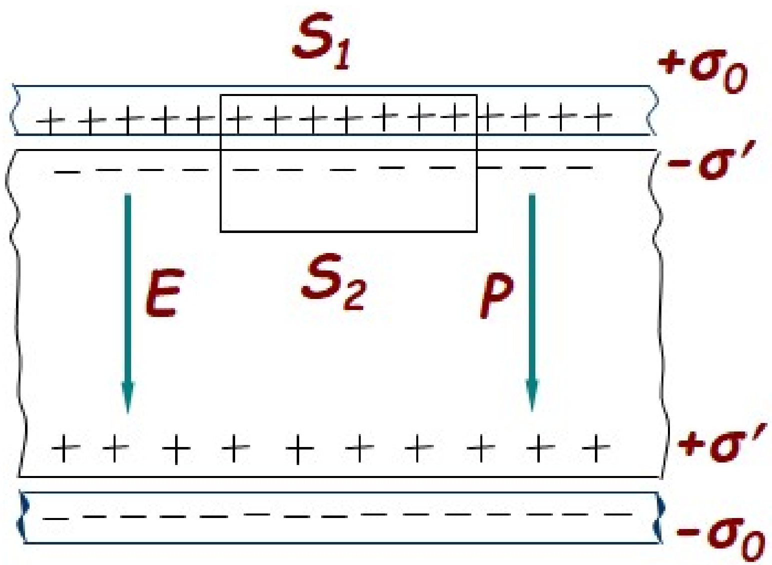


将此式代入高斯定理：

$$\oiint_S \vec{E}\cdot d\vec{s} = \frac{1}{\varepsilon_0}\sigma_0 S_1 - \frac{1}{\varepsilon_0}\oiint_S \vec{P}\cdot d\vec{s}$$

上式化简： $$\oiint_S \left(\vec{E} + \frac{\vec{P}}{\varepsilon_0}\right)\cdot d\vec{s} = \frac{q_0}{\varepsilon_0}$$

$$\oint\!\!\!\oint_S (\varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}) \cdot d\vec{s} = q_0$$



定义电位移矢量：

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$$

有电介质时的高斯定理为：

$$\boxed{\oint\!\!\!\oint_S \vec{D} \cdot d\vec{s} = q_0}$$

上式虽然从平行板电容器推得，但它是普遍适用，是静电场的基本定理之一。

➢1)引入电位移线

a)电位移线上每一点的切线方向和该点的电位移D的方向相同；

b)垂直于电位移线的单位面积上通过的电位移线数等于该点的电位移D 的量值。

$$\oint\!\!\!\oint_S \vec{D}\cdot d\vec{s} = q_0$$

D的单位是C/m²

电介质中的高斯定理：通过电介质中任一闭合曲面的电位移通量等于该曲面所包围的自由电荷量的代数和。

➢2)真空与介质中高斯定理的对比

在真空静电场中任何一闭合曲面S的电通量，等于该曲面所包围电荷代数和的ε_0分之一倍。

$$\Phi_e = \oint\!\!\oint_S \vec{E} \bullet d\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0}\sum_i q_i$$

E单位是(N/C)

或(V/m)

$$\oint\!\!\oint_S \vec{D} \cdot d\vec{s} = q_0$$

D的单位是C/m^2

电介质中的高斯定理：通过电介质中任一闭合曲面的电位移通量等于该曲面所包围的自由电荷量的代数和。

➢3)对电位移矢量D的几点说明

a)电位移矢量没有明显的物理意义；

b)通过闭合曲面的电位移通量只与自由电荷有关；

c)电位移矢量决定于自由电荷与极化电荷的分布；

d)该定义式对各向同性和各向异性的介质都适用。

$$\oiint_S \vec{D}\cdot d\vec{s} = q_0$$

D的单位是C/m²

电介质中的高斯定理：通过电介质中任一闭合曲面的电位移通量等于该曲面所包围的自由电荷量的代数和。

➤4)同性介质中**D, E, P**三矢量之间的关系

对各向同性的介质，满足关系式：

$$\vec{P} = \chi_e \varepsilon_0 \vec{E}$$

将其代入电位移矢量的定义式，可得：

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P} = \varepsilon_0 \vec{E} + \chi_e \varepsilon_0 \vec{E} = \varepsilon_0 \varepsilon_r \vec{E}$$

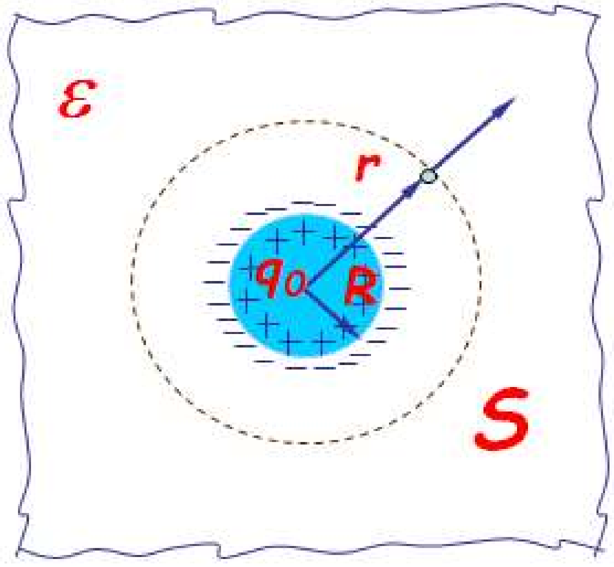
$$\boxed{\vec{D} = \varepsilon \vec{E}}$$

特别说明：上式在各向异性的介质中并不适用。

原因是**D, E, P**三量的方向可能不同。

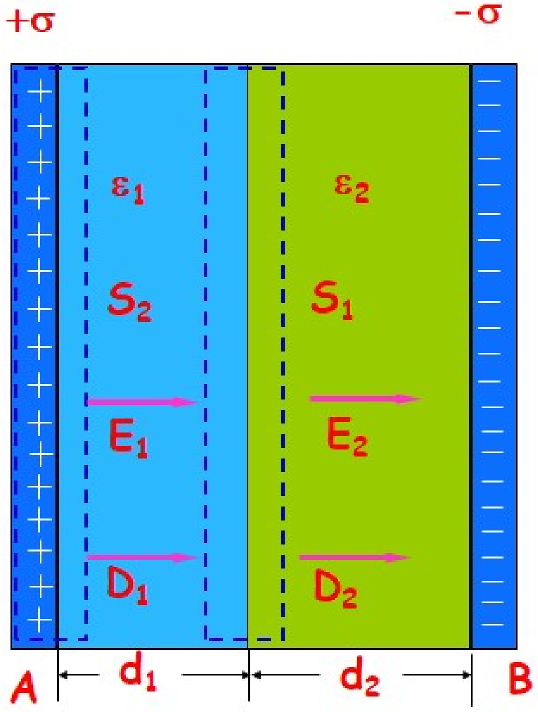
课堂练习题14-7:

一个半径为R的金属球，带有电荷q_0，浸埋在介电常数为ε均匀无限大电介质中，求：球外任一点的场强及极化电荷分布与金属球上的总电荷量。



课堂练习题14-8：

平行板电容器两极板面积S，充有两层介电常数分别为ε_1、ε_2电介质，厚度分别为d_1、d_2，电容器两极板上自由电荷面密度为$\pm\sigma$。求：1)各层电介质内的电位移矢量和场强，2)电容器的电容。



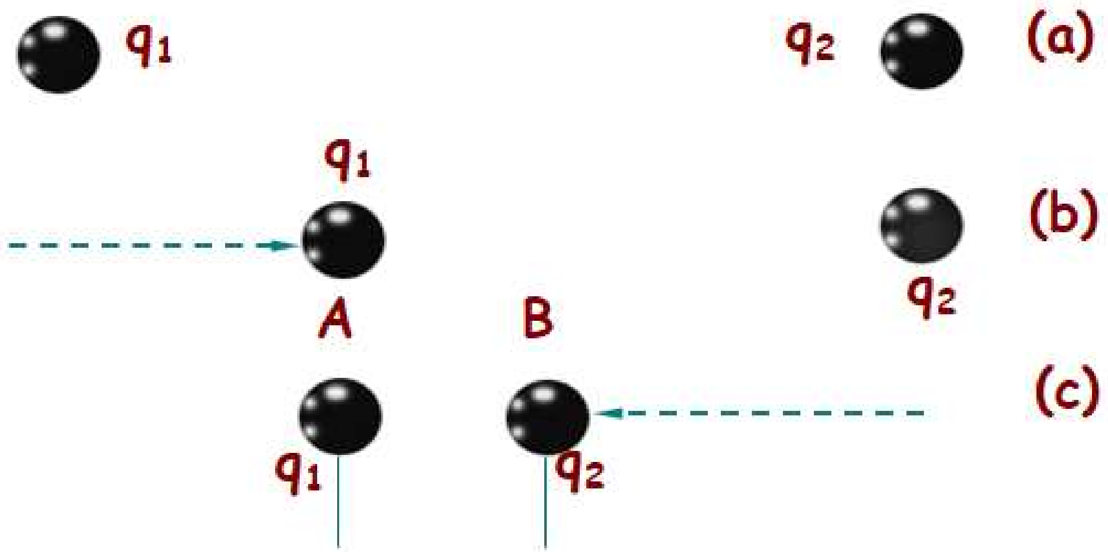
§ 14-7 静电场的能量

1.点电荷间的相互作用能

a) q_1， q_2相距无限远，相互作用能为0。

b) q_1从负无穷远移至A点，相互作用能为0。

c) q_2从正无穷远移至B点，外力克服q_1的电场力做功为：



$$A = q_2(U_2 - U_\infty) \qquad U_\infty = 0$$

$$A = q_2 U_2 = q_2 \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1}{r} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_2}{r}$$

若先将q_2移至B点，再将q_1移至A点，外力克服q_2的电场力做功为：

$$A = q_1 U_1 = q_1 \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_2}{r} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_2}{r}$$

外力做功等于两电荷相互作用的能量：

$$W = A = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_2}{r}$$ 有对称性，上式写成：

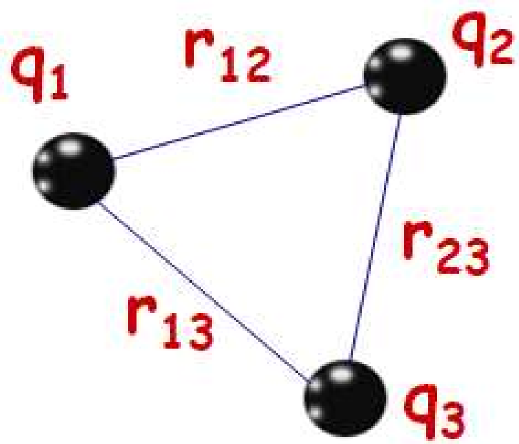
$$W = \frac{1}{2}q_1\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_2}{r} + \frac{1}{2}q_2\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1}{r} = \frac{1}{2}q_1 U_1 + \frac{1}{2}q_2 U_2$$

考虑三个点电荷系统形成的情况：

$$A_1 = 0 \qquad A_2 = q_2\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1}{r_{12}}$$

$$A_3 = q_3\left(\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1}{r_{13}} + \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_2}{r_{23}}\right)$$

$$W = A_1 + A_2 + A_3$$

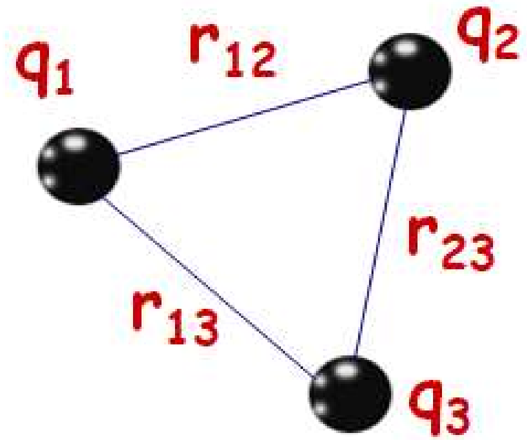


$$=q_2\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1}{r_{12}}+q_3(\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1}{r_{13}}+\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_2}{r_{23}})$$

$$=\frac{1}{2}\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}[q_1(\frac{q_2}{r_{12}}+\frac{q_3}{r_{13}})+q_2(\frac{q_1}{r_{12}}+\frac{q_3}{r_{23}})+q_3(\frac{q_1}{r_{13}}+\frac{q_2}{r_{23}})]$$

$$W=\frac{1}{2}q_1U_1+\frac{1}{2}q_2U_2+\frac{1}{2}q_3U_3=\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{3}q_iU_i$$

三个点电荷推广至**n**个点电荷：



$$W=\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}q_iU_i$$

2.电荷连续分布时的静电能

电荷体分布时的静电能：$$W=\frac{1}{2}\iiint_V U\rho dV$$

电荷面分布时的静电能：$$W=\frac{1}{2}\iint_S U\sigma dS$$

特别说明：式中的U是所有电荷在体元或面元的位置处所激发的电势。

以上两式包含带电体各部分电荷之间的相互作用能称为静电能。

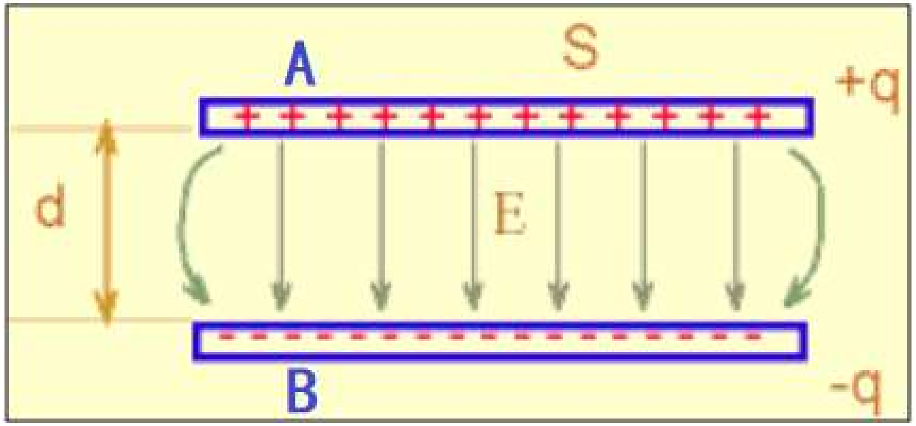
3.带电电容器的静电能

外界作用力作功→

可实现电荷转移→

极板间建立电场→

电场贮藏电能!



设一平行板电容器的极板间已带电量±q，此时两极板之间的电势差为$U'_A - U'_B$，

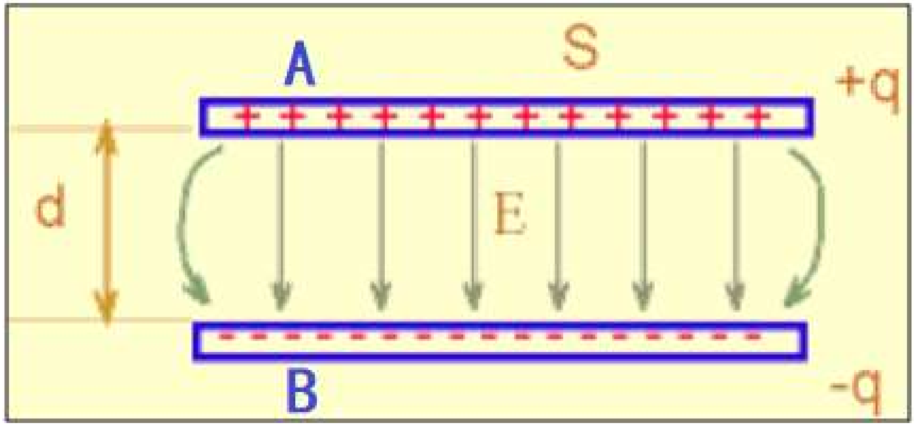
现把+dq由B极板移至A极板，则外力克服电场力作的功为:

$$dA=(U'_A-U'_B)dq=\frac{q}{C}dq$$

外力所作的总功：

$$A=\int_0^Q \frac{q}{C}dq$$

$$=\frac{1}{2}\frac{Q^2}{C}$$



因而电容器所带的静电能：

$$W=\frac{1}{2}\frac{Q^2}{C}=\frac{1}{2}C(U_A-U_B)^2=\frac{1}{2}Q(U_A-U_B)$$

4.静电场的能量

变化的电磁场可以脱离电荷而单独存在说明静电场能量的携带者是电场而不是电荷。

将$U_{AB}=Ed,\ C=\varepsilon\dfrac{S}{d}$代入电容器静电能的公式

可得：

$$W=\frac{1}{2}CU_{AB}{}^{2}=\frac{1}{2}\varepsilon E^{2}Sd=\frac{1}{2}\varepsilon E^{2}V$$

则可引进电场能量密度：

$$w_e = \frac{W}{V} = \frac{1}{2}\varepsilon E^2$$

上式虽然从均匀电场推导得出的，但其具有普遍性，对任意变化的静电场都是适用的。

推广到对于任意一个带电体系，总静电能也可由电场能量密度计算：

$$W = \iiint_V w_e dV = \iiint_V \frac{1}{2}\varepsilon E^2 dV$$

课堂练习题14-9：

计算均匀带电球体的静电能，设球的半径为**R**，所带电量为**q**，球外为真空。

课堂练习题14-10：

平行板电容器的极板是边长为a的正方形，间距为d，两板带电±Q。如图所示，把厚度为d、相对介电常量为ε_r的电介质板插入一半。求：电介质板所受电场力的大小及方向。