大学物理乙 II

大学物理乙秋冬学期教学主要内容：

第13章(13-6)至第25章

“学在浙大”平台：

http://course.zju.edu.cn/

电子课件文件类型：PDF 文件

Acrobat（图书馆首页）

诸位在校，有两个问题应该自己问问，第一，到大学来做什么？第二，将来毕业后要做什么样的人？

吕丽花、王宗利

TEL：18667192438、13758105079

(钉钉、微信)

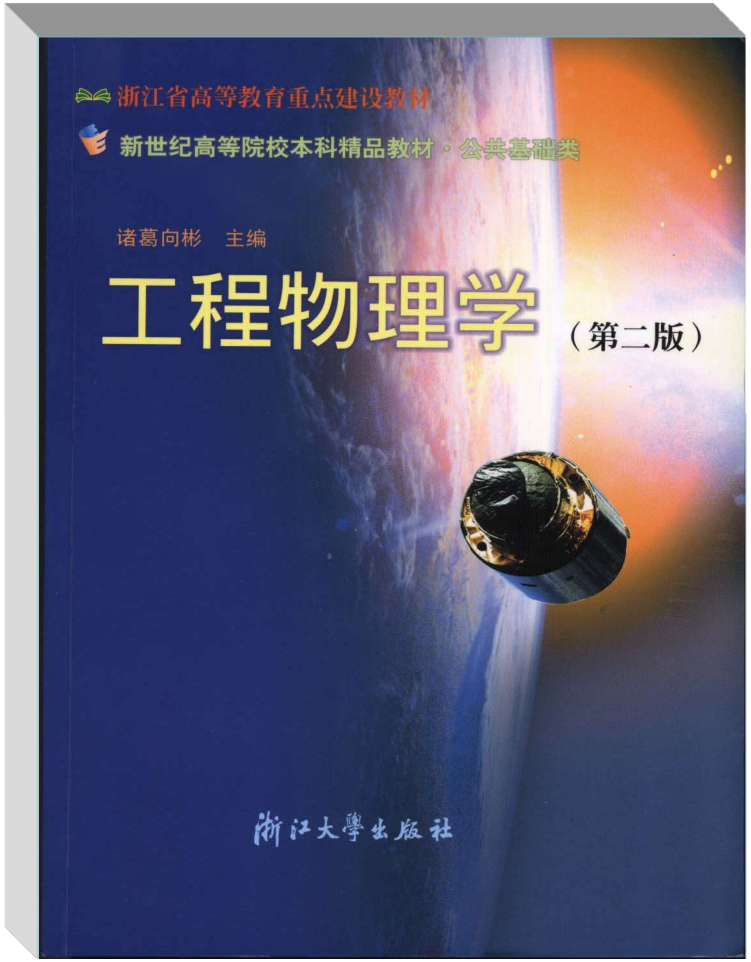
Email：lhlu@zju.edu.cn

紫金港校区海纳苑8幢555

助教：

Tel：

推荐参考书：工程物理学(第二版)诸葛向彬编



怎样进行‘成绩评定’？

§ 平时成绩　占　40%

由平时作业、阶段性检测成绩以及上课出席情况三部分组成

§ 期中考试　占　25%

考试范围：第**13-16**章？

期中考试不参加者以0分计入总成绩

§ 期末考试　占　35%

合成成绩:

=期末卷面成绩×35％

+期中卷面成绩×25％

+平时成绩(0～40)

平时成绩的评定

§ 平时成绩　占　40%

16次平时作业	占16%：	0-0.5-0.6-0.7-0.8-0.9-1.0%
4 次课堂测验	占20%：	0-2.5-3.0-3.5-4.0-4.5-5.0%
上课点名签到	占 4%：	0-1-2-3-4

- 正常上交的作业：1.0：全对；　0.9：错题(0,0.5]；
  0.8：错题(0.5,1]；　0.7：错题(1,1.5]；　0.6：错题(1.5,2]；
  0.5：错题>2；　0：全错与不交作业
- 延迟补交的作业：　上述评分标准的得分后减去0.3分
- 学期末清交作业：　0.6：全对；　0.5：有错

平时成绩的评定

§ 平时成绩　占　40%

16次平时作业	占16%：	0-0.5-0.6-0.7-0.8-0.9-1.0%
4 次课堂测验	占20%：	0-2.5-3.0-3.5-4.0-4.5-5.0%
上课点名签到	占 4%：	0-1-2-3-4

- 根据答对题目的数量进行评分，实际**参加测验的不全错的**学生数按1:1:1:1:1的比例分别计分：

  5.0、4.5、4.0、3.5、3.0分；

- 课前已**请假**而没能参加测试的同学和**试卷全错**的同学计2.5分；
- 单元测验没有补考，既**未考试**又**未请假**的同学计 0 分。

平时成绩的评定

§ 平时成绩　占　40%

16次平时作业	占16%：	0-0.5-0.6-0.7-0.8-0.9-1.0%
4 次课堂测验	占20%：	0-2.5-3.0-3.5-4.0-4.5-5.0%
上课点名签到	占 4%：	0-1-2-3-4

➢根据实际按时提交作业与参加课堂测验的次数决定！

➢根据上述标准计分降序排列，再按如下标准给平时成绩（均匀分布）：

优良：＜90%（40/39/38/37/36/35/34/33/32/31/30/29/28分）

合格：≥10%（≤27分）

➢若实际得分低于排序赋分后对应的分数，则以实际得分计算

第十三章 真空中的静电场

静电场是指相对于观察者

静止的电荷所激发的电场

第十三章 真空中的静电场

熟练掌握:

13.1 电荷;

13.2 库仑定律;

13.3 电场 电场强度;

13.4 高斯定理;

13.5 利用高斯定理计算电场;

13.6 静电场的环路定理与电势;

13.7 电势梯度。

§13.1 电荷

电荷守恒定律

无论在宏观领域还是微观世界，在一个与外界没有电荷交换的系统内，正、负电荷的代数和在任何物理过程中保持不变。

电荷守恒定律与能量守恒、动量守恒和角动量守恒一样，是最基本的物理守恒定律之一。

摩擦生电、高能核反应、
正负电子湮灭、放射性元素裂变

§13.1 电荷

电荷守恒定律，电荷量子化

1906～1917年，密立根用液滴法测定了带电粒子的电荷，发现带电粒子的电量只能是基本电荷**e**的整数倍，即粒子的电荷是量子化的。**(实验规律)**

迄今所知，电子是自然界中存在的最小负电荷，质子是最小的正电荷。它们的带电量都是基本电荷**:**

e =1.60217733×10^{-19}库仑(C)

---库仑**(C)**是电量的国际单位。

带电体的电量 $q = ne$ $\quad n = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \Lambda$

§13.1 电荷

电荷守恒定律，电荷量子化，电荷的相对论不变性

在不同的参照系内观察，同一个带电粒子的电量不变。电荷的这一性质叫做电荷的相对论不变性。

§13.1 电荷

电荷守恒定律，电荷量子化，电荷的相对论不变性

§13.2 库仑定律

点电荷

当带电体的线度与它到其他带电体的距离相比较很小时，可以将其看作点电荷。

§ 13.1 电荷

电荷守恒定律，电荷量子化，电荷的相对论不变性

§ 13.2 库仑定律

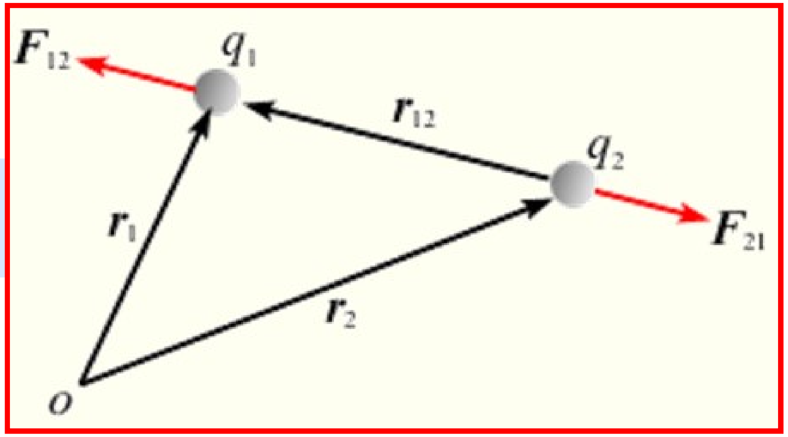
点电荷，库仑定律

在真空中两个静止点电荷之间的作用力与它们的电量的乘积成正比，与它们之间距离的平方成反比。

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21} = k\frac{q_1 q_2}{r_{12}^3}\vec{r}_{12}$$

$$\varepsilon_0 = \frac{1}{4\pi k} = 8.854187817\times 10^{-12}\,\mathrm{C^2/(N\cdot m^2)}$$

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_2}{r_{12}^3}\vec{r}_{12}$$



§ 13.1 电荷

电荷守恒定律，电荷量子化，电荷的相对论不变性

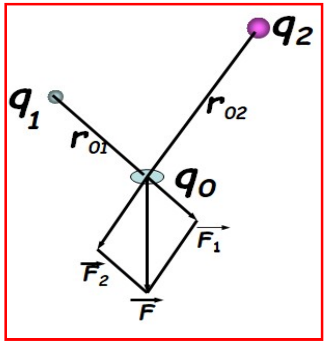
§ 13.2 库仑定律

点电荷，库仑定律，电场力的叠加原理

当空间有两个以上的点电荷时，作用在某一点电荷上的总静电力，等于其它各点电荷单独存在时对该点电荷所施静电力的矢量和。这是静电力的叠加原理。

$$\vec{F}_1 = \vec{F}_{12} + \vec{F}_{13} + \cdots + \vec{F}_{1n} = \sum_{i=2}^{n} \vec{F}_{1i}$$

$$= \sum_{i=2}^{n} \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q_1 q_i}{r_{1i}^3} \vec{r}_{1i}$$



§13.1 电荷

电荷守恒定律，电荷量子化，电荷的相对论不变性

§13.2 库仑定律

点电荷，库仑定律，电场力的叠加原理

§13.3 电场 电场强度

静电场

相对于观察者静止的电荷周围所存在的场称为静电场（该电荷称为场源电荷）。

静电场的主要表现：进入电场的任何带电体都将受到电场的作用力；当带电体在电场中移动时，电场力将对带电体作功。

§ 13.1 电荷

电荷守恒定律，电荷量子化，电荷的相对论不变性

§ 13.2 库仑定律

点电荷，库仑定律，电场力的叠加原理

§ 13.3 电场 电场强度

静电场，电场强度

电场中某点的电场强度在量值上等于放在该点的单位正试验电荷所受的电场力，其方向与正试验电荷受力方向一致。

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0}$$

1) 单位：(N/C) 或 (V/m)

2) E是空间各点坐标的一个矢量函数，其方向与正试验电荷所受力F的方向相同。

3) 在已知场强分布的电场中，电荷q在场中某点所受电场力为$F=qE$。

§ 13.1 电荷

电荷守恒定律，电荷量子化，电荷的相对论不变性

§ 13.2 库仑定律

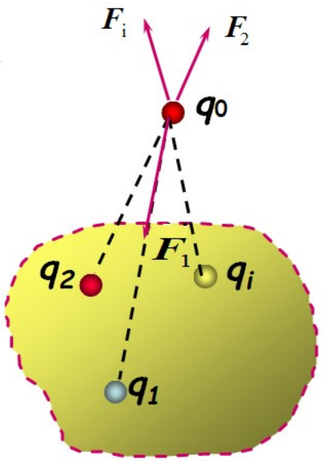
点电荷，库仑定律，电场力的叠加原理

§ 13.3 电场 电场强度

静电场，电场强度，点电荷(系)的电场强度

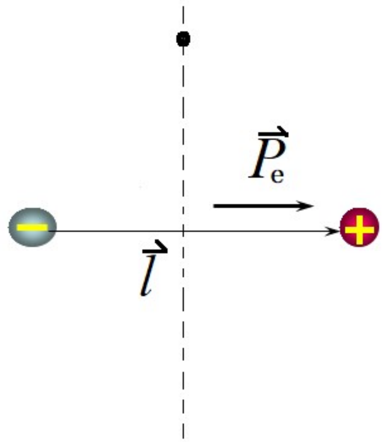
$$\vec{E}=\frac{\vec{F}}{q_0}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r^3}\vec{r}$$

$$\vec{E}=\vec{E}_1+\vec{E}_2+\cdots+\vec{E}_n=\sum_{i=1}^{n}\vec{E}_i=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sum_{i=1}^{n}\frac{q_i}{r_i^3}\vec{r}_i$$



电偶极子：

$$\boxed{P_e=ql}$$



$r \gg l$

$$\vec{E}=-\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\vec{P}}{r^3}$$

§ 13.1 电荷

电荷守恒定律，电荷量子化，电荷的相对论不变性

§ 13.2 库仑定律

点电荷，库仑定律，电场力的叠加原理

§ 13.3 电场 电场强度

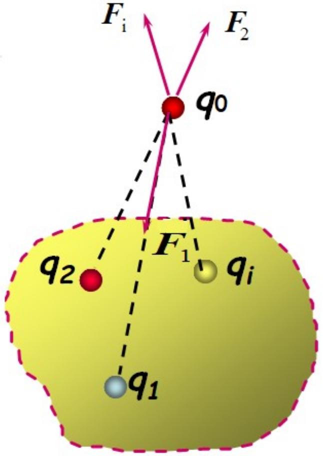
静电场，电场强度，点/连续分布电荷的电场强度

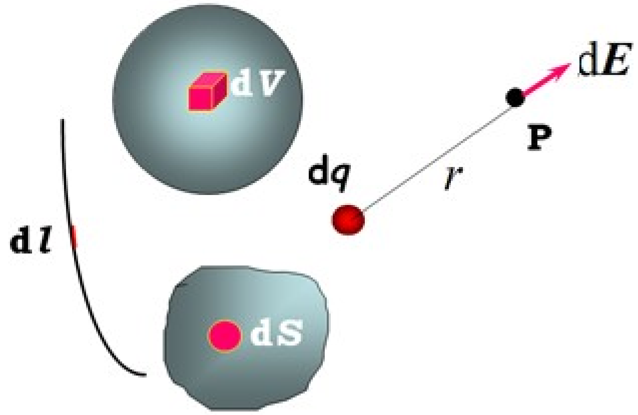
$$\vec{E}=\frac{\vec{F}}{q_0}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r^3}\vec{r}$$

$$\vec{E}=\int d\vec{E}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int_V\frac{dq}{r^2}\hat{\boldsymbol{r}}$$

$$d\vec{E}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{dq}{r^2}\hat{\boldsymbol{r}}$$

$$\vec{E}=\vec{E}_1+\vec{E}_2+\cdots+\vec{E}_n=\sum_{i=1}^{n}\vec{E}_i=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sum_{i=1}^{n}\frac{q_i}{r_i^3}\vec{r}_i$$





§ 13.1 电荷

电荷守恒定律，电荷量子化，电荷的相对论不变性

§ 13.2 库仑定律

点电荷，库仑定律，电场力的叠加原理

§ 13.3 电场 电场强度

静电场，电场强度，点/连续分布电荷的电场强度

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r^3}\vec{r}$$

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \cdots + \vec{E}_n = \sum_{i=1}^{n}\vec{E}_i = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sum_{i=1}^{n}\frac{q_i}{r_i^3}\vec{r}_i$$

$$\vec{E} = \int d\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int_V \frac{dq}{r^2}\hat{\boldsymbol{r}}$$

$$d\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{dq}{r^2}\hat{\boldsymbol{r}}$$

1) 体分布： **dq = ρdV**

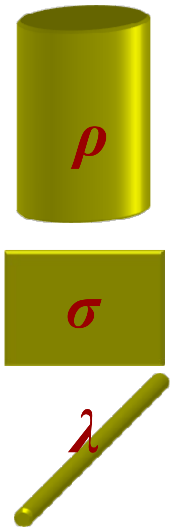
2) 面分布： **dq = σds**

3) 线分布： **dq = λdl**

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int_V \frac{\rho dV}{r^2}\hat{r}$$

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int_S \frac{\sigma ds}{r^2}\hat{r}$$

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int_l \frac{\lambda dl}{r^2}\hat{r}$$



先在坐标系中进行分解确定电场方向
再对电荷元积分计算电场(坐标分量式)

§13.1 电荷

电荷守恒定律，电荷量子化，电荷的相对论不变性

§13.2 库仑定律

点电荷，库仑定律，电场力的叠加原理

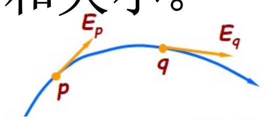
§13.3 电场 电场强度

静电场，电场强度，点/连续分布电荷的电场强度

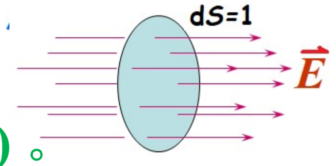
§13.4 高斯定理

电场线使电场的分布形象化，表达某一点电场的方向和大小。

首先，电场线上任意一点的切线可给出该点场强的方向，



其次，使通过单位截面的电场线数目正比于场强的大小。



电场线不会中断，不会相交，不会形成闭合曲线(**静电场**)。

它发自正电荷而终止于负电荷。电场线较密集处，电场强度也较大。

§ 13.1 电荷

电荷守恒定律，电荷量子化，电荷的相对论不变性

§ 13.2 库仑定律

点电荷，库仑定律，电场力的叠加原理

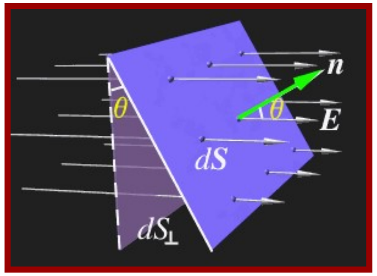
§ 13.3 电场　电场强度

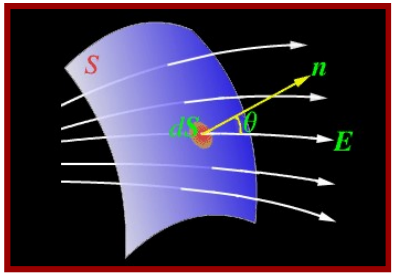
静电场，电场强度，点/连续分布电荷的电场强度

§ 13.4 高斯定理

电场线，电通量

$$d\Phi_e = EdS\cos\theta = EdS_{\perp} = \vec{E}\cdot d\vec{S}$$

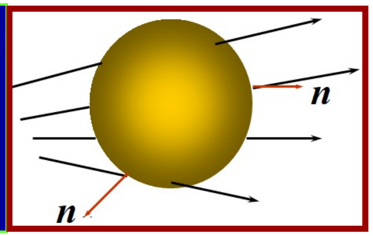




在场强为$E(r)$电场中，通过曲面S的电通量：

$$\Phi_e = \int d\Phi_e = \int_S E\cos\theta dS = \int_s \vec{E}\bullet d\vec{S}$$

$$\Phi_e = \oint_S d\Phi_e = \oint_S E\cos\theta dS = \oint_S \vec{E}\bullet d\vec{S}$$



§ 13.1 电荷

电荷守恒定律，电荷量子化，电荷的相对论不变性

§ 13.2 库仑定律

点电荷，库仑定律，电场力的叠加原理

§ 13.3 电场 电场强度

静电场，电场强度，点/连续分布电荷的电场强度

§ 13.4 高斯定理

电场线，电通量，高斯定理

$$\Phi_e = \oint\!\!\oint_S \vec{E} \bullet d\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0}\sum_i q_i$$

$$\Phi_e = \oint\!\!\oint_S \vec{E} \bullet d\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0}\int_V \rho dV$$

静电场中任何一闭合曲面S的电通量，等于该曲面所包围电荷代数和的ε_0分之一倍.

§ 13.1 电荷

电荷守恒定律，电荷量子化，电荷的相对论不变性

§ 13.2 库仑定律

点电荷，库仑定律，电场力的叠加原理

§ 13.3 电场　电场强度

静电场，电场强度，点/连续分布电荷的电场强度

§ 13.4 高斯定理

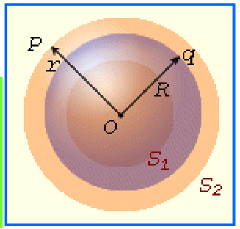
电场线，电通量，高斯定理

§ 13.5 利用高斯定理计算电场

- 真　空　环　境
- 静(止电荷的)电场
- 对称分布的源电荷

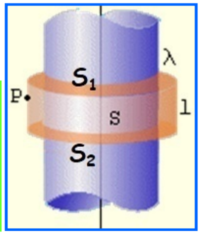
1. 球对称

$$\vec{E} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^3}\vec{r}$$



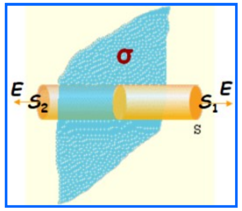
2. 轴对称

$$E = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}$$



3. 平面对称

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$



§13-6 静电场的环路定理与电势

1.静电场力的作功

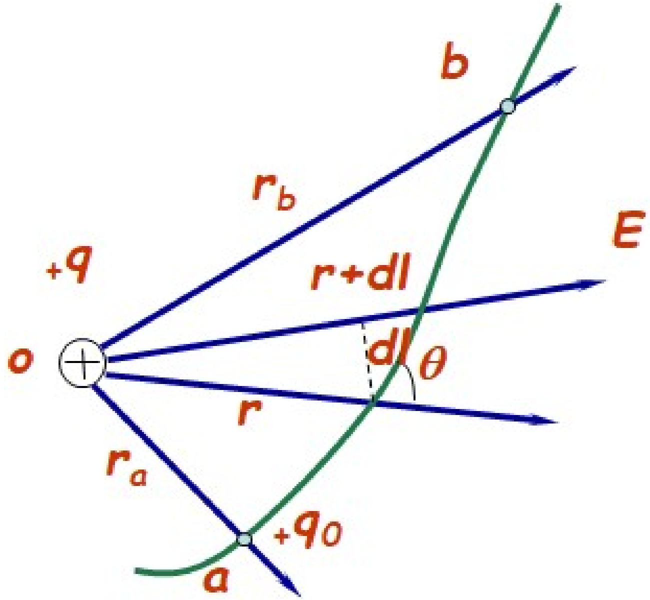
➢1)在点电荷电场中电场力作功

在位于o点的点电荷$+q$的电场中，一个试验电荷$+q_0$从a点移至b点，在位矢r到$r+\mathrm{d}l$位移元$\mathrm{d}l$上，电场力作的元功为：

$$\mathrm{d}A = \vec{F}\cdot\mathrm{d}\vec{l} = q_0\vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{l}$$

$$= q_0E\cdot\mathrm{d}l\cos\theta = q_0E\cdot\mathrm{d}r$$

其中：$\vec{E} = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{q}{r^2}\vec{r}_0$

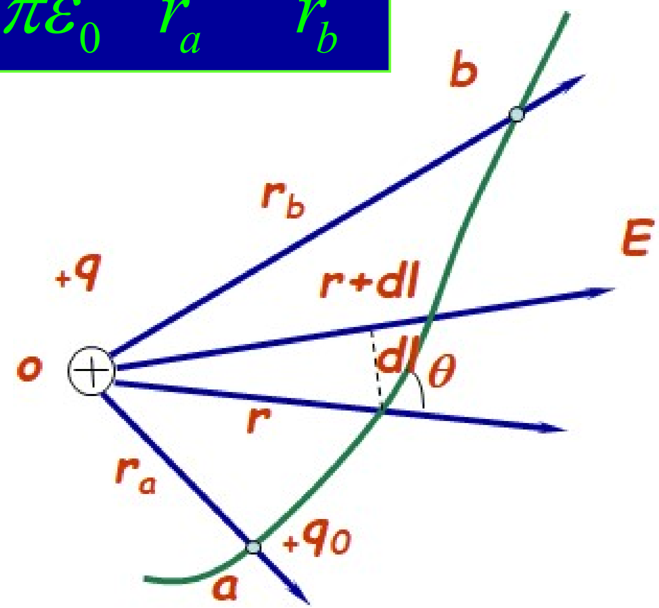


所以从a到b电场力作功为：

$$A_{ab}=\int_{a}^{b}\mathrm{d}A=\int_{r_a}^{r_b}q_0\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\mathrm{d}r$$

$$=\frac{q_0 q}{4\pi\varepsilon_0}\int_{r_a}^{r_b}\frac{\mathrm{d}r}{r^2}=\frac{q_0 q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_a}-\frac{1}{r_b}\right)$$

结果表明：电场力的作功仅仅与试验电荷的起点、终点位置有关，而与电荷移动的路径无关。



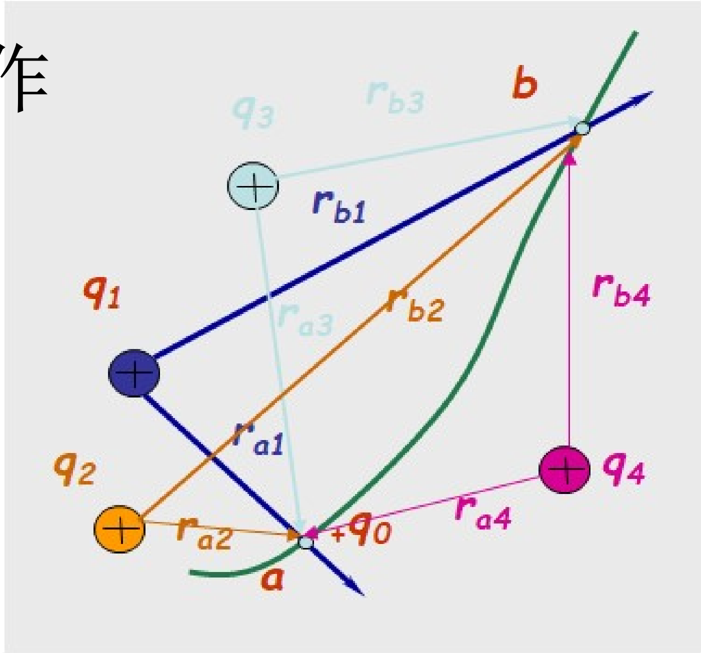
➢2)任意带电体电场中电场力作功

任意形状的带电体可以看作是多个点电荷(电荷元)的叠加，由场强的叠加性可得：

$$\boldsymbol{E} = \boldsymbol{E}_1 + \boldsymbol{E}_2 + \Lambda + \boldsymbol{E}_n$$

则电场力对试验电荷$+q_0$作的功为：

$$A_{ab} = \int_a^b \boldsymbol{F} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{l} = q_0 \int_a^b \boldsymbol{E} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{l}$$



$$= q_0 \int_a^b E_1 \cdot \mathrm{d}l + q_0 \int_a^b E_2 \cdot \mathrm{d}l + \mathrm{L} + q_0 \int_a^b E_n \cdot \mathrm{d}l$$

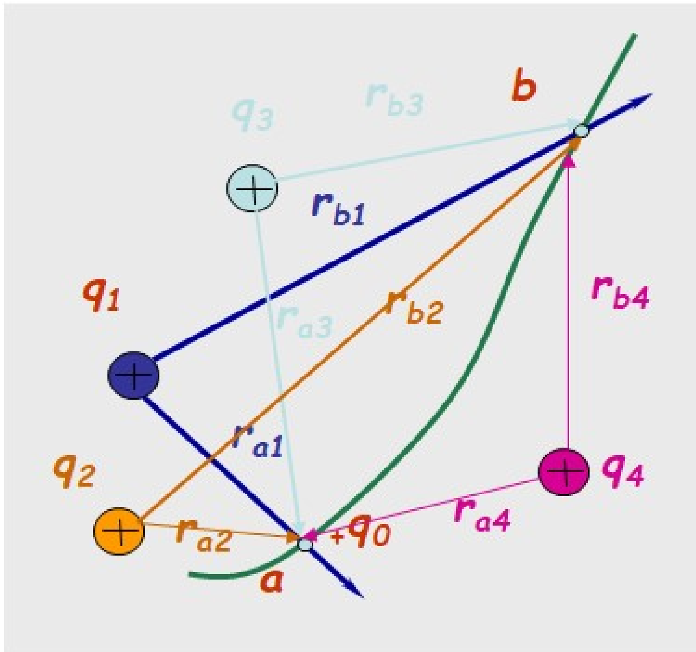
$$= \sum_{i=1}^{n} \frac{q_0 q_i}{4\pi\varepsilon_0} \left(\frac{1}{r_{ai}} - \frac{1}{r_{bi}} \right)$$

$$= A_1 + A_2 + \Lambda + A_n$$

每个A_i做功与路径无关

⇓

总的做功A也与路径无关



➢静电场力作功的规律

在任意给定的静电场中，一个试验电荷q_0移动的过程中，电场力对q_0做的功仅仅与试验电荷的电量及路径的起点和终点位置有关，而与电荷移动的具体路径无关。

静电场力与重力、弹性力一样，是保守力，静电场是保守场。

与引力场(重力场)类比可推得：在静电场中可以引入"势"的概念。

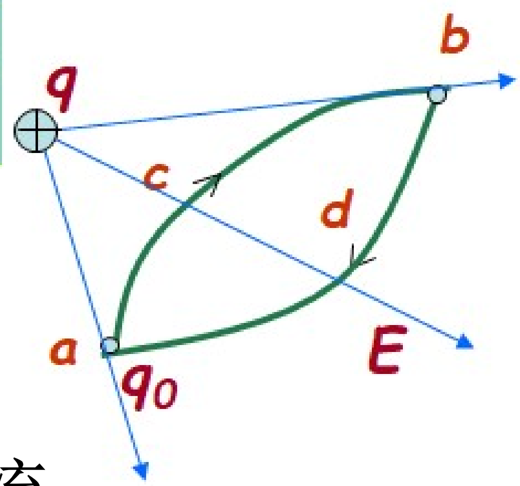
2.静电场的环路定理(安培环路定理)

将一个试验电荷q_0从a点移动到b点，再从b点移回到a点。从a到b可以走acb或adb，有：

$$q_0\int_{a(c)}^{b} E\cdot dl = q_0\int_{a(d)}^{b} E\cdot dl = -q_0\int_{b(d)}^{a} E\cdot dl$$

所以 $\int_{a(c)}^{b} E\cdot \mathrm{d}l + \int_{b(d)}^{a} E\cdot \mathrm{d}l = 0$

即 $\oint E\cdot \mathrm{d}l = 0$



其中 $\oint E\cdot \mathrm{d}l$ 称为静电场的环流。

2.静电场的环路定理(安培环路定理)

在静电场中，场强沿任意闭合路径*L*的线积分(称为场强的环流)恒为零。

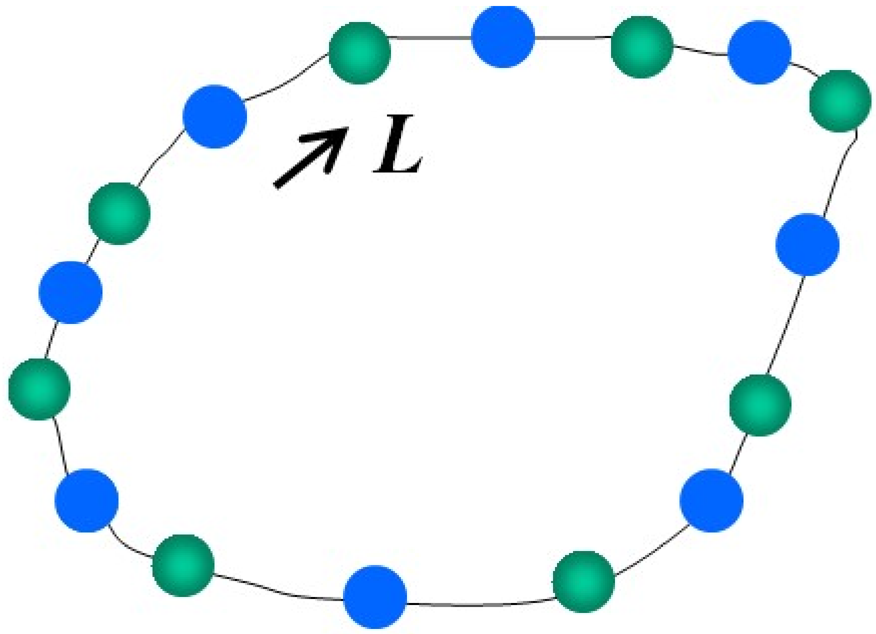
$$\oint_L \boldsymbol{E}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{l}=0$$

有源场、有势场：高斯定理表明电场的闭合面积分不等于零，是有源场；环路定理表明电场的闭合线积分为零，是有势场。

安 培

课堂思考题13-1：

一个试验电荷q_0在静电场中沿任意闭合路径L运动一周时，请问电场力对q_0做的功为多少。



$A=0$

3.电势(从能量的角度来描述电场)

➢1)电势能

由环路定理可知，静电场是保守场，因此有相应的势能。对应于静电场的势能，称为电势能。

设点电荷q_0在a点有电势能W_a，在b点有电势能W_b。q_0从a点移至b点时，电场力作的功等于电势能增量的负值：

$$A_{ab}=\int_a^b q_0 \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{l}=-(W_b-W_a)$$

$$=-\Delta W=W_a-W_b$$

因为质点势能是相对的，因此对于有限分布的场源电荷可取电荷q_0在无限远处的电势能为零即W_∞=0，则电荷q_0在p点的电势能等于将q_0从p点移至无限远时电场力所作的功：

$$W_p = A_{p\infty} = q_0 \int_p^\infty E \cdot \mathrm{d}\, l$$

若选给定B点为静电势能的零点s，则：

$$W_p = A_{ps} = q_0 \int_p^s E \cdot \mathrm{d}\, l$$

电势能的单位：焦耳(J)

➢点电荷电场中电荷的电势能

$$W_p = q_0 \int_p^{\infty} E \cdot \mathrm{d}l$$

$$= q_0 \cdot \frac{q}{4\pi\varepsilon_0} \int_{r_p}^{\infty} \frac{\mathrm{d}r}{r^2}$$

$$= \frac{q_0 q}{4\pi\varepsilon_0 r_p}$$

---W_p的大小、正负与电荷q_0、q有关。

➢2)电势

某点电势能W_a与q_0之比定义为该点的电势：

$$U_p=\frac{W_p}{q_0}=\int_p^{\infty}E\cdot\mathrm{d}l$$

$$或\quad U_p=\int_p^{p_0}E\cdot\mathrm{d}l\,,U_{p_0}=0$$

电静电场中某点的电势，在数值上等于单位正电荷在该处的电势能；也等于单位正电荷从该点经过任意路径移到零点势能参考点(如无穷远、接地点)处电场力对它所做的功。

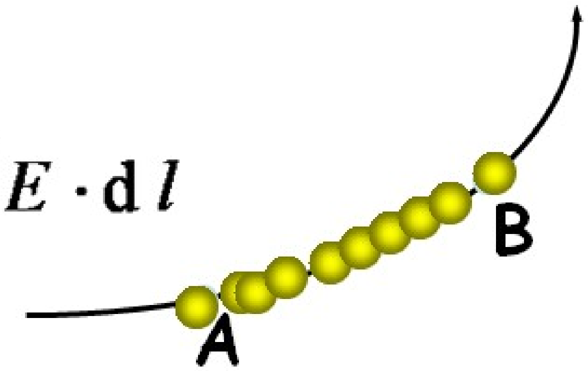
由此可见：在电势能中除去q_0后的U_p只反映了电场的性质。电势是标量，单位：伏特**(V)**。

电势差： 任意两点之间的电势之差。通常也称为电压、电平、电位。

$$U_{ab}=U_a-U_b$$

$$=\int_a^\infty \vec{E}\cdot d\vec{l}-\int_b^\infty \vec{E}\cdot d\vec{l}$$

$$=\int_a^b \vec{E}\cdot d\vec{l}$$



---沿着电场线方向，电势降低！

➢电场力作功、电势能与电势的关系

1)电场力作功与电势：

$$A_{ab}=\int_a^b q_0 E\cdot \mathrm{d}l=q_0(U_a-U_b)=q_0U_{ab}$$

2)电势能与电势：

$$W_a=q_0U_a,\quad W_b=q_0U_b$$

➢3)电势叠加原理

a)点电荷电场中的电势

$$
\begin{aligned}
U_p &= \int_p^{\infty} \boldsymbol{E}\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{l} \\
&= \int_r^{\infty} \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\mathrm{d}r \\
&= \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}
\end{aligned}
$$

若***q***为正，空间各点电势为正；***r***越大，离***q***越远，电势越低。若***q***为负，空间各点电势为负；***r***越大，离***q***越远，电势越高。

b)点电荷系电场中的电势

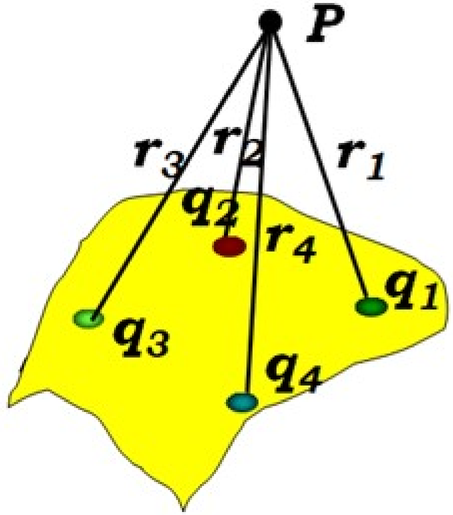
场源有点电荷q_1、q_2、…、q_n，由电势定义和场强叠加原理：

$$U_p = \int_p^{\infty} \vec{E} \cdot d\vec{l} = \int_p^{\infty} (\vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \text{L} + \vec{E}_n) \cdot d\vec{l}$$

$$= U_{p1} + U_{p2} + \Lambda + U_{pn}$$

$$= \sum_{i=1}^{n} U_{pi}$$

$$= \sum_{i=1}^{n} \frac{q_i}{4\pi\varepsilon_0 r_i}$$



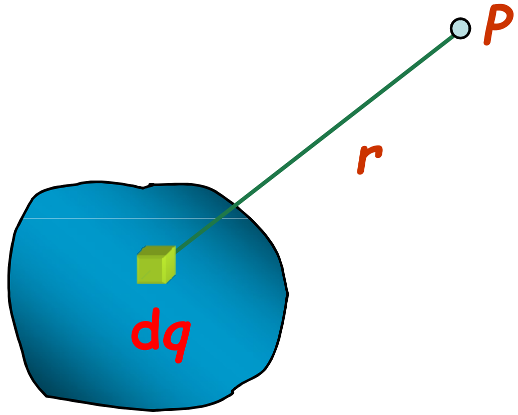
---电势叠加原理

c)电荷连续分布带电体电场中的电势

I.在带电体上取一电荷元**dq**作为点电荷，根据点电荷的电势定义计算：

$$\mathrm{d}U=\frac{\mathrm{d}q}{4\pi\varepsilon_0 r}$$

$$U=\int \mathrm{d}U=\int \frac{\mathrm{d}q}{4\pi\varepsilon_0 r}$$



II.按定义式计算：

$$U=\int_p^{\infty} E\cdot \mathrm{d}l$$

课堂练习题13-1：

求电偶极子的电场中任意一点的电势。已知电偶极子的正负电荷带电量为q，间距为r_e ($r>>r_e$)。

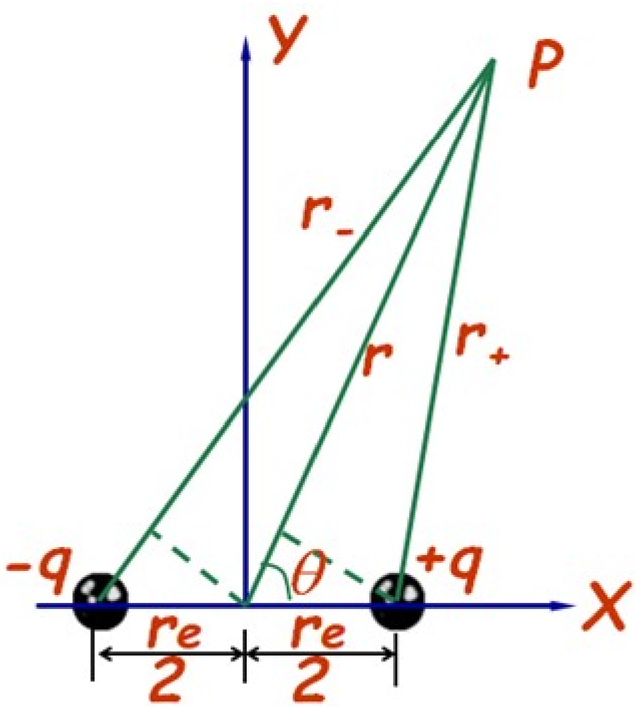
解：如图所示，在电偶极子的电场中

P点的电势为：

$$U_P=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r_+}-\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r_-}$$

$$r_+\approx r-\frac{r_e}{2}\cos\theta$$

$$r_-\approx r+\frac{r_e}{2}\cos\theta$$



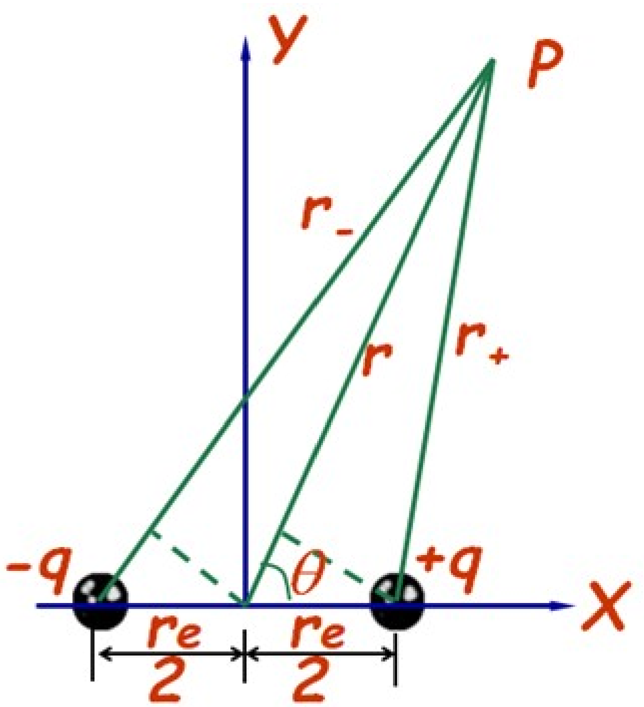
$$U_P = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r - \frac{r_e}{2}\cos\theta} - \frac{1}{r + \frac{r_e}{2}\cos\theta}\right)$$

$$= \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{r_e\cos\theta}{r^2 - (\frac{r_e}{2}\cos\theta)^2}$$

由于***r>>r_e***，所以***P***点电势

$$\boxed{U_p = \frac{qr_e\cos\theta}{4\pi\varepsilon_0 r^2} = \frac{p_e \cdot r}{4\pi\varepsilon_0 r^3}}$$

其中$P_e = qr_e$为电偶极矩。



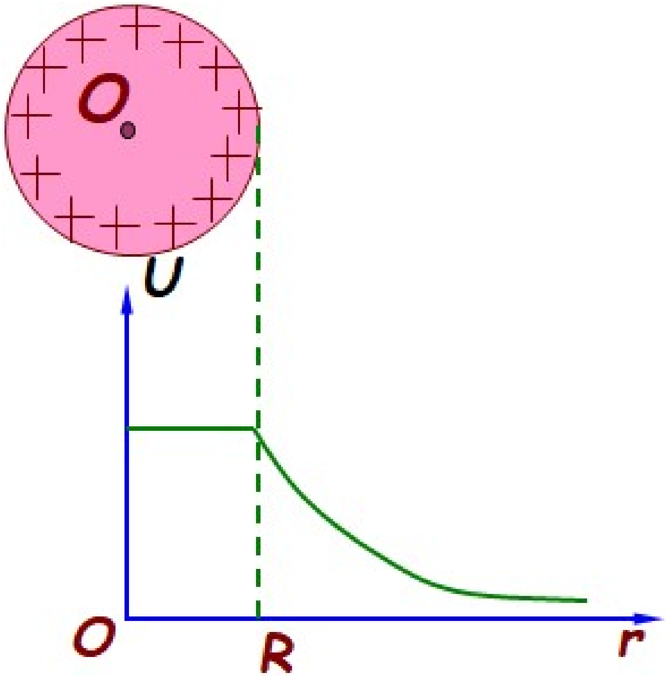
课堂练习题13-2：

求均匀带电球面电场中的电势分布。已知球面的带电量为q。

解：带电球面在空间激发的场强方向沿半径的方向，如图所示，

大小为：

$$E=\begin{cases}\dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} & r>R\\ 0 & r<R\end{cases}$$



按公式有： $U_P=\int_r^{\infty}\boldsymbol{E}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{r}=\int_r^{\infty}E\mathrm{d}r$

当$r>R$ 时 $U_P=\dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0}\int_r^{\infty}\dfrac{\mathrm{d}r}{r^2}=\dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}$

当$r<R$ 时 $U_P=\int_r^{R}\boldsymbol{E}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{r}+\int_R^{\infty}\boldsymbol{E}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{r}$

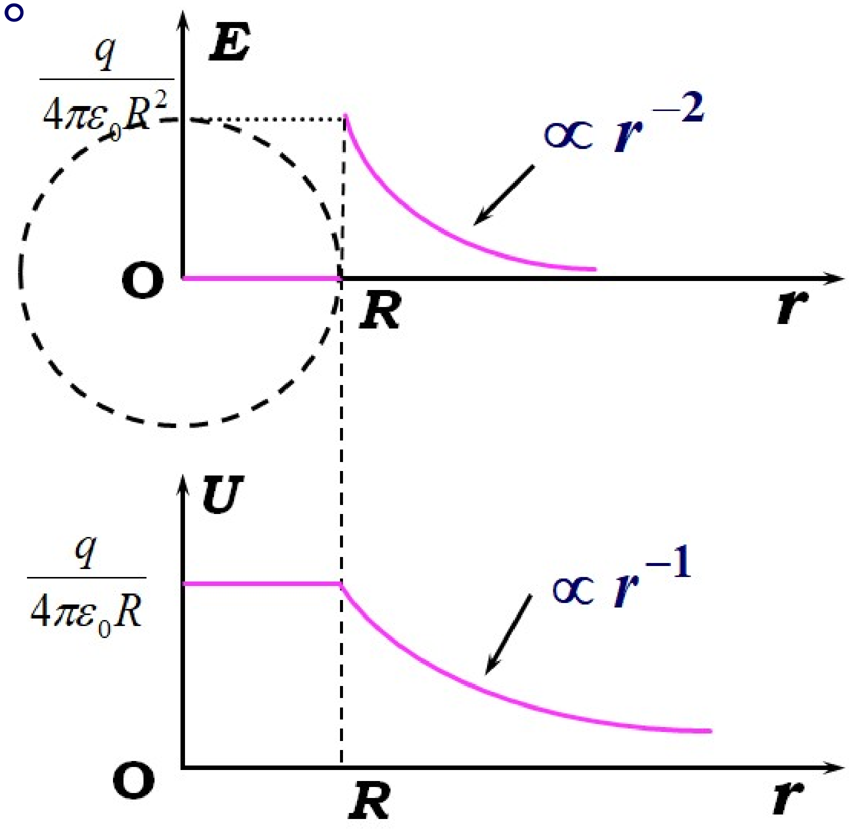
$$=\int_r^{R}0\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{r}+\frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\int_R^{\infty}\frac{\mathrm{d}r}{r^2}$$

$$=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 R}$$

➢**总结：对于均匀带电球面，球内的电势等于球面的电势，球外的电势等效于将电荷集中于球心的点电荷的电势。**

场强分布曲线

电势分布曲线



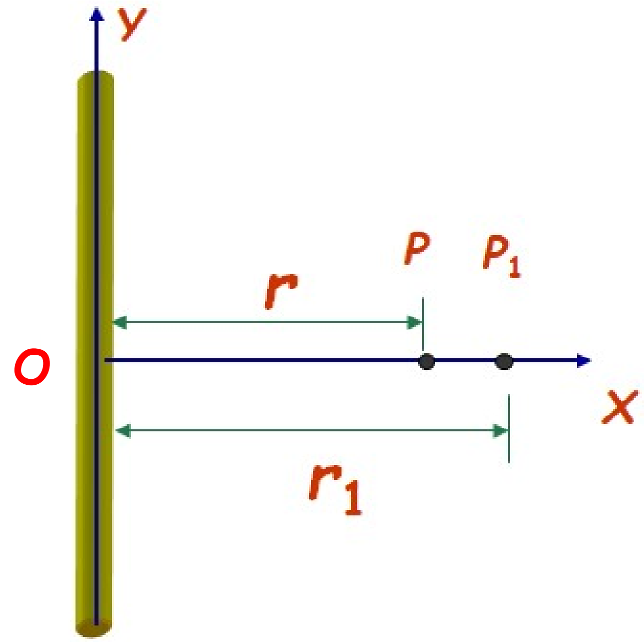
课堂练习题13-3：

计算无限长均匀带电直线电场的电势分布。已知无限长直线的电荷线密度为λ。

解： 如图所示，计算**x**轴上距带电直线为***r***的***P***点处的电势需先求出电场。

由高斯定理，无限长均匀带电直线在**x**轴上的电场强度为：

$$E = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}$$



计算P与P_1点的电势差为：

$$U_P - U_{P_1} = \int_r^{r_1} \boldsymbol{E} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{r} = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0} \int_r^{r_1} \frac{\mathrm{d}r}{r}$$

$$= \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0} (\ln r_1 - \ln r)$$

为使P点电势表达式最为简捷，由于ln1=0，应取r_1=1m处作为电势零点，则P点的电势为：

$$\boxed{U_P = -\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0} \ln r}$$

$\lambda>0$时：$r>1$m，U_P为负；$r<1$m，U_P为正。

课堂练习题13-4：

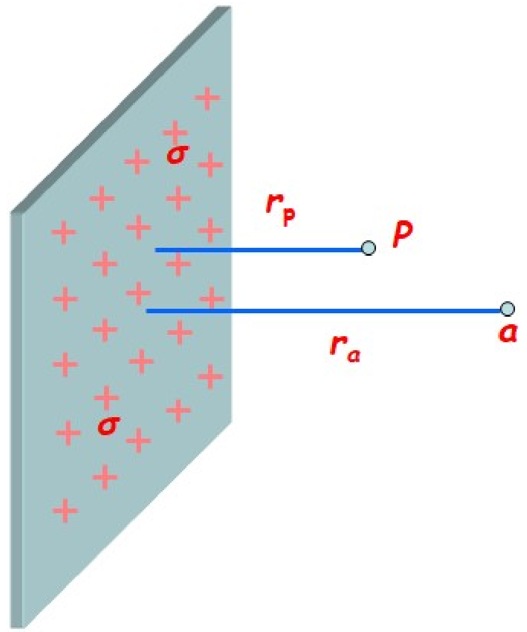
计算无限大均匀带电平面电场的电势分布。已知无限大平面的电荷面密度为σ。

解： 如图所示，场强$E=\sigma/2\varepsilon_0$，与带电平面垂直，选取a点为电势零点，则P点的电势为：

$$U_P=\int_P^a \boldsymbol{E}\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{l}$$

$$=\int_{r_P}^{r_a}\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\mathrm{d}r$$

$$=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}r_a-\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}r_P$$

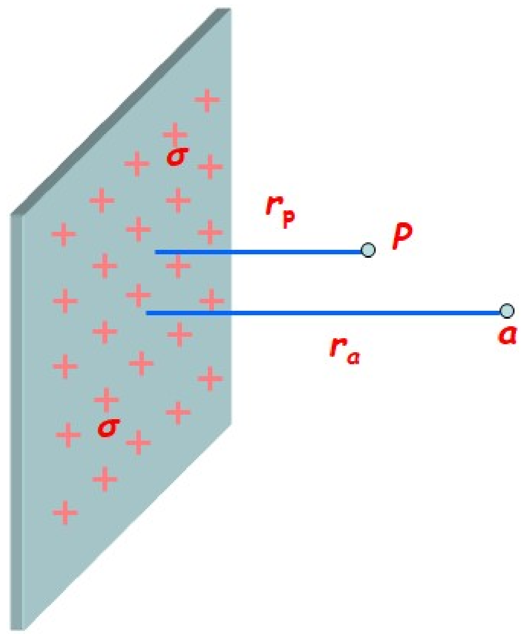


$$U_P = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} r_a - \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} r_P$$

为使P点电势表达式最为简捷，应取r_a=0，即选取带电平面为势能零点，

则P点的电势为：

$$U = -\frac{\sigma}{2\varepsilon_0} r$$



§13-7 电势梯度

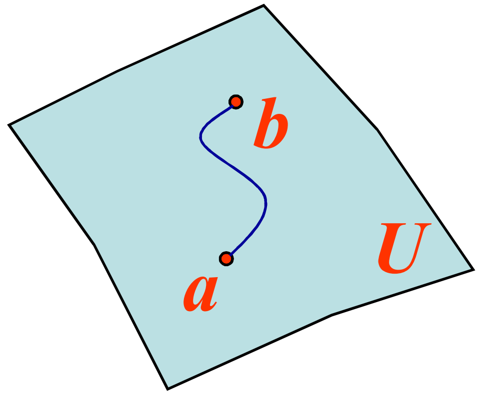
1.等势面(电势值相等的点连成的曲面)

➢等势面的性质：

1)等势面与电场线处处正交

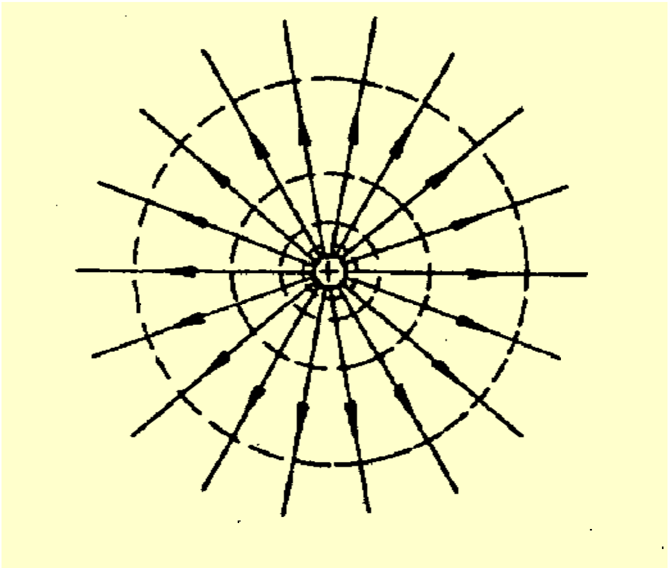
在等势面上的两点*a*、*b*之间，电场力作功为：

$$A_{ab} = q_0 \int_a^b \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = q_0 (U_a - U_b) = 0$$

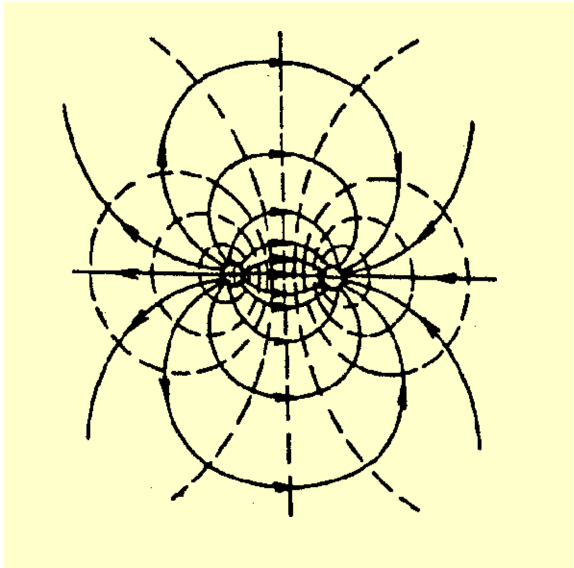


因为q_0、$\boldsymbol{E}$、$\mathrm{d}\boldsymbol{l}$均不等于零，所以$\boldsymbol{E} \perp \mathrm{d}\boldsymbol{l}$。

2)等势面密集的地方场强大，稀疏处场强小

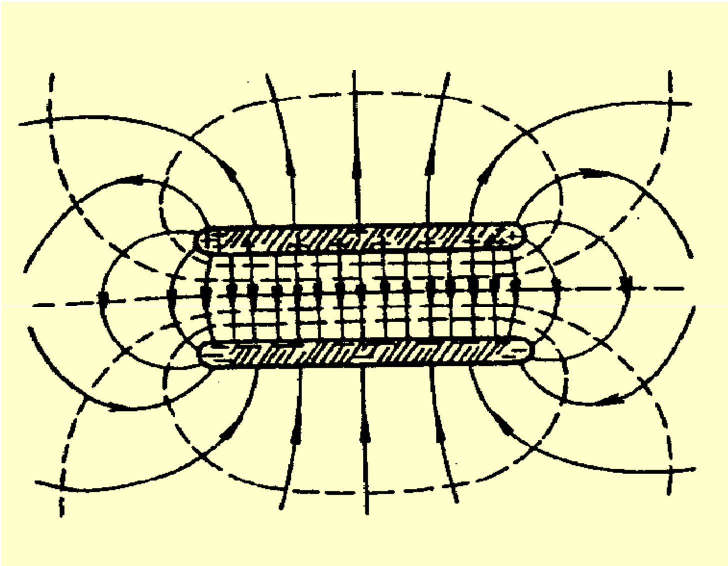


点电荷

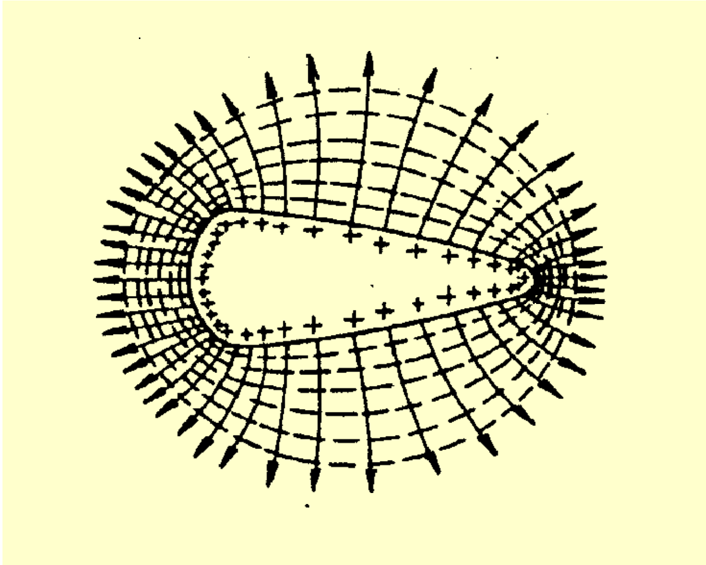


电偶极子

2)等势面密集的地方场强大，稀疏处场强小



正负带电板



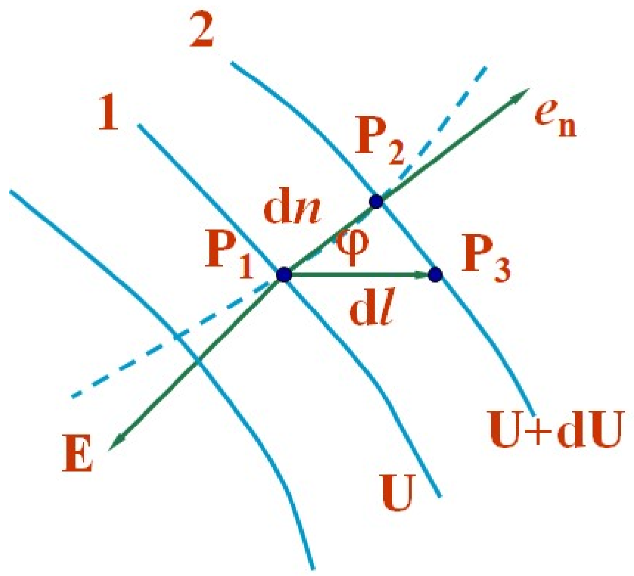
不规则形状的带电导体

2.电场强度与电势梯度的关系

已知电势是场强的积分形式：$U = \int_{p}^{\infty} E \cdot \mathrm{d}l$

场强是否为电势的微分形式?

如右图所示，取相邻两等势面1、2，其电势分别为：U、$U+\mathrm{d}U$，并设$\mathrm{d}U>0$。过P_1点作法线交2于P_2，法线方向矢量为e_n，$P_1P_2=\mathrm{d}n$，取2中任一点P_3，$P_1P_3=\mathrm{d}l$，则P_1P_3方向电势的空间变化率$\mathrm{d}U/\mathrm{d}l$将恒



小于e_n方向的电势的空间变化率**dU/dn**，即：

$$\mathrm{d}U/\mathrm{d}l \le \mathrm{d}U/\mathrm{d}n$$

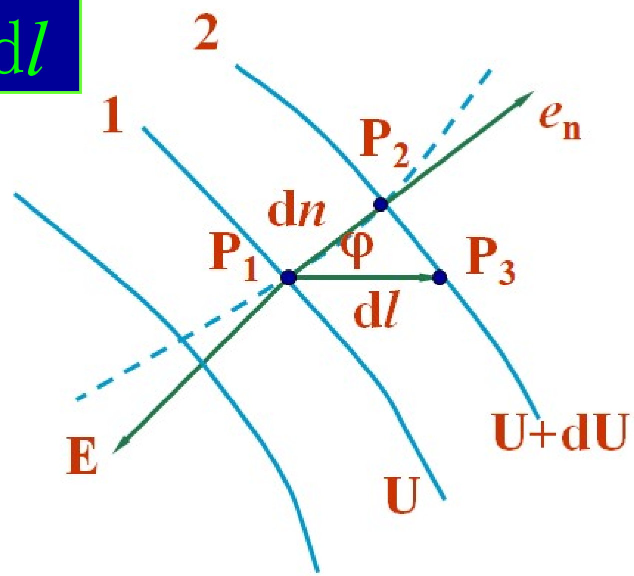
设$\mathrm{d}l$与e_n之间的夹角为φ，可知：$\mathrm{d}n=\mathrm{d}l\cos\varphi$

$$\boxed{\frac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}l}=\frac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}n}\cos\varphi=\frac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}n}\vec{e}_n\cdot\frac{\mathrm{d}\vec{l}}{\mathrm{d}l}}$$

电势变化率$\frac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}l}$是矢量$\frac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}n}\vec{e}_n$

在$\mathrm{d}l$方向上的分量。

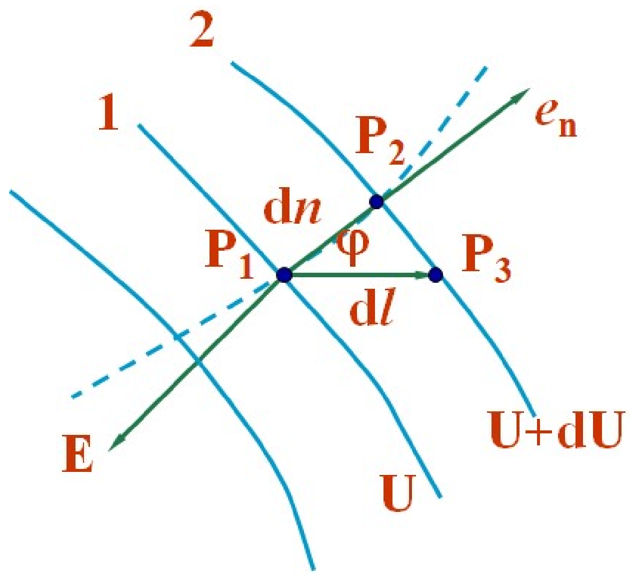
此矢量记做∇U。



电场中某一点的电势梯度矢量，方向取电势在该点空间变化率为最大时的方向，大小等于沿该方向上电势的空间变化率。

电场中某点电势梯度矢量与电场强度的关系：

电场线的方向即场强的方向，恒垂直于等势面并指向电势降落的方向。P_1点场强的方向与e_n的方向相反。单位正电荷从P_1移动到P_2点时，电场力作功为：



$$E_n \mathrm{d}n = U - (U + dU) = -\mathrm{d}U$$

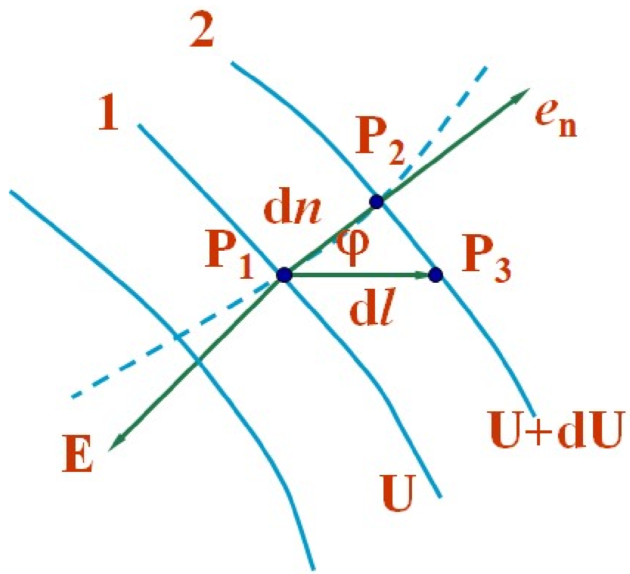
式中E_n为场强在e_n方向上的分量：$E_n = -\dfrac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}n}$

将上式写成矢量式：

$$\boxed{\vec{E} = E_n \vec{e}_n = -\frac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}n}\vec{e} = -\nabla U}$$

该矢量式在任意$\mathrm{d}l$方向上的分量为：

$$E_l = -(\nabla U)_l = -\frac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}l}$$



将上式推广到直角坐标系的三个方向：

$$E_x = -\frac{\partial U}{\partial x} \qquad E_y = -\frac{\partial U}{\partial y} \qquad E_z = -\frac{\partial U}{\partial z}$$

$$\vec{E} = E_x\vec{i} + E_y\vec{j} + E_z\vec{k} =$$

$$-(\frac{\partial U}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial U}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial U}{\partial z}\vec{k}) = -\nabla U$$

电势梯度的单位：**V/m**，常作为场强的单位。

用场强和电势梯度的关系求电场强度可避免复杂的矢量运算。

课堂练习题13-5：

由电偶极子的电势分布求其场强。已知电偶极子的正负电荷带电量为q，间距为r_e ($r>>r_e$)。

解： 电偶极子电场中任意一点P处的电势为：

$$U_P=\frac{p_e\cos\theta}{4\pi\varepsilon_0 r^2}=\frac{p_e x}{4\pi\varepsilon_0(x^2+y^2)^{3/2}}\quad 其中\ p_e=qr_e$$

P点的场强沿坐标轴x、y的分量为：

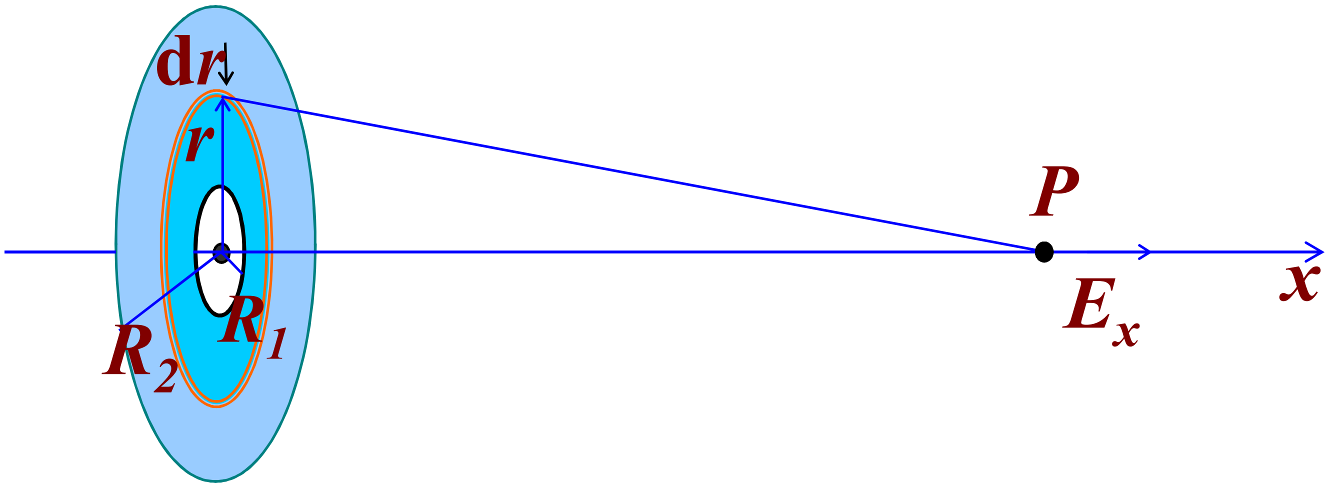
$$E_x=-\frac{\partial U}{\partial x}=\frac{p_e(2x^2-y^2)}{4\pi\varepsilon_0(x^2+y^2)^{5/2}}$$

$$E_y=-\frac{\partial U}{\partial y}=\frac{3p_e xy}{4\pi\varepsilon_0(x^2+y^2)^{5/2}}$$

课堂练习题13-6：

一半径为R_2的圆盘，在盘心处挖去半径R_1的圆孔并使盘均匀带电，试用电势梯度求场强的方法计算该中空带电圆盘轴线上任一点P处的场强。

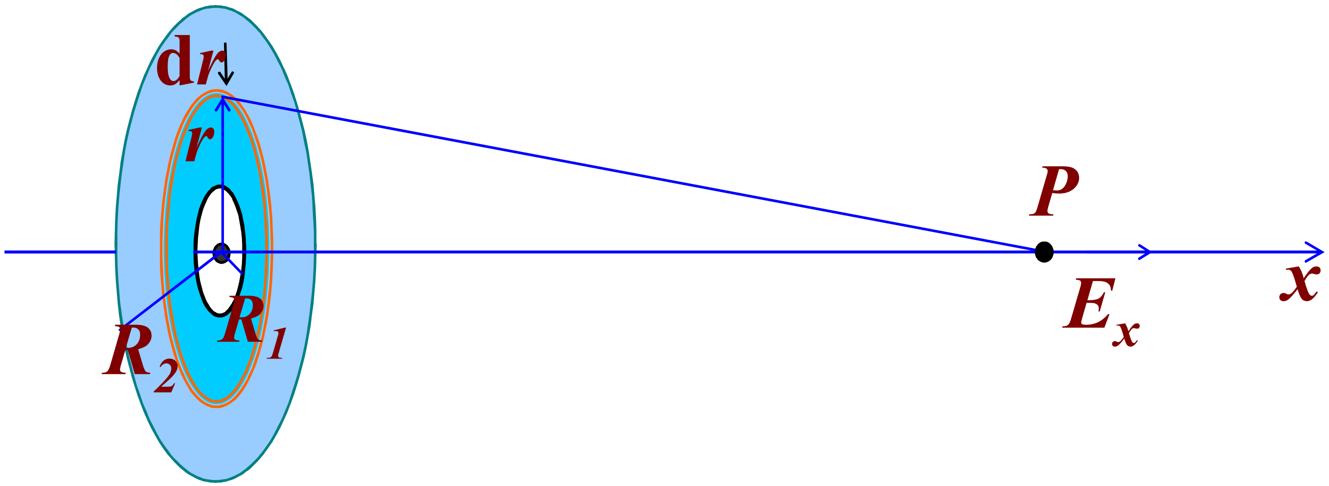
解： 设面电荷密度为σ，离圆心距离为x，在盘面上取半径r，宽为dr的圆环，环上带电：



$$dq = \sigma 2\pi r \mathrm{d}r$$

d*q*在***P***点的电势为：

$$\mathrm{d}U = \frac{\mathrm{d}q}{4\pi\varepsilon_0 (r^2 + x^2)^{1/2}} = \frac{\sigma r \mathrm{d}r}{2\varepsilon_0 (r^2 + x^2)^{1/2}}$$



整个圆盘在***P***点的电势为：

$$U=\int_{R_1}^{R_2}\mathrm{d}U=\int_{R_1}^{R_2}\frac{\sigma r\mathrm{d}r}{2\varepsilon_0(r^2+x^2)^{1/2}}$$

$$=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left(\sqrt{R_2^2+x^2}-\sqrt{R_1^2+x^2}\right)$$

由对称性分析可知场强方向沿***x***轴，其值为：

$$\boxed{E=E_x=-\frac{\partial U}{\partial x}=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left(\frac{x}{\sqrt{R_1^2+x^2}}-\frac{x}{\sqrt{R_2^2+x^2}}\right)}$$

真空中的静电场【学习重点】

1.深刻理解静电场、电力线、电通量、高斯面、电势、电势能等**概念**。

2.熟练运用库仑定律、高斯定理、环路定理与各种叠加原理等求解场强、电势、电势能以及电场力作功等**真空中的静电场问题**。

<对称性与微积分>

点电荷的电场和电势、电势梯度

第一次作业 真空中的静电场

P236-238:

13-18

13-20

13-22

13-25

13-28

13-29