

第十九章 带电粒子在电磁场 中的运动

带电粒子在电磁场中的动力学

霍尔效应等经典实验的基本原理

现代科学技术中的应用举例

第十九章 带电粒子在电磁场中的运动

熟练掌握：

19.1 带电粒子在均匀磁场中的运动；

19.4 带电粒子加速器；

19.5 霍尔效应。

一般了解：

19.2 带电粒子在电场和磁场中的偏转；

19.3 电子比荷的测定。

§ 19-1 带电粒子在均匀磁场中的运动

1. 洛伦兹力

若电场和磁场同时存在，则电荷受力为：

$$\vec{F} = q\vec{E} + q\vec{v} \times \vec{B}$$

上式是洛伦兹从实验得出，故称为洛伦兹力。

考虑到相对论效应后：

$$q\vec{E} + q\vec{v} \times \vec{B} = \frac{d}{dt} \left[\frac{m\vec{v}}{\sqrt{1 - (v/c)^2}} \right]$$

➤ 对于只存在磁场的情形(磁力本质)

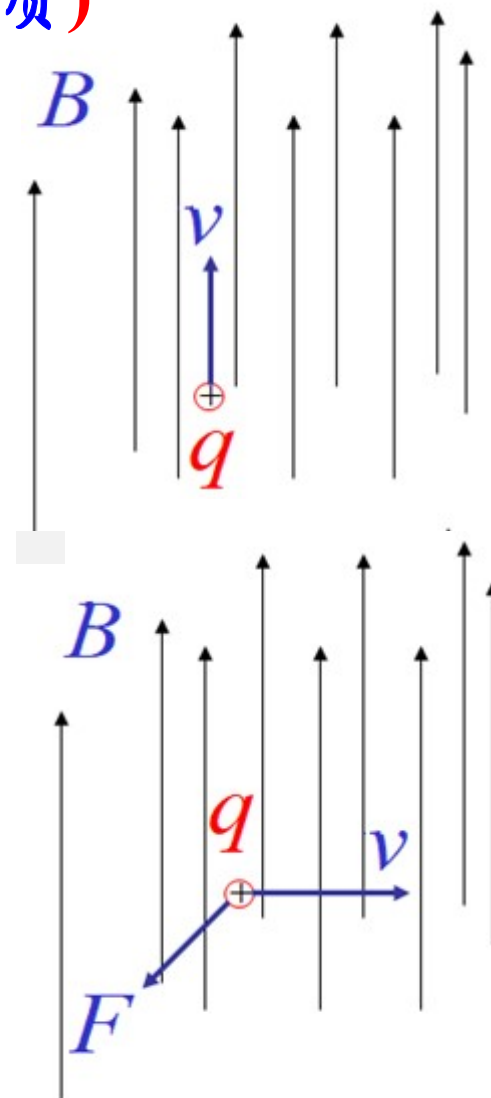
$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$$

当带电粒子沿磁场方向运动时:

$$F = 0$$

当带电粒子的运动方向与磁场方向垂直时:

$$F_m = qvB$$



➤ 对于只存在磁场的情形(磁力本质)

$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$$

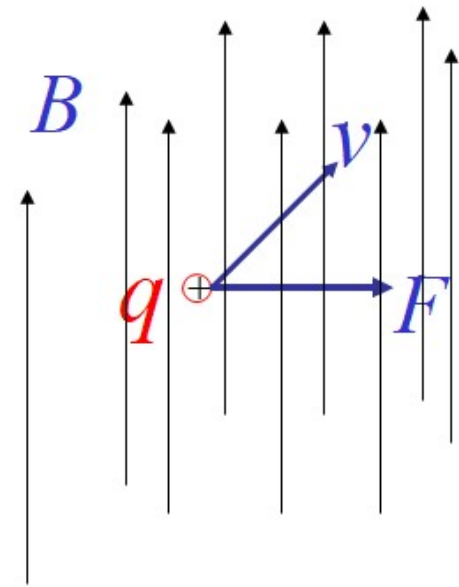
当带电粒子运动的方向与磁场方向成夹角 θ 时:

大小: $F = qvB\sin\theta$

方向: $\vec{v} \times \vec{B}$ 的方向

垂直于 \vec{v} 与 \vec{B} 构成的平面

--- 可用右手螺旋法则确定



2. 粒子在匀强磁场中的运动状态

➤ 1) 带电粒子沿磁场方向运动

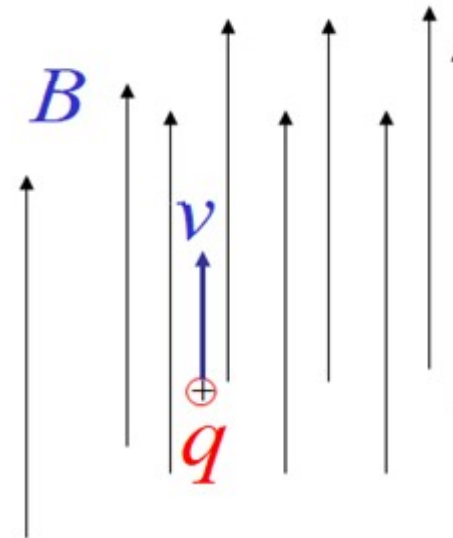
----- \mathbf{v}_0 、 \mathbf{B} 相互平行

$$\mathbf{F} = 0$$

粒子作匀速直线运动...

?

忽略粒子
的重力作用



$$\mathbf{F} = q\mathbf{v} \times \mathbf{B}$$

➤ 2) 带电粒子的运动方向与磁场方向垂直

----- \mathbf{v}_0 、 \mathbf{B} 相互垂直

$F_m = qvB$ 起向心力作用

粒子作**匀速圆周运动**...

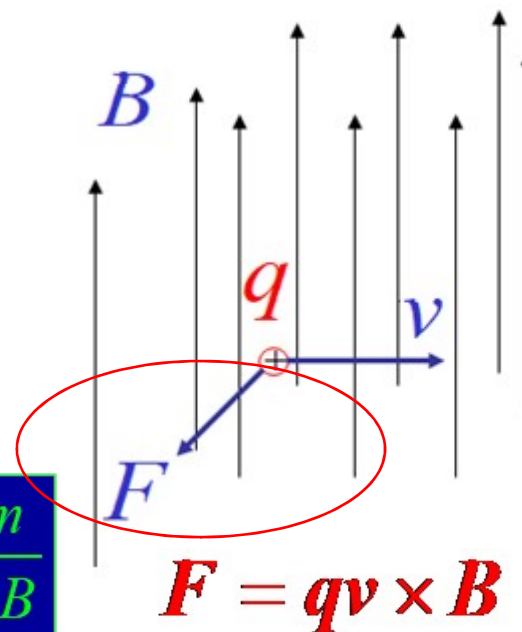
粒子运动的轨道半径:

$$qvB = m \frac{v^2}{R}$$

$$R = \frac{mv}{qB}$$

粒子绕轨道一周所需的时间:

$$T = \frac{2\pi R}{v} = 2\pi \frac{m}{qB}$$



➤ 3) 带电粒子的运动方向与磁场方向成夹角 θ

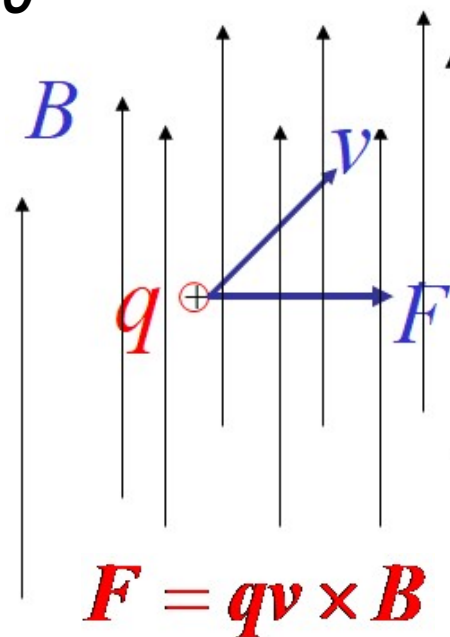
----- \mathbf{v}_0 、 \mathbf{B} 的夹角为 θ

可以把 \mathbf{v}_0 分解成平行分量和垂直分量，即：

$$\mathbf{v}_{0x} = \mathbf{v}_0 \cos\theta, \quad \mathbf{v}_{0n} = \mathbf{v}_0 \sin\theta$$

粒子在与 \mathbf{B} 平行的方向作**匀速直线运动**...，在与 \mathbf{B} 垂直的方向作**匀速圆周运动**...

粒子的合运动：**螺旋线运动**

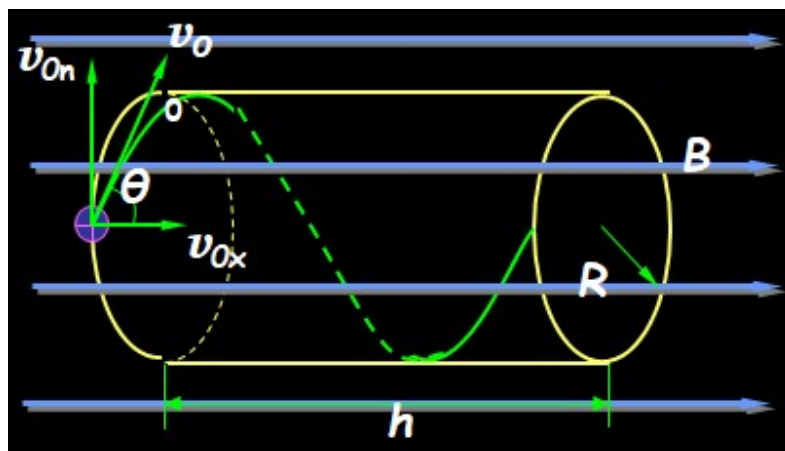


➤ 3) 带电粒子的运动方向与磁场方向成夹角 θ

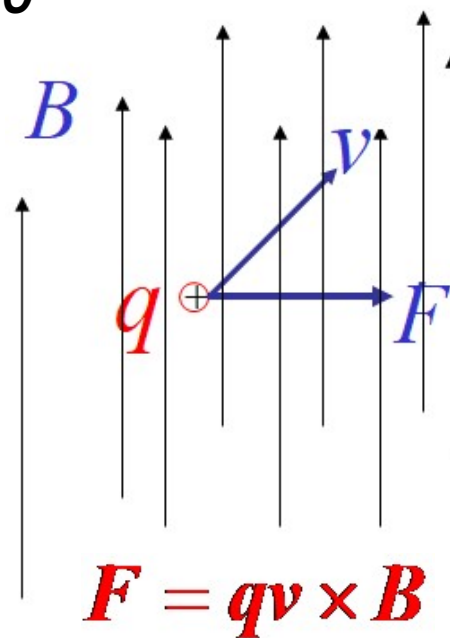
----- \mathbf{v}_0 、 \mathbf{B} 的夹角为 θ

可以把 \mathbf{v}_0 分解成平行分量和垂直分量，即：

$$\mathbf{v}_{0x} = \mathbf{v}_0 \cos\theta, \quad \mathbf{v}_{0n} = \mathbf{v}_0 \sin\theta$$



粒子的合运动：螺旋线运动

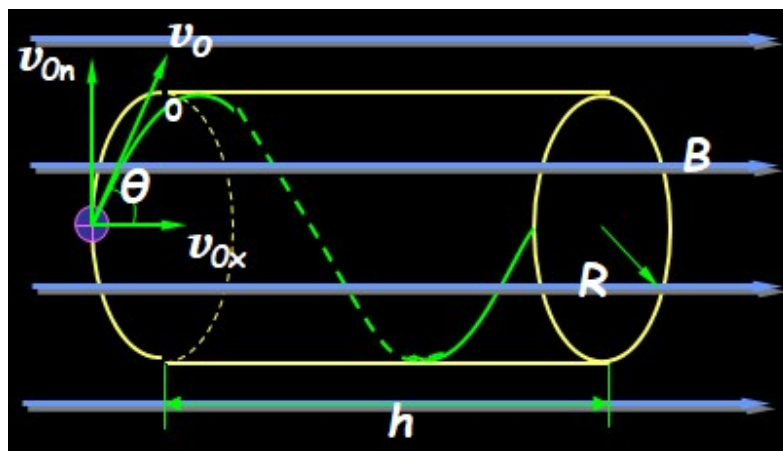


带电粒子的运动轨道为
一螺旋线，螺旋半径为：

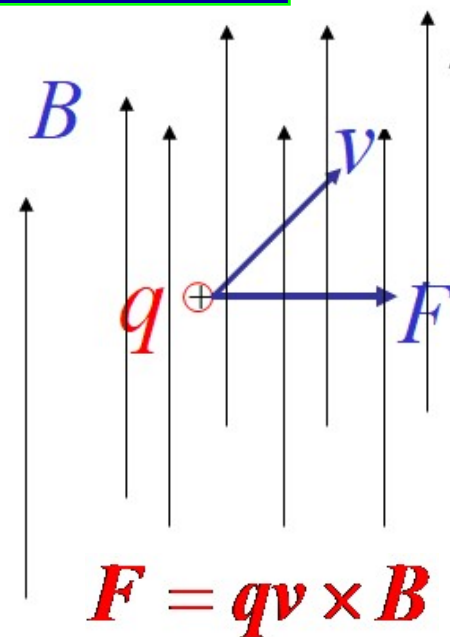
$$R = \frac{mv_{0n}}{qB}$$

螺距为：

$$h = v_{0x}T = v_{0x} \frac{2\pi R}{v_{0n}} = v_{0x} \frac{2\pi m}{qB}$$



粒子的合运动：**螺旋线运动**

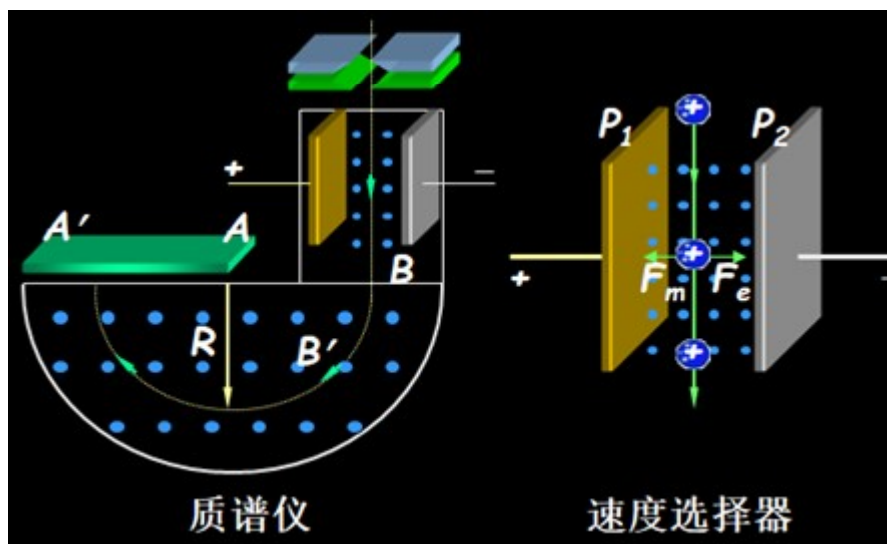


§ 19-3 带电粒子在磁场中运动的应用

➤ 高能物理实验中，可应用于质谱仪、回旋加速器、同步加速器及对撞机等。

1. 质谱仪

利用磁场和电场的组合把电荷相同但质量不同的粒子分离开来的一种仪器。



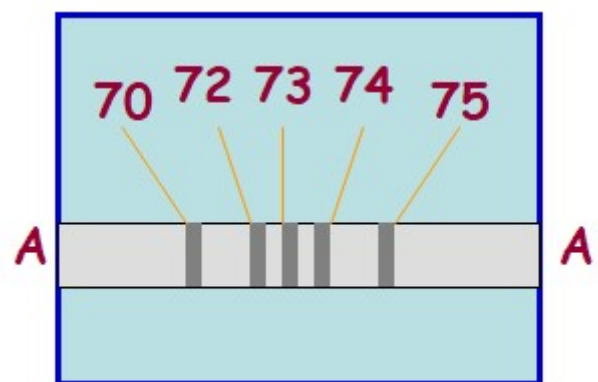
速度选择器原理：

$$qvB = qE \quad v = \frac{E}{B}$$

粒子进入感应区后，做圆周运动，有：

$$\frac{q}{m} = \frac{v}{RB'} = \frac{E}{RBB'}$$

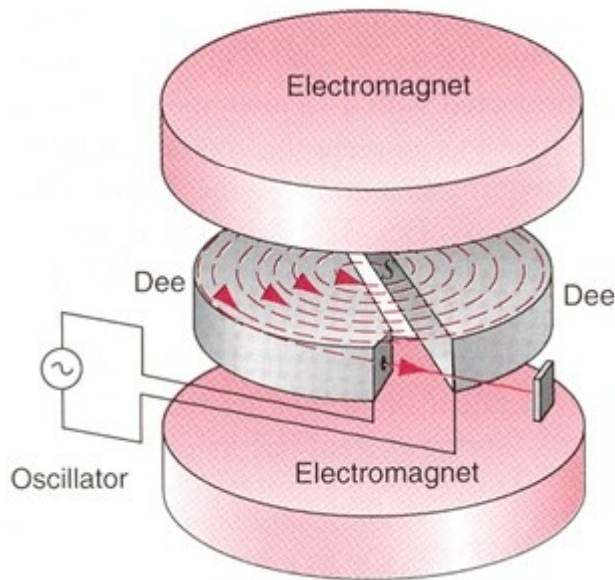
上式中**R**、**E**、**B**、**B'**均可测量，因此粒子的荷质比可确定。



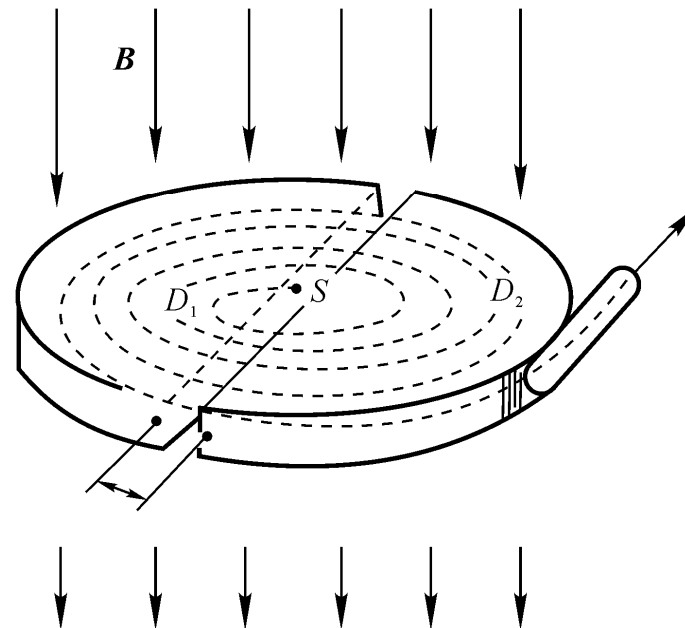
锆的质谱

2.回旋加速器

是一种利用电场和磁场的联合作用，用多次加速获取高能粒子的装置。



回旋加速器



接有高频电压的D型铜盒

通有高频电压的两个**D**形铜盒电极置于均匀强磁场中，粒子在两盒缝隙中加速。

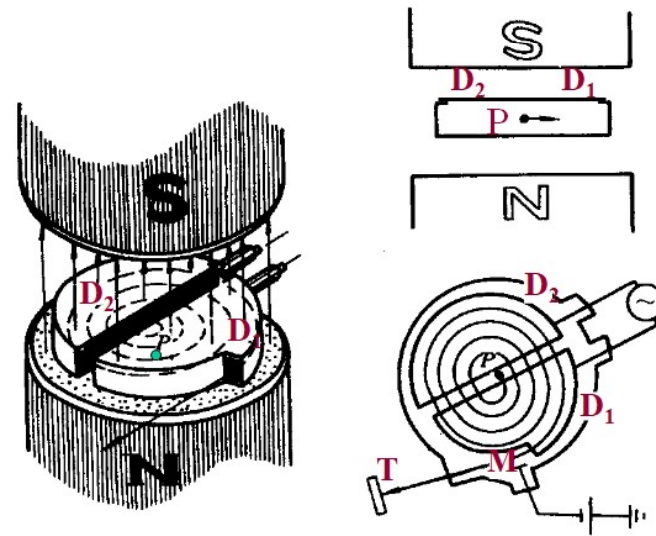
进入半盒内电子的回旋半径：
$$R = \frac{v}{(q/m)B}$$

电子在半盒内回旋时间：

$$t = \frac{\pi R}{v} = \frac{\pi}{(q/m)B}$$

若加速器的振荡频率：

$$\nu = \frac{1}{2t}, \quad T = 2t$$



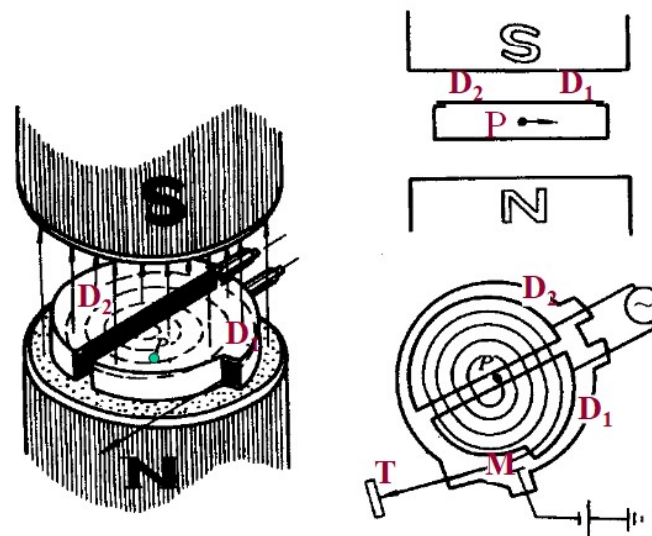
粒子到达缝隙时，会被反复加速，最后引出的半径为 **R** ，则：

$$v = \frac{q}{m} BR$$

而粒子的动能为：

$$E_K = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{q^2}{2m} B^2 R^2$$

上式表明只要仪器的回旋半径足够大，就能获得足够大的能量。



3.同步回旋加速器

由于相对论效应，使得回旋加速器不能无限增大半径来获取能量，因为当粒子速度接近光速时，粒子质量：

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}}$$

粒子在半盒内的回旋时间：

$$t = \frac{m\pi}{qB} = \frac{m_0\pi}{qB\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}}$$

为保证电子通过间隙时能够加速，则要求：

$$v = \frac{1}{2t} \qquad t = \frac{m\pi}{qB}$$

即：

$$vm = \frac{qB}{2\pi}$$

式中 q 、 B 不变，因而只能通过改变高频电压频率来达到上式的平衡，所以称为同步加速器。

4.磁聚焦*

电子在电极板中发散后， v_0 可沿磁场分解为

平行分量： $v_{0x}=v_0\cos\theta\approx v_0$

垂直分量： $v_{0n}=v_0\sin\theta=v_0\theta$

设电子在磁场中运动的路径为 l ,

调节磁感应强度 B 使：

$$\frac{l}{v_{0x}T} = n$$

可使电子射线聚焦于一点。



磁聚焦.

电子的速度可从电子枪的加速电压 U 中求出：

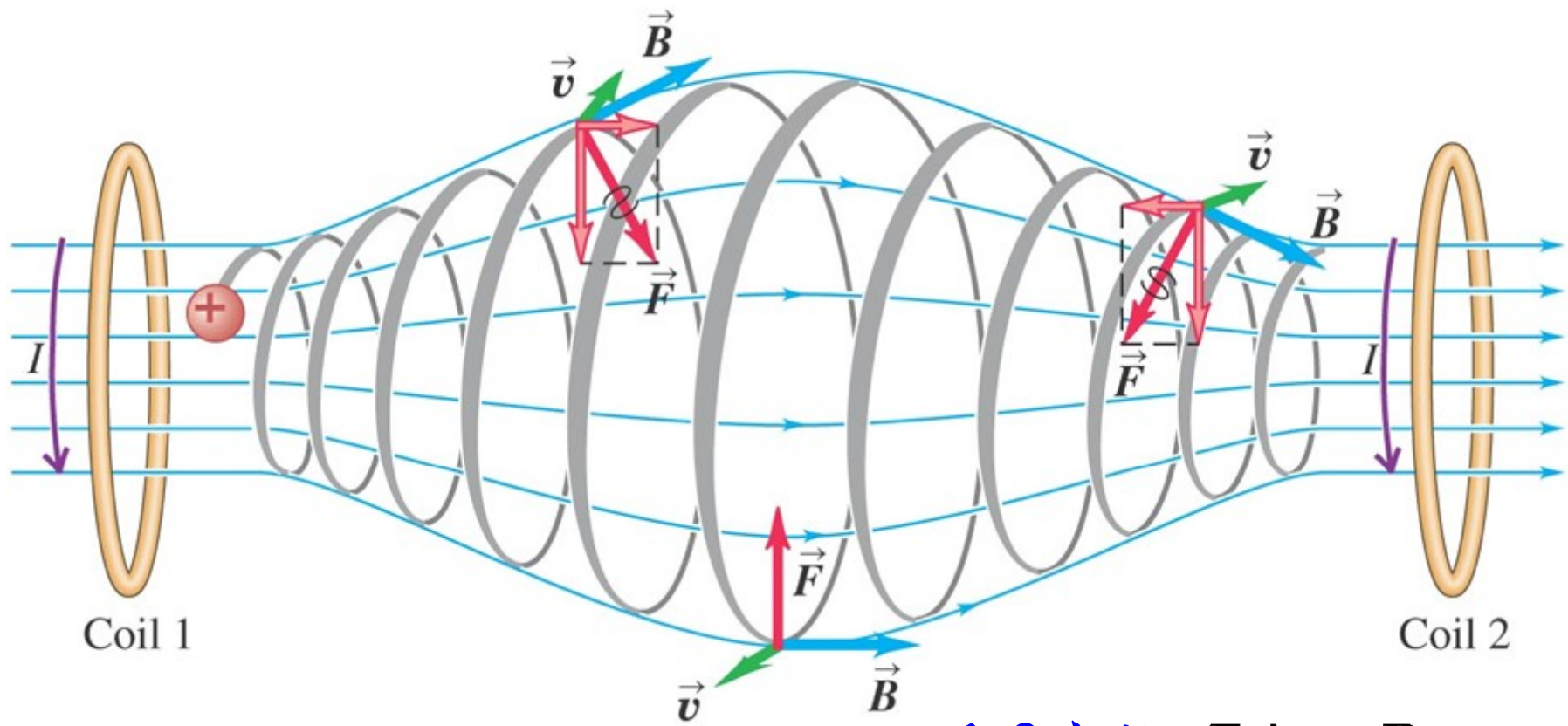
$$\frac{1}{2}mv_{0x}^2 = eU$$

代入 $\left(\frac{l}{v_{0x}T}\right)^2 = n^2 \left(T = \frac{2\pi m}{Be}\right)$, 可得：

$$\frac{e}{m} = \frac{8\pi^2 n^2}{B^2 l^2} U$$

上式右端各量可以直接测量出来，所以利用此法可以求出电子的荷质比。





原因分析: $F \perp v \times B$

等离子体的磁约束——托克马克装置

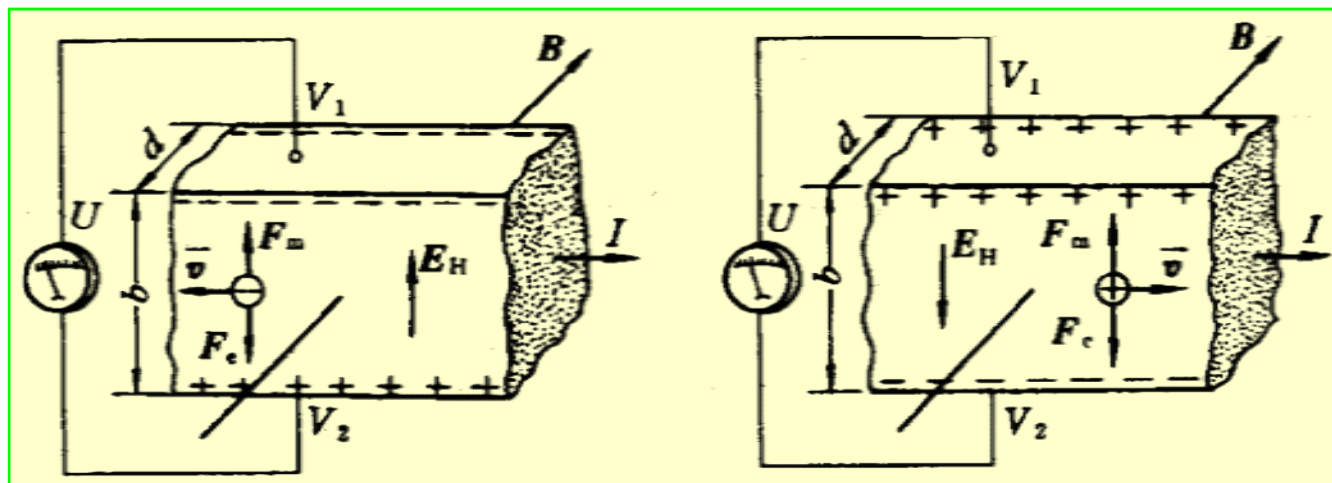
§ 19-5 霍尔效应

1. 霍尔效应现象

➤ 1879年E.C.Hall首先观察到此效应。



将载流导体薄板垂直置于磁场中时，载流导体在垂直于磁场与电流方向的上、下两端出现微弱的电势差的现象。

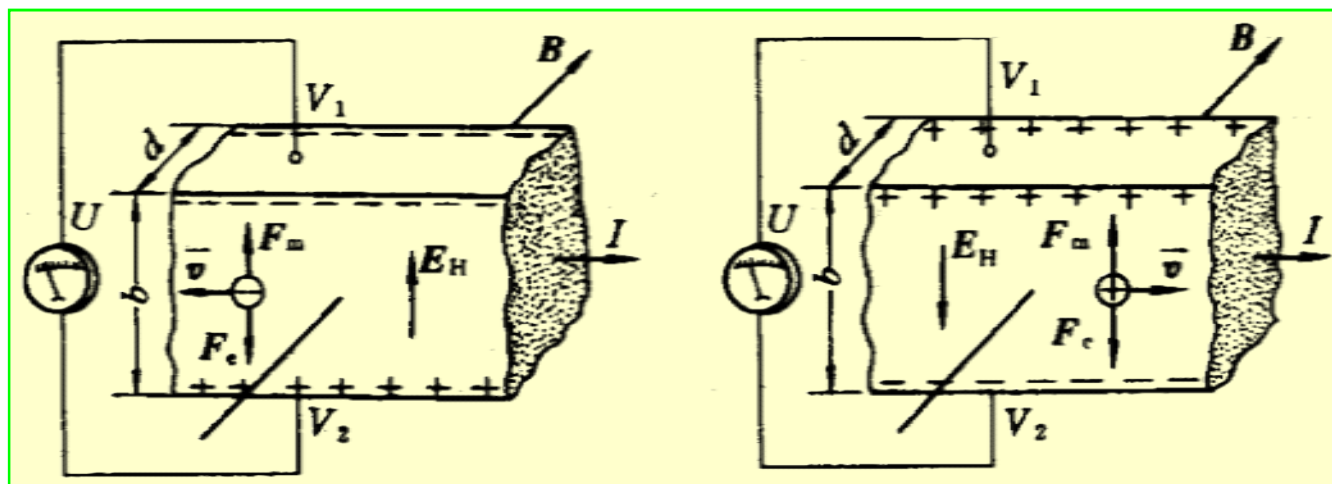


2. 霍尔实验结论

霍尔电势差与**I**、**B**成正比，与薄板沿**B**方向的厚度**d**成反比。

$$V_1 - V_2 \propto \frac{IB}{d} \quad \text{或写成} \quad U = V_1 - V_2 = R_H \frac{IB}{d}$$

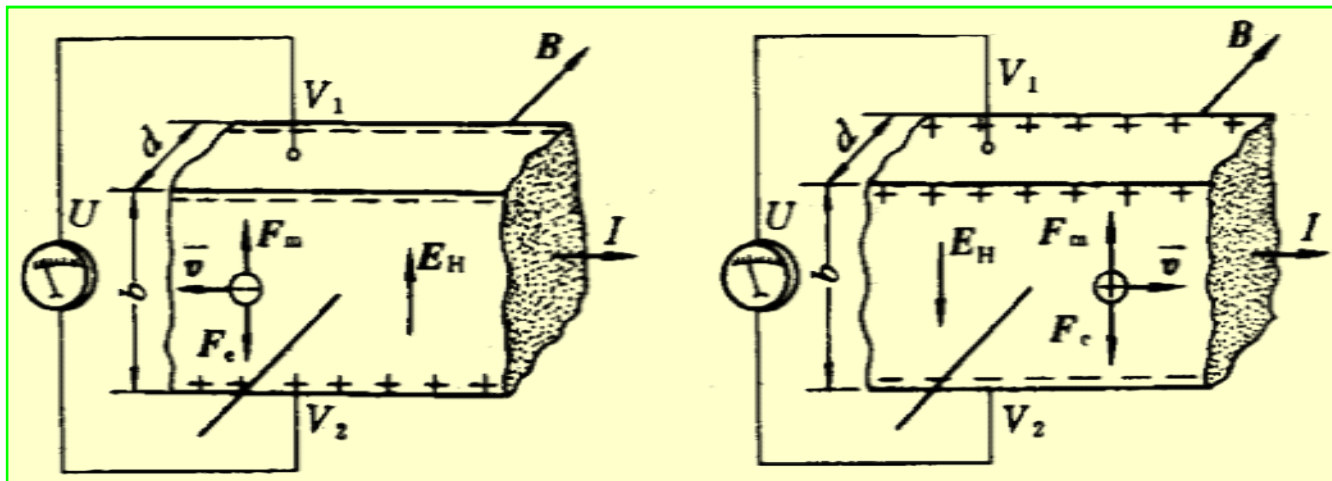
---**R_H**称为霍尔系数



3.理论分析

霍尔效应是由于导体中的载流子在磁场中受洛伦兹力的作用，发生横向漂移的结果。导体中的自由电子受洛伦兹力为：

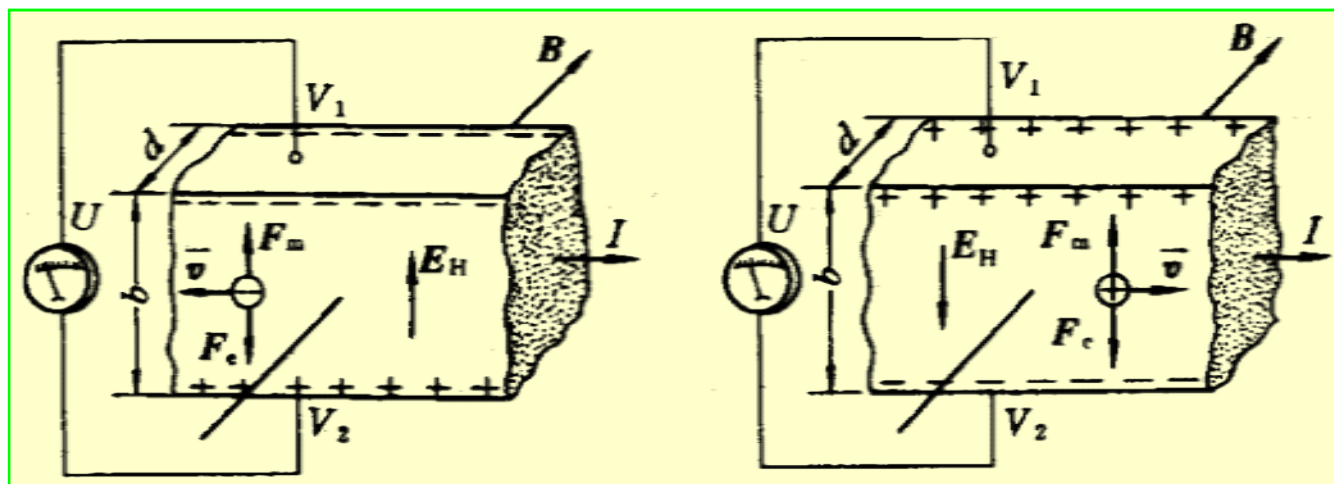
$$F_m = e\vec{v}B$$



横向漂移会导致电荷的积累，进而产生附加电场，称为霍耳电场。电子受电场力： $F_e = eE_H$

达到动态平衡时： $eE_H = e\bar{v}B$ 或 $E_H = \bar{v}B$

霍耳电势差： $V_1 - V_2 = -E_H b = -\bar{v}Bb$



电流 $I = ne\bar{v}db$ 代入可得：

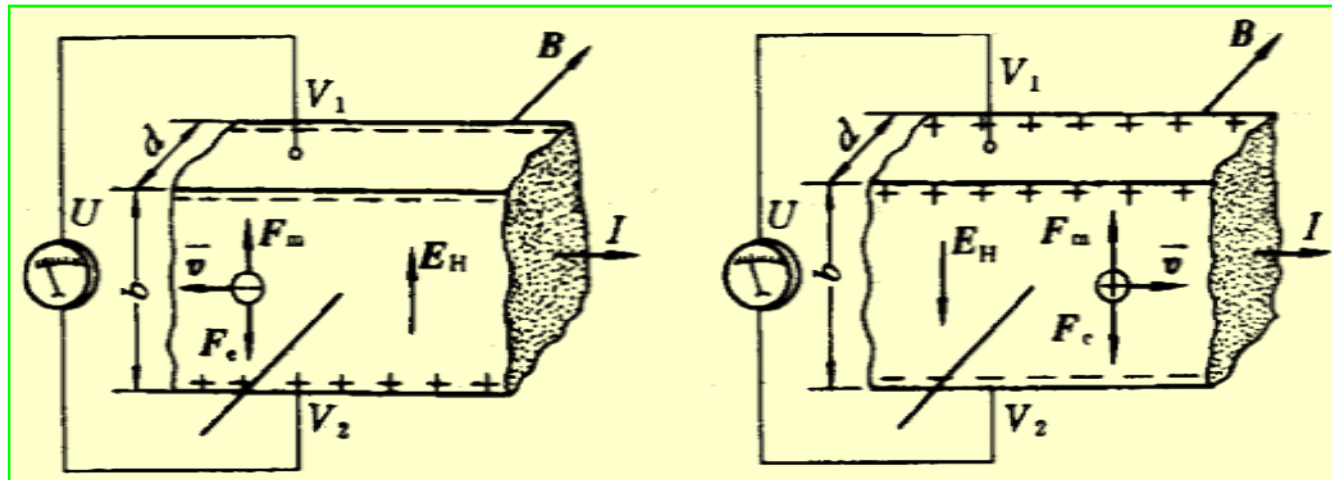
$$U = V_1 - V_2 = -\frac{IB}{ned}$$

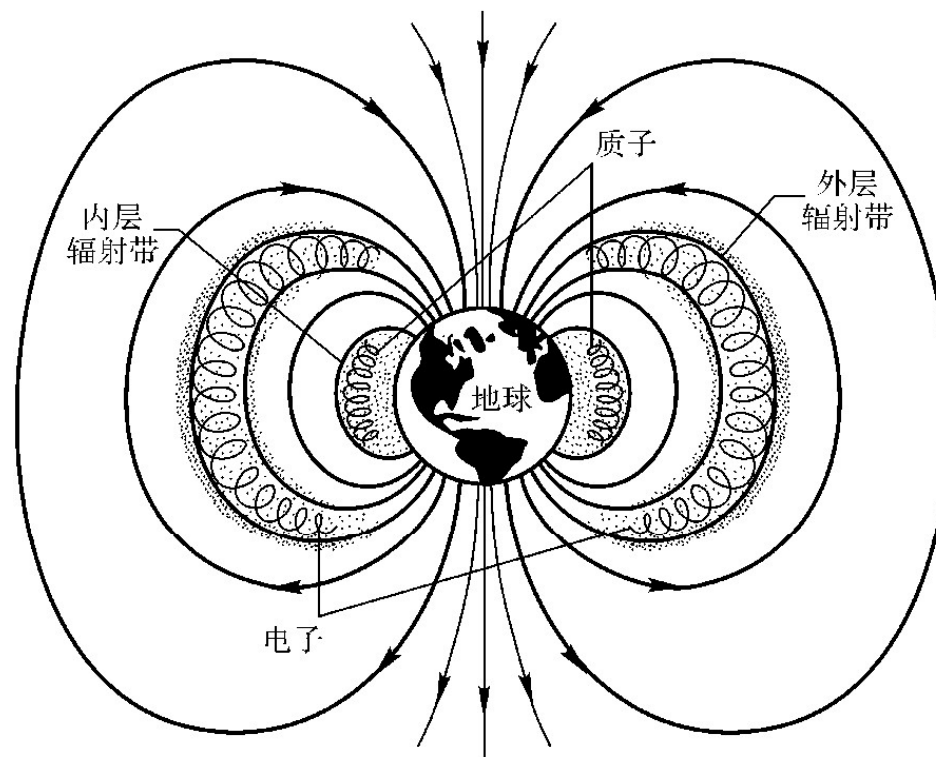
对于正电荷：

$$U = V_1 - V_2 = \frac{IB}{nqd}$$

比较以上各式
可得霍耳系数：

$$R_H = -\frac{1}{ne} \quad \text{或} \quad R_H = \frac{1}{nq}$$





当太阳黑子活动引起空间磁场的变化，使带电粒子在两极处的磁力线引导下，在两极附近进入大气层，能引起美妙的[北极光](#)。

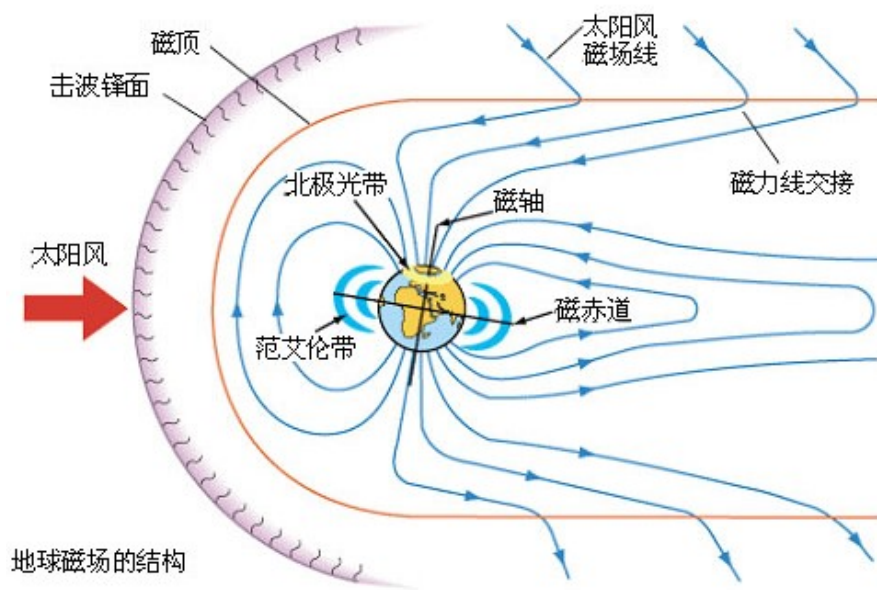


图1 弧状极光

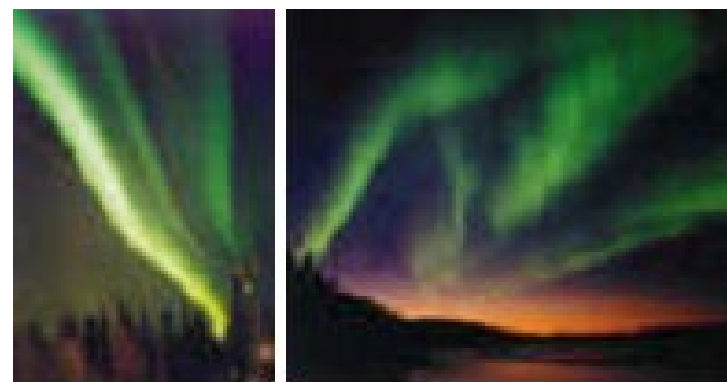


图2 带状极光

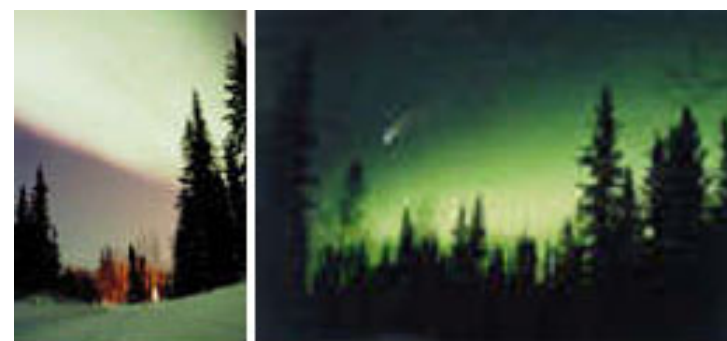


图3 片状极光

带电粒子在电磁场中的运动 【学习重点】

- 1.深刻理解螺旋线运动、粒子荷质比、回旋共振频率、霍尔电势差、霍尔系数等概念。
- 2.熟练运用受力分析的相关知识、霍尔效应原理等求解带电粒子和载流导体中载流子在电磁场中的运动问题。

<洛伦兹力与受力平衡>

螺旋线运动和霍尔效应

第九次作业 带电粒子在电磁场中的运动

P352-353:

19-1

19-2

19-4

19-8

19-9

19-10