

第十五章 电流和磁场

磁场也是物质的一种形态

稳恒磁场由稳恒电流产生

本章讨论稳恒磁场的基本性质和规律

第十五章 电流和磁场

熟练掌握：

- 15.1 电流； 15.2 电动势；
- 15.3 磁力； 15.4 磁场；
- 15.5 运动电荷的场；
- 15.6 毕奥-萨伐尔定律；
- 15.7 磁场的高斯定理 安培环路定理；
- 15.8 洛伦兹力； 15.9 安培定律；
- 15.11 均匀磁场对载流线圈的作用。

一般了解： 15.10 相对论磁学。

§ 15-1 电流

1. 基本概念

➤ 1) 电流

电荷的定向移动形成**电流**。电流可以出现在金属、半导体、电解液以及气体中。其产生条件：

- 1) 存在自由电荷(带电粒子),
- 2) 存在电场。

载流子：电荷携带者，自由电子、离子、电子-空穴对。

传导电流：自由电子、空穴、离子在**导体**中定向移动。

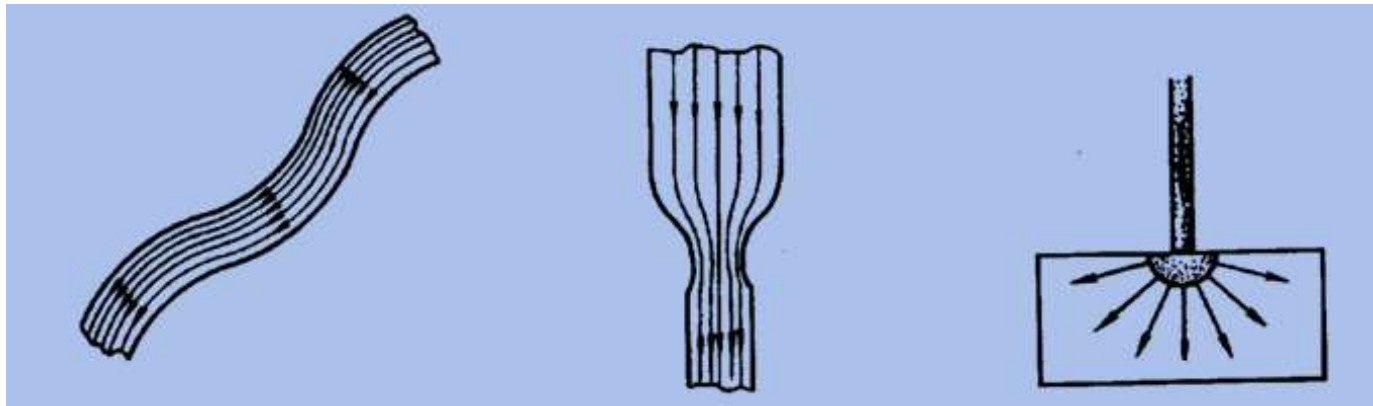
运动电流：电子、离子、带电体在**空间**的定向移动。

➤ 2) 电流强度(标量)

定义：单位时间内通过导体任一截面的电量，

公式： $I = dq / dt$ ， 单位：安培(A)。

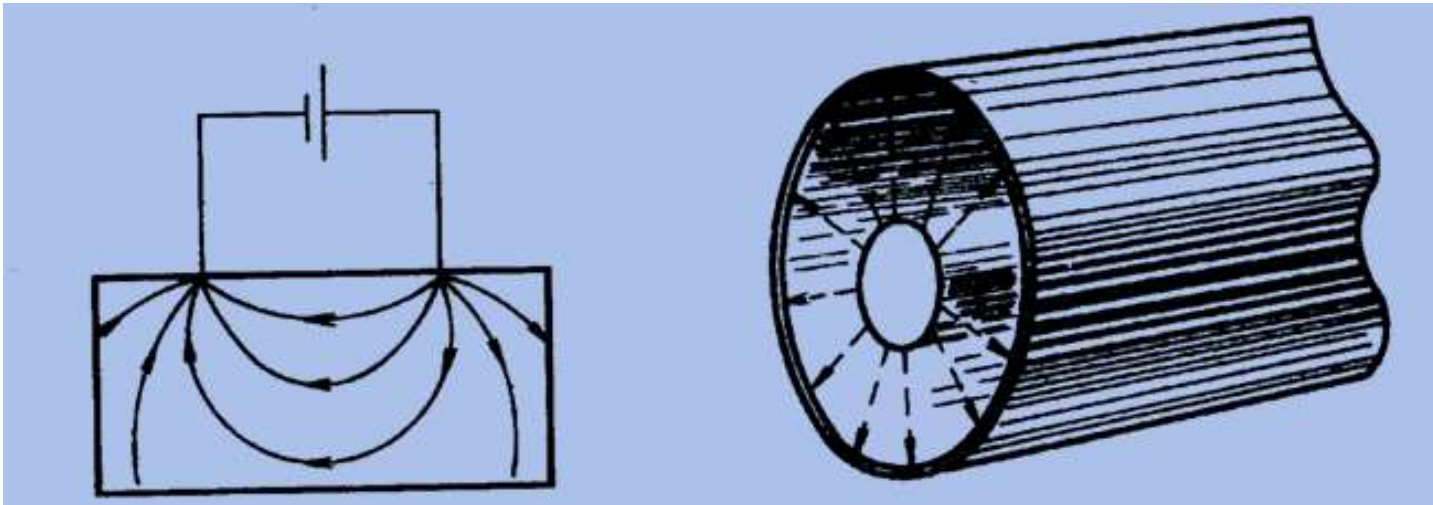
电流在导体不同截面或同一截面的不同部位可以有不同的分布。



粗细，材料均
匀的金属导体

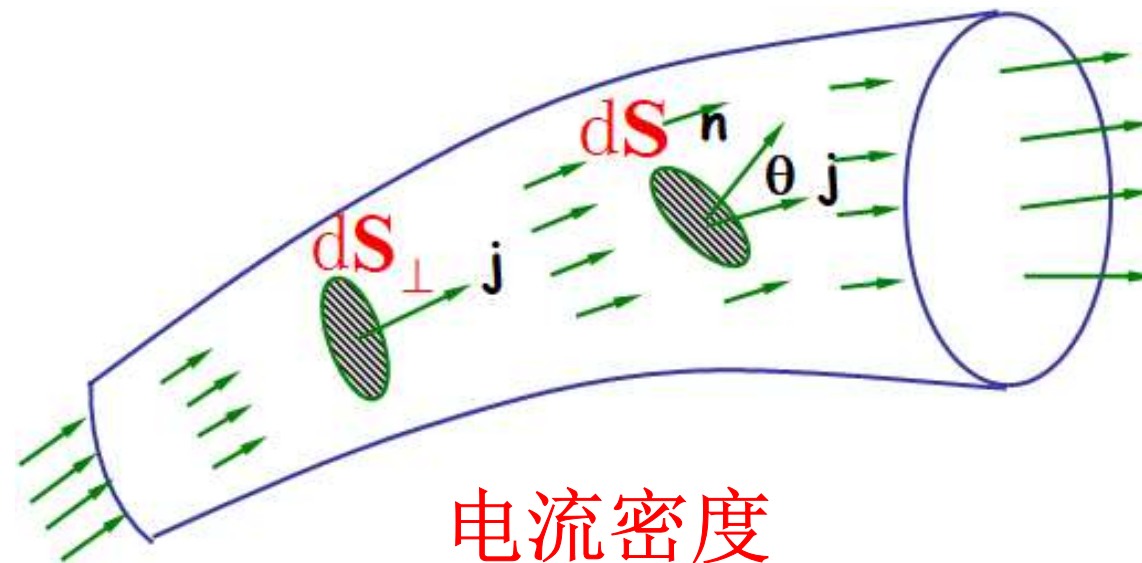
粗细不均
匀的导线

半球形的
接地电极



电阻法探矿

同轴电缆的漏电流



电流密度

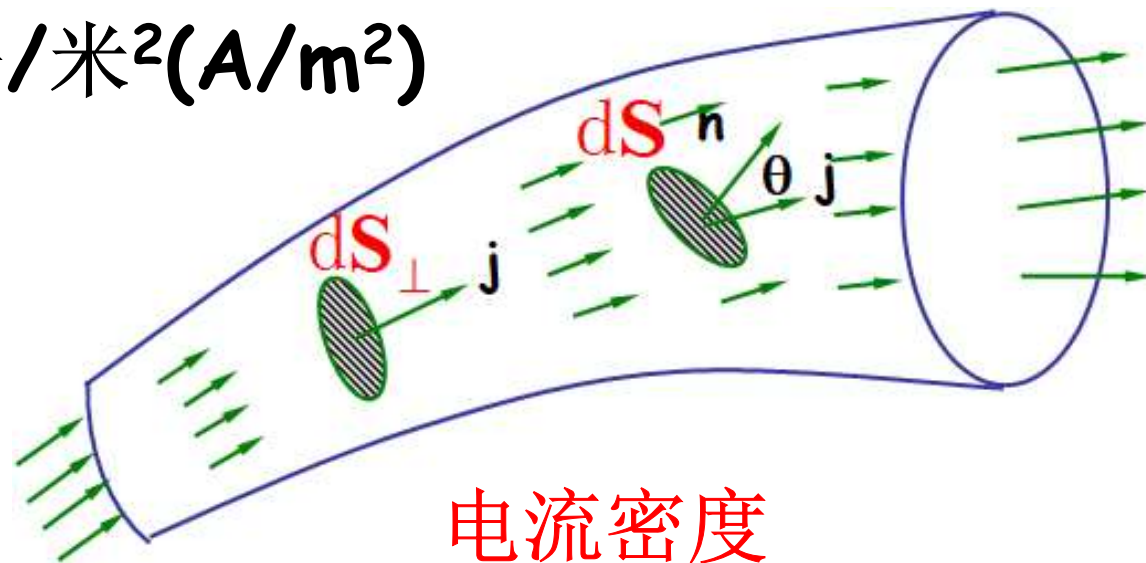
➤ 3) 电流密度(矢量)

在导体内某点取一个与该点电流方向垂直的面元 dS_{\perp} ，设通过该面元的电流强度为 dI ，

电流密度的大小： $j = dI/dS_{\perp}$

方向：正电荷移动的方向

单位：安培/米²(A/m²)

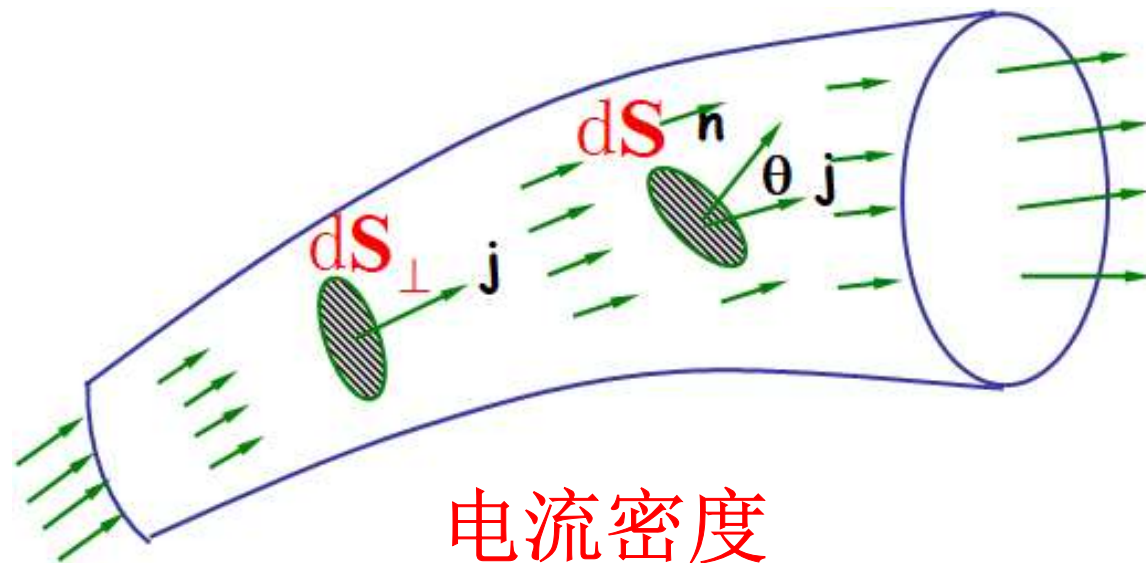


➤ 电流与电流密度的关系

取导体内任一面元 $d\mathbf{S}$ ，其法线方向 \mathbf{n} ，通过该面元的电流强度 $d\mathbf{I}$ 为：

$$dI = j dS_{\perp} = j dS \cos \theta = \vec{j} \cdot d\vec{S}$$

通过导体任意截面 \mathbf{S} 的电流强度为：



$$I = \int_S j dS \cos \theta = \int_S \vec{j} \cdot d\vec{S}$$

该式表明：**I**是**j**对曲面**S**的通量，即单位时间通过曲面**S**的电荷量。

➤ **电流场**：**j**形成的矢量场称为电流场。

可引进**电流线**来描述电流场的分布。

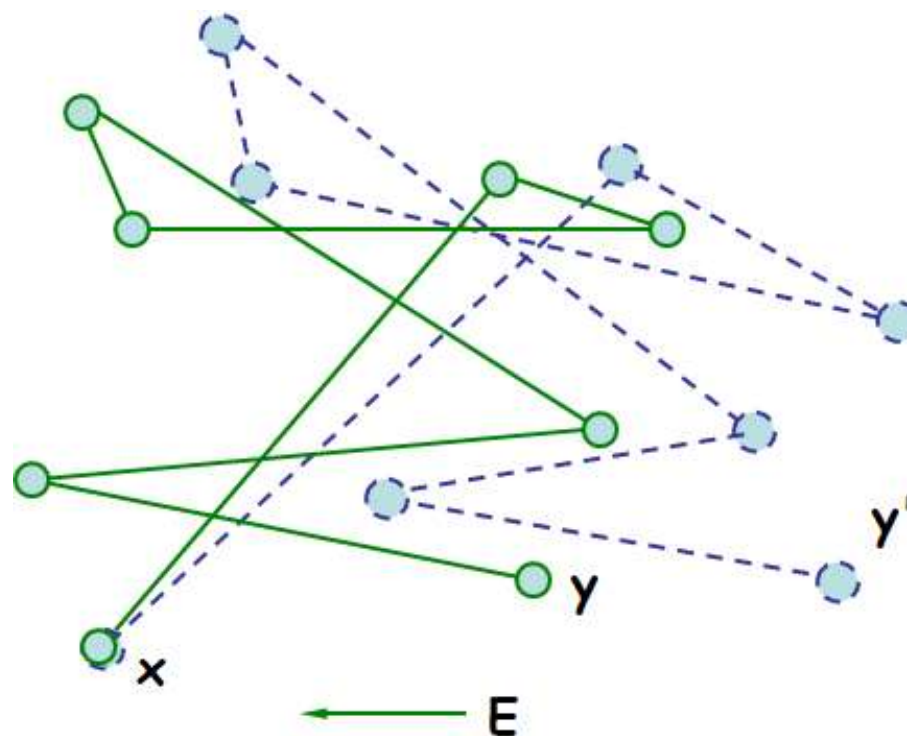
电流线的特点：

- 1) 电流线上的切线方向为**j**的方向；
- 2) 电流线密处**j**大，疏处**j**小；
- 3) 两电流线不相交。

2. 电流密度与漂移速度的关系*

➤ 1) 漂移运动

电子在电场的作用下，除了作无规则热运动外，还存在一种依赖于材料性质与电场大小的定向运动。



这种定向运动的平均速度称为漂移速度 v_d 。

➤ 电流密度与漂移速度的关系

设图中自由电子数密度为 n ，则 Δt 时间内流出 ΔS 面的电荷量为： $\Delta q = en\Delta S v_d \Delta t$



电流强度和电流密度的数值为：

$$I = \Delta q / \Delta t = en v_d \Delta S \Rightarrow j = I / \Delta S = en v_d$$

写成矢量式为： $\vec{j} = -en \vec{v}_d$

铜： $v_d \approx 10^{-5} \text{m/s}$ ，热运动速度 $\approx 10^5 \text{m/s}$ 。

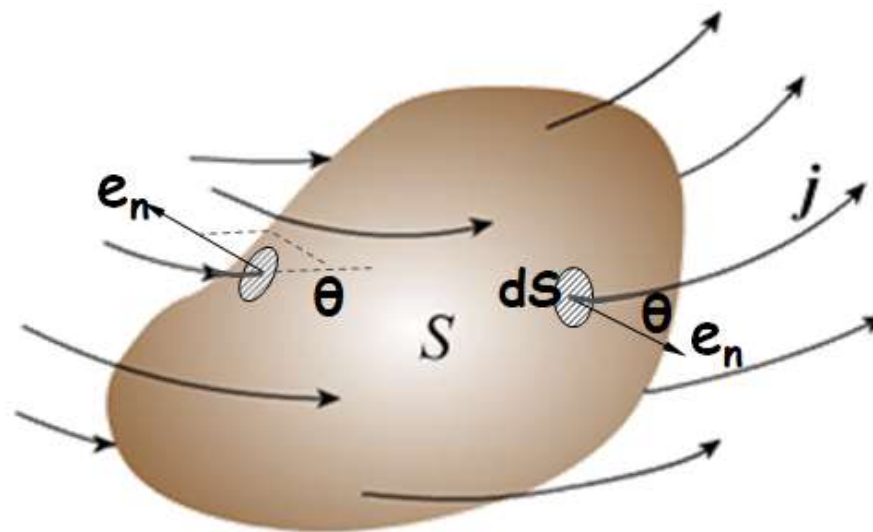
3. 稳恒电流与稳恒电场*

➤ 1) 稳恒电流

定义：导体中各点电流密度矢量不随时间变化。

电流连续性方程：

在导体内取一闭合曲面 S ，则 dt 时间从 S 面中流出的电量，等于 S 面内 dt 时间电量的减少量 $-dq$ ，即：



$$\oiint_S \vec{j} \cdot d\vec{S} = -\frac{dq}{dt}$$

---电荷连续性方程

电流稳恒的条件：

电流稳定后，空间电荷密度分布不随时间变化 ($dq/dt=0$)，对导体内任何区域**S**，**S**内流出的电量恒等于流入的电量，**S**内电量不变：

$$\oiint_S \vec{j} \cdot d\vec{S} = 0$$

---电流稳恒条件

➤ 2) 稳恒电场

在稳恒电流中电荷的分布不随时间变化，其相应的电场也不随时间变化。

与静止电荷产生的电场相似，在静电场中的规律、公式都适用，如：高斯定理、环路定理。

稳恒电场与静电场的区别：

在静电场中：静电平衡时导体中 $\mathbf{E}=\mathbf{0}$ ，导体为等势体，导体中无电流 $\mathbf{I}=\mathbf{0}$ ；

稳恒电场中：导体中 $\mathbf{E}\neq\mathbf{0}$ 。

§ 15-2 电动势

1. 欧姆定律 电阻 电阻率

➤ 欧姆定律

$$I = \frac{U}{R}$$

➤ 电阻R:

$$R = \rho \frac{l}{S}$$

--- 决定于导体性质和几何形状

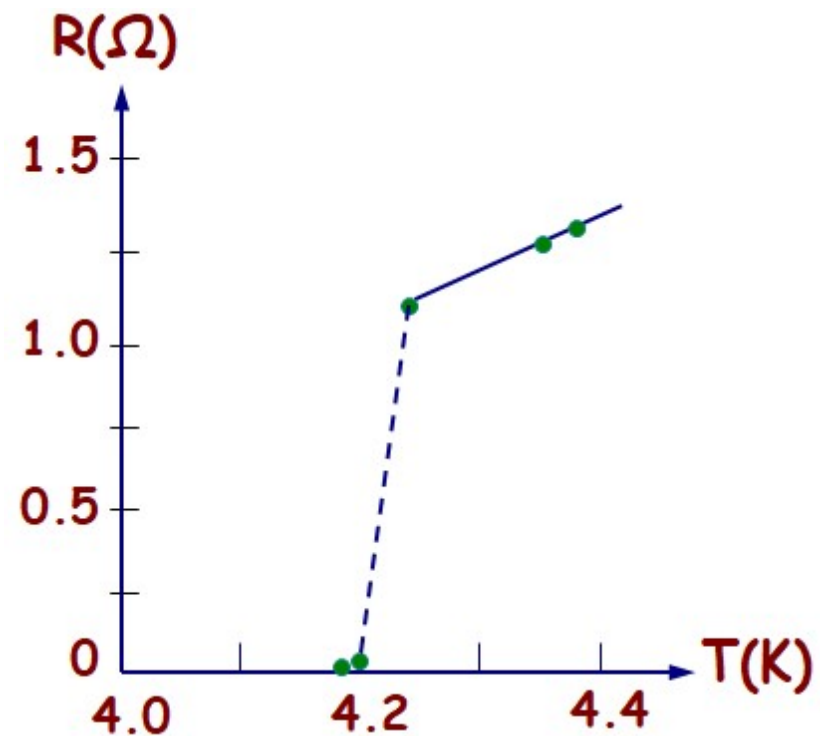
➤ 电阻率 ρ : 单位: 欧·米($\Omega \cdot \text{m}$)。

➤ 电导率 γ : $\gamma = 1/\rho$, 单位: 西门子/米(S/m)。

➤ 金属材料的电阻率与温度的关系

$$\rho_t = \rho_0(1 + \alpha t)$$

某些金属、合金或化合物等导电材料在温度降低到某一数值 T_c 时，其电阻率会突然减小或接近到零，这种现象称为超导现象。



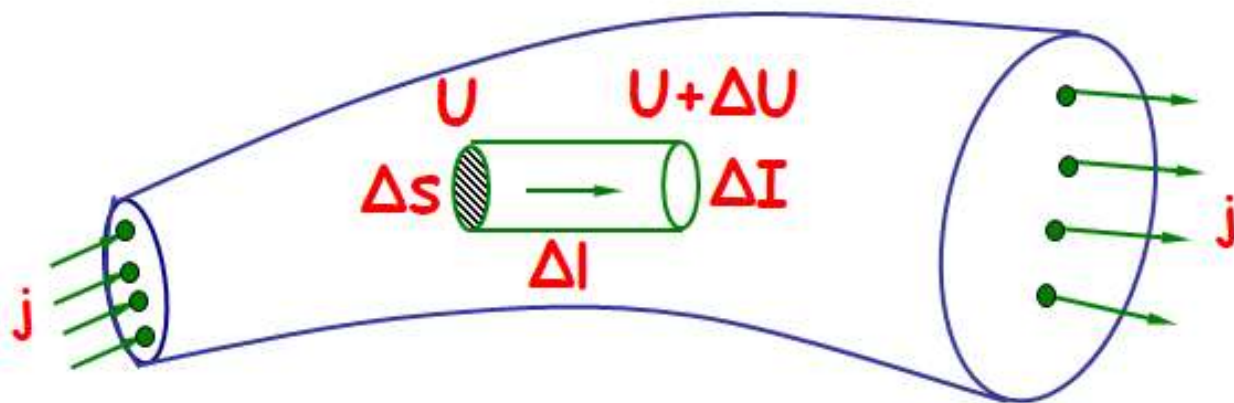
汞的电阻-温度关系

2. 欧姆定律的微分形式

欧姆定律只适用于一段截面均匀的导体，而对于电流密度分布不均匀的导体，导电规律如何？

➤ 推导：

在导体中取一段底面积 ΔS ，长为 Δl ，平行于电流线的圆柱。

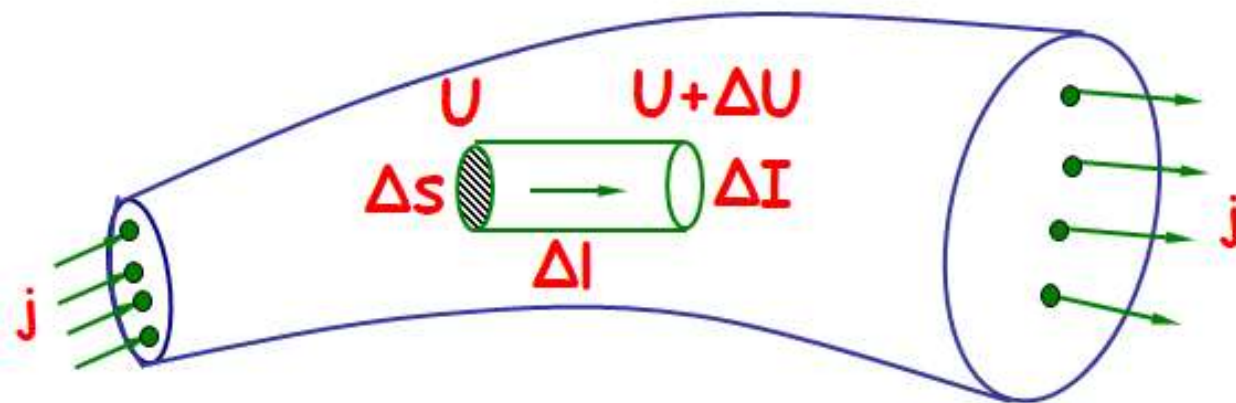


图中导体元两端的电势差： $\Delta U = E\Delta l$

通过的电流强度为： $\Delta I = j\Delta S$

根据欧姆定律有： $E\Delta l = j\Delta S\Delta R$

所以： $j = \frac{\Delta l}{\Delta R \Delta S} E = \frac{1}{\rho} E = \gamma E$ $R = \rho \frac{l}{S}$



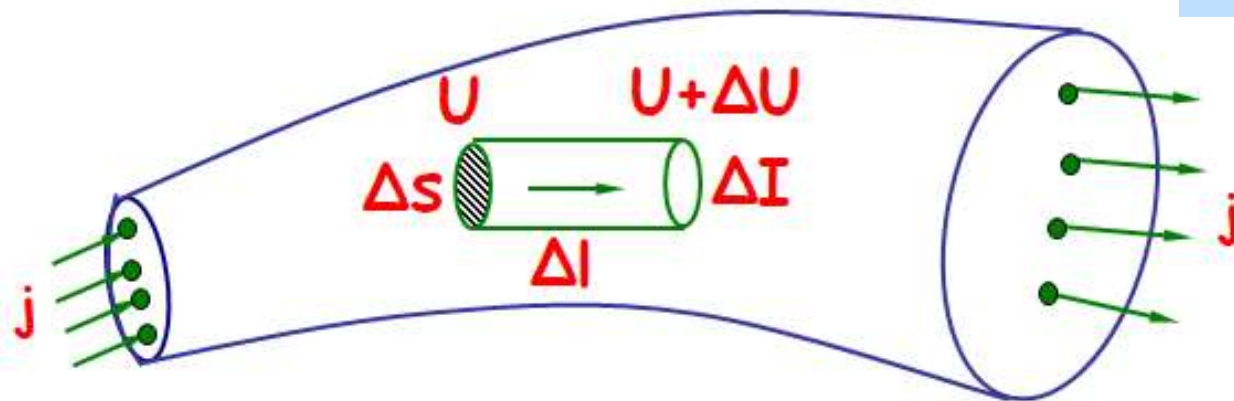
即：

$$\mathbf{j} = \gamma \mathbf{E}$$

---此式即为欧姆定律的微分形式

它是电磁理论的基本方程之一，该公式对于变化不太大的非稳恒电场也是适用的。

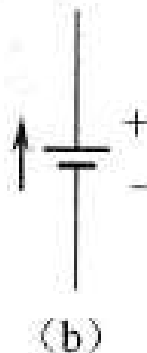
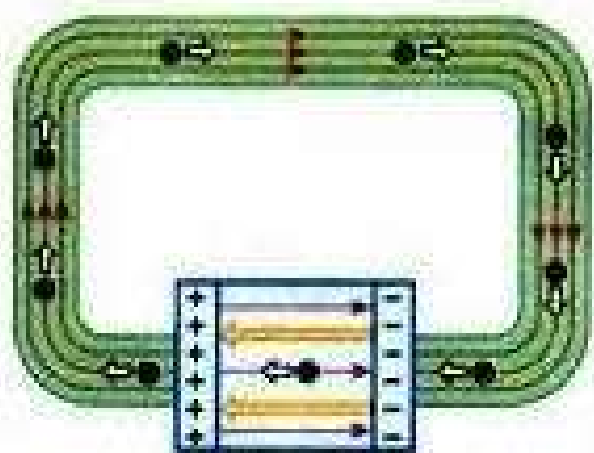
$$I = \frac{U}{R}$$



3. 电动势

➤ 1) 电源(提供非静电性外力的装置)

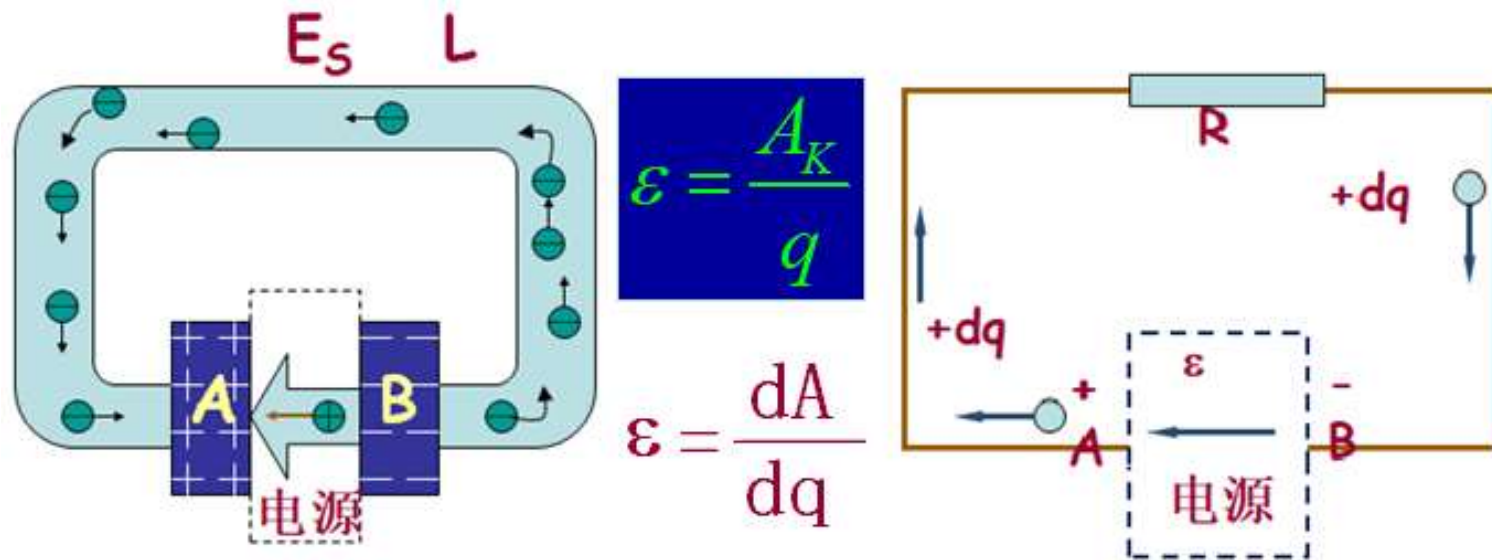
是将诸如化学能、机械能、光能、热能、核能等其它形式的能量转变为电能的一种装置。



作用：把正电荷从电源负极**B**经电源内部移到正极**A**，使导线内(回路**L**)保持恒定电场 **E_s** 。

➤ 2) 电源的电动势

电动势 是指在电源内部，将单位正电荷从负极经电源内部移到正极时非静电力所作的功。



dA 是正电荷 **dq** 从负极经电源内部到正极时，电源克服静电场所做的功。

设想非静电性力 \mathbf{F}_k 由非静电性外场 \mathbf{E}_k 引起，非静电性力移动正电荷从负极到正极所作的功：

$$A_K = q \int_{-}^{+} E_k \cdot dl$$

$$E_k = F_k / q$$

电动势：

$$\varepsilon = \int_{-}^{+} E_k \cdot dl$$

若非静电性外场 \mathbf{E}_k 分布于整个回路，则：

$$\varepsilon = \oint_{-}^{+} E_k \cdot dl$$

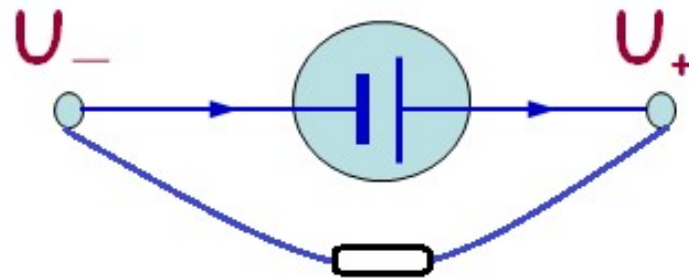
电动势(推广)： 单位正电荷在闭合回路中绕行一周时非静电力所做的功。

➤ 3) 电源的路端电压

路端电压 是指电源两极(**外部**)间的电势差。

按定义:

$$U_+ - U_- = \int_+^- \vec{E}_s \cdot d\vec{l}$$



电源内部合场强: $\vec{E} = \vec{E}_s + \vec{E}_k$

电流 $\vec{j} = \gamma(\vec{E}_s + \vec{E}_k)$ (γ 为电导率)

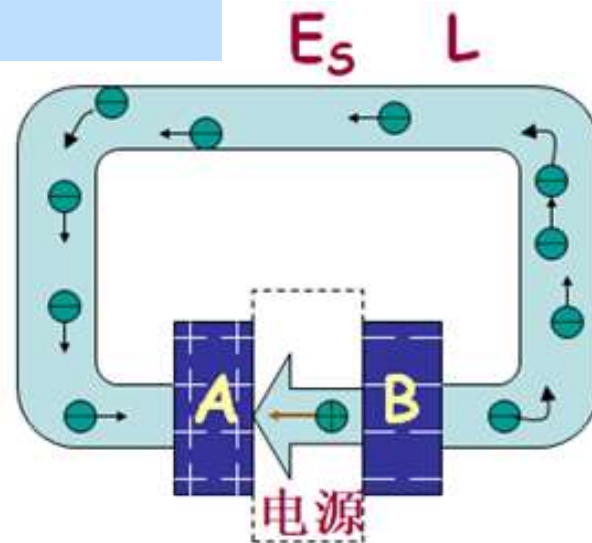
将 $\vec{E}_s = \frac{\vec{j}}{\gamma} - \vec{E}_k$ 代入, 有:

$$\begin{aligned}
 U_+ - U_- &= \int_+^- \left(\frac{\vec{j}}{\gamma} - \vec{E}_k \right) \cdot d\vec{l} \\
 &= \frac{1}{\gamma} \int_+^- \vec{j} \cdot d\vec{l} - \int_+^- \vec{E}_k \cdot d\vec{l} \\
 &= \int_-^+ \vec{E}_k \cdot d\vec{l} - \int_-^+ I \rho \frac{dl}{S} = \varepsilon - Ir
 \end{aligned}$$

即：

$$U_+ - U_- = \varepsilon - Ir$$

---全电路的欧姆定律

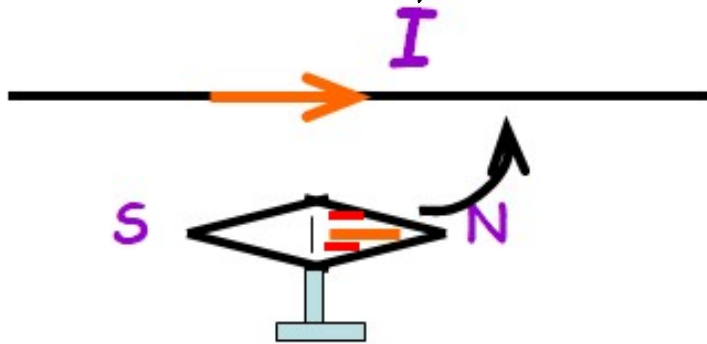


§ 15-3 磁力

1.磁力的发现

1819年，丹麦奥斯特教授在做一实验时发现：
在通电的细铂丝旁边平行放置的一小磁针会旋
转起来，然后慢慢静止在与导线垂直的方向。

磁针上的电碰撞实验
电流的磁效应

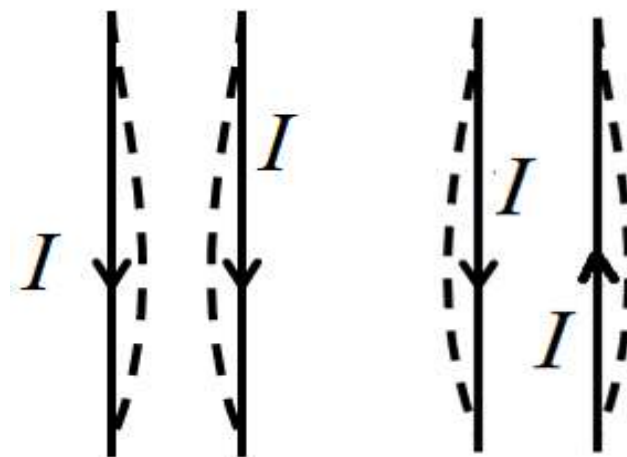
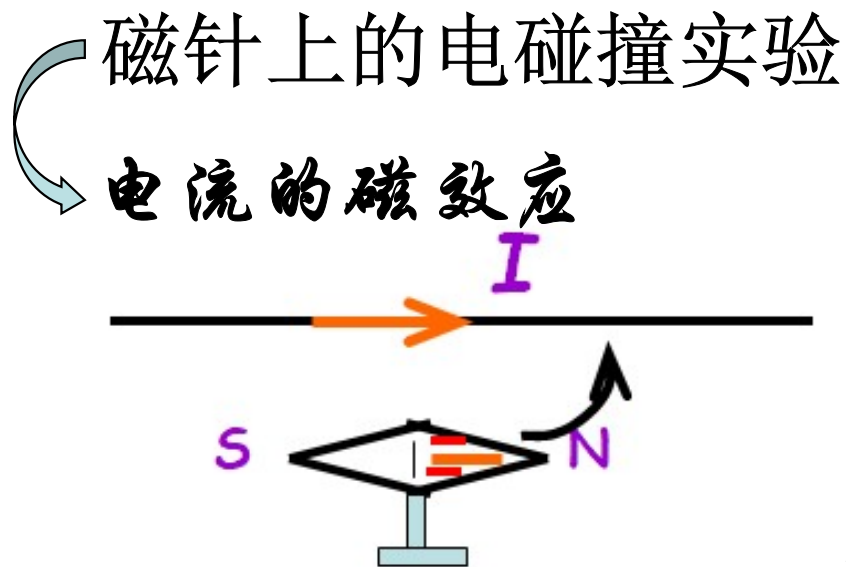


奥斯特

§ 15-3 磁力

1. 磁力的发现

1820年，安培在实验中发现电流间也存在相互作用力，并指出对于两根平行的载流直导线：
电流同向时互相吸引，电流异向时互相排斥。

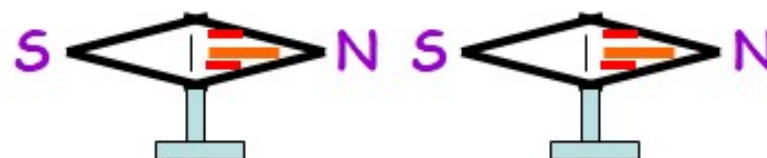


载流导线间的相互作用

2.磁相互作用力

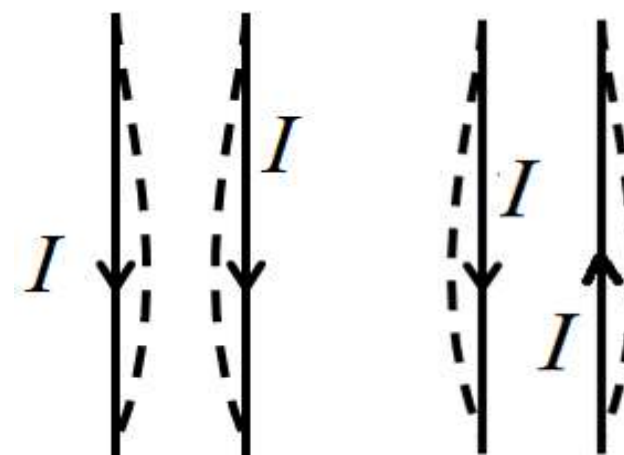
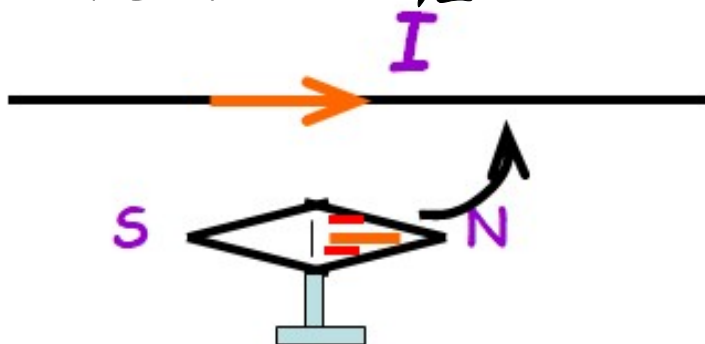
是运动电荷之间的一种基本力，简称磁力。

在磁场中运动的电荷受到了磁力的作用。



磁针和磁针

磁针上的电碰撞实验
电流的磁效应



载流导线间的相互作用

➤ 磁力的大小

两根平行载流导线中，每单位长度上所受到的磁相互作用力，与两者电流的大小 I_1 和 I_2 成正比，与两者间的距离 d 成反比：

$$F_m = k \frac{I_1 I_2}{d} = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I_1 I_2}{d} \quad \text{为什么?}$$

--- 式中 k 为比例系数， μ_0 为真空磁导率
根据电流的国际单位‘安培’的定义可求得：

$$\mu_0 = 2\pi k = 4\pi \times 10^{-7} \text{ N/A}^2$$

§ 15-4 磁场

1819年，丹麦奥斯特教授通过实验发现的**电流磁效应**，是科学史上的重大发现。它立即引起了那些懂得它的重要性的价值的人们的注意。该发现之后，一系列新的发现接连出现，如：

安培发现了电流之间的相互作用，

阿拉果制作出了第一块电磁铁，

施魏格发明了电流计，等等

安培曾写道：“奥斯特先生……已经永远把他的名字和一个新纪元联系在一起了”

1.基本磁现象

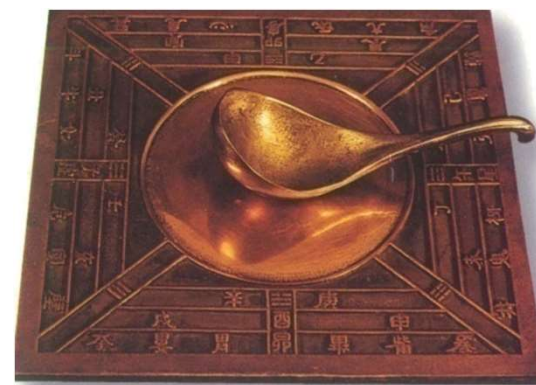
最早发现磁现象：磁石吸引铁屑

春秋战国《吕氏春秋》记载：磁石召铁

东汉王充《论衡》描述：

最早的指南器具

——司南勺

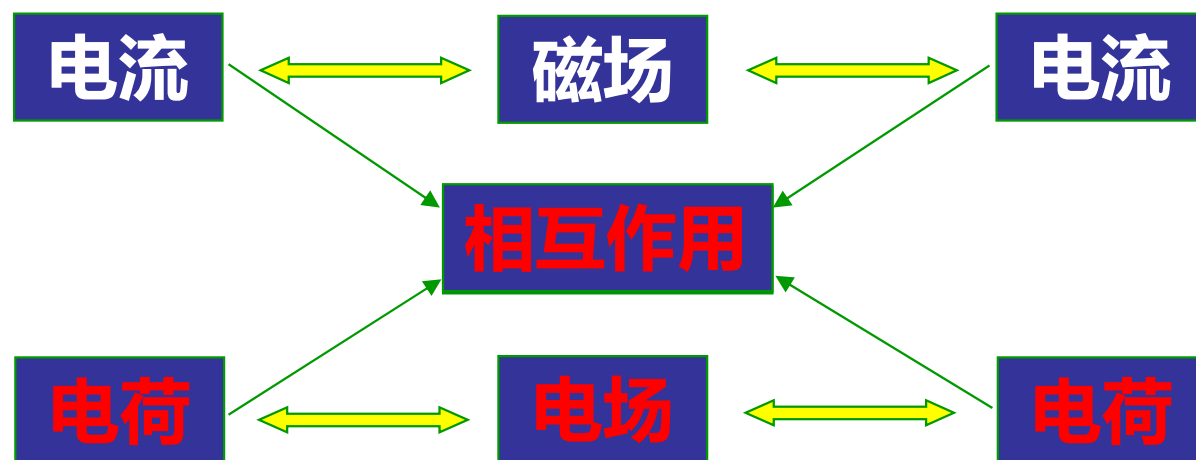


磁性：具有吸引铁、镍、钴等物质的特性。

磁极：北极**N**，南极**S**，同性相斥异性相吸。

两磁极的作用力满足平方反比率。

磁现象可归结为运动电荷的相互作用，这种相互作用通过磁场传递，类似于前面讲的电场！



磁场(电场)是物质的一种形态

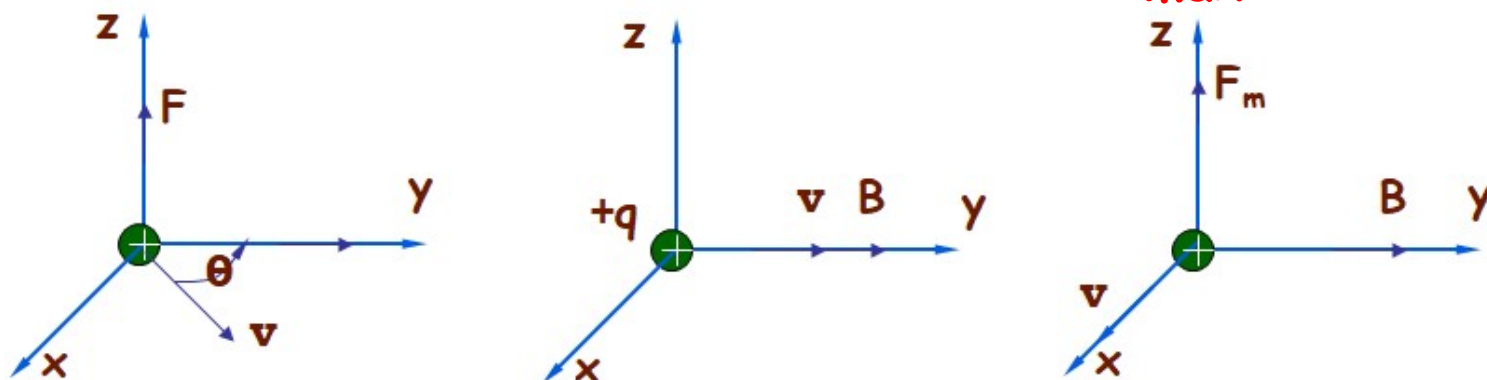
稳恒电流(静止电荷)产生稳恒磁场(静电场)

本章重点讨论的是稳恒磁场的基本性质和规律

2.磁感应强度

在磁场中，引入一检验电荷 q 以速度 \mathbf{v} 运动，观测所受的力为 \mathbf{F} ，结果发现：

- 1) 改变 \mathbf{v} 而保持速率不变时，力 \mathbf{F} 总是垂直于 \mathbf{v} ；
- 2) 当 \mathbf{v} 在某些方向时，力 \mathbf{F} 的大小为零，即 $\mathbf{F}=0$ ，定义该方向为磁感应强度 \mathbf{B} 的方向；
- 3) 当 \mathbf{v} 垂直于 \mathbf{B} 时，力 \mathbf{F} 达到极大值 F_{\max} 。



定义: $B = F_{\max} / (qv)$

B 的方向: $F_m \times v$ 的方向

---可用右手螺旋法则确定

B 的单位: T (特斯拉),

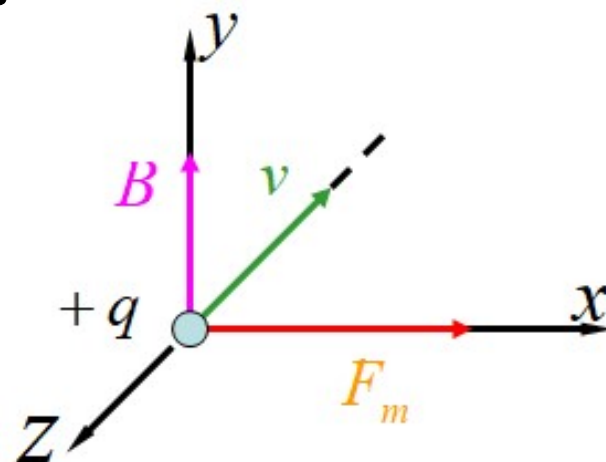
$1T = 1N / (A \cdot m)$, $1T = 10^4 G$ (高斯)

磁场中运动电荷的受力大小:

$$F = qvB \sin \theta$$

写成矢量式:

$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$$



➤洛伦兹力

如果空间中同时存在电场和磁场，则电荷所受到的作用力为：

$$\vec{F} = q\vec{E} + q\vec{v} \times \vec{B}$$

上式是洛伦兹从实验得出的，故称为洛伦兹力。

考虑到相对论效应后：

$$q\vec{E} + q\vec{v} \times \vec{B} = \frac{d}{dt} \left[\frac{m\vec{v}}{\sqrt{1 - (v/c)^2}} \right]$$

3.磁感应线

磁感应线上任一点的切线方向和该点的磁场方向是一致的；

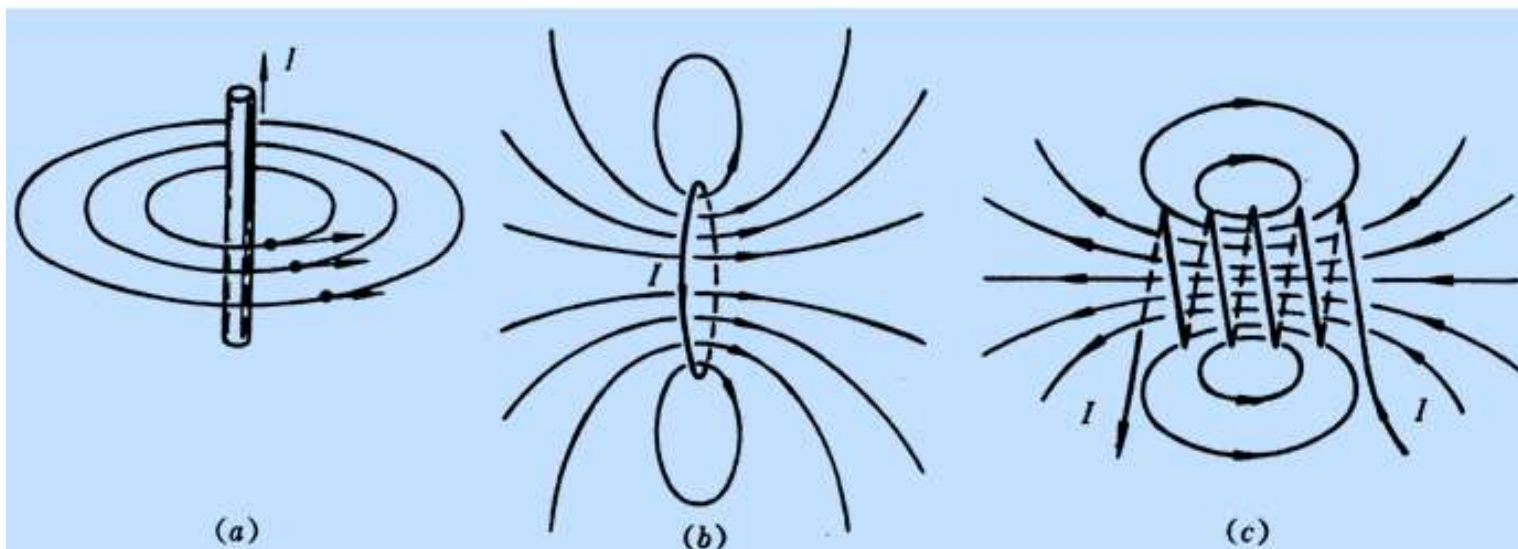
通过磁场中某点处垂直于磁场方向单位面积的磁感应线数等于该点磁场矢量的量值，即：

磁感应线越密，磁场越强；磁感应线越稀，磁场就越弱。 ---类似于电场线！

磁感应线的分布能够形象地反映出磁场的特征(大小、方向)。

➤ 磁感应线的特点

- 1) 磁感应线与电流套连，是闭合曲线，互不相交，相应的磁场称为涡旋场；
- 2) 磁感应线的环绕方向与电流的方向服从右手螺旋法则。



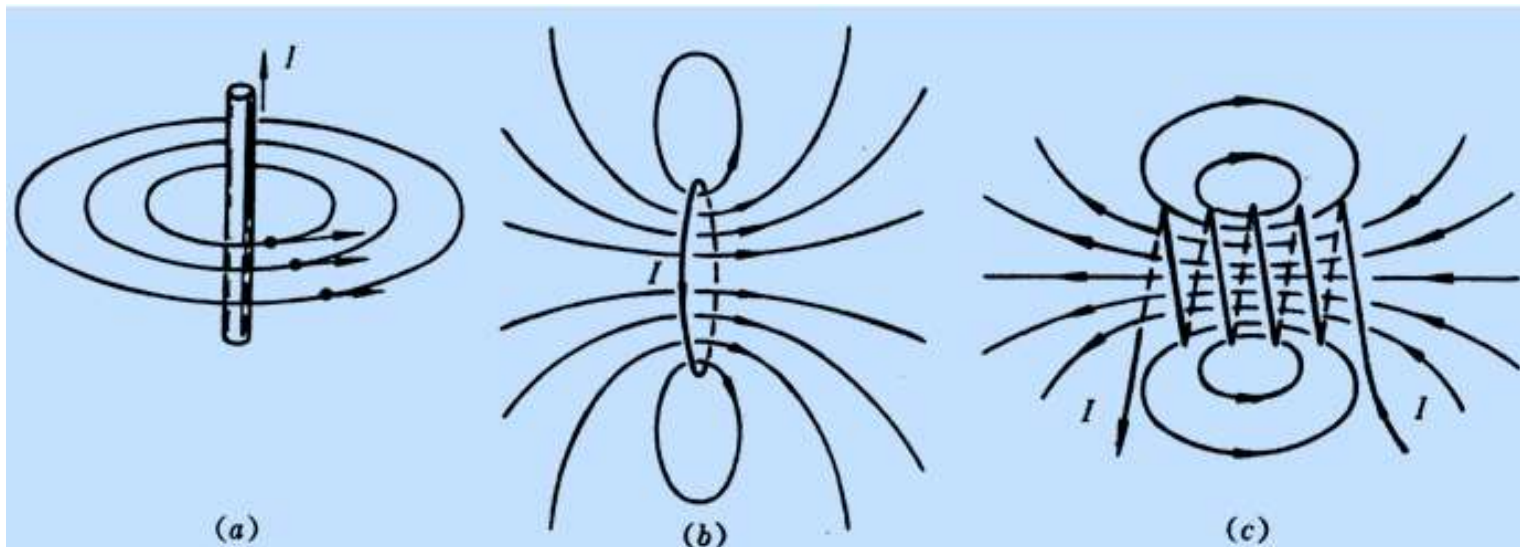
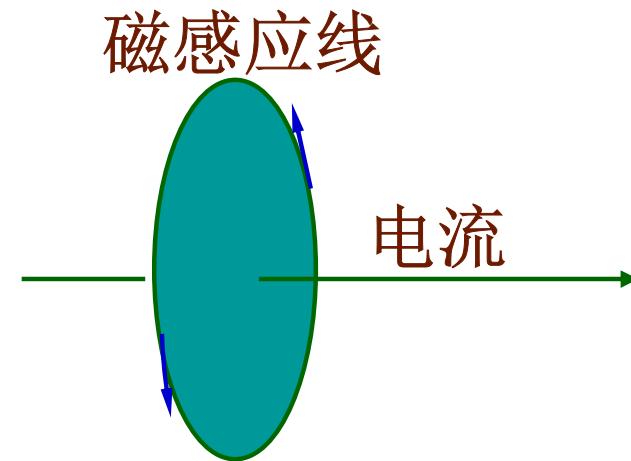
➤磁感应线性质的总结

与电流套连

闭合曲线(磁单极子不存在)

互不相交

方向与电流成右手螺旋关系



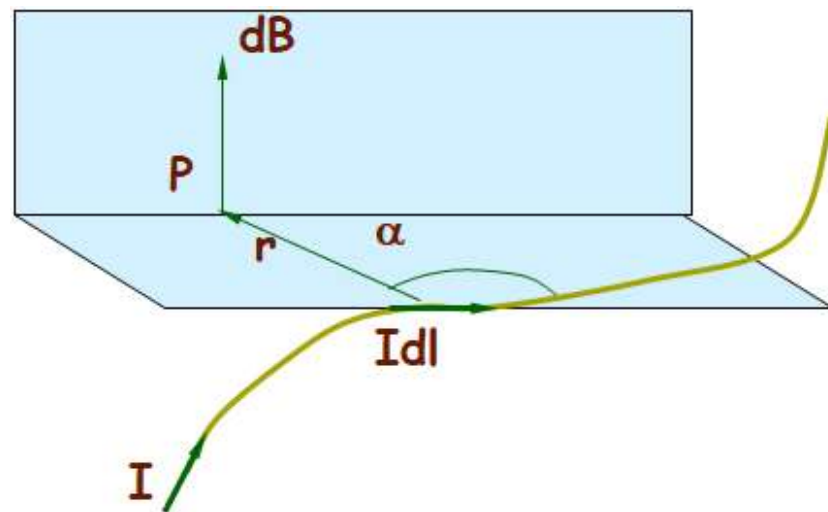
§ 15-5 毕奥—萨伐尔定律

1. 毕奥—萨伐尔定律

毕奥和萨伐尔通过实验研究了不同形状的导线产生的磁场，拉普拉斯分析了他们的实验数据后，提出“电流元 $I\mathbf{dl}$ 在空间 P 点激发的磁感应强度的计算公式”：

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Idl \times r}{r^3}$$

$$\frac{\mu_0}{4\pi} = 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A}$$

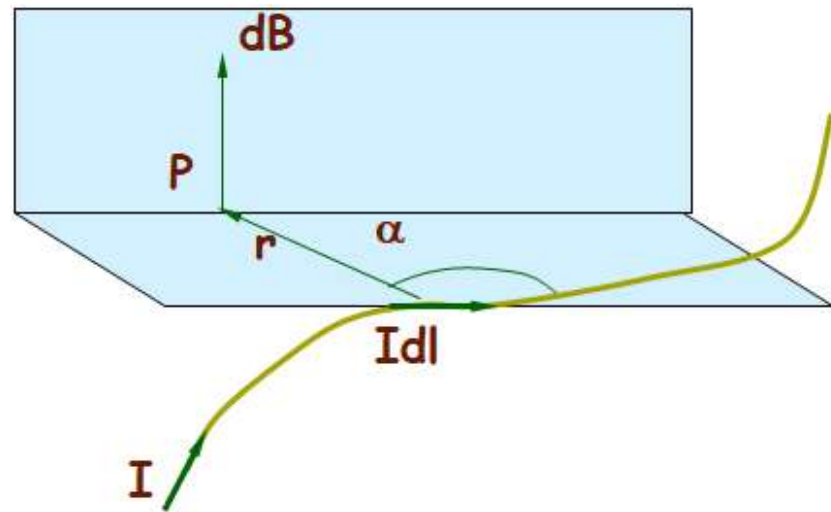


➤ 几点注意:

- 1) 载流导线的半径比到P点的距离小得多;
- 2) 电流元 $I\mathbf{dl}$ 中的 \mathbf{dl} 是具有方向的线元, 并规定 \mathbf{dl} 的方向与电流的方向相同;
- 3) 公式中 \mathbf{r} 的方向是从电流元 $I\mathbf{dl}$ 指向P点;

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Idl \times r}{r^3}$$

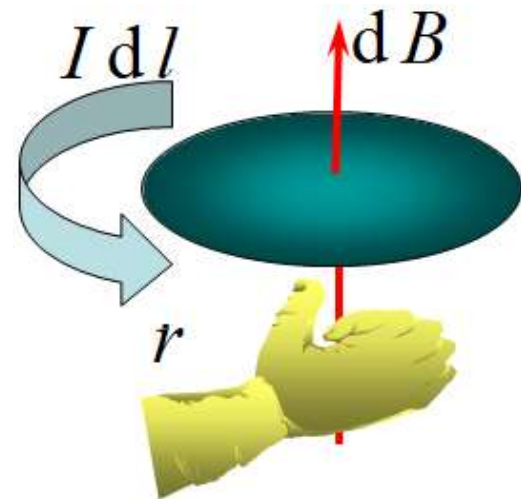
$$\frac{\mu_0}{4\pi} = 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A}$$



➤ 几点注意：

- 1) 载流导线的半径比到P点的距离小得多；
- 2) 电流元 $I d\mathbf{l}$ 中的 $d\mathbf{l}$ 是具有方向的线元，并规定 $d\mathbf{l}$ 的方向与电流的方向相同；
- 3) 公式中 \mathbf{r} 的方向是从电流元 $I d\mathbf{l}$ 指向P点；
- 4) 电流元 $I d\mathbf{l}$ 在P点激发的磁感应强度 $d\mathbf{B}$ 的方向由 $I d\mathbf{l} \times \mathbf{r}$ 的方向确定；

--- 使用右手螺旋定则



➤ 毕奥-萨伐尔定律总结

当线元 $d\mathbf{l}$ 与矢量 \mathbf{r} 之间的夹角为 α 时，电流元 $I d\mathbf{l}$ 在P点激发的磁感应强度公式可改写为：

$$d\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I d\mathbf{l} \sin \alpha}{r^2}$$

Biot-Savart
定律的微分形式

任意长度的载流导线 L 在空间P点所激发的总磁感应强度为：

$$\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_L \frac{I d\mathbf{l} \times \mathbf{r}_0}{r^2}$$

Biot-Savart
定律的积分形式

$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{N} \cdot \text{A}^{-2}$ ，称为真空磁导率。

2. 毕奥-萨伐尔定律的应用

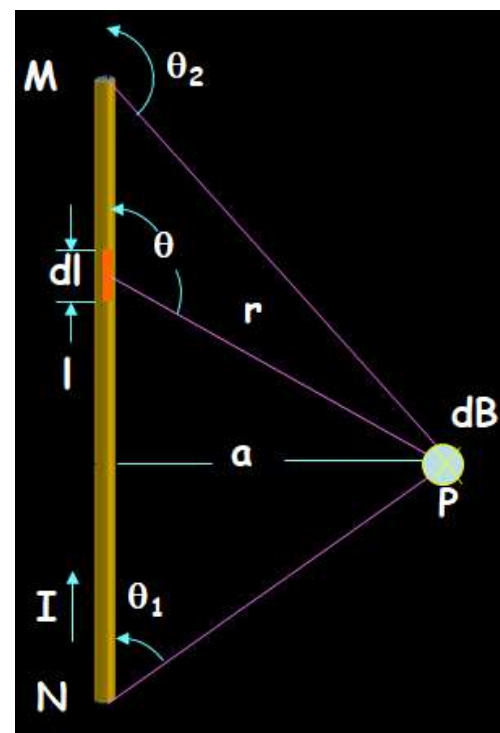
➤ 1) 载流长直导线的磁场

计算离载流直导线为 a 的 P 点处的磁感应强度。

设载流直导线长 L 、通电流 I 。

如图，取电流元 $d\vec{l}$ ，按毕奥—萨伐尔定律，得电流元在 P 点的磁感应强度：

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I d\vec{l} \times \vec{r}}{r^3}$$



$d\mathbf{B}$ 的方向垂直纸面向内，各电流元在P点的 $d\mathbf{B}$ 都同向， 矢量积分可变为标量积分求合磁场：

$$B = \int_L dB = \int_L \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Idl \sin \theta}{r^2} \quad (1)$$

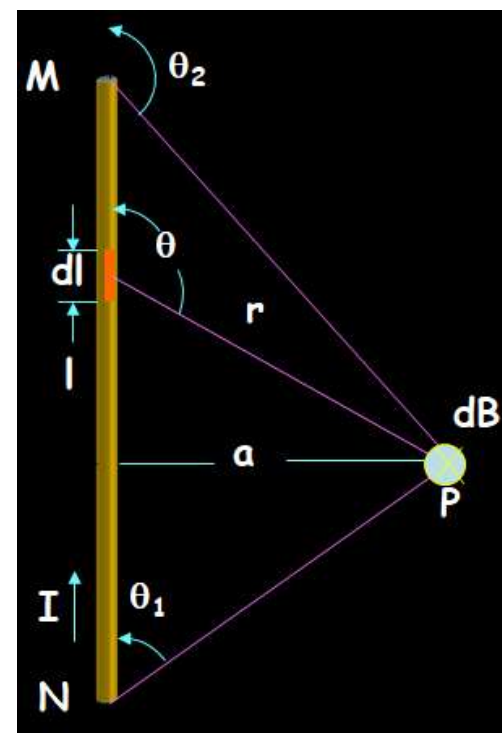
上式中的变量之间的关系：

$$r = \frac{a}{\sin(\pi - \theta)} = \frac{a}{\sin \theta}$$

$$l = a \cot(\pi - \theta) = -a \cot \theta$$

$$dl = a \csc^2 \theta d\theta$$

将以上关系式代入(1)式：



$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi a} \int_{\theta_1}^{\theta_2} \sin \theta d\theta = \frac{\mu_0 I}{4\pi a} (\cos \theta_1 - \cos \theta_2)$$

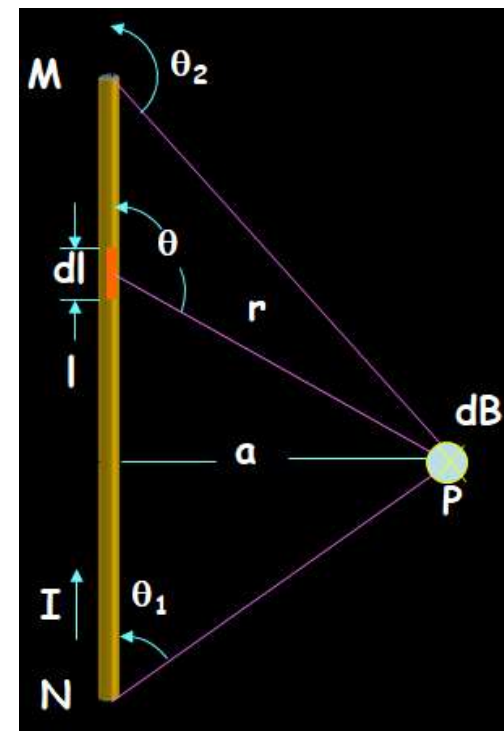
讨论(两种特殊直导线的情况):

1)长直导线无限长($L \gg a$)时,

$$\theta_1 = 0, \theta_2 = \pi: B = \frac{\mu_0 I}{2\pi a}$$

2)点P位于无限长的长直导线
端点所在的垂直平面内时,

$$\theta_1 = \pi/2, \theta_2 = \pi: B = \frac{\mu_0 I}{4\pi a}$$



➤ 2) 载流圆线圈轴线上的磁场

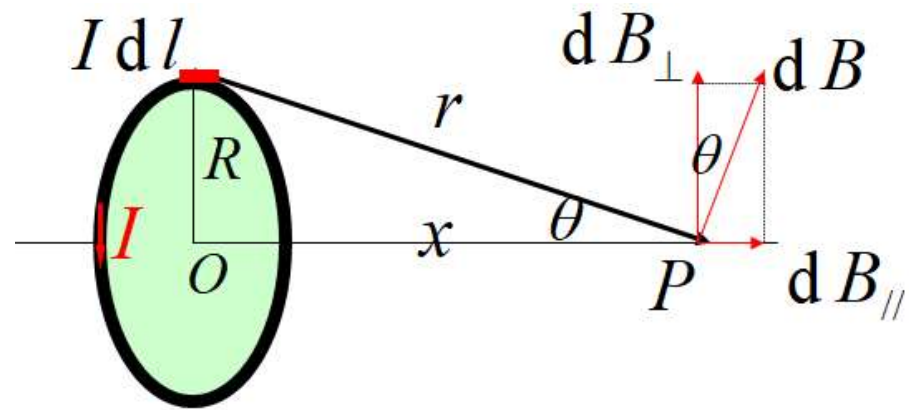
计算载流圆环轴线上P点处的磁感应强度。

设圆形线圈半径 **R** ，通电流 **I** ，P点离圆心 **x** 。

取电流元 **$d\vec{l}$** ，则电流源在P点产生的 **$d\vec{B}$** 为：

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I d\vec{l} \times \vec{r}_0}{r^2} \quad (dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I dl}{r^2})$$

$d\vec{B}$ 可分解为 **$d\vec{B}_{\parallel}$** 和 **$d\vec{B}_{\perp}$** ，其中 **$d\vec{B}_{\perp}$** 分量可相互抵消，所以P点 **B** 的大小为：



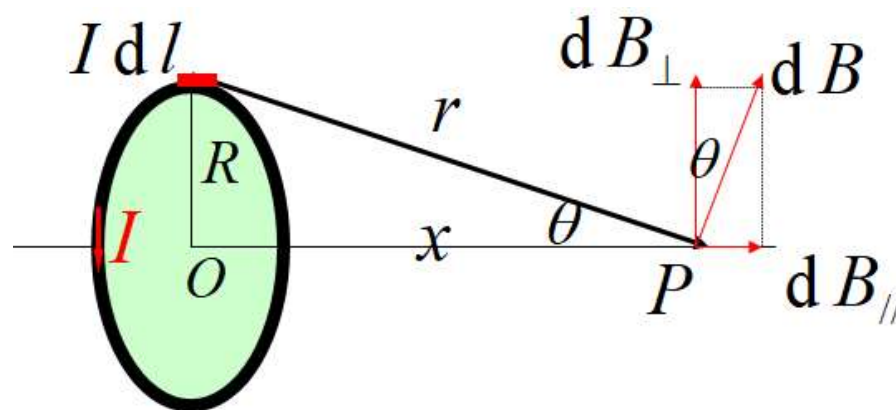
$$B = \int_L dB_{//} = \int_L dB \sin \theta = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_L \frac{I dl}{r^2} \sin \theta$$

$$= \frac{\mu_0 I \sin \theta}{4\pi r^2} \int_0^{2\pi R} dl = \frac{\mu_0 I \sin \theta}{4\pi r^2} 2\pi R$$

$$\sin \theta = \frac{R}{(R^2 + x^2)^{1/2}}$$

$$\therefore B = \frac{\mu_0 I R^2}{2(R^2 + x^2)^{3/2}} = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{IS}{(R^2 + x^2)^{3/2}}, \quad S = \pi R^2$$

B的方向沿**OP**轴，
与电流方向成右手螺旋关系。



➤ 2) 载流线圈的磁矩(\mathbf{p}_m)

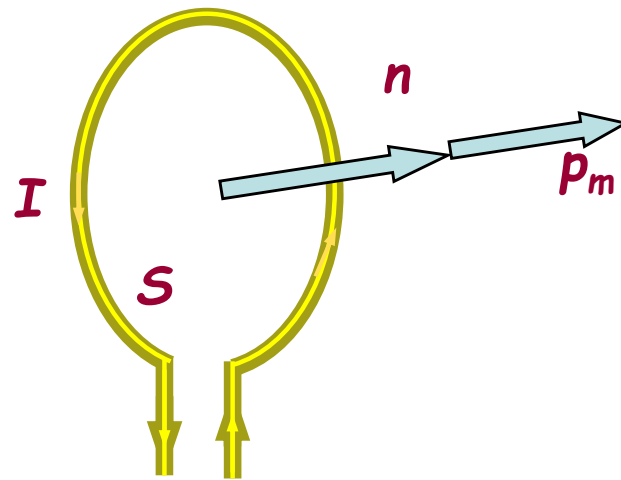
磁矩 \mathbf{p}_m 可用于描述载流线圈的磁性质。

大小： $\mathbf{p}_m = NIS\mathbf{n}$

--- \mathbf{n} 的方向与电流环绕方向呈右手螺旋关系

引入磁矩概念后，在轴线上远离载流圆线圈的磁场为：

$$B = \frac{\mu_0 p_m}{2\pi x^3}$$

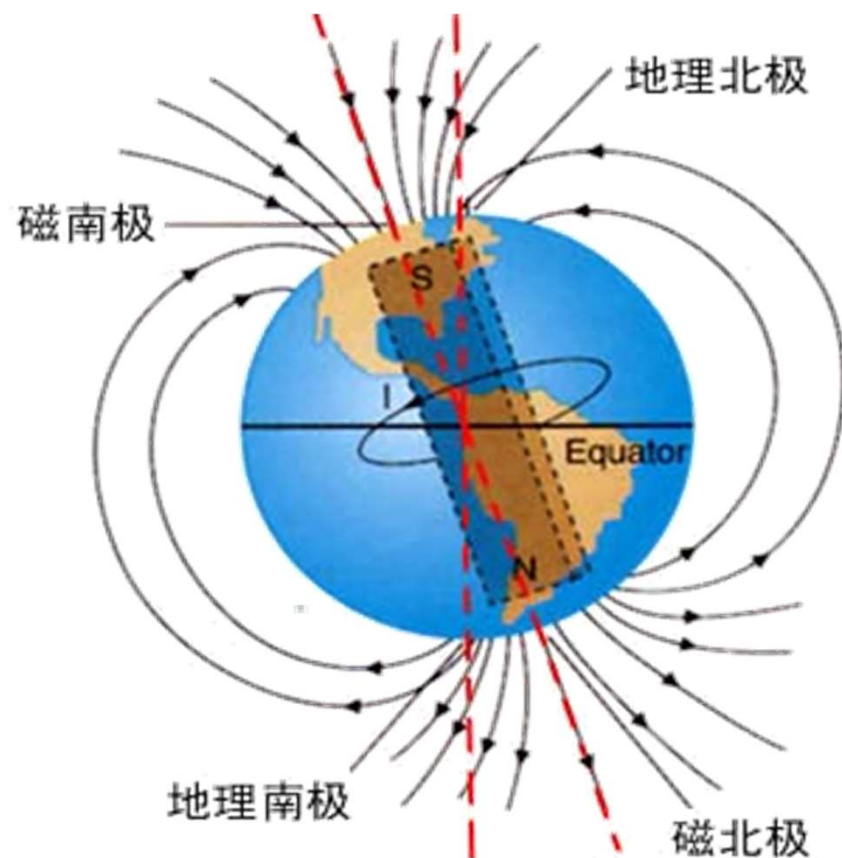


➤磁偶极子

磁偶极子定义为场点到场源的距离远大于线圈尺寸的载流线圈。

一般情况下，转动的带电球体就可以等效为一个的圆形电流。

在远处我们可以将其看成是磁偶极子的磁场，如：地球的磁场。



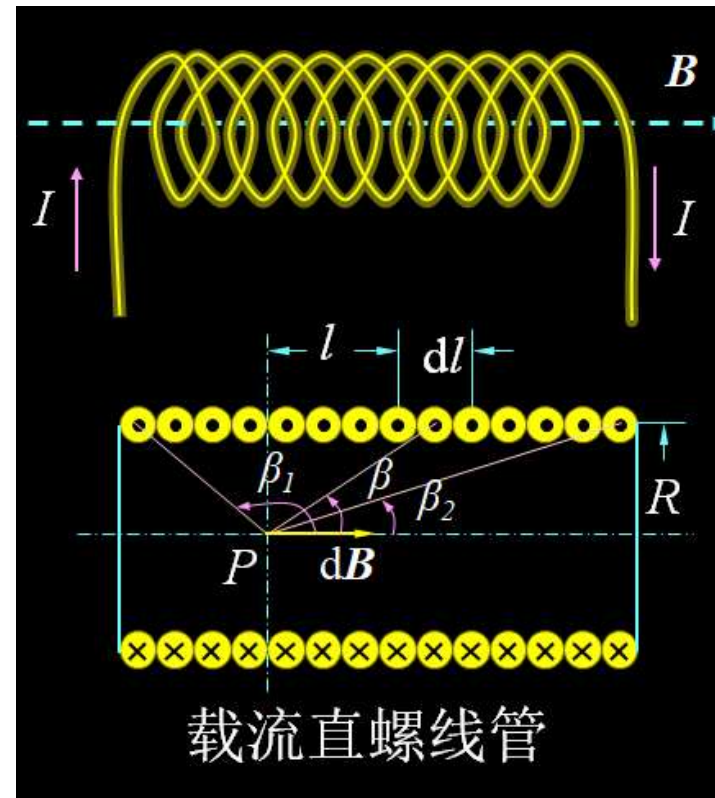
➤ 3) 载流直螺线管内轴线上的磁场

计算螺线管内轴线上P点处的磁感应强度。

设螺线管半径为 R 、长度为 L ，通电流 I 。

在螺线管上取长 dl 的螺线管元，相当于电流强度为 $I n dl$ 的圆电流，它在P点产生的磁感应强度的大小为：

$$dB = \frac{\mu_0 I R^2 n dl}{2(R^2 + l^2)^{3/2}}$$



引入变量 β ，它是P点到 $d\mathbf{l}$ 所引矢量与轴线间的夹角：

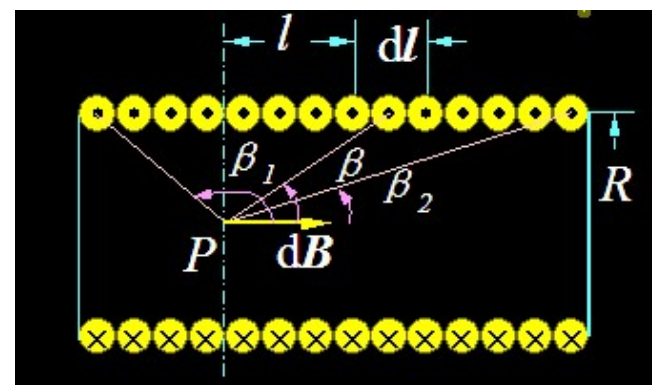
$$l = R \cot \beta$$

$$dl = -R \csc^2 \beta d\beta$$

$$R^2 + l^2 = R^2 \csc^2 \beta$$

所以：

$$dB = -\frac{\mu_0}{2} nI \sin \beta d\beta$$



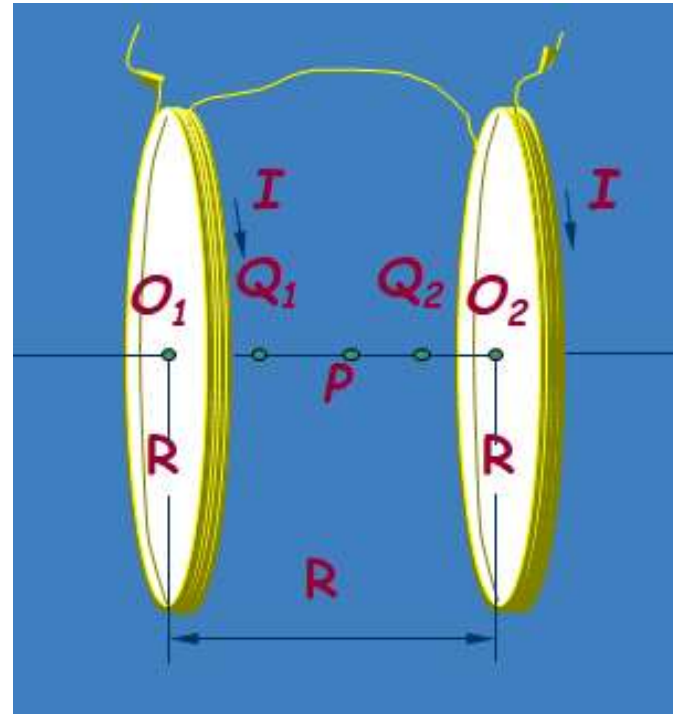
电质点各圆电流在P点产生的 $d\mathbf{B}$ 方向相同，因此整个螺线管在P点产生的磁感应强度为：

$$B = \int dB = -\frac{\mu_0}{2} nI \int_{\beta_1}^{\beta_2} \sin \beta d\beta = \frac{\mu_0}{2} nI (\cos \beta_2 - \cos \beta_1)$$

➤亥姆霍兹(Helmholtz 1838-1894)线圈

设两线圈半径 **R** ，间距也为 **R** ，各有 **N** 匝，电流为 **I** 。两线圈沿轴线上各点的磁场方向均向右。在圆心 **O_1** 、 **O_2** 处磁感应强度相等，大小为：

$$B_o = \frac{\mu_0 NI}{2R} + \frac{\mu_0 NIR^2}{2(R^2 + R^2)^{3/2}}$$

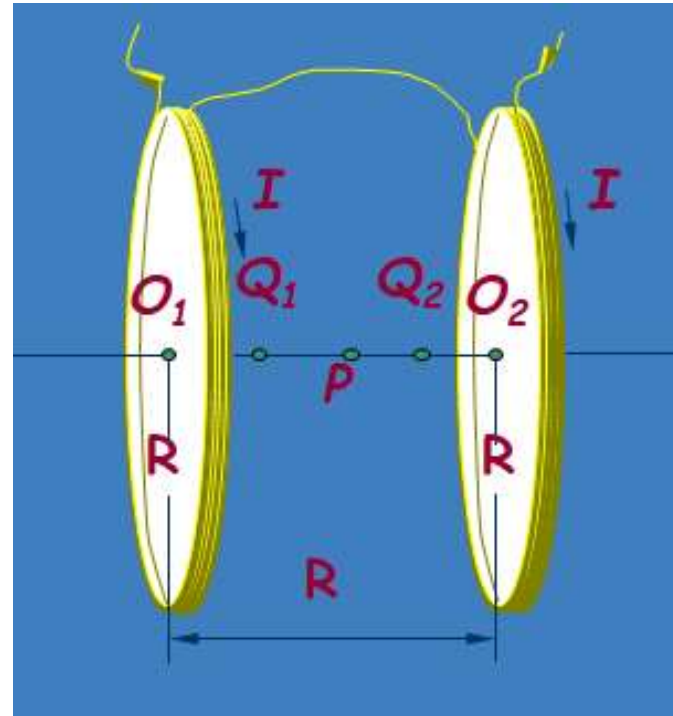


$$= \frac{\mu_0 NI}{2R} \left(1 + \frac{1}{2\sqrt{2}}\right) = 0.677 \frac{\mu_0 NI}{R}$$

在两线圈轴线中点**P**处的
磁感应强度的大小为：

$$B_P = 2 \frac{\mu_0 NIR^2}{2[R^2 + (\frac{R}{2})^2]^{\frac{3}{2}}}$$

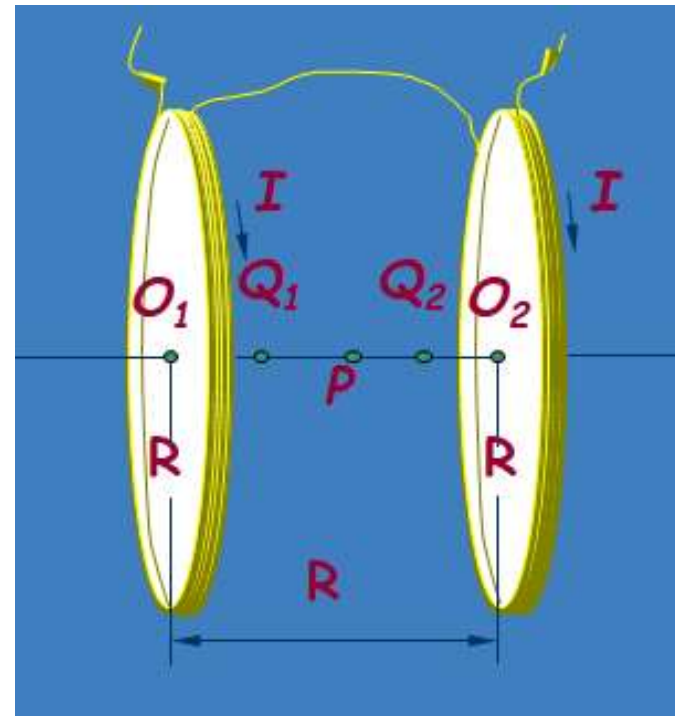
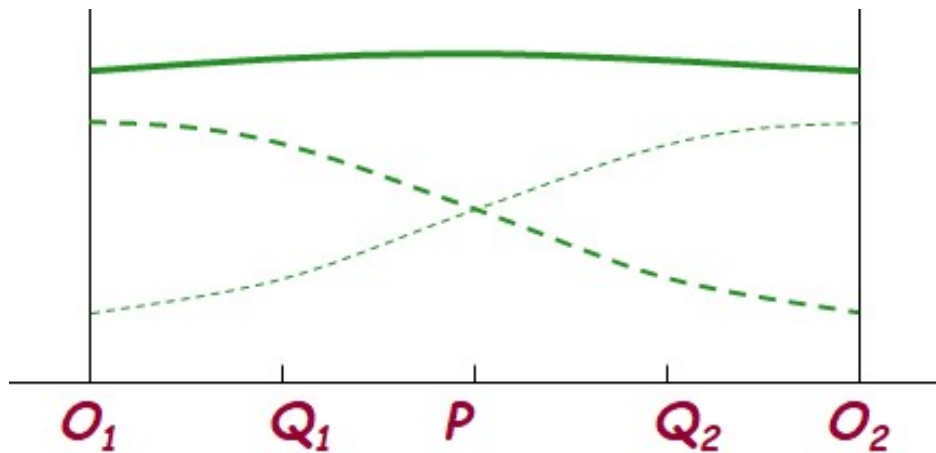
$$= 0.716 \frac{\mu_0 NI}{R}$$



在**P**点两侧的**Q₁**、**Q₂**两点，磁感应强度大小为：

$$B_Q = \frac{\mu_0 N I R^2}{2[R^2 + (R/4)^2]^{3/2}} + \frac{\mu_0 N I R^2}{2[R^2 + (3R/4)^2]^{3/2}}$$

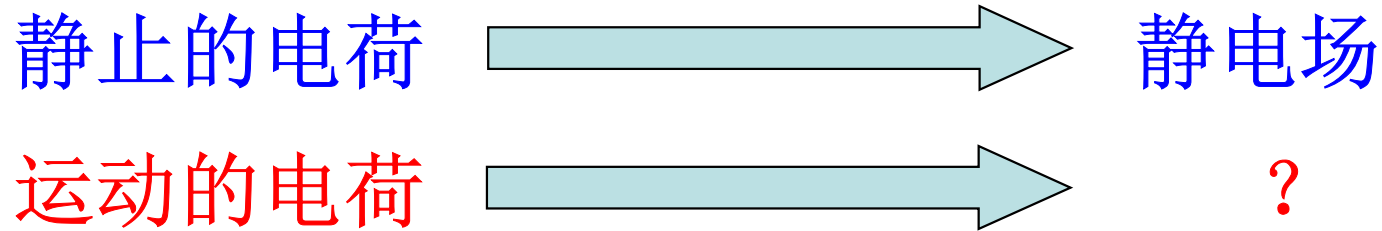
$$= 0.712 \frac{\mu_0 N I}{R}$$



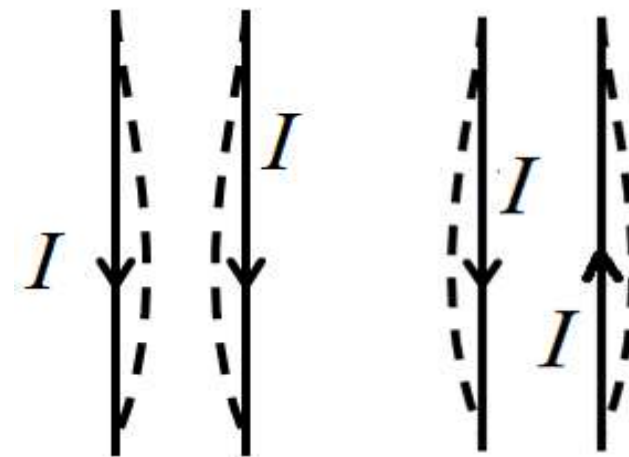
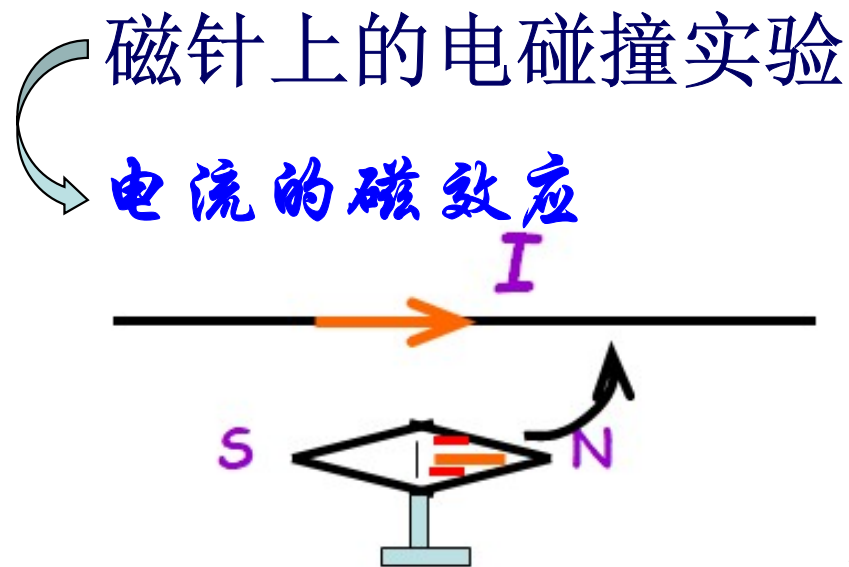
亥姆霍兹线圈轴线上的磁场基本是均匀的。

§ 15-6 运动电荷的场

1. 磁现象与电现象之间的联系？

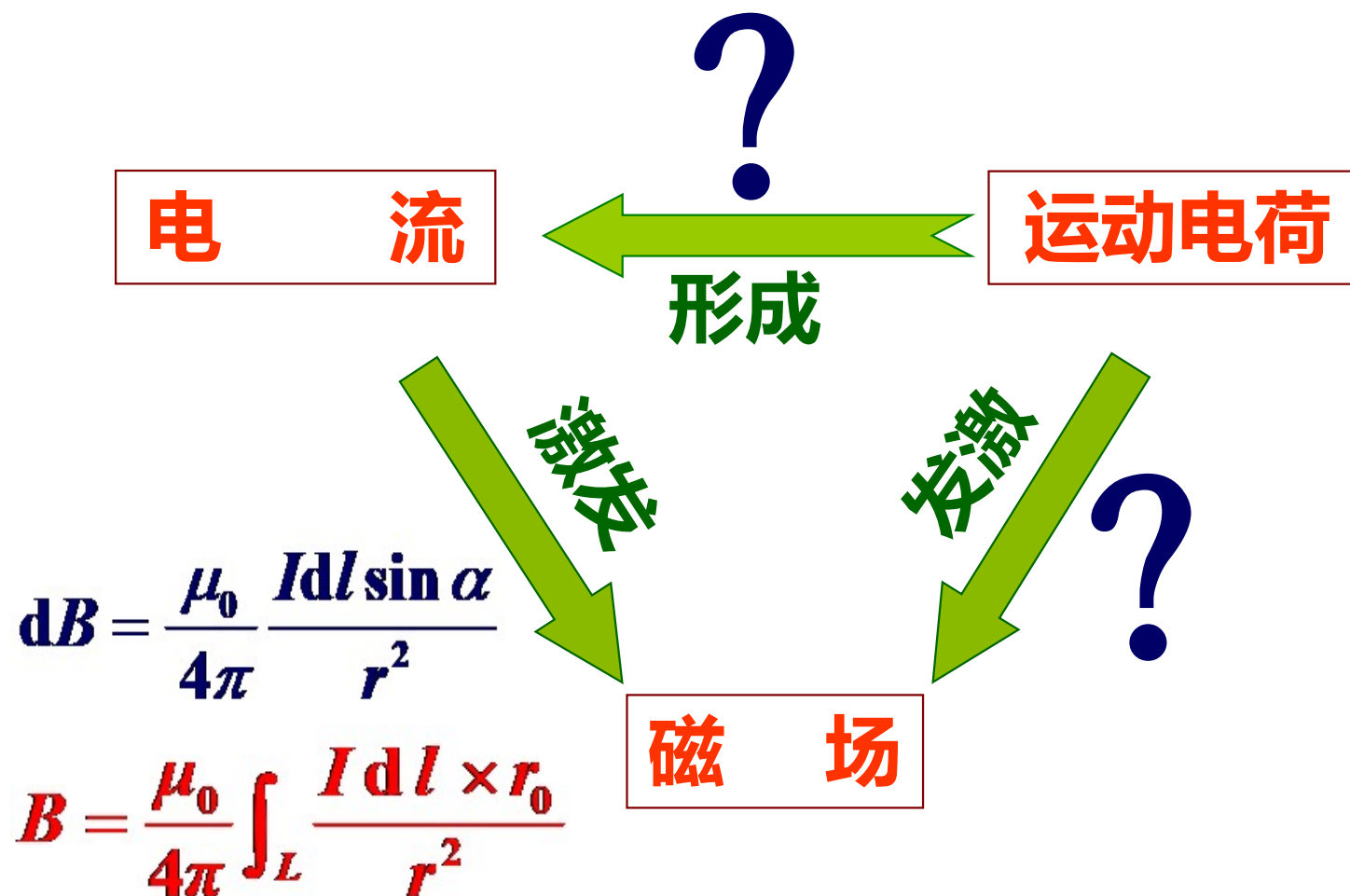


运动的电荷会产生磁场



载流导线间的相互作用

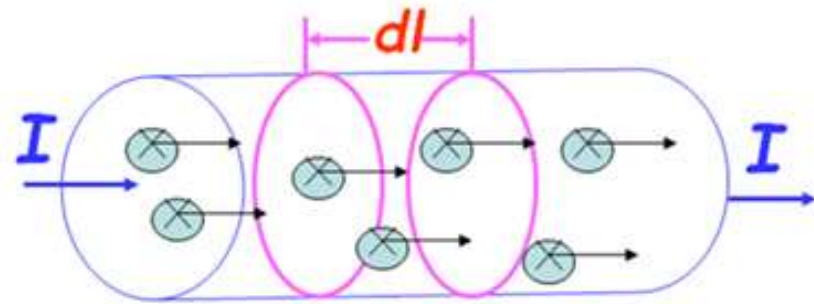
2.运动电荷、电流与磁场



➤运动电荷与电流的关系

电流强度定义为单位时间通过导体任一截面的电量(标量), 即: $I = dQ/dt$, 单位: 安培(**A**)。

设**电流元** Idl 的横截面积为 S , 单位体积内有 n 个定向运动的正电荷,



每个电荷电量为 q , 定向速度为 v , 则电流强度:

$$I = \frac{dQ}{dt} = \frac{qnvd t S}{dt} = qnvS$$

➤运动电荷与磁场的关系

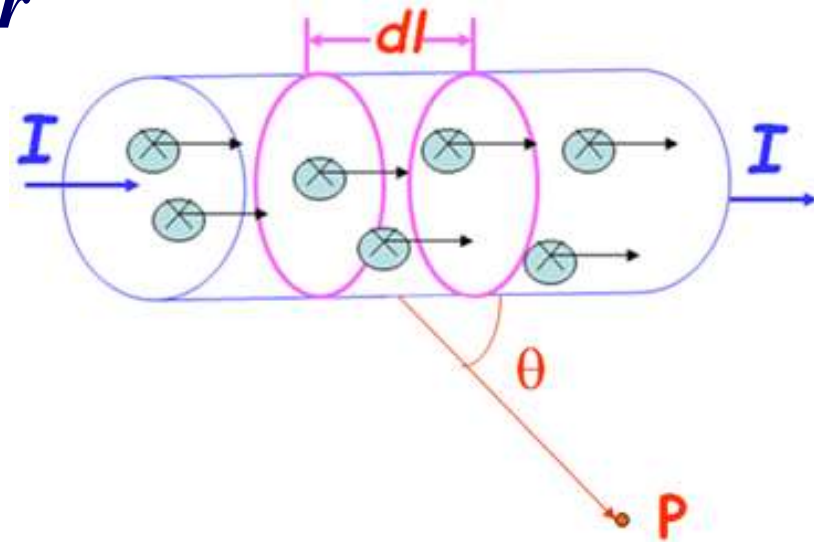
电流元 $I d\mathbf{l}$ 在P点产生的磁感应强度 $d\mathbf{B}$ 为：

$$d\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{q n v S d\mathbf{l} \sin\theta}{r^2}$$

在 $d\mathbf{l}$ 内共有 dN 个以速度 \mathbf{v} 运动的带电粒子：

$$dN = n S d\mathbf{l}$$

每个电量为 q 的粒子以速度 \mathbf{v} 通过电流元 $d\mathbf{l}$ 所在位置时，在P点产生的磁感应强度：



$$B = \frac{dB}{dN} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{qv \sin \theta}{r^2}$$

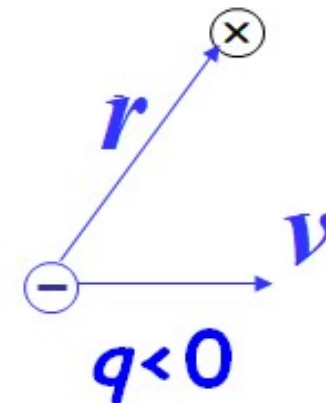
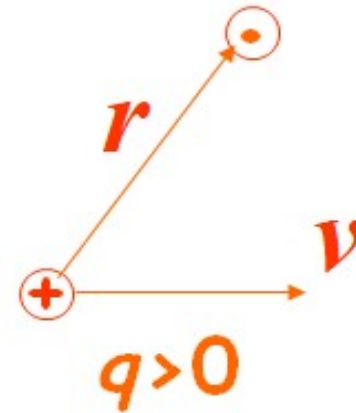
其矢量式：
$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{q\vec{v} \times \vec{r}_0}{r^2}$$

其方向根据右手螺旋法则确定：

\vec{B} 垂直于 \vec{v} 、 \vec{r} 组成的平面，

q 为正， \vec{B} 与 $\vec{v} \times \vec{r}$ 的方向相同；

q 为负， \vec{B} 与 $\vec{v} \times \vec{r}$ 的方向相反。

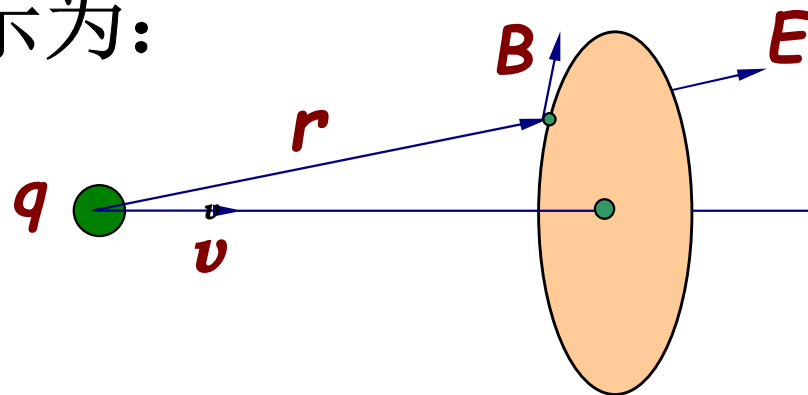


当运动电荷速率 v 接近光速时上式不成立。

➤运动电荷的磁场与电场

运动电荷同时要激发电场，当速度 \boldsymbol{v} 远小于光速时，电场强度仍表示为：

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^3} \vec{r}$$



运动正电荷激发的电场和磁场

将其代入前面的公式：

$$\vec{B} = \mu_0 \epsilon_0 \vec{v} \times \vec{E}$$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{q\vec{v} \times \vec{r}_0}{r^2}$$

---运动电荷激发的电场和磁场紧密相关。