



Haute école d'ingénierie et d'architecture Fribourg
Hochschule für Technik und Architektur Freiburg

Filière Informatique 2020-2021

Intégration des nombres complexes et des Unums en Java avec
COJAC

Classe I3

Rapport

Travail de bachelor

Version : 0.5

Student : Cédric Tâche

Professor : Frédéric Bapst

Expert : Baptiste Wicht

Table des versions

| Version | Date | Author | Description |
|---------|------------|--------------|--|
| 0.1 | 03.06.2021 | Cédric Tâche | Création de la structure |
| 0.2 | 07.06.2021 | Cédric Tâche | Description de Maven et du problème de compilation |
| 0.3 | 15.06.2021 | Cédric Tâche | Complétion de l'analyse de COJAC Analyse des nombres complexes Spécification des nombres complexes |
| 0.4 | 20.06.2021 | Cédric Tâche | Conception des nombres complexes |
| 0.5 | 29.06.2021 | Cédric Tâche | Implémentation et tests des nombres complexes |

Table des matières

| | | |
|----------|--|----------|
| 1 | Introduction | 1 |
| 1.1 | Contexte | 1 |
| 1.2 | Objectifs | 2 |
| 1.2.1 | Intégration des nombres complexes | 2 |
| 1.2.2 | Intégration des unums | 2 |
| 1.2.3 | Démonstration des deux fonctionnalités | 3 |
| 1.3 | Objectifs secondaires | 3 |
| 1.3.1 | Mise à jour des librairies | 3 |
| 1.3.2 | Tests de performance | 3 |
| 1.3.3 | Documentation et promotion | 3 |
| 1.3.4 | Comparaison des approches wrappers et behaviours | 3 |
| 1.3.5 | Améliorations diverses | 4 |
| 1.4 | Structure du rapport | 4 |
| 2 | COJAC | 5 |
| 2.1 | Agent Java | 5 |
| 2.1.1 | Agent statique | 6 |
| 2.1.2 | Agent dynamique | 7 |
| 2.1.3 | Synthèse | 8 |

| | | |
|----------|--|-----------|
| 2.2 | Bytecode Java | 9 |
| 2.3 | Intégration | 10 |
| 2.3.1 | Ajout d'un wrapper | 11 |
| 2.3.2 | Limitations | 11 |
| 2.4 | Maven | 11 |
| 2.4.1 | Debug | 12 |
| 3 | Intégration des nombres complexes | 14 |
| 3.1 | Nombres complexes | 14 |
| 3.1.1 | Avantages | 14 |
| 3.1.2 | Désavantages | 15 |
| 3.1.3 | Représentations | 15 |
| 3.2 | Spécifications | 16 |
| 3.3 | Démonstration | 16 |
| 3.4 | Conception | 17 |
| 3.4.1 | Approche | 17 |
| 3.4.2 | Comparaison | 18 |
| 3.4.3 | ToString and fromString | 18 |
| 3.4.4 | Modes | 19 |
| 3.4.5 | Librairie disponible | 21 |
| 3.4.6 | Diagramme de classes | 21 |
| 3.5 | Implémentation | 22 |
| 3.5.1 | Wrapper | 22 |
| 3.5.2 | Remplacement de méthodes | 23 |
| 3.5.3 | Ajout de l'option | 24 |
| 3.5.4 | <i>toString</i> et <i>fromString</i> | 25 |

| | | |
|----------|---|-----------|
| 3.6 | Tests | 26 |
| 3.6.1 | Tests unitaires | 26 |
| 3.6.2 | Tests d'intégration | 26 |
| 4 | Problèmes rencontrés | 27 |
| 4.1 | Surefire provoque une exception lors de l'exécution des tests par Maven | 27 |
| 4.1.1 | Problème | 27 |
| 4.1.2 | Solution temporaire : ne pas exécuter les tests | 28 |
| 4.1.3 | Cause | 28 |
| 4.1.4 | Solution | 28 |
| 4.2 | Erreur lors de l'instrumentation d'une application par COJAC | 29 |
| 4.2.1 | Problème | 29 |
| 4.2.2 | Solution temporaire : compiler avec Java 8 | 29 |
| 4.2.3 | Cause | 29 |
| 4.3 | Erreur des tests unitaires | 29 |
| 4.3.1 | Problème | 30 |
| 4.3.2 | Cause | 30 |
| 4.3.3 | Solution | 30 |
| 4.3.4 | Remarques | 31 |
| | Annexes | 33 |

Chapitre 1

Introduction

La plupart des langages de programmation offrent des capacités similaires pour stocker des nombres et effectuer des calculs. Ces langages permettent, entre autres, d'utiliser des nombres réels.

Ces nombres réels ont tout de même des limitations. Ils sont limités au domaine du réel. De plus, les nombres à virgule flottante sont souvent inexacts. Par conséquent, lorsque les erreurs s'accumulent, le résultat d'un calcul peut être très éloigné de la réponse exacte.

Pourtant, d'autres alternatives existent. Les nombres complexes sont couramment utilisés en mathématique et en physique. Ils peuvent être utilisés pour simplifier des réponses utilisant des racines de nombres négatifs ou pour combiner deux quantités réelles telles que la tension et l'intensité en électricité. Quant à eux, les nombres réels peuvent aussi être représentés différemment. Les **universal numbers** (**unums**) sont une représentation alternative possible dont la dernière version est expliquée dans l'article *Beating Floating Point at its Own Game : Posit Arithmetic* [6].

1.1 Contexte

En Java, aucun type ni aucune classe dans le JDK permet de gérer des nombres complexes ou des unum, mais il est possible de l'implémenter soi-même. Des bibliothèques pouvant gérer ces éléments peuvent déjà exister.

La première solution pour ajouter ces fonctionnalités et de créer de nouvelles classes : une classe pour les nombres complexes et une classe pour les unums. Ensuite, il faut écrire le code en utilisant directement ces classes. Pour changer le type de calculs effectué (ex : nombre complexe \rightarrow nombre réel), il faut changer le code source de l'application.

COJAC [3] est une bibliothèque Java permettant de modifier les capacités arithmétiques d'un programme Java sans en modifier le code. Elle utilise l'API d'instrumentation et peut trans-

former les classes et méthodes au runtime pour changer le type de calcul effectué. Ainsi, pour changer le type de calculs effectué (ex : nombre réel \rightarrow nombre complexe), il faut seulement changer l'argument donné à COJAC [3] lors du démarrage de l'application. Ceci ne demande aucune modification dans l'application de l'utilisateur.

1.2 Objectifs

Le but de ce projet est d'ajouter deux nouvelles fonctionnalités à COJAC [3]. COJAC devra permettre de remplacer automatiquement les nombres à virgules flottantes par deux nouveaux types numériques.

1.2.1 Intégration des nombres complexes

Une option de COJAC permettra de changer le comportement des calculs dans l'application de l'utilisateur. Les nombres à virgules flottantes (*float* et *double*) seront remplacés, au runtime, par des nombres complexes. Les opérations arithmétiques telles que l'addition, la soustraction, etc. devront être adaptées. De plus, les méthodes souvent utilisées de la librairie standard devront également pouvoir fonctionner. Par exemple, la méthode *Math.sqrt* devra permettre de retourner la racine carrée d'un nombre négatif.

Voici un exemple sans les nombres complexes :

```
double val = Math.sqrt(-1); // = NaN
val = val * val; // = NaN;
```

Avec les nombres complexes, on obtient le résultat suivant :

```
double val = Math.sqrt(-1); // = i
val = val * val; // = -1;
```

1.2.2 Intégration des unums

Une option de COJAC permettra de changer le format de stockage et de calculs des nombres réels. Les unums seront utilisés à la place de la virgule flottante. Par conséquent, les opérations arithmétiques devront être redéfinies pour fonctionner avec ce nouveau format de stockage. Il faudra probablement utiliser JNI pour accéder à une librairie C/C++ permettant d'utiliser les unums, mais d'autres approches restent possibles.

1.2.3 Démonstration des deux fonctionnalités

Des programmes de démonstrations seront réalisés pour montrer ces deux fonctionnalités. Ces démonstrations doivent montrer l'utilité et les avantages de cette approche.

1.3 Objectifs secondaires

D'autres ajouts de fonctionnalités ou modifications permettraient d'améliorer ce projet.

1.3.1 Mise à jour des librairies

COJAC [3] utilise plusieurs librairies dont les versions sont désormais obsolètes. Il vaut mieux mettre à jour les versions avant de rencontrer des problèmes à cause de versions trop anciennes. Cependant, COJAC [3] devra garantir une compatibilité pour Java 8+.

1.3.2 Tests de performance

Lorsque les fonctionnalités de remplacement des nombres à virgule flottante par des nombres complexes et des unums, il restera encore un aspect inconnu qui est pourtant important pour décider de l'utilité de cette fonctionnalité : les performances. Pour cette raison, des tests de performance peuvent aussi être ajoutés pour tester l'efficacité de l'implémentation.

1.3.3 Documentation et promotion

COJAC possède une documentation pour l'utiliser et des vidéos pour expliquer l'utilité de certaines fonctionnalités. Il serait possible de documenter les nouvelles fonctionnalités ajoutées, de réaliser une vidéo pour montrer l'utilité de ces vidéos ou encore de compléter la documentation actuelle.

1.3.4 Comparaison des approches wrappers et behaviours

Deux approches sont possibles pour implémenter de nouvelles fonctionnalités dans COJAC :

- Behaviour : les opérations sur les floats et les doubles sont simplement remplacées par un appel de méthode. Ainsi, il est possible de changer le comportement de ceux-ci. Dans ce projet, il serait possible de mettre la partie réelle et la partie imaginaire dans un double et de modifier les opérations qui les utilisent.
- Wrapper : les floats et les doubles peuvent être remplacés par un objet (wrapper). Ce qui permet d'ajouter plus d'éléments dans le wrapper.

1.3.5 Améliorations diverses

Toute autre amélioration à la base de code existante est aussi le bienvenu. Voici quelques exemples d'améliorations qui pourraient être effectuées :

- Ajout d'un CI sur GitLab pour vérifier les tests et compiler le JAR.
- Ajout d'un logger pour améliorer la gestion des logs.
- Améliorer l'architecture du projet.
- Améliorer la documentation du code.
- Faire les TODO présents dans le code.

1.4 Structure du rapport

TODO: structure

Chapitre 2

COJAC

COJAC [3] est un programme Java permettant de modifier les capacités arithmétiques d'une application Java cible sans en modifier le code. Elle utilise l'API d'instrumentation et peut transformer les classes et méthodes au runtime pour changer le type de calcul effectué. Ainsi, pour changer le type de calculs effectué (ex : nombre réel \rightarrow nombre complexe), il faut seulement changer l'argument donné à COJAC [3] lors du démarrage de l'application. Ceci ne demande aucune modification dans l'application cible.

Ce chapitre détaille tout d'abord les agents Java, car ils sont essentiels au fonctionnement de COJAC [3]. Ensuite, le Bytecode Java sera expliqué parce que c'est là-dessus que fonctionne COJAC [3]. Finalement, la dernière section explique comment les fonctionnalités supplémentaires désirées peuvent être ajoutés dans COJAC [3].

2.1 Agent Java

Un agent Java est un programme Java spécial conçu pour modifier le comportement d'un autre programme sans en modifier le code source. C'est sur ce principe fondamental que repose COJAC [3]. Comme montré dans la figure 2.1, l'agent Java intercepte les fichiers .class qui contiennent du Bytecode et peut y apporter des modifications. Le Bytecode correspond à l'assembleur de Java. Ce concept est détaillé dans la section 2.2 suivante.

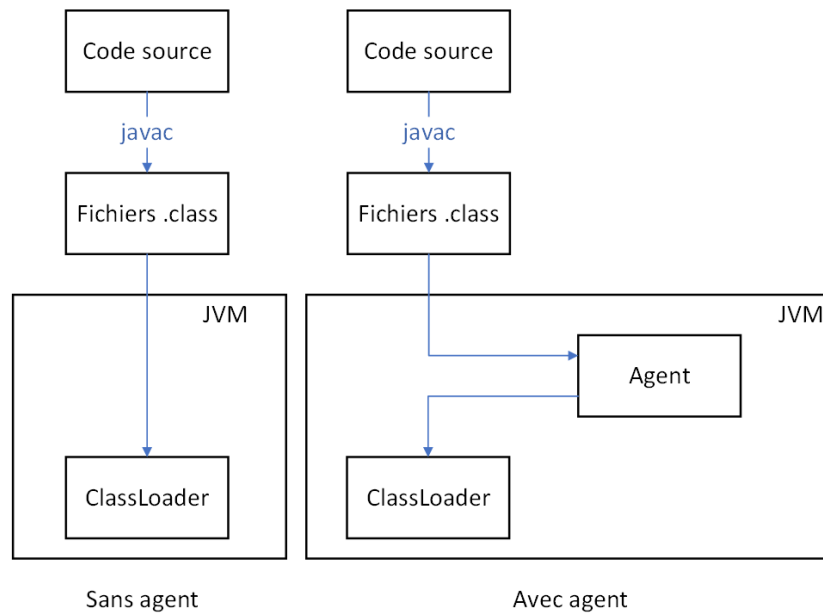


FIGURE 2.1 – Chargement d’une classe

Cette fonctionnalité est particulièrement utile pour des programmes pouvant fonctionner avec beaucoup d’autres applications. Ils peuvent offrir, par exemple, du monitoring, du profilage, etc.

La majorité des informations dans cette section provient d’une conférence de Rafael Winterhalter [10]. La première moitié de la conférence se focalise sur la base des agents Java et des problèmes qui y sont liés. Alors que la seconde moitié se focalise sur Byte Buddy [9], une librairie pour simplifier la transformation de classes.

Il existe deux types d’agents qui seront appelés, dans ce document, agent statique et agent dynamique.

2.1.1 Agent statique

Un agent statique est un agent qui est spécifié au démarrage du programme comme c’est le cas avec COJAC [3]. Ainsi, lors du démarrage de l’application, l’agent et la JVM interagissent ensemble conformément à la figure 2.2. Cette interaction se déroule en plusieurs étapes :

1. La JVM appelle l’agent en lui donnant le paramètre spécifié (un string) lors du démarrage de l’application. La méthode appelée s’appelle *premain* parce qu’elle est exécutée avant le *main* de l’application cible.
2. Dans cette méthode *premain*, l’agent doit créer un *ClassFileTransformer*. Cet objet sera utilisé plus tard pour modifier les classes. Cet objet est ensuite donné à la JVM grâce à la méthode *Instrumentation.addTransformer*.

3. Ensuite à chaque fois que la JVM veut charger une nouvelle classe, le *ClassLoader* lira le fichier *.class* correspondant.
4. Le *ClassLoader* enverra ensuite le tableau d'octets qu'il vient de lire au *ClassFileTransformer* qui pourra y apporter les modifications désirées.
5. Une fois que le *ClassFileTransformer* a modifié la classe, il la retournera la classe à la JVM.

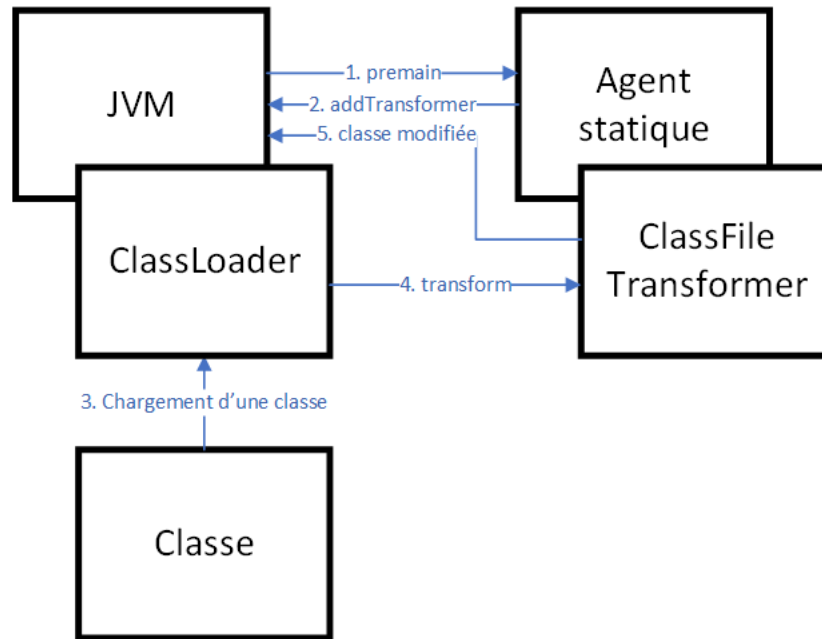


FIGURE 2.2 – Fonctionnement d'un agent statique

2.1.2 Agent dynamique

Un agent dynamique est un agent qui est ajouté après le démarrage de l'application cible. Ceci rend la modification du programme plus complexe et nécessite une autre application pour insérer l'agent. L'ajout de l'agent se déroule en plusieurs étapes comme montré sur la figure 2.3 :

1. Une application pour ajouter l'agent doit être créée. Cette application doit s'attacher à la JVM du processus dans lequel l'agent doit être inséré. Cette opération ne peut se faire que si l'application cible et l'application source sont sur des processus possédés par le même utilisateur pour des raisons de sécurité.
2. L'application source charge ensuite l'agent dans l'application cible.
3. Contrairement à l'agent statique, la JVM appelle une autre méthode nommée *agent-main*.
4. L'agent enregistre ensuite son *ClassFileTransformer*.

5. Cette étape est facultative. Cependant, comme l'application cible a démarrée avant l'agent, elle a déjà chargée certaines classes. La méthode *Instrumentation.retransformClasses* permet de transformer les classes déjà chargées. Cependant, il y a quelques restrictions qui sont listées dans la documentation officielle de cette méthode [7]. Pour chaque classe à retransformer, les étapes 6 à 9 seront à nouveau exécutées.
6. Ensuite à chaque fois que la JVM veut charger une nouvelle classe, le *ClassLoader* lira le fichier *.class* correspondant.
7. Le *ClassLoader* enverra ensuite le tableau de bytes qu'il vient de lire au *ClassFileTransformer* qui pourra y apporter les modifications désirées.
8. Une fois que le *ClassFileTransformer* a modifié la classe, il la retournera la classe à la JVM.

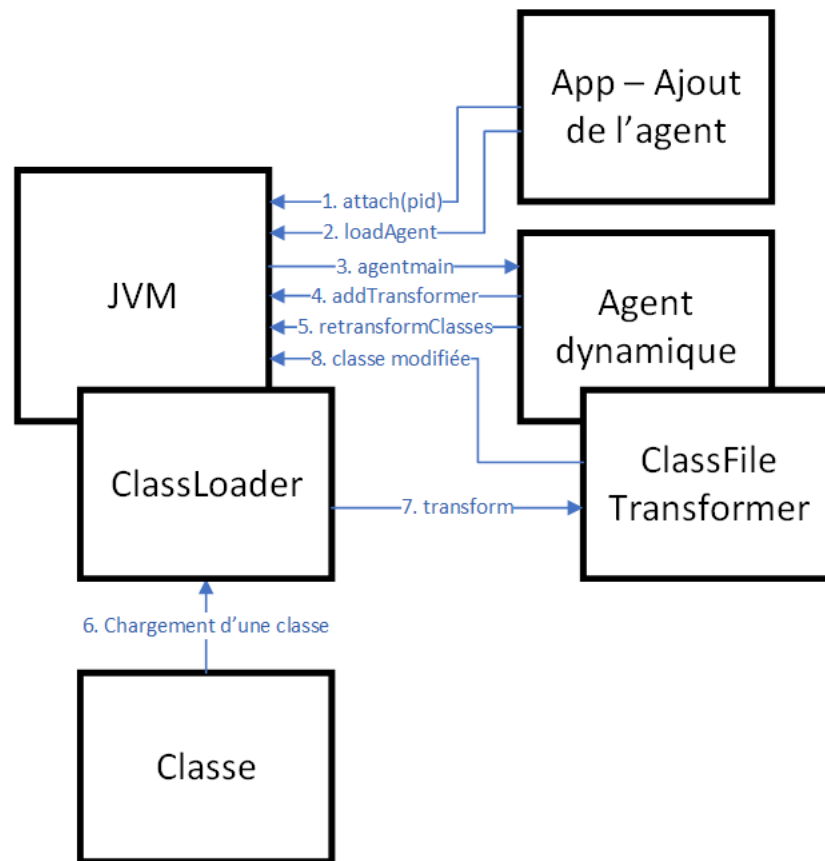


FIGURE 2.3 – Fonctionnement d'un agent dynamique

2.1.3 Synthèse

Un agent permet de modifier le comportement de l'application cible sans en modifier le code source. Cette fonctionnalité permet de faire du profilage, de surveiller des applications ou de modifier le comportement d'une librairie propriétaire.

Les agents statiques et dynamiques ont des objectifs différents. Voici leurs avantages et inconvénients respectifs.

Les agents statiques possèdent les caractéristiques suivantes :

- Le changement de l'agent statique nécessite de redémarrer l'application cible.

Les agents dynamiques possèdent les caractéristiques suivantes :

- La retransformation de classes a d'importantes limitations. Celles-ci sont définies dans la documentation officielle de la méthode correspondante [7].
- L'agent peut être ajouté après que l'application ait démarré. Cette fonctionnalité permet, par exemple, de pouvoir obtenir des informations sur une application ayant un bug rare, inconnu ou qui se produit après un certain temps d'activité.

2.2 Bytecode Java

Tel que brièvement mentionné dans la section 2.1 précédente sur les agents Java, la **machine virtuelle Java (Java Virtual Machine ou JVM)** utilise un seul langage : le Bytecode Java. Bien qu'il soit possible de programmer en Java, en Kotlin ou encore en C pour nommer quelques exemples, la JVM n'utilise que du Bytecode.

Le nom de Bytecode provient du fait que chaque code d'opération fait exactement 1 byte. Ceci limite fortement le nombre de codes d'opération disponibles à 256. Certains codes d'opérations peuvent être suivis de paramètres précisant l'opération à effectuer. Voici deux exemples de Bytecode dont leur fonctionnement sera illustré plus loin. La première opération prend un byte en paramètre alors que la deuxième opération n'en prend pas.

```
bipush 5  
iadd
```

Contrairement aux processeurs habituels, la JVM utilise une pile au lieu de registres. Certaines opérations permettent de charger des informations sur la pile ou d'y retirer un élément pour le stocker dans une variable. Toutes les autres opérations prennent comme entrée les valeurs sur la pile et ajoutent le résultat sur cette même pile.

Voici un exemple de Bytecode qui permet de mettre deux integers sur la pile et de les additionner :

```
bipush 5  
bipush 7  
iadd
```

L'exécution de ce Bytecode est illustrée sur la figure 2.4. Pour cet exemple, la pile est vide avant d'exécuter ces commandes. L'exécution se déroule en plusieurs étapes :

1. Le nombre 5 est ajouté sur la pile.
2. Le nombre 7 est ajouté sur la pile.
3. L'addition consomme les deux nombres et ajoute le résultat sur la pile.

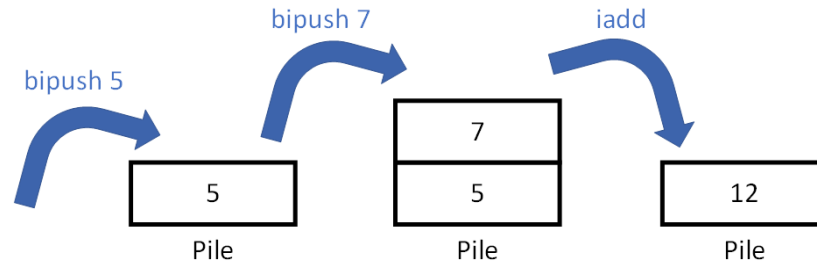


FIGURE 2.4 – Addition de deux nombres en Bytecode Java

Des informations plus complètes sont disponibles dans une conférence intitulée "Java Bytecode Crash Course" de David Buck, un ingénieur chez Oracle [1].

Les spécifications de chaque instruction sont aussi définies dans la documentation officielle d'Oracle [2].

2.3 Intégration

COJAC [3] propose deux manières d'intégrer une nouvelle fonctionnalité :

- **Behaviour** : les opérations sur les floats et les doubles sont simplement remplacées par un appel de méthode. Ainsi, il est possible de changer le comportement de ceux-ci. Dans ce projet, il serait possible de mettre la partie réelle et la partie imaginaire dans un double et de modifier les opérations qui les utilisent.
- **Wrapper** : les floats et les doubles peuvent être remplacés par un objet (wrapper). Ce qui permet d'ajouter plus d'éléments dans le wrapper.

Le Behaviour a les caractéristiques suivantes :

- Le stockage est limité en taille (8 octets pour un double).
- Moins de modifications sont nécessaires. Toutes les opérations sur les doubles et les appels de la méthodes de la librairie standard doivent être modifiés. Il est également possible de convertir les floats en doubles. A ce moment, il y a beaucoup plus de modifications.

Le Wrapper a les caractéristiques suivantes :

- Le stockage est illimité.
- Beaucoup de modifications doivent être effectuées. Toutes les constantes, signatures de méthode, opérations, etc. doivent être adaptées parce qu'un type de base et un objet sont radicalement différents.

2.3.1 Ajout d'un wrapper

Pour ajouter un nouveau wrapper dans COJAC [3], il faut créer une nouvelle classe dans le package *com.github.cojac.models.wrappers*. Cette nouvelle classe doit hériter de la classe abstraite *ACojacWrapper*. Il faut ensuite implémenter toutes les méthodes.

On peut ensuite tester le nouveau wrapper en suivant ces deux étapes :

1. Créer le JAR de COJAC
2. Démarrer l'application cible en donnant le JAR créé précédemment comme agent Java et lui donner le wrapper à utiliser avec l'option *-W*. Pour démarrer une application avec un wrapper nommé *WrapperComplexNumber*, la commande suivante sera utilisée :

```
java -javaagent:cojac.jar="-W cojac.WrapperComplexNumber"  
→ demo.HelloComplexNumber
```

2.3.2 Limitations

La documentation de COJAC [4] prévient que les wrappers de COJAC sont encore expérimentaux et qu'ils possèdent les limitations suivantes :

- Il y a des problèmes dans les transitions entre le code utilisateur et la librairie standard Java. Par exemple, lors de l'utilisation de tableaux de nombres.
- Les "callbacks" de la bibliothèque Java vers le code utilisateur lorsque des nombres à virgule flottante sont transmis ne sont pas supportés.
- L'instruction Bytecode *invokedynamic* devrait fonctionner pour Java 8, mais cela n'est pas garanti. De plus, les nouvelles utilisations de cette instruction tel que mentionné dans la section 4.2 ne sont pas supportés.
- L'utilisation de la *Java reflection* n'est pas supportée.
- La conversion des types primitifs (float/double) et de leur wrapper original (Float/Double) provoquent certains problèmes tels que des conflits de signatures de méthodes ou des erreurs de comparaison.
- L'implémentation des modèles n'est pas optimale. Par exemple, les appels à la librairie standard *Math.** ne calculent pas les valeurs aussi précisément que demandées.
- Il y a également un ralentissement important.

2.4 Maven

COJAC [3] utilise Maven [8] pour créer le JAR. Maven [8] est un outil d'automatisation pour gérer les dépendances et produire une application. Cet outil peut télécharger les dépendances, compiler le projet, exécuter les tests unitaires et d'intégration et déployer le projet. Maven et Gradle sont les deux outils les plus souvent utilisés pour gérer les projets Java. Toute la configuration se trouve dans le fichier *pom.xml*.

2.4.1 Debug

Lorsqu'il y a un problème avec Maven, il y a plusieurs paramètres qui permettent d'obtenir plus d'informations. Cette section montre comment configurer ces paramètres sous IntelliJ et donne l'argument équivalent pour appeler Maven en ligne de commande.

Ouvrir la fenêtre Maven

Toutes les configurations effectuées ci-dessous seront effectuées depuis la fenêtre Maven dans IntelliJ. Le bouton pour l'ouvrir se situe sous **View** → **Tool Windows** → **Maven** comme montré sur la figure 2.5.

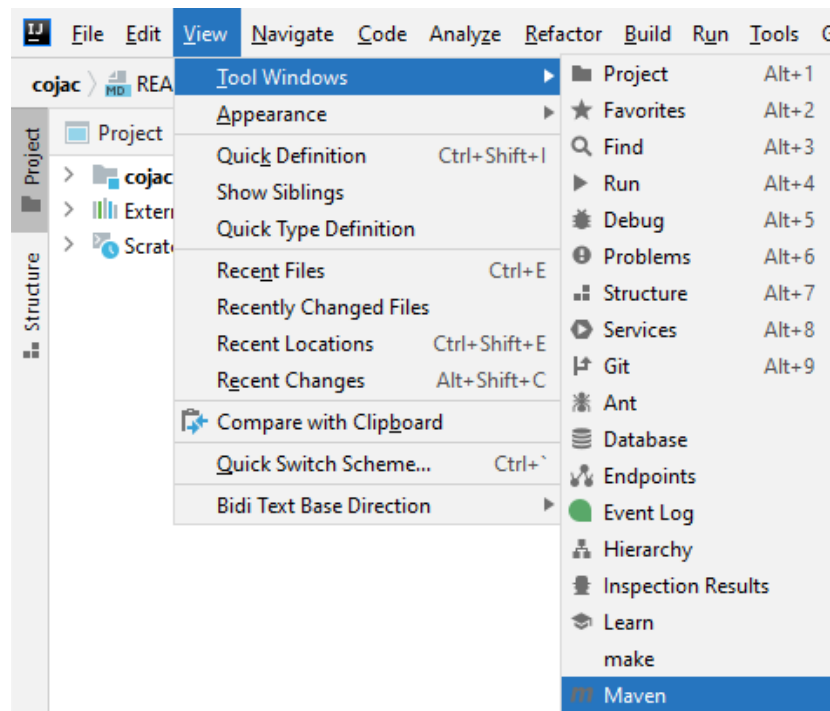


FIGURE 2.5 – Bouton d'ouverture de la fenêtre Maven

Fenêtre Maven

La fenêtre Maven montre le contenu du projet avec les étapes du cycle de vie de la production de l'application comme le montre la figure 2.6. Le bouton encadré sur l'image permet d'ouvrir les paramètres de Maven qui seront utilisés plus tard. On peut également voir les plugins et les dépendances. Cette fenêtre permet aussi d'exécuter les étapes pour produire l'application. L'étape *package* est suffisante pour générer le JAR.

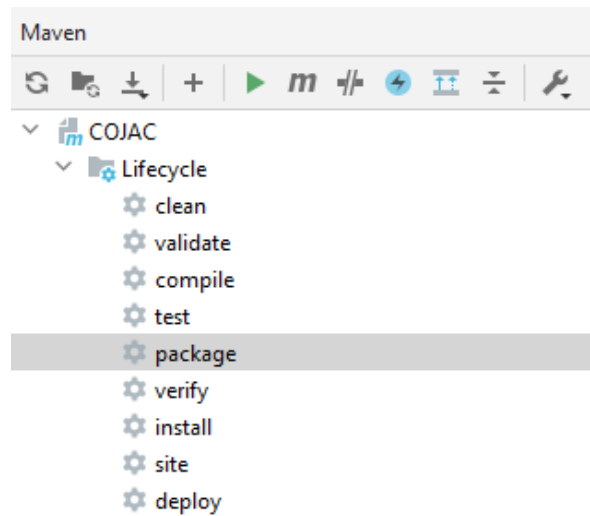


FIGURE 2.6 – Fenêtre Maven

Une option peut être ajoutée pour afficher les messages de debug. Cette option est plus souvent utilisée lors du développement de Maven ou d'un plugin Maven. Cependant, elle peut également être utile pour trouver la source d'un problème difficile. **TODO: image** . L'option en ligne de commande équivalente se nomme *--debug*.

Chapitre 3

Intégration des nombres complexes

3.1 Nombres complexes

Lorsque l'humanité a créé les nombres, ils étaient limités aux entiers positifs. L'humanité y a progressivement inclus des nombres négatifs, puis des nombres réels. Cependant, bien que ces nombres suffisent en général, d'autres ensembles de nombres plus larges existent également comme les nombres complexes qui sont le sujet de ce chapitre.

3.1.1 Avantages

Bien que ces nombres complexes étaient considérés comme une astuce pour résoudre des problèmes ayant des racines carrées de nombres négatifs, ces nombres sont désormais très souvent utilisés en mathématique, en physique et en ingénierie. Ils permettent de simplifier l'écriture de nombreuses formules et sont suffisants pour décrire une grande majorité des lois et phénomènes physiques.

Une raison majeure de la nécessité d'intégrer dans l'arsenal mathématique le corps des nombres complexes tient au fait qu'il est algébriquement clos. C'est-à-dire que chaque polynôme complexe de degré 1 ou supérieur a au moins une racine complexe. Ainsi, il n'y a pas les mêmes risques que pour les nombres réels où chaque calcul de racine doit être fait avec précautions sans quoi, il pourrait n'exister aucune solution dans le domaine réel. Avec les nombres complexes, il est garanti qu'une racine existera nécessairement.

Les nombres complexes ont eux aussi des limites, même si on ne les rencontre que rarement. C'est seulement dans des cas spécifiques, tel que la physique quantique avec un spin, que les nombres complexes se révèlent insuffisants.

3.1.2 Désavantages

Les nombres complexes ont aussi un désavantage : la perte de comparaison. Comme les nombres réels peuvent être représentés sur un axe, il est toujours possible de définir si un nombre est plus petit ou plus grand qu'un autre. Cette même comparaison n'a plus lieu d'être avec les nombres complexes, car il ne s'agit plus d'un axe, mais d'un espace à 2 dimensions. Selon les situations, les nombres complexes peuvent être comparés par leur partie réelle, par leur partie imaginaire, par leur module ("la taille" de ce nombre), etc.

3.1.3 Représentations

Les nombres complexes peuvent être écrits sous différentes formes :

- Algébrique : $a + bi$ où a est la partie réelle et bi est la partie imaginaire. Ex : $3 - 2i$
- Trigonométrique : $r(\cos(\theta) + i \cdot \sin(\theta))$
- Exponentielle : $re^{i\theta}$
- Polaire : (r, θ)

Voici l'exemple du nombre $3 - 2i$ visible sur la figure 3.1.

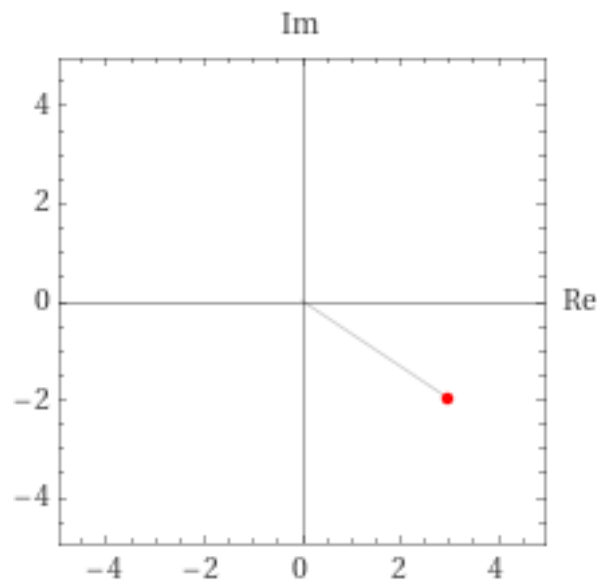


FIGURE 3.1 – Le nombre $3 - 2i$ dans l'espace complexe

Voici les différentes notations correspondant toutes au nombre $3 - 2i$:

- Algébrique : $3 - 2i$
- Trigonométrique : $\sqrt{13} \cdot (\cos(-\tan^{-1}(\frac{2}{3})) + i \cdot \sin(-\tan^{-1}(\frac{2}{3})))$
- Exponentielle : $\sqrt{13} \cdot e^{-i \cdot \tan^{-1}(\frac{2}{3})}$
- Polaire : $(\sqrt{13}, -\tan^{-1}(\frac{2}{3}))$

Dans chaque de ces formes, on connaît soit la partie réelle et la partie imaginaire, soit l'angle et le module (ou rayon) du nombre complexe. On peut passer de l'un à l'autre en utilisant les formules de Pythagore et de trigonométrie.

Les variables suivantes seront utilisées :

- Partie réelle : a
- Partie imaginaire : b
- Module/rayon : r
- Angle : θ

On peut ensuite définir les conversions entre la forme cartésienne et polaire de la manière suivante :

- $a = r \cos(\theta)$
- $b = r \sin(\theta)$
- $r = \sqrt{a^2 + b^2}$
- $\theta = \tan^{-1}(y/x)$

3.2 Spécifications

L'intégration des nombres complexes doit permettre de pouvoir réaliser toutes les opérations arithmétiques standards comme l'addition ou la multiplication. Les comparaisons doivent pouvoir fonctionner avec les nombres réels. Il y aura deux méthodes magiques pour obtenir la partie réelle et imaginaire des nombres complexes. Lorsqu'un nombre complexe sera converti en string, il sera affichée sous sa forme algébrique. Les opérations communes de la librairie standard telles que *Math.sqrt*, *Math.sin*, etc. devront aussi être adaptées.

3.3 Démonstration

Le code suivant sera utilisé pour montrer l'intérêt des nombres complexes. Il permettra aussi de les valider. Le code suivant permet de trouver une racine d'un polynôme du 3e degré. Les 2 polynômes ont des racines réelles et pourtant, le polynôme $x^3 - 2x^2 - 13x - 10$ produit un *NaN* (not a number) lors du calcul de la racine. Si le calcul est effectué avec des nombres complexes, une des racines devrait être trouvée.

```

// Find a root of a cubic equation of the form  $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$ 
↪ with the general cubic formula
// This formula can be found on wikipedia:
↪ https://en.wikipedia.org/wiki/Cubic\_equation#General\_cubic\_formula
static double findRootOfCubicEquation(double a, double b, double c,
↪ double d) {
    double det0 = b * b - 3 * a * c;
    double det1 = 2 * b * b * b - 9 * a * b * c + 27 * a * a * d;

    double sqrt = Math.sqrt(det1 * det1 - 4 * det0 * det0 * det0);
    // the root can't be calculated if this value is not available.
    if (Double.isNaN(sqrt)) return Double.NaN;

    double coef = Math.cbrt((det1 + sqrt) / 2);

    if (coef == 0) coef = Math.cbrt((det1 - sqrt) / 2);
    if (coef == 0) return -b / (3 * a);
    return -(b + coef + det0 / coef) / (3 * a);
}

public static void main(String[] args) {
    System.out.println(findRootOfCubicEquation(2, 1, 3, 1) + " should
↪ be ~0.66666...");
    System.out.println(findRootOfCubicEquation(1, -2, -13, -10) + "
↪ should be -1, -2 or 5");
}

```

3.4 Conception

Ce chapitre contient la conception de l'intégration des nombres complexes dans COJAC [3].

3.4.1 Approche

Comme expliqué dans la section 2.3, l'intégration des nombres complexes peut se faire à l'aide de deux mécanismes différents :

- Behaviour : réinterprétation des *floats* et des *doubles*.
- Wrapper : remplacement des *floats* et des *doubles* par un wrapper.

L'intégration des nombres complexes se fera en utilisant un wrapper afin de pouvoir garder la *double precision*.

3.4.2 Comparaison

La comparaison entre les nombres complexes est un problème important. Toutes les comparaisons entre les nombres sont faites à l'aide d'une même opération et il faut aussi que les comparaisons entre des nombres purement réels soient respectées. Ainsi si on compare des nombres complexes (avec une partie imaginaire), il n'y a pas forcément de valeurs de retour adaptées car il n'y a pas d'ordre total avec les nombres complexes. Cette situation peut être montrée avec l'exemple de code suivant :

```
double a = ...;
if (a == 0) {
    System.out.println("a = 0");
} else {
    System.out.println("a != 0");
}
```

Si la variable a est purement réel, ce code doit fonctionner. Cependant il y a un problème si la variable a est complexe. Pour cet exemple, la valeur de a sera $2i$. Lorsque le remplacement de cet opération est faite, la méthode doit comparer ces deux nombres ($2i$ et 0) et retourner une valeur parmi les trois suivantes :

- $2i < 0$
- $2i = 0$
- $2i > 0$

Cependant, aucune de ces réponses n'est vraie. Il est possible de créer une méthode magique pour gérer les égalités, mais ceci nécessitera que l'application cible soit modifiée pour réaliser la comparaison.

Comme aucun des deux choix n'est complètement satisfaisant, une option supplémentaire pour COJAC [3] sera disponible pour choisir le comportement des comparaisons. Ces deux modes différents sont détaillés dans la section 3.4.4 suivante.

3.4.3 ToString and fromString

Il a été décidé que le *toString* écrirait le nombre sous sa forme complexe. Ceci peut provoquer une erreur si l'application cible utilise un format strict. Il est surtout important que le *toString* du wrapper puisse être converti en wrapper à nouveau. Ainsi les méthodes *Float.parseFloat* et *Double.parseDouble* doivent aussi fonctionner avec le résultat du *toString* du wrapper.

3.4.4 Modes

Il n'y a pas de comportement idéal pour implémenter la comparaison (cf section 3.4.2) et le cast en double. Ainsi, les deux modes différents sont détaillés dans cette section. Une synthèse et des exemples comparent les résultats de ces différentes approches.

Mode normal

Dans le mode normal, la comparaison se fera d'abord avec la partie réelle, puis avec la partie complexe. Ainsi $2 - i$ sera considéré comme plus petit que 2 . Le cast d'un nombre complexe en double provoquera la perte de la partie imaginaire.

Ce mode a l'avantage suivant :

- L'application cible n'a pas ou peu besoin de modifications pour fonctionner. Ceci respecte au maximum l'ordre établi entre les nombres réels.
- Les méthodes magiques créées pour le mode strict sont aussi disponibles en mode normal. Ces méthodes sont expliquées dans la section 3.4.4.

Il possède également les inconvénients suivants :

- Un ordre total est défini alors qu'il n'existe pas mathématiquement. Ceci peut conduire à des comparaisons donnant un résultat mathématiquement faux et produire des incohérences.
- La partie imaginaire peut être perdue sans le remarquer car cela ne provoquera aucune erreur.

Mode strict

Quant à lui, le mode strict offrira une comparaison mathématiquement correcte. La comparaison entre deux nombres purement réels donnera toujours un résultat. La comparaison entre deux nombres complexes égaux donnera également un résultat correct. Dans les autres cas, une exception sera générée.

Lors du cast d'un nombre complexe en nombre réel, la présence d'une partie imaginaire générera une erreur. S'il n'y a qu'une partie réelle, le cast fonctionnera.

De plus, une méthode magique permettra de vérifier l'égalité de deux nombres complexes. Elle retournera un booléen même en cas d'inégalité. Deux méthodes magiques permettant de garder que la partie réelle ou imaginaire d'un nombre complexe sera aussi disponible et permettra à l'utilisateur d'implémenter lui-même la comparaison entre les nombres complexes.

Ce mode offre les avantages suivants :

- La comparaison est mathématiquement correcte. Ainsi, l'utilisateur est conscient des problèmes qui peuvent se produire lorsqu'il travaille avec les nombres complexes.
- L'usage des méthodes magiques permet une plus grande flexibilité avec les nombres magiques.

Ce mode a aussi l'inconvénient suivant :

- L'application cible doit être écrite en tenant compte des fonctions magiques de COJAC [3].

Exemples

Voici plusieurs exemples montrant la différence entre le mode normal et le mode strict.

Le premier exemple trie un tableau de nombres complexes, puis calcule leur valeur absolue. Le résultat obtenu est :

- Mode normal : le code s'exécute et le tableau final n'est plus trié.
- Mode strict : une erreur est générée lors de l'appel à la méthode *Arrays.sort*, parce qu'une comparaison est effectuée avec des nombres complexes contenant une partie imaginaire.

```
double[] sorted_positives = ... // ex: new double[]{2 + 3i, 3, 1};
Arrays.sort(sorted_positives); // sorted_positives = [1, 2 + 3i, 3]
double[] sorted_abs = new double[sorted_positives.length];
for (int i = 0; i < sorted_positives.length; i++){
    sorted_abs[i] = Math.abs(sorted_positives[i]);
}
// sorted_abs = [1, 3.6, 3]
```

Le second exemple cast un double en int. Le résultat est le suivant :

- Mode normal : a est égal à la partie imaginaire du nombre ($a = 2$);
- Mode strict : une exception est générée à cause de la perte de la partie imaginaire

```
double d = Math.sqrt(-1) + 2; // 2 + i
int a = (int) d;
```

Avec une méthode magique, le même résultat peut aussi être obtenu avec le mode strict :

- Mode normal ou strict : a est égal à la partie imaginaire du nombre ($a = 2$);

```
double d = Math.sqrt(-1) + 2; // 2 + i
int a = (int) COJAC_MAGIC_getReal(d);
```

Synthèse

Le mode normal nécessite aucune modification pour démarrer le programme. Cependant, il peut y avoir des erreurs de logique. Le mode strict garanti un comportement mathématiquement correct et limite le nombre d'erreurs. Cependant, il est nécessaire d'utiliser des méthodes magiques et, par conséquent, de modifier le code de l'application cible. Les méthodes magiques sont aussi disponibles en mode normal et il est ainsi possible de faire la transition du mode

normal au mode strict par étapes. Ces méthodes magiques peuvent aussi être utilisés pour avoir un comportement plus sûr à un endroit spécifique du code.

3.4.5 Librairie disponible

La librairie *commons-math3* est déjà disponible en Java pour gérer les nombres complexes [5]. Elle possède beaucoup de fonctionnalités et implémente déjà la grande majorité des opérations mathématiques nécessaires. De plus, cette librairie fait déjà partie des dépendances de ce projet. Elle sera ainsi utilisée pour implémenter les nombres complexes.

3.4.6 Diagramme de classes

Toutes les méthodes abstraites du *ACojacWrapper* seront implémentées en plus de plusieurs autres méthodes. De plus, une nouvelle méthode sera ajoutée au *ACojacWrapper* afin de pouvoir supporter la méthode *Math.cbrt*. Les méthodes du wrapper sont surchargées pour retourner un *WrapperComplexNumber* à chaque fois pour simplifier les tests. Toutes les méthodes de la classe *WrapperComplexNumber* qui sont visibles sur le diagramme de classes ont été implémentées.



FIGURE 3.2 – Diagramme de classes de l'intégration des nombres complexes

3.5 Implémentation

3.5.1 Wrapper

La création d'un nouveau wrapper se fait en créant une nouvelle classe héritant de *ACojacWrapper*. Comme *ACojacWrapper* est une classe abstraite, le wrapper ne peut pas étendre d'autres classes.

Il faut également implémenter un constructeur prenant un *ACojacWrapper* en paramètre. Il faut également gérer le cas où ce paramètre est null. Voici le constructeur implémenté pour ce wrapper :

```

public WrapperComplexNumber(ACojacWrapper w) {
    // CommonDouble can call this constructor with a null wrapper
    if (w == null) {
        this.complex = new Complex(0, 0);
    } else {
        Complex value = ((WrapperComplexNumber) w).complex;
        this.complex = new Complex(value.getReal(), value.getImaginary());
    }
}
}

```

3.5.2 Remplacement de méthodes

Seulement une sélection de méthodes de la librairie standards sont remplacées. Deux méthodes supplémentaires sont également remplacées car elles sont utilisées dans la démonstration. Il s'agit de :

- *Math.cbrt(double)*
- *Double.isNaN(double)*

Le remplacement des méthodes de la librairie standard pour les wrappers se fait dans la classe *com.github.cojac.instrumenters.ReplaceFloatsMethods* dans la méthode *fillMethods*. Les lignes suivantes ont été ajoutées pour remplacer ces deux méthodes supplémentaires :

```

// String CDW; // signature of wrapper
// String CDW_N; // name of wrapper
invocations.put(new MethodSignature(DL_NAME, "isNaN", "(D)Z"),
new InvokableMethod(CDW_N, "double_isNaN", "(" + CDW + ")Z",
↳ INVOKESTATIC));

invocations.put(new MethodSignature(MATH_NAME, "cbrt", "(D)D"),
new InvokableMethod(CDW_N, "math_cbrt", "(" + CDW + ")" + CDW,
↳ INVOKESTATIC));

```

Il faut également ajouter les deux méthodes déclarées ici : *double_isNaN* and *math_cbrt* dans la classe *com.github.cojac.models.wrappers.CommonDouble* et les faire appeler la méthode correspondante du wrapper :

```

public static boolean double_isNaN(CommonDouble a){
    return a.val.isNaN();
}

public static CommonDouble math_cbrt(CommonDouble a){
    return new CommonDouble(a.val.math_cbrt());
}

```

3.5.3 Ajout de l'option

Une nouvelle option doit aussi être ajoutée à COJAC pour que le wrapper puisse être utilisé et configuré. Tout d'abord, il faut ajouter une valeur dans l'enum *com.github.cojac.Arg*.

```

COMPLEX_NUMBER ("Rc"),

```

Cette enum a aussi une méthode *createOptions*. Il faut aussi y ajouter une option. Ceci permettra de rendre l'option publique et utilisable comme argument et permettra aussi d'afficher l'aide à propos de cette option. Voici le code pour ajouter une option avec un argument facultatif :

```

options.addOption(OptionBuilder
    .withArgName("strict")
    .hasOptionalArg()
    .withDescription("Use complex number wrapping. Strict mode
        ↳ generates an exception when the imaginary " +
            "part is lost or when a comparison between two different
                ↳ complex numbers is made.")
    .create(COMPLEX_NUMBER.shortOpt()));

```

Il faut aussi détecter quand l'option est utilisée et la traiter en conséquence. Pour ce faire, il faut ajouter une condition dans la classe *com.github.cojac.CojacReferences.CojacReferencesBuilder* à l'intérieur de la méthode *build*. Ce code doit être ajouté suffisamment haut dans la méthode car elle définit l'option *Arg.NG_WRAPPER* qui est aussi traitée dans la même méthode. Voici l'extrait de code qui permet de traiter cette option :

```

if (args.isSpecified(Arg.COMPLEX_NUMBER)) {
    args.setValue(Arg.NG_WRAPPER,
        ↪ "com.github.cojac.models.wrappers WrapperComplexNumber");
    WrapperComplexNumber.setStrictMode(
        ↪ args.getValue(Arg.COMPLEX_NUMBER) != null);
}

```

3.5.4 *toString* et *fromString*

La méthode *toString* a été implémentée pour avoir trois formats possibles d'après le type de nombres complexes.

- Nombre réel : uniquement la partie réelle (ex : 2.25).
- Nombre imaginaire : uniquement la partie réelle avec un *i* à la fin (ex : -4.2i).
- Nombre complexe : les deux parties sont affichées (ex : -4.25 + 4.0i ou 1.25 - 1.5i).

Ces deux méthodes se basent sur l'affichage du double de Java. Ainsi, *1.401298464324817E-45 - 1.0i* est une représentation possible d'un nombre complexe et il est aussi possible de convertir cette chaîne de caractères en un nombre complexe.

La méthode *fromString* est capable de lire et de créer un nombre complexe à partir de tous les exemples de String valides donnés précédemment.

Cependant, des modifications ont dû être effectuées parce que les méthodes *Float.parseFloat* et *Double.parseDouble* appellent les méthodes des classes *CommonFloat* et *CommonDouble*. Cependant, ces classes font ensuite elles-même un appel aux vraies méthodes *Float.parseFloat* et *Double.parseDouble*.

Voici l'ancien code du *CommonDouble* :

```

public CommonDouble(String v) {
    this(Double.valueOf(v));
}

public static CommonDouble fromString(String a){
    return fromDouble(Double.valueOf(a));
}

```

Et voici le nouveau code qui fait l'appel à une nouvelle méthode du *ACojacWrapper* :

```
public CommonDouble(String v) {  
    val = newInstance(null).fromString(v, false);  
}  
  
public static CommonDouble fromString(String a){  
    return new CommonDouble(a);  
}
```

3.6 Tests

Cette section décrit l'ensemble des tests unitaires et d'intégration réalisés pour vérifier le fonctionnement du wrapper. Tous les tests écrits se déroulent avec succès.

3.6.1 Tests unitaires

Toutes les méthodes ont été testées avec au moins un cas général. Les cas particuliers n'ont pas été testés. Ceci inclus les grands nombres, les nombres tout petits et autres valeurs spéciales (NaN, null, etc.). Quelques tests plus précis ont été ajoutés pour éviter que certains bugs, qui ont été corrigés depuis, se reproduisent.

55 tests unitaires ont été réalisés. De plus, ces tests couvrent 100% de la classe *WrapperComplexNumber*. Les détails sont visibles dans le tableau suivant :

| Élément | Classe | Méthodes | Lignes |
|----------------------|------------|--------------|----------------|
| WrapperComplexNumber | 100% (1/1) | 100% (47/47) | 100% (118/118) |

3.6.2 Tests d'intégration

Des tests d'intégrations ont aussi été réalisés. Une classe de test est instrumentée et le retour de ces méthodes sont vérifiées. 13 tests ont été réalisés en mode normal et 14 tests en mode strict.

Chapitre 4

Problèmes rencontrés

4.1 Surefire provoque une exception lors de l'exécution des tests par Maven

Surefire provoquait une erreur lors de l'exécution des tests lorsqu'un espace était présent dans le chemin d'accès.

4.1.1 Problème

Lors de la création du JAR, l'erreur suivante se produit lors de l'exécution des tests :

```
ExecutionException The forked VM terminated without properly saying  
↪ goodbye. VM crash or System.exit called?
```

Le message suivant présent dans les logs indique la localisation des fichiers qui contiennent plus de détails.

```
[ERROR] Please refer to D:\Documents\Documents\HEIA\Semestre 6 -  
↪ 2021\Bachelor\Projet\cojac\target\surefire-reports for the  
↪ individual test results.
```


4.1.2 Solution temporaire : ne pas exécuter les tests

Comme les problèmes ont uniquement lieu durant les tests, il est possible de générer le JAR sans les exécuter. **TODO: lien section Maven** Pour ce faire, il faut cliquer sur le bouton dédié dans la fenêtre Maven. Ce bouton est visible sur la figure 4.1.

Cependant, cette solution ne doit être utilisée que s'il y a besoin du JAR pour d'autres raisons. Il est nécessaire de corriger ce problème pour garantir la qualité du code.

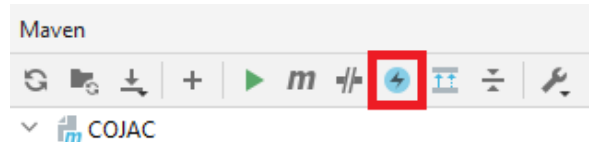


FIGURE 4.1 – Bouton pour ignorer les tests

4.1.3 Cause

Dans un des fichiers de log produits, qui sont mentionnées dans la section 4.1.1, on peut trouver l'erreur suivante :

```
# Created at 2021-06-03T14:09:01.042
Error opening zip file or JAR manifest missing :
↪ D:\Documents\Documents\HEIA\Semestre
```

Ce lien est incomplet par rapport au chemin mentionné dans la section 4.1.1. Le chemin d'accès s'arrête lors du premier espace trouvé. Si le projet est déplacé dans un dossier ne contenant aucun espace, le JAR est correctement généré.

4.1.4 Solution

Il faut modifier une ligne de configuration du plugin Surefire dans le *pom.xml*. Des guillemets ont été ajoutés autour du chemin d'accès du JAR pour obtenir la ligne suivante.

```
1 <argLine>
2     -javaagent:"${basedir}/src/test/resources/cojac-agent-test.jar"
3 </argLine>
```

Ce changement corrige le problème.

4.2 Erreur lors de l'instrumentation d'une application par COJAC

Lors de l'appel de la commande pour instrumenter une démonstration avec COJAC [3], COJAC [3] provoque une erreur.

4.2.1 Problème

L'application peut être démarrée sans COJAC [3] avec la commande suivante :

```
java demo\HelloBigDecimal.java
```

Cependant, COJAC [3] produit une erreur lorsque l'application est démarrée avec COJAC [3]. La commande suivante a été utilisée :

```
java -javaagent:cojac.jar="-Rb 50" demo\HelloBigDecimal.java
```

4.2.2 Solution temporaire : compiler avec Java 8

COJAC [3] doit être compilé avec Java 9 au minimum, mais l'application instrumentée doit être compilée avec Java 8. Les deux commandes suivantes permettent de compiler une démonstration et de l'exécuter :

```
javac -source 8 -target 8 demo\HelloBigDecimal.java  
java -javaagent:cojac.jar="-Rb 50" demo.HelloBigDecimal
```

4.2.3 Cause

La source du problème provient de l'instruction Bytecode *Invokedynamic* qui a évolué en Java 9 et qui est désormais utilisé pour de nouvelles opérations qui ne sont pas supportés par COJAC [3] à l'heure actuelle.

4.3 Erreur des tests unitaires

Lors de la création du JAR, un test peut parfois échouer.

4.3.1 Problème

Un test déjà présent dans le projet et qui agit sur une autre partie du projet peut parfois créer une erreur. Lors de la création du JAR, l'erreur suivante peut se produire :

```
[ERROR] Failures:  
[ERROR] Double2FloatTest.testDouble2FloatConversion:79 On  
↪ "testNextUp", Got: 3.0000000000000004, Expected: 3.000000238418579
```

Ce test agit sur les **behaviours** alors que ce projet se focalise sur les **wrappers**. Ces deux concepts distincts sont expliqués dans la section 2.3. Cette erreur est devenue un problème particulièrement important lorsqu'elle est devenue récurrente sur le GitLab CI alors qu'elle est invisible sur la machine de développement. Cette erreur complique la détection des autres erreurs sur le GitLab CI.

4.3.2 Cause

Lorsque l'instrumentation est effectuée, elle doit aussi remplacer certaines méthodes des librairies standards telles que *Math.nextUp*. Cependant, il y a une condition qui peut éviter les méthodes d'être instrumentées qui peut être vue dans l'extrait de code suivant :

```
for(Method m:behaviorClass(i).getMethods()){  
    if (m.isAnnotationPresent(UtilityMethod.class)){  
        break;  
    }  
}
```

Lorsqu'il y a une méthode qui est annotée, cette méthode et toutes les méthodes suivantes ne sont pas instrumentées.

4.3.3 Solution

Il semble plus logique de ne pas instrumenter la méthode possédant l'annotation uniquement. Pour ce faire, le code a été changé pour correspondre à l'extrait de code suivant :

```
for(Method m:behaviorClass(i).getMethods()){  
    if (m.isAnnotationPresent(UtilityMethod.class)){  
        continue;  
    }  
}
```

Due à la difficulté de comprendre ce code, il est difficile de savoir si c'est vraiment la bonne correction. Cependant, l'erreur n'est plus réapparue depuis.

4.3.4 Remarques

Cette erreur était très difficile à trouver car elle ne se produisait pas sur la machine locale. Il a fallu ajouter des logs pour détecter la différence de comportement entre les deux environnements. De plus, le code est long et peu explicite. Il utilise également certaines mauvaises pratiques. Ainsi, cette erreur a permis de mettre en avant certains problèmes :

- La classe *com.github.cojac.instrumenters.BehaviourInstrumenter* peut et devrait être améliorée. Il y a beaucoup de code commenté, certaines méthodes sont très longues, il y a jusqu'à 6 niveaux d'indentations et l'apparition d'exceptions est considérée comme un cas habituel et n'est pas signalé.
- La classe *com.github.cojac.instrumenters.BehaviourInstrumenter* contient d'autres *break* suspects.
- Les tests du profiler produisent une grande quantité de texte sur la sortie standard. Ce texte n'a pourtant que peu d'intérêt.

Bibliographie

- [1] David BUCK. *Java Bytecode Crash Course*. Youtube. 2019. URL : <https://www.youtube.com/watch?v=e2zmmkc5xIO&t=430s&pp=ugMICgJmchABGAE%5C%3D>.
- [2] *Chapter 6. The Java Virtual Machine Instruction Set*. Oracle. URL : <https://docs.oracle.com/javase/specs/jvms/se7/html/jvms-6.html>. (accessed: 15.06.2021).
- [3] *COJAC - Boosting arithmetic capabilities of Java numbers*. 2019.
- [4] *COJAC - Limitations and known issues - Issues with the wrapper*. URL : <https://github.com/Cojac/Cojac/wiki#62---issues-with-the-wrapper>. (accessed: 15.06.2021).
- [5] *Complex (Apache Commons Math 3.6 API)*. Apache Commons. URL : <https://commons.apache.org/proper/commons-math/javadocs/api-3.6/org/apache/commons/math3/complex/Complex.html>. (accessed: 20.06.2021).
- [6] GUSTAFSON et YONEMOTO. « Beating Floating Point at Its Own Game: Posit Arithmetic ». In : *Supercomput. Front. Innov.: Int. J.* 4.2 (juin 2017), p. 71-86. ISSN : 2409-6008. DOI : 10.14529/jsfi170206. URL : <https://doi.org/10.14529/jsfi170206>.
- [7] *Instrumentation (Java Platform SE 8) - retransformClasses*. Oracle. URL : <https://docs.oracle.com/javase/8/docs/api/java/lang/instrument/Instrumentation.html#retransformClasses-java.lang.Class...->. (accessed: 15.06.2021).
- [8] Brett PORTER, Jason van ZYL et Olivier LAMY. *Welcome to Apache Maven*. URL : <https://maven.apache.org/> (visité le 05/06/2021).
- [9] Rafael WINTERHALTER. *Byte Buddy - runtime code generation for the Java virtual machine*. 2021. URL : <https://bytebuddy.net/>.
- [10] Rafael WINTERHALTER. *The definitive guide to Java agents by Rafael Winterhalter*. Youtube. 2020. URL : <https://www.youtube.com/watch?v=oflzFGONG08>.

Annexes

