Eine Sammlung mathematischer Aufgaben

2. Juli 2018

https://github.com/ColWalterEKurtz/Mathematik.git

Inhaltsverzeichnis

0 Unsortiert

0.1 Aufgaben mit Ansätzen und Lösungen

Aufgabe 1 *(Zügig)*

Ein Zug fährt im Bahnhof innerhalb von t_1 Sekunden an einer Person vorbei. Danach fährt derselbe Zug innerhalb von t_2 Sekunden über eine benachbarte, a Meter lange Brücke. Die Zeit zum Überqueren der Brücke wird von dem Zeitpunkt an gemessen, an dem die Spitze des Zuges die Brücke erreicht, bis zu dem Zeitpunkt, an dem das Ende des Zuges die Brücke verlässt. Ermittle die Länge und die Geschwindigkeit des Zuges in Anbhängigkeit von t_1, t_2 und a.

Aufgabe 2 *(Der Weg in die Stadt)*

Ein Dorf liegt 48 km von der nächsten Stadt entfernt. Im Dorf starten zeitgleich ein Bauer auf einem Pferd und ein Briefträger auf einem Fahrrad ihren Weg in die Stadt. Das Pferd läuft mit einer Durchschnittsgeschwindigkeit von 7 km/h, der Briefträger schafft auf seinem Fahrrad duchschnittlich 13 km/h. Nach wie vielen Stunden beträgt der verbleibende Weg bis zur Stadt für den Briefträger nur noch ein Drittel des für den Bauern verbleibenden Weges?

Aufgabe 3 *(Schulweg)*

Zwei Kinder, die im selben Haus wohnen, gehen gemeinsam in die gleiche Schule. Das erste Kind geht die Hälfte der Zeit mit einer Durchschnittsgeschwindigkeit von 5 km/h, danach mit 4 km. Das zweite Kind geht die Hälfte des Weges mit einer Durchschnittsgeschwindigkeit von 4 km/h, danach mit 5 km/h. Welches Kind erreicht die Schule zuerst?

Aufgabe 4 *(Schrittlänge)* (Ansatz S. 2)

Vater und Sohn messen mit ihren Schritten den Abstand zwischen zwei Bäumen. Zuerst schreitet der Vater die Strecke ab, danach sein Sohn. Als der Sohn losgeht, ist auf dem Boden die Spur des Vaters deutlich zu erkennen. Der Sohn tritt insgesamt 10 Mal genau auf den Fußabdruck seines Vaters – zum Glück auch am Ende der Strecke. Ein Schritt des Vaters ist 70 cm lang, ein Schritt des Sohnes misst 56 cm. Wie weit sind die beiden Bäume voneinander entfernt?

Ansatz 4 *(Schrittlänge)*

Vielleicht hilft das kleinste gemeinsame Vielfache...

Aufgabe 5 *(Parallelogramm)*

Gegeben sei ein beliebiges (konvexes) Viereck. Zerschneide es so in vier kleinere Vierecke, dass man daraus ein (gleich großes) Parallelogramm legen kann.

Aufgabe 6 *(Drei Buslinien)*

Um 6 Uhr morgens starten drei Busse gleichzeitig vom Bahnhof einer Stadt. Sie fahren bis spätestens 22 Uhr abends.

Für eine Runde benötigt der erste Bus eine Stunde und 30 Minuten, der zweite Bus eine Stunde und 50 Minuten und der dritte Bus eine Stunde und 10 Minuten. Nach jeder Runde machen sie 10 Minuten Pause. Wann starten

a) der erste und der zweite Bus

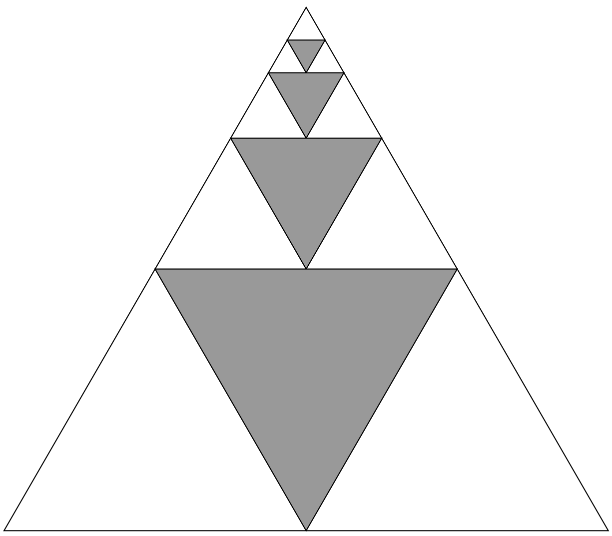
b) der zweite und der dritte Bus

c) alle drei Busse

wieder gleichzeitig vom Bahnhof?

Aufgabe 7 *(Unendlich viele Dreiecke)* (Ansatz S. 3; Ergebnis S. 3)

Die folgende Abbildung zeigt gleichseitige Dreiecke. Das größte (äußere) Dreieck besitzt den Flächeninhalt 1.



a) Berechne den gemeinsamen Flächeninhalt der 4 grauen Dreiecke.

b) Angenommen, man setzt die Konstruktion der grauen Dreiecke unendlich oft nach oben in die Spitze des äußeren Dreiecks fort. Wie groß wird dann die gemeinsame graue Fläche letztendlich werden?

Ansatz 7 *(Unendlich viele Dreiecke)*

Vielleicht hilft es, wenn man in *Trapezen* denkt statt in *Dreiecken...*

Ergebnis 7 *(Unendlich viele Dreiecke)*

Letztendlich beträgt der Flächeninhat der grau gefärbten Fläche $\frac{1}{3}$. Drei benachbarte Dreiecke bilden in jeder „Reihe“ ein Trapez. Von jedem dieser Trapeze ist ein Drittel grau gefärbt, also ist letztendlich auch ein Drittel des großen Dreiecks grau gefärbt.

Aufgabe 8 *(Bunte Gerade)*

Jeder Punkt einer Geraden ist entweder rot oder blau gefärbt. Zeige, dass es auf der Geraden drei gleichfarbige Punkte A, B und C gibt, für die $|AB| = |BC|$ gilt.

Aufgabe 9 *(Bunte Ebene)*

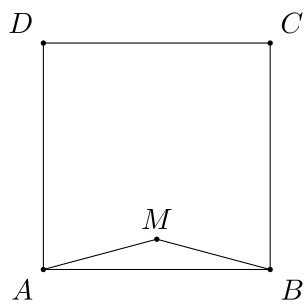
Jeder Punkt einer Ebene ist entweder rot oder blau gefärbt.

a) Zeige, dass es in der Ebene ein gleichseitiges Dreieck gibt, dessen Eckpunkte alle dieselbe Farbe besitzen.

b) Zeige, dass es in der Ebene ein Rechteck gibt, dessen Eckpunkte alle dieselbe Farbe besitzen.

Aufgabe 10 *(15 Grad)*

Innerhalb eines Quadrats liegt ein Punkt M, für den $\measuredangle BAM = \measuredangle MBA = 15°$ Basiswinkel eines gleichschenkligen Dreiecks sind. Wie groß ist dann der Winkel $\measuredangle CMD$?



Aufgabe 11 *(Gleichfarbig)*

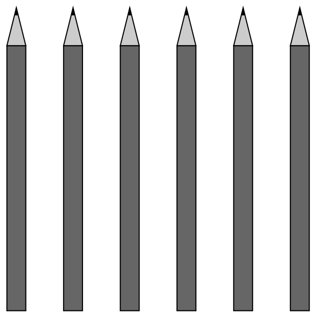
In einem Korb liegen 70 Kugeln. 10 sind rot, 20 sind grün, 30 sind blau und jeweils 5 sind weiß bzw. schwarz. Adrian darf mit geschlossenen Augen einige Kugeln nehmen. Wie viele Kugeln muss er mindestens nehmen, damit unter den gezogenen Kugeln *garantiert* 10 gleichfarbige sind?

1 Aufgaben

1.1 Denksport

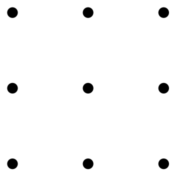
Aufgabe 1 *(Sechs Stifte)* (Ansatz S. 81; Ergebnis S. 87)

Können sechs Bleistifte so gelegt werden, dass jeder jeden berührt?



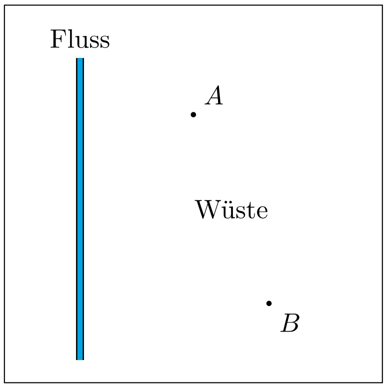
Aufgabe 2 *(Neun Punkte)* (Ansatz S. 81)

Diese neun Punkte sollen mit dem Bleistift in einem Zug miteinander verbunden werden, der Stift darf also nicht abgesetzt werden. Dabei soll der Linienzug nur aus vier geraden Teilstrichen bestehen.



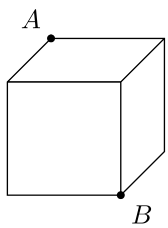
Aufgabe 3 *(Der kürzeste Weg)* (Ansatz S. 81)

Zwei Geländewagen fahren durch die Wüste. Plötzlich platzt die Kühlwasserleitung des Wagens A. Der Fahrer bittet über Funk den Fahrer des Wagens B, ihm möglichst schnell einen Kanister Wasser zu bringen. B hat aber nur genug Wasser für sich selbst dabei und muss deshalb erst am nächsten Fluss einen Kanister füllen. Wie findet B auf seiner Landkarte den Punkt am Fluss, zu dem er fahren muss, damit der Weg zu A möglichst kurz wird?



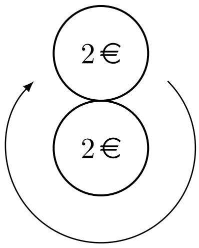
Aufgabe 4 *(Die Fliege und der Würfel)* (Ansatz S. 81)

Eine Fliege sitzt auf der Ecke A eines Würfels und möchte zur Ecke B. Sie darf jeden möglichen Weg benutzen, nur durch das Innere des Würfels kann sie nicht. Sie möchte auf einer möglichst kurzen Strecke von A nach B krabbeln. Wie sieht ihr Weg aus, und wie lang ist er?



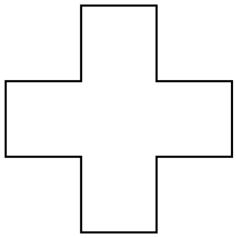
Aufgabe 5 *(Zwei Münzen)* (Ansatz S. 81)

Zwei gleiche Münzen – zum Beispiel zwei 2 € Münzen – liegen wie es die Abbildung zeigt, auf dem Tisch. Die untere Münze wird festgehalten, und die obere wird am Umfang der anderen um sie herum gerollt, bis sie wieder oben an ihrer Ausgangsposition liegt. Wie oft hat sich dabei die obere Münze um sich selbst gedreht?



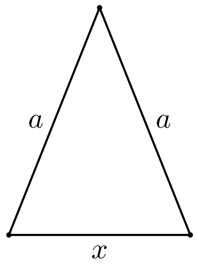
Aufgabe 6 *(Die Quadratur des Kreuzes)*

Zerschneide das Kreuz so, dass du aus den Teilen ein Quadrat mit demselben Flächeninhalt legen kannst.



Aufgabe 7 *(Das größte Dreieck)*

Wie groß muss man die dritte Seite x eines gleichschenkligen Dreiecks mit vorgegebener Schenkellänge a wählen, damit die Fläche maximal wird?



Aufgabe 8 *(Finger)* (Ansatz S. 81)

Ein Schüler zählt die Finger seiner linken Hand: 1 ist der Daumen, 2 ist der Zeigefinger, 3 ist der Mittelfinger, 4 ist der Ringfinger, 5 ist der kleine Finger. Dann setzt er rückwärts fort: 6 ist der Ringfinger, 7 ist der Mittelfinger, 8 ist der Zeigefinger, 9 ist der Daumen u. s. w. bis 100. Welcher Finger wird die Nummer 100 haben?

Aufgabe 9 *(Freundschaft)*

In einer Klasse sind 27 Schüler. Jeder Junge ist mit 4 Mädchen befreundet und jedes Mädchen ist mit 5 Jungen befreundet. Wie viele Mädchen und wie viele Jungen sind in der Klasse?

Aufgabe 10 *(Familie)* (Ansatz S. 81; Ergebnis S. 87)

Vater, Mutter, Tochter und Sohn sind zusammen 73 Jahre alt. Der Vater ist drei Jahre älter als die Mutter, die Tochter ist 2 Jahre älter als der Sohn. Vor vier Jahren waren alle Familienmitglieder zusammen 58 Jahre alt. Wie alt sind die Familienmitglieder heute?

1.2 Mengen

Aufgabe 11 *(Sport)*

Von den 75 Schülerinnen und Schülern der 5. Klasse spielen 35 Fußball, 28 Tischtennis und 15 beide Sportarten. Wie viele Schülerinnen und Schüler spielen weder Fußball noch Tischtennis?

Aufgabe 12 *(Umfrage)*

Bei einer Umfrage werden 475 Personen befragt. 289 essen regelmäßig Obst und 143 trinken regelmäßig Milch. 86 Personen antworten auf beide Fragen mit ja. Wie viele der Befragten haben auf beide Fragen mit nein geantwortet?

Aufgabe 13 *(Geburtstagsfeier)*

Pia feiert ihren Geburtstag. Sie isst mit ihren Gästen Waffeln, Kekse und Torte:

- Ein Kind isst Waffeln, Kekse und Torte.
- Vier Kinder essen Torte und Kekse.
- Drei Kinder essen Torte und Waffeln.
- Ein Kind isst Kekse und Waffeln.
- Fünf Kinder essen Waffeln.
- Sechs Kinder essen Kekse.
- Sieben Kinder essen Torte.

Wie viele Kinder hat Pia eingeladen?

Aufgabe 14 *(Zaubersprüche)*

111 Zauberlehrlinge unterhalten sich bei einem geheimen Treffen in Hogwarts über ihre genialsten Zaubersprüche. Dabei stellt sich heraus, dass 77 von ihnen den Spruch „Expelliarmus“ (entwaffnet den Gegner mit einem roten Lichtstrahl), 35 den Spruch „Densaugeo“ (lässt dem Gegenüber riesige Schneidezähne wachsen) und 15 den Spruch „Levicorpus“ (bewirkt, dass der Gegner kopfüber in der Luft hängt) kennen. 12 kennen „Expelliarmus“ *und* „Densaugeo“, 10 kennen „Expelliarmus“ *und* „Levicorpus“ und 6 kennen „Densaugeo“ *und* „Levicorpus“. Zwei besonders begabte Zauberlehrlinge kennen sogar alle drei Zaubersprüche. Wie viele der Zauberlehrlinge kennen keinen dieser drei Zaubersprüche?

Aufgabe 15 *(Fremdsprachen)*

In einer Schule sprechen 89 % aller Kinder Englisch und 78 % aller Kinder Französisch. Wie viel Prozent der Kinder sprechen mindestens Englisch *und* Französisch?

Aufgabe 16 *(Sportgruppe)* (Ergebnis S. 88)

In einer Sportgruppe fahren 70 % der Schüler Ski und 60 % der Schüler Snowboard. Ein Viertel der Schüler fährt weder Ski noch Snowboard. 11 Schüler der Gruppe fahren Ski und Snowboard. Wie viele Schüler sind insgesamt in der Sportgruppe?

1.3 Zahlen

Aufgabe 17 *(Fünfundsiebzig)*

a) Zwei aufeinander folgende Zahlen ergeben die Summe 75. Schreibe die beiden Zahlen auf.

b) Drei aufeinander folgende Zahlen ergeben die Summe 75. Schreibe die drei Zahlen auf.

c) Jetzt sollen vier aufeinander folgende Zahlen die Summe 75 ergeben. Begründe, warum dies nicht möglich ist.

Aufgabe 18 *(Dreistelligen Zahlen)*

Bei dreistelligen Zahlen kann man viele Besonderheiten untersuchen.

a) So gibt es dreistellige Zahlen, deren letzte Ziffer (die Einerziffer) die Summe der ersten beiden Ziffern ist. Wie viele Zahlen dieser Art gibt es?

b) Wie viele dreistellige Zahlen gibt es, bei denen die Einerziffer das Produkt der ersten beiden Ziffern ist?

c) Gib alle dreistelligen Zahlen an, bei denen sich die Einerziffer ergibt, wenn man die Hunderterziffer durch die Zehnerziffer teilt.

Aufgabe 19 *(Quersumme)*

Eine natürliche Zahl kann die Eigenschaft haben, dass sie durch ihre Quersumme teilbar ist. Ein Beispiel ist 12.

a) Gib zwei zweistellige natürliche Zahlen an, deren größter gemeinsamer Teiler 1 ist und die jeweils durch ihre Quersumme teilbar sind.

b) Untersuche, ob alle durch 9 teilbaren zweistelligen natürlichen Zahlen durch ihre Quersumme teilbar sind.

c) Begründe durch allgemeine Feststellungen, dass alle durch 10 teilbaren zweistelligen natürlichen Zahlen durch ihre Quersumme teilbar sind.

Aufgabe 20 *(Primzahl als Summe)*

Kann eine Summe von fünf beliebigen aufeinander folgenden natürlichen Zahlen eine Primzahl sein?

a) Untersuche dazu drei selbst gewählte Beispiele.

b) Formuliere entsprechend der Frage eine Vermutung über die Summe von fünf aufeinander folgenden natürlichen Zahlen.

c) Begründe deine Vermutung.

Aufgabe 21 *(Kopfrechnen)*

a) Berechne den Wert der Summe von 71 aufeinander folgenden ungeraden Zahlen, deren erster Summand die Zahl 17 ist.

b) Berechne den Wert der Summe mit dem ersten Summanden 112 und dem letzten Summanden 481, wobei die Differenz zweier aufeinander folgender Summanden stets 3 betragen soll.

Aufgabe 22 *(Zahlen zählen)*

Es sind die Ziffern $1, 2, 4, 7$ gegeben.

a) Wie viele verschiedene vierstellige Zahlen kannst du aus diesen Ziffern bilden, wenn in jeder Zahl jede Ziffer genau einmal vorkommen soll?

b) Wie viele der unter a) ermittelten Zahlen sind durch 4 teilbar? Gib diese Zahlen an.

c) Wie viele dreistellige Zahlen kannst du aus den vorgegebenen Ziffern bilden, wenn diese in den Zahlen auch mehrfach vorkommen dürfen? Wie viele dieser dreistelligen Zahlen haben genau zwei gleiche Ziffern?

Aufgabe 23 *(Geteilt durch 7)*

Eine positive ganze Zahl soll auf Teilbarkeit durch 7 geprüft werden. Betrachtet wird die folgende Regel:

> *Die Einerziffer der Zahl wird gestrichen und dann wird das Doppelte der Einerziffer abgezogen. Wenn die so erhaltene Zahl durch 7 teilbar ist, dann ist auch die Ausgangszahl durch 7 teilbar.*

Beispiel: Ist 539 durch 7 teilbar? Aus der vorgegebenen Zahl 539 entsteht mit der Zwischenrechnung $53\cancel{9} - 2 \cdot 9 = 53 - 18$ die Zahl 35. Da 35 durch 7 teilbar ist, ist nach der Regel auch 539 durch 7 teilbar.

a) Zeige mit Hilfe dieser Regel, dass die Zahl 364 durch 7 teilbar ist.

b) Zeige durch viermalige Anwendung dieser Regel, dass 3 645 068 durch 7 teilbar ist. Notiere hierzu die Zahlen, deren Teilbarkeit durch 7 zu prüfen ist. Berechne dann auch den Wert des Quotienten 3 645 068 : 7 durch schriftliche Division.

c) Beweise die Regel.

Aufgabe 24 *(Quer)*

Bestimme alle

a) zweistelligen Zahlen, deren Quersumme gleich ihrem Querprodukt ist.

b) dreistelligen Zahlen, deren Quersumme gleich ihrem Querprodukt ist.

Aufgabe 25 *(Erweitern)*

Für je zwei positive rationale Zahlen a, b bezeichnen wir mit $f(a, b)$ die kleinste positive ganze Zahl n, für die $n \cdot a$ und $n \cdot b$ beide ganzzahlig sind. Es seien nun x und y gegebene positive rationale Zahlen. Beweise die Behauptung:

$$f(x + y, x \cdot y) = f(x, 1) \cdot f(y, 1)$$

Aufgabe 26 *(Wesentlich verschieden)*

a) Finde für jede Primzahl p zwei *wesentlich verschiedene* Darstellungen des Bruches

$$\frac{p^2 - 1}{p^2}$$

als Summe zweier vollständig gekürzter Brüche mit gleichem Zähler und verschiedenen Nennern. Zwei Summendarstellungen heißen *wesentlich verschieden*, wenn sie nicht durch Vertauschen der Summanden ineinander übergehen.

b) Beweise, dass sich nur genau zwei wesentlich verschiedene Darstellungen finden lassen.

Aufgabe 27 *(Minimales Produkt)*

Aus den Ziffern 1 bis 9 werden drei dreistellige Zahlen gebildet, wobei jede Ziffer genau einmal verwendet wird. Ermittle den kleinsten Wert, den das Produkt der drei dreistelligen Zahlen annehmen kann.

Aufgabe 28 *(Quadratzahl)*

Ermittle alle positiven ganzen Zahlen n, für die $n^2 + 2^n$ Quadratzahl ist.

Aufgabe 29 *(Kubikzahl)*

Bestimme alle Primzahlen p mit der Eigenschaft, dass $7p + 1$ eine Kubikzahl ist.

Aufgabe 30 *(Quersumme 18)*

Die positive ganze Zahl x sei ein Vielfaches von 99. Zeige, dass die Quersumme von x mindestens 18 beträgt.

Aufgabe 31 *(73-stellig)*

Eine natürliche Zahl besteht aus 73 Ziffern, die alle 1 sind.

a) Ist diese Zahl durch 18 teilbar?

b) Welche Ziffer müsste man am Ende hinzufügen, damit die neue Zahl durch 8 teilbar wird?

c) Welche Ziffer müsste man vor der neuen Zahl anfügen, damit die daraus entstehende Zahl durch 9 teilbar wird?

Aufgabe 32 *(Vollständig gekürzt)*

Wenn man zu einem vollständig gekürzten Bruch 1 addiert, bekommt man wieder einen vollständig gekürzten Bruch. Begründe diese Tatsache.

Aufgabe 33 *(Teilbarkeit)* (Ansatz S. 82; Ergebnis S. 88)

Zeige, dass eine Zahl $\overline{abcabc}$ aus den Ziffern a, b und c immer durch 7, 11 und 13 teilbar ist.

Aufgabe 34 *(Ein merkwürdiges Produkt?)*

Zeige, dass für zwei positive ganze Zahlen a und b immer folgender Zusammenhang gilt:

$$\mathrm{ggT}(a,b) \cdot \mathrm{kgV}(a,b) = a \cdot b$$

Aufgabe 35 *(Geteilt durch 6)*

Kann man das Produkt aus drei aufeinaderfolgenden ganzen Zahlen *immer* durch 6 teilen?

Aufgabe 36 *(Kann es sein, oder nicht sein?)* (Ansatz S. 82; Ergebnis S. 88)

Gibt es eine natürliche Zahl $n > 1$, bei der die Rechnung $n^4 + 4$ eine Primzahl als Ergebnis hat?

Aufgabe 37 *(Nullen)*

Mit wie vielen Nullen endet das Produkt $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \ldots \cdot 25$?

Aufgabe 38 *(Eins-Eins-Eins)*

Gegeben sei eine Primzahl $p > 2$. Zeige, dass eine der Zahlen 1, 11, 111, 1111, 11111, ... durch p teilbar ist.

1.4 Addition und Subtraktion

Aufgabe 39 *(Fernseher)* (Ergebnis S. 88)

Anna wünscht sich ein Fernseher für 479 €. Sie hat schon 235 € gespart. Wie viel Geld fehlt noch zum Kauf des Fernsehers?

Aufgabe 40 *(Buch)* (Ergebnis S. 88)

Beatrix hat 45 € gespart. Sie will sich ein Buch für 19 € kaufen. Wie viel Geld besitzt sie danach noch?

Aufgabe 41 *(Flaschen)* (Ergebnis S. 89)

Jeden Morgen erhält Hausmeister Müller eine Lieferung von 260 Flaschen Milch und Kakao. Er hat schon 197 Flaschen an die Schülerinnen und Schüler verteilt. Wie viele Flaschen hat er jetzt noch?

Aufgabe 42 *(Urlaub)* (Ergebnis S. 89)

Hausmeister Müller fährt in den Urlaub. Der Ferienort ist 1 240 km von seinem Wohnort entfernt. Am ersten Tag fährt er 758 km. Welche Strecke muss er noch fahren?

Aufgabe 43 *(Am weitesten)*

Anna, Ben, Celine und Dennis wollen wissen, wer in den Ferien am meisten Rad gefahren ist. Sie haben den Kilometerstand zu Beginn der Ferien und am Ende aufgeschrieben.

	Anna	Ben	Celine	Dennis
zu Beginn	1800	3400	7900	5300
am Ende	2106	3805	8311	5902

Wie viele Kilometer ist jeder gefahren? Wer ist am weistesten gefahren? Wie viele Kilometer sind insgesamt zurückgelegt worden?

Aufgabe 44 *(Fußbälle)*

Ein Sportgeschäft bietet 100 Fußbälle zu einem Sonderpreis an. Auf Grund der großen Nachfrage während der ersten zwei Tage werden zwischendurch noch 50 Bälle an das Sportgeschäft geliefert. Wie viele Bälle liegen am dritten Tag noch zum Verkauf bereit, wenn am ersten Tag 64 und am zweiten Tag 38 Bälle verkauft wurden?

Aufgabe 45 *(Computerspiel)*

Bei einem Computerspiel erzielt Anna 15 465 Punkte und ihr Bruder Ben 8 376 Punkte. Annas Freundin Celine schafft 13 186 Punkte und deren Bruder Dennis 9 709 Punkte.

a) Mit wie vielen Punkten Abstand zu jedem der drei anderen Mitspieler hat Anna das Spiel gewonnen?

b) Welches Geschwisterpaar ist Sieger? Welchen Punktevorsprung hat es?

Aufgabe 46 *(Kapitel)* (Ansatz S. 82; Ergebnis S. 89)

In einem Buch beginnt ein Kapitel auf Seite 53 und endet auf Seite 136. Wie viele Seiten hat das Kapitel?

Aufgabe 47 *(Passagiere)*

Ein Schiff bietet Platz für 1 800 Personen. Zu Beginn der Fahrt steigen 837 Passagiere ein. Im nächsten Hafen steigen 317 Personen aus und 694 Personen ein. Wie viele Plätze sind jetzt noch frei?

Aufgabe 48 *(Parkhaus)*

Ein Parkhaus hat 1 352 Plätze. Während der Nacht waren 25 Autos im Parkhaus abgestellt. Im Laufe des Vormittags fahren 1 579 Autos hinein und 428 heraus. Wie viele Plätze sind jetzt noch frei?

Aufgabe 49 *(Klavierkonzert)*

Für ein Klavierkonzert wurden im Vorverkauf nur 154 von 945 Karten abgesetzt. An der Abendkasse wurden 283 Karten mehr verkauft als im Vorverkauf. Wie viele Plätze bleiben frei, wenn man noch 37 Karten an Studenten verschenkt hat?

Aufgabe 50 *(Magisches Quadrat)*

Trage die Zahlen von 1 bis 9 so in das magische Quadrat ein, dass die Summe der Zahlen in jeder Zeile, in jeder Spalte und auf den beiden Diagonalen jeweils 15 ergibt. Jede Zahl von 1 bis 9 muss genau einmal vorkommen.

1		

1.5 Rechtecke

Aufgabe 51 *(Gesamtgröße)*

Ein Garten ist 18 m lang und ebenso breit; ein anderer 23 m lang und 19 m breit. Wie groß sind beide Gärten zusammen?

Aufgabe 52 *(Bauplätze)*

Eine rechteckige Wiese, die 235 m lang und 185 m breit ist, soll als Baugelände erschlossen werden. Auf Wege, Gräben und dergleichen entfallen 9 875 m^2. Die einzelnen Bauplätze haben eine Größe von 840 m^2. Wie viele Bauplätze erhält man?

Aufgabe 53 *(Garten)*

Ein mit einem Einfamilienhaus bebautes Grundstück ist 20 m lang und 42 m breit. Das Haus hat die Abmessungen 10,80 m und 8,50 m; Terrasse und Wege machen zusammen 182,40 m^2 aus. Wie groß ist die Fläche, die für den Garten verbleibt?

Aufgabe 54 *(Wohnung)*

Die Wohnung im Erdgeschoss eines Hauses ist 86,70 m^2 groß. Das Wohnzimmer hat die Abmessungen 4,60 m×5,40 m, das Schlafzimmer 4,60 m×3,20 m, die beiden Kinderzimmer je 4,20 m×3,40 m und die Küche 4,10 m×3,20 m. Der Rest entfällt auf den Flur und einen Abstellraum. Wie groß sind diese beiden Räume zusammen?

Aufgabe 55 *(Pausenhalle)*

Der Boden einer quadratischen Pausenhalle von 18 m Seitenlänge soll mit quadratischen Platten belegt werden, von denen jede einen Umfang von 1,60 m hat. Wie viele Platten werden benötigt?

Aufgabe 56 *(Farbe)*

Ein Zimmer ist 5 m lang und 4 m breit. Was kostet das Anstreichen der Decke, wenn die Farbe, die man für 1 m^2 benötigt, 14 € kostet?

Aufgabe 57 *(Dachpappe)*

Das Dach eines Schuppens ist 11 m lang und 3 m breit; es soll mit Dachpappe belegt werden, von der jeder Quadratmeter 7,30 € kostet. Wie viel kostet der Dachpappenbelag?

Aufgabe 58 *(Flure)*

Die Flure einer Schule sollen mit 1 dm^2 großen Fliesen belegt werden. Das Gebäude hat drei Stockwerke; jeder Flur ist 60 m lang und 4 m breit. Wie viele Fliesen sind nötig?

Aufgabe 59 *(Roggen)*

Ein Acker von 200 m Länge und 145 m Breite soll mit Roggen bestellt werden. Für jeden Quadratmeter braucht man 18 g Saatgut. Ein Kilogramm Saatgut kostet 1,40 €. Wie viel kostet das Saatgut für das gesamte Feld?

Aufgabe 60 *(Blumenbeet)*

Neben einem Weg befindet sich ein 1,2 m breiter Wiesenstreifen. Darauf soll ein Blumenbeet mit einer Gesamtfläche von 8,1 m^2 angelegt werden. Wie lang wird das Beet?

Aufgabe 61 *(Bäume)*

Ein Gärtner soll rund um einen Platz, der 180 m lang und 105 m breit ist, Bäume im Abstand von 15 m anpflanzen. Wie viele Bäume braucht er?

Aufgabe 62 *(Absperrband)*

Ein Bauherr soll seine Baugrube von 15 m Länge und 8 m Breite durch ein Band absichern. Wie viel Meter Band braucht er, wenn er es im Abstand von 2 m zur Grube anbringen will?

Aufgabe 63 *(Zaun)* (Ergebnis S. 89)

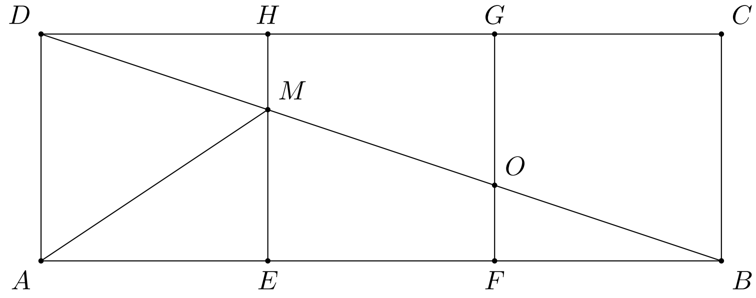
Die Einzäunung einer Fläche von 576 m^2 kostet 80 € pro Meter. Wie viel kostet der Zaun, wenn die Fläche quadratisch ist? Wie viel kostet der Zaun, wenn die Fläche rechteckig und eine Seite 36 m lang ist?

Aufgabe 64 *(Seitenverhältnis)*

Die Seiten eines Rechtecks verhalten sich wie 2 : 3. Das Rechteck hat die gleiche Fläche wie ein Quadrat mit der Seitenlänge 4 cm. Wie groß sind die Seiten a und b des Rechtecks?

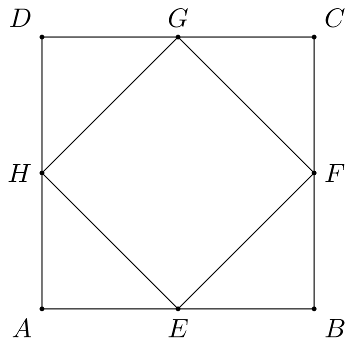
Aufgabe 65 *(Flächeninhalte)*

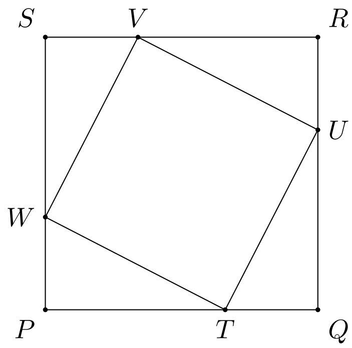
Die in der Abbildung dargestellte Figur zeigt ein Rechteck $ABCD$ aus drei gleichgroßen Quadraten $AEHD$, $EFGH$ und $FBCG$. Die Kanten der Quadrate sind jeweils 6 cm lang.



Die Strecke $\overline{BD}$ schneidet die Strecke $\overline{EH}$ im Punkt M so, dass die Strecke $\overline{EM}$ doppelt so lang ist wie die Strecke $\overline{MH}$. Entsprechend ist die Strecke $\overline{GO}$ doppelt so lang wie die Strecke $\overline{OF}$. Ermittle den Flächeninhalt a) des Vierecks $EFOM$, b) des Dreiecks FBO, c) des Vierecks $AFOD$ und d) des Dreiecks AMD.

Aufgabe 66 *(Quadrate)*





a) Die Abbildung zeigt ein Quadrat $ABCD$, dem ein Quadrat $EFGH$ so einbeschrieben ist, dass die Eckpunkte des kleineren Quadrates $EFGH$ genau auf den Seitenmitten des Quadrates $ABCD$ liegen. Der Flächeninhalt des Quadrates $ABCD$ beträgt 6 cm^2. Ermittle den Flächeninhalt des Quadrates $EFGH$.

b) Die Abbildung zeigt ein Quadrat $PQRS$, dem ein kleineres Quadrat $TUVW$ einbeschrieben ist. Das größere Quadrat hat einen Flächeninhalt von 36 cm^2 und das kleinere Quadrat hat einen Flächeninhalt von 25 cm^2. Ermittle den Flächeninhalt und den Umfang des Dreiecks PTW.

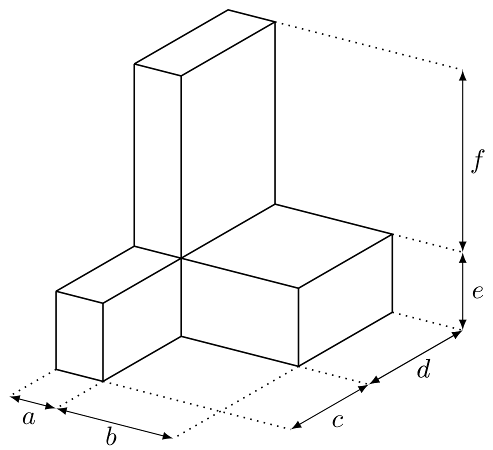
c) Ein Quadrat habe die Seitenlänge 32 cm. Es werden nun die Mittelpunkte der vier Seiten so verbunden, dass ein einbeschriebenes Quadrat entsteht. Dieses Verfahren wird fortgesetzt: Es entstehen weitere, immer kleinere einbeschriebene Quadrate. Ermittle die Seitenlänge des zehnten, so einbeschriebenen Quadrates.

1.6 Quader

Aufgabe 67 *(Zusammengesetzt)* (Ergebnis S. 89)

Der abgebildete Körper besitzt folgende Maße:

$a = 10\,\text{cm}$	$c = 25\,\text{cm}$	$e = 15\,\text{cm}$
$b = 25\,\text{cm}$	$d = 30\,\text{cm}$	$f = 35\,\text{cm}$



a) Von diesem Körper kann man genau eine Ecke nicht sehen. Wie viele Ecken besitzt er also insgesamt?

b) Berechne die Oberfläche und das Volumen des abgebildeten Körpers.

c) Gib die Oberfläche zusätzlich in mm^2 und dm^2 an.

d) Gib das Volumen zusätzlich in mm^3 und dm^3 an.

e) Wie groß ist die Fläche des Körpers, die man aus der aktuelle Perspektive nicht sehen kann?

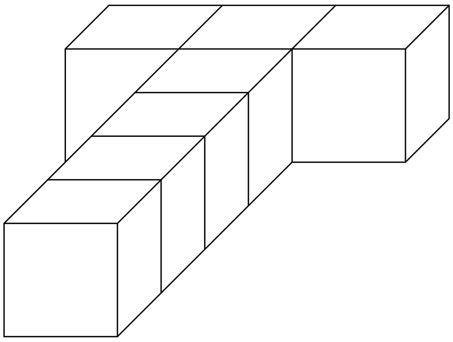
f) Welches Volumen hat der kleinstmögliche Quader, in den der abgebildete Körper komplett hineinpasst?

g) Welches Volumen hat der größtmögliche Quader, der komplett in den abgebildeten Körper hineinpasst?

h) Gold besitzt eine Dichte von ca. $19\,\text{g/cm}^3$. Eine *Feinunze* Gold wiegt etwa $30\,\text{g}$ und kostet rund $1\,000\,€$. Wie schwer und wie teuer würde der Körper sein, wenn er aus purem Gold wäre?

Aufgabe 68 *(Sieben Würfel)*

Der abgebildete Körper besteht aus sieben gleich großen Würfeln und besitzt eine Oberfläche von $1\,920\,\mathrm{cm}^2$. Wie groß ist sein Volumen?



1.7 Zirkel und Lineal

Aufgabe 69 *(Konstruktionsprobleme)*

Konstruiere die folgenden Objekte (nur) mithilfe von Zirkel und Lineal (ohne Markierung):

a) Den Mittelpunkt einer gegebenen Strecke

b) Die Winkelhalbierende eines gegebenen Winkels

c) Das Lot auf eine gegebene Gerade durch einen gegebenen Punkt

d) Die Parallele zu einer gegebenen Gerade durch einen gegebenen Punkt

e) Den Mittelpunkt eines gegebenen Kreises

f) Den Mittelpunkt des Umkreises eines gegebenen Dreiecks

g) Den Mittelpunkt des Inkreises eines gegebenen Dreiecks

h) Die Tangente an einen gegebenen Kreis durch einen gegebenen Punkt

i) Die gemeinsame äußere Tangente an zwei gegebene Kreise

j) Die gemeinsame innere Tangente an zwei gegebene Kreise

k) Eine Strecke der Länge $\frac{ab}{c}$, wobei a, b und c die Längen von drei gegebenen Strecken sind.

l) Eine Strecke der Länge $\sqrt{ab}$, wobei a und b die Längen von zwei gegebenen Strecken sind.

Aufgabe 70 *(Dreiteilung)*

Teile eine gegebene Strecke in drei gleich lange Teile und verwende dazu nur einen Zirkel und ein Lineal (ohne Markierung).

1.8 Dreisatz

Aufgabe 71 *(Drucker)* (Ergebnis S. 90)

Um 600 Seiten auszudrucken, benötigt ein Drucker 12 Minuten.

a) Wie lange braucht der Drucker für 900 Seiten?

b) Wie viele Seiten können in 15 Minuten gedruckt werden?

Aufgabe 72 *(Apfelsaft)* (Ergebnis S. 90)

Für 80 Liter Apfelsaft braucht man 100 kg Äpfel.

a) Wie viele Äpfel werden für 200 Liter Apfelsaft benötigt?

b) Wie viel Apfelsaft presst man aus 120 kg Äpfeln?

Aufgabe 73 *(Birnen)* (Ergebnis S. 90)

Im Supermarkt kosten 7 kg Birnen 13,30 €.

a) Wie teuer sind 5 kg?

b) Wie viel Kilogramm bekommt man für 22,80 €?

Aufgabe 74 *(Rindfleisch)* (Ergebnis S. 90)

700 Gramm Rindfleisch kosten 8,40 €.

a) Wie teuer sind 1 200 Gramm?

b) Wie viel Gramm bekommt man für 30 €?

Aufgabe 75 *(Kraftstoff)* (Ergebnis S. 90)

Für eine Strecke von 340 km braucht ein Pkw 28,56 l Benzin.

a) Wie viel Kraftstoff braucht der Pkw für 650 km?

b) Wie viele Kilometer kann er mit einem Tankinhalt von 60,48 l zurücklegen?

Aufgabe 76 *(Plakatwerbung)* (Ergebnis S. 90)

Eine Plakatwerbung kostet für 60 Tage 546 €. Wie viel Euro sind für 76 Tage zu zahlen?

Aufgabe 77 *(Zollgebühren)* (Ergebnis S. 90)

Für eine Sendung Waren im Wert von 16 000 € wurden 3 200 € Zoll gezahlt. Wie hoch sind die Zollgebühren bei einem Wert von 7 000 €?

Aufgabe 78 *(Benzinverbrauch)*

13 Autos verbrauchen monatlich 6 175 l Benzin. Es werden zwei weitere Autos gekauft. Wie hoch ist jetzt der monatliche Benzinverbrauch?

Aufgabe 79 *(Bezugspreis)*

Ein Großhändler bezieht 805 kg einer Ware für insgesamt 4 830 €. Ermittle den Bezugspreis für 245 kg der Ware.

Aufgabe 80 *(Dachpfannen)*

Für das Decken eines Daches von 408 m^2 werden 10 200 Dachpfannen benötigt. Wie viele Dachpfannen benötigt ein 381 m^2 großes Dach?

Aufgabe 81 *(Stichproben)*

Drei Angestellte vermessen monatlich 4 320 Stichproben. Wie viele Angestellte müssen bei 17 280 Stichproben je Monat eingesetzt werden?

Aufgabe 82 *(Abfüllautomaten)*

14 Abfüllautomaten haben eine Tageskapazität von 2 100 Flaschen. Wie viele Automaten müssen nachbestellt werden, um 3 000 Flaschen täglich abfüllen zu können?

Aufgabe 83 *(Ordner)*

28 Ordner kosten 156,80 €. Wie viel kosten 34 Ordner?

Aufgabe 84 *(Benzinkosten)*

Der Kraftstoffverbrauch für eine Strecke von 12 000 km beträgt 1 440 l. Ein Liter Benzin kostet 1,59 €. Wie hoch sind die Kraftstoffkosten für eine Fahrstrecke von 2 880 km?

Aufgabe 85 *(Umsatzprämie)*

Ein Vertreter erhält im April 1 146,60 € Umsatzprämie bei 109 200 € Umsatz. Errechne die Prämie nach einr Umsatzsteigerung von 8 400 €.

Aufgabe 86 *(Kaffee)*

Aus 50 kg Rohkaffee erhält man 43,3 kg Röstkaffee. Wie hoch ist der Röstverlust bei einer Tagesproduktion von 22 650 kg Röstkaffee?

Aufgabe 87 *(Stoffballen)*

Für einen Ballen Kleiderstoff von 32,4 m Länge zahlt ein Betrieb 436,80 €. Wie viel kostet ein 2,15 m langer Stoffballen?

Aufgabe 88 *(Provision)*

Ein Vertreter erhielt bei 36 250 € Umsatz 1 812,50 € Provision. Wie hoch ist die Provision bei 32 070 € Umsatz?

Aufgabe 89 *(Wärmepumpe)*

Eine Wärmepumpe verbraucht in 4,5 Stunden 174 kWh Strom. Wie viele kWh Strom verbraucht die Wärmepumpe in 15,25 Stunden?

Aufgabe 90 *(Solaranlage)*

Für den Einbau einer Solaranlage benötigen 3 Handwerker 8 Tage.

a) Wie lange brauchen 4 Handwerker für dem Einbau?

b) Wie viele Handwerker werden gebraucht, wenn die Solaranlage in 2 Tagen eingebaut sein soll?

Aufgabe 91 *(Mähdrescher)*

Für die Weizenernte werden 4 Tage lang 9 Mähdrescher eingesetzt.

a) Wie lange würden 12 Mähdrescher brauchen?

b) Wie viele Mähdrescher werden gebraucht, wenn man für Ernte nur 2 Tage Zeit hat?

Aufgabe 92 *(Werbeaktion)*

19 Betriebe planen eine gemeinsame Werbeaktion. Jeder Betrieb beteiligt sich mit 5 200 €. Um wie viel Euro sinken die Kosten je Betrieb, wenn sich fünf weitere Betriebe der Werbeaktion anschließen?

Aufgabe 93 *(Krankheit)*

Für einen Auftrag werden 24 Mitarbeiter 9 Arbeitstage lang benötigt. Wegen Krankheit können jedoch nur 18 Mitarbeiter eingesetzt werden. Wie viele Tage müssen nun für den Auftrag eingeplant werden?

Aufgabe 94 *(Fahrtzeit)*

Ein Auto braucht für eine Strecke 6 Stunden, wenn es mit 45 km/h fährt. In welcher Zeit wird der gleiche Weg bei 80 km/h Geschwindigkeit zurücklegt?

Aufgabe 95 *(Schifffahrt)*

Ein Schiff benötigt für eine Fahrt bei 17 Knoten 10 Tage und 18 Stunden. Wie lange ist das Schiff unterwegs, wenn es 20 Knoten fährt?

Aufgabe 96 *(Arbeitszeitverkürzung)*

Durch Arbeitszeitverkürzung auf 38 Stunden pro Woche bei vollem Lohnausgleich erhöht sich der Stundenlohn eines Arbeitnehmers von 20 € auf 21,06 €. Um wie viele Stunden je Woche hat sich die Arbeitszeit verkürzt?

Aufgabe 97 *(Holztransport)*

Um eine bestimmte Menge Holz abzufahren, müssen 6 Lkw je 16 mal täglich fahren. Wegen Bauarbeiten wird ein Umweg gefahren, so dass die Lkw nur zwölfmal je Tag fahren können. Wie viele Lkw müssen zusätzlich eingesetzt werden, um das Holz fristgemäß abzufahren?

Aufgabe 98 *(Batterienetz)*

Eine Batterie liefert 21 Glühlampen für 75 Betriebsstunden Strom. Es werden vier weitere Lampen an das Batterienetz angeschlossen. Für welche Zeit reicht reicht bei dieser Belastung die Batterieladung?

Aufgabe 99 *(Rohstoffvorrat)*

Ein Rohstoffvorrat reicht für 35 Maschinen 24 Arbeitstage. Für wie viele Arbeitstage reicht der Vorrat, wenn 7 Maschinen ausfallen?

Aufgabe 100 *(Kanalisationsarbeiten)*

Für Kanalisationsarbeiten benötigt ein Unternehmer bei 5 Arbeitstagen 18 Arbeiter. Die Arbeit soll aber in 3 Tagen beendet sein. Wie viele Arbeiter sind noch einzustellen?

Aufgabe 101 *(Fußbodenbelag)*

Ein Betrieb benötigt 34,5 m eines Fußbodenbelags von 70 cm Breite. Der Belag ist nur in einer Breite von 50 cm vorrätig. Wie viele Meter müssen geliefert werden?

Aufgabe 102 *(Umtausch)*

Ein Kunde tauscht Gläser um. Er hatte 12 Stück zu je 0,75 € gekauft. Dafür nimmt er jetzt solche zu je 0,45 €. Wie viele Gläser bekommt er dafür?

Aufgabe 103 *(Wassertank)*

Ein Wassertank mit einem Volumen von $168\,\mathrm{m}^3$ besitzt zwei Zuleitungen. Durch die eine Zuleitung passen 180 und durch die andere 240 Liter je Minute. Wie lange dauert das Füllen des Tanks, wenn beide Leitungen in Betrieb sind?

Aufgabe 104 *(Wolle)*

Aus 80 kg Wolle können 400 m Tuch von 120 cm Breite gewebt werden. Wie viele Meter Tuch von 90 cm Breite ergeben 150 kg Wolle?

Aufgabe 105 *(Inventur)*

Während einer Inventur nehmen 7 Verkäufer in 8 Stunden 5 600 Artikel auf. Wie lange benötigen 9 Verkäufer für 6 300 Artikel?

Aufgabe 106 *(Baumaßnahme)*

Eine Baumaßnahme dauert 4 Tage, wenn 6 Arbeiter täglich 8 Stunden arbeiten. Wie lange brauchen 8 Arbeiter für diese Arbeit wenn sie täglich 9 Stunden arbeiten?

Aufgabe 107 *(Öllampe)*

300 l Brennöl reichen für 20 Lampen, die an 25 Tagen jeweils 6 Stunden täglich brennen. Wie viel Öl benötigen 18 Lampen, die an 30 Tagen jeweils 5 Stunden brennen?

Aufgabe 108 *(Getränkeabfüllanlage)*

Eine Getränkeabfüllanlage, die aus fünf Maschinen besteht, wird im Dreischichtbetrieb sechs Stunden je Schicht betrieben. Die Anlage füllt je Arbeitstag 150 000 Flaschen. Der Abfüllbetrieb soll auf Vierschichtbetrieb mit drei Stunden Einsatz je Schicht umgestellt werden. Wie viele Maschinen sind zusätzlich in die Anlage einzubauen, wenn die Tagesleistung auf 200 000 Flaschen erhöht werden soll?

1.9 Prozentrechnung

Aufgabe 109 *(Schuhe)*

Anna bummelt an einem Schuhgeschäft vorbei, entdeckt im Schaufenster ein Plakat mit der Aufschrift *„Nur heute: Mindestens* 25 % *Rabatt auf alle Schuhe!“* und beschließt, sich die Schuhe einmal genauer anzusehen.

a) Auf ein Paar Schuhe, das gestern noch 76 € gekostet hat, gibt es die angekündigten 25 % Rabatt. Wie viel Euro spart Anna, wenn sie sich die Schuhe heute kauft?

b) Auf ein Paar Schuhe, das gestern noch 84 € gekostet hat, gibt es die angekündigten 25 % Rabatt. Wie viel Euro muss Anna heute für die Schuhe zahlen?

c) Anna findet im Geschäft ein Paar Schuhe, das von 74 € auf 51,80 € reduziert wurde. Wie viel Prozent Rabatt gibt es auf diese Schuhe?

d) Anna findet im Geschäft ein Paar Schuhe, das von 135 € auf 97,20 € reduziert wurde. Zu wie viel Prozent des alten Preises werden die Schuhe heute verkauft?

e) Vor einem Paar Schuhe steht auf einem großen roten Schild: „45 % *Rabatt!!! Jetzt nur noch* 27,50 €*!*“ Wie teuer waren diese Schuhe gestern?

f) Anna kauft sich drei Paar neue Schuhe und muss an der Kasse 152,32 € zahlen. Die Verkäuferin sagt: „Herzlichen Glückwunsch, das sind nur 64 % von dem Preis, den sie gestern hätten zahlen müssen.“ Wie teuer wäre der Einkauf gestern gewesen?

g) Anna weiß, dass auf Schuhe eine Mehrwertsteuer von 19 % erhoben wird. Wie teuer wäre der Einkauf geworden, wenn für Schuhe nur der reduzierte Mehrwertsteuersatz von 7 % gelten würde?

Aufgabe 110 *(Ausbildung)*

Für die Ausbildung einer Schülerin oder eines Schülers an öffentlichen Schulen gaben die öffentlichen Haushalte im Jahr 2010 durchschnittlich 5 800 € aus. Die höchsten Ausgaben je Schülerin bzw. Schüler wurden für Thüringen (7 700 €) ermittelt, die niedrigsten für Nordrhein-Westfalen (5 000 €). Um wie viel Prozent liegen die Ausgaben von Nordrhein-Westfalen unter dem bundesweiten Durchschnitt bzw. unter den Ausgaben von Thüringen?

Aufgabe 111 *(Grillkohle)*

Polen war im Jahr 2012 mit 59 000 Tonnen Hauptlieferant von Grillkohle für deutsche Grillfeiern. Insgesamt wurden nach vorläufigen Ergebnissen des Statistischen Bundesamtes 243 000 Tonnen Grillkohle nach Deutschland eingeführt. Noch vor fünf Jahren, im Jahr 2008, lag die Gesamtmenge importierter Holzkohle bei 158 000 Tonnen. Um wie viel Prozent ist die Importmenge zwischen 2008 und 2012 gestiegen? Welchen prozentualen Anteil hat polnische Grillkohle an der importierten Gesamtmenge im Jahr 2012?

Aufgabe 112 *(Gesundheit)*

Die Ausgaben für Gesundheit lagen in Deutschland im Jahr 2011 bei insgesamt 293,8 Milliarden Euro. Wie das Statistische Bundesamt anlässlich des Weltgesundheitstages mitteilt, waren das 5,5 Milliarden Euro mehr als 2010. Um wie viel Prozent sind die Ausgaben in diesem Jahr gestiegen?

Aufgabe 113 *(Handel)*

Ein Kunde bekommt auf eine Ware 15 % Rabatt und zahlt 1 250 €. Zu welchem Preis wurde die Ware ursprünglich im Geschäft angeboten, und zu welchem Preis hat der Händler die Ware selbst eingekauft, wenn er dieses Geschäft noch mit 12 % Gewinn abschließt?

Aufgabe 114 *(Schätzung)*

Zwei Personen schätzen das Gewicht eines Steins. Nach Schätzung von Person A beträgt das Gewicht des Steins 10 kg. Person B schätzt das Gewicht des Steins auf 16 kg. Ergänze die Sätze:

- Die Schätzung von A liegt ... % unter der Schätzung von B.
- Die Schätzung von B war ... % größer als die von A.

Aufgabe 115 *(Zwei Bücher)*

Adrian kauft zwei Bücher. Das Erste ist 50 % teurer als das Zweite. Um wie viel Prozent ist das zweite Buch günstiger als das Erste?

Aufgabe 116 *(Staubsauger)*

Ein Staubsauger kostet 190 €. Händler Müller möchte den Preis um 10 % heraufsetzen. Damit die Sache nicht so auffällt, beschließt er, den Preis zunächst um 5 % zu erhöhen. Einige Wochen später soll der neue Preis dann nochmals um 5 % steigen. Ist der alte Preis damit wirklich um 10 % erhöht worden?

Aufgabe 117 *(Pazifik)*

71 % der Erdoberfläche sind mit Wasser bedeckt. 47 % davon nimmt allein der Pazifik ein. Wie viel Prozent der Erdoberfläche sind das?

Aufgabe 118 *(Schüler)*

In einer Klasse sind 12 Mädchen und 60 % Jungen. Wie viele Schüler sind insgesamt in der Klasse?

Aufgabe 119 *(Pfahl im See)* (Ansatz S. 82)

Ein Pfahl steckt mit 30 % seiner Länge im Grund eines Sees. 40 % seiner Länge werden von Wasser umspült. 45 cm schauen aus dem Wasser heraus. Wie lang ist der Pfahl?

Aufgabe 120 *(Gesamtstrecke)*

Bei einer Laufveranstaltung führte Adrian 22 % der Strecke die Gruppe an, wurde aber dann für 29 % der Strecke von Ben an der Spitze abgelößt. Anschließend war dann Christian für weitere 26 % der Strecke Spitzenreiter. Die letzten 9,7 km wurden schließlich von Dennis dominiert. Wie lang war die Strecke?

Aufgabe 121 *(Handelsbilanz)*

Im Mai 2013 wurden von Deutschland Waren im Wert von 88,2 Milliarden Euro ausgeführt und Waren im Wert von 75,2 Milliarden Euro eingeführt. Damit waren die deutschen Ausfuhren im Mai 2013 um 4,8 % und die Einfuhren um 2,6 % niedriger als im Mai 2012. Gib die Handelsbilanz für Mai 2012 an.

Aufgabe 122 *(Orangensaft)* (Ergebnis S. 91)

Ein geschäftstüchtiger Getränkehändler erhöht den Preis für pfandfreien Orangensaft „ganz unauffällig“ auf folgende Weise: Er verkauft den Saft jetzt in 0,75-Liter-Flaschen, und zwar zu dem Preis, den er früher für die 1-Liter-Flaschen verlangt hat. Um wie viel Prozent hat sich der Orangensaft für den Kunden verteuert?

Aufgabe 123 *(Stundenlohn)* (Ergebnis S. 91)

Bei der Verkürzung der Arbeitszeit von 40 auf 38 Stunden pro Woche soll der Lohn gleich bleiben. Um wie viel Prozent wird folglich der Stundenlohn erhöht?

Aufgabe 124 *(Flächeninhalt)* (Ergebnis S. 91)

Gegeben ist ein Rechteck. Wie ändert sich sein Flächeninhalt (in Prozent), wenn seine Länge um 30 % größer und seine Breite um 30 % kleiner wird?

Aufgabe 125 *(Fett)* (Ergebnis S. 91)

Butter hat einen Fettgehalt von 82 %, Crème fraîche enthält 30 % Fett. Wie viel Gramm Butter enthält dieselbe Menge Fett wie ein Becher mit 125 g Crème fraîche?

Aufgabe 126 *(Kondensmilch)* (Ergebnis S. 91)

Eine Dose Kondensmilch enthält 250 g Milch mit einem Fettgehalt von 10 %. Wie viel Gramm Wasser muss man hinzufügen, um Milch von 4 % Fettgehalt zu bekommen?

Aufgabe 127 *(Summe)* (Ergebnis S. 91)

In einer Summe ist der erste Summand $\frac{5}{12}$ des zweiten Summanden. Wie viel Prozent der Summe entfällt auf den kleineren Summanden?

Aufgabe 128 *(Fische)*

Ein Angler besitzt einen Fischteich. Vor einigen Tagen fing er 30 Fische, markierte sie und setzte sie wieder aus. Am nächsten Tag fing er erneut mehrere Fische, davon waren 4 % markiert. Wie kann er nun berechnen, wie viele Fische etwa in seinem Teich sind?

1.10 Lineare Gleichungen

Aufgabe 129 *(Summe)*

Finde drei aufeinanderfolgende ganze Zahlen, deren Summe 24 ist.

Aufgabe 130 *(Alter)*

Adrian ist heute 6 mal so alt wie er vor 10 Jahren war. Wie alt ist Adrian heute?

Aufgabe 131 *(Altersunterschied)*

Ein Vater ist 38 Jahre alt, sein Sohn 11 Jahre. Nach wie vielen Jahren ist der Vater genau doppelt so alt wie der Sohn?

Aufgabe 132 *(Heizöl)*

Letztes Jahr reichten 6 240 l Heizölvorrat für 195 Tage. Wegen der starken Kälte wurden in diesem Winter durchschnittlich 40 l täglich verbraucht.

a) Wie viele Liter Heizöl wurden letztes Jahr durchschnittlich pro Tag verbraucht?

b) Wie viele Tage reicht der Vorrat in diesem Jahr?

Aufgabe 133 *(Treppe)*

Eine Treppe hat 24 Stufen mit einer Steighöhe von jeweils 18 cm. Wie viele Stufen hat eine gleich hohe Treppe, wenn jede Stufe eine Steighöhe von 16 cm besitzt?

Aufgabe 134 *(Wasserkisten)*

Ein Fahrstuhl ist für ein Maximalgewicht von 650 kg ausgelegt. Adrian wiegt 75 kg und möchte seine eingekauften Wasserkisten transportieren. Eine dieser Kisten wiegt 14 kg. Wie viele Wasserkisten kann Adrian höchstens im Fahrstuhl mitnehmen?

Aufgabe 135 *(Fisch)*

Bei einem Fisch nimmt der Kopf ein Drittel seines Gewichts, der Schwanz ein Viertel in Anspruch, das Mittelstück wiegt 5 kg. Wie viel wiegt der ganze Fisch?

Aufgabe 136 *(Schwimmbecken)*

Das Schwimmbecken einer Badeanstallt soll auf 1,50 m Wassertiefe aufgefüllt werden. Die gegenwärtige Wassertiefe beträgt 30 cm. Wenn die Zuleitung voll aufgedreht ist, hebt sich der Wasserspiegel um 8 cm in einer Stunde. Wie lange dauert das Auffüllen?

Aufgabe 137 *(Türme)*

Anna und Ben bauen Türme aus Geldmünzen. Anna baut ihren Turm aus 50-Cent-Münzen, die 2,38 mm dick sind, direkt auf die Tischplatte. Ben verwendet nur 1,67 mm dicke 2-Cent-Münzen und stellt den Turm auf sein 13 mm dickes Mathematikbuch. Beide legen immer gleichzeitig eine Münze auf ihren Stapel. Wie viele Münzen muss jeder stapeln, bis die oberste Münze von Annas Turm höher liegt als die von Ben?

Aufgabe 138 *(Tarife)*

Ein Elektrizitätswerk bietet folgende Tarife an:

- Tarif A: Monatlicher Grundpreis 150 € – Arbeitspreis 20 Cent pro kWh.
- Tarif B: Monatlicher Grundpreis 180 € – Arbeitspreis 15 Cent pro kWh.

Wie viele Kilowattstunden müssen abgenommen werden, damit es sich lohnt, den Tarif B zu wählen? Wie hoch ist dann die Rechnung vom Elektrizitätswerk?

Aufgabe 139 *(Preissteigerung)*

Zuletzt musste für 35 t Fracht 21 157,50 € gezahlt werden. Heute kosten 22 t sogar 13 981 €. Wie hoch ist die Preissteigerung je Tonne?

Aufgabe 140 *(Augsburg – Berlin)*

Augsburg liegt etwa 600 km weit von Berlin entfernt. Herr A startet in Augsburg und fährt mit einer Durchschnittsgeschwindigkeit von 160 km/h nach Berlin. Gleichzeitig startet Herr B in Berlin und fährt mit einer Durchschnittsgeschwindigkeit von 140 km/h nach Augsburg. Nach welcher Zeit begegnen sie sich und wie weit ist der Treffpunkt dann von Augsburg entfernt?

Aufgabe 141 *(Zwei Autofahrer)*

Zwei Autofahrer starten gleichzeitig in 55 km voneinander entfernten Orten. Der erste legt 75, der zweite 90 km pro Stunde zurück. Wie weit vom Startort des ersten Fahrers entfernt treffen sie sich?

Aufgabe 142 *(Zu Fuß)*

Onkel Josef möchte seine Nichte Josefine besuchen. Der Bahnhof, an dem er aussteigen muss, liegt noch 36 km von Josefines Heimatdorf entfernt. Nachdem er ausgestiegen ist, ruft er seine Nichte an und bittet sie ihn abzuholen. Diese setzt sich sofort in ihr Auto und fährt mit einer Durchschnittsgeschwindigkeit von 45 km/h zum Bahnhof. Da Onkel Josef nicht warten will, geht er Josefine entgegen. Er schafft 3 km pro Stunde. Wie weit muss er gehen, bis er von seiner Nichte mitgenommen wird?

Aufgabe 143 *(Adrian und Ben)*

Adrian und Ben haben sich verabredet. Sie starten beide um 15 Uhr mit ihren Fahrrädern in ihren 14 km voneinander entfernten Heimatorten. Adrian schafft in jeder Stunde 12, Ben 16 km. Wie weit von Adrians Heimatort entfernt treffen sie sich?

Aufgabe 144 *(Christian und Dennis)*

Christian und Dennis wohnen in den 42 km voneinander entfernten Orten C und D. Die beiden haben sich verabredet und fahren jeweils mit dem Fahrrad einander entgegen. Christian fährt um 14:00 Uhr mit einer durchschnittlichen Geschwindigkeit von 18 km/h los. 10 Minuten später startet Dennis in D. Er schafft 21 km pro Stunde. Wie weit von C entfernt treffen sie sich?

Aufgabe 145 *(Erik und Felix)*

Erik fährt um 8:00 Uhr mit dem Fahrrad los. Er erreicht eine durchschnittliche Geschwindigkeit von 16 km/h. Um 8:30 folgt ihm Felix auf seinem Roller, mit dem er 36 km/h im Schnitt zurücklegt. Wann hat Felix Erik eingeholt?

Aufgabe 146 *(LKW)*

Ein LKW beginnt um 10:00 Uhr seine Fahrt, wobei er durchschnittlich 60 km/h fährt. Eine Stunde nach seiner Abfahrt bemerkt der Chef, dass sein Fahrer wichtige Papiere vergessen hat. Er setzt sich in seinen PKW und folgt ihm. Er schafft 90 km/h. Wann holt er den LKW ein?

Aufgabe 147 *(Flugzeug)*

Ein Sportflugzeug startet vom Frankfurter Flughafen und fliegt mit einer Durchschnittsgeschwindigkeit von 520 km/h. Zwei Stunden später folgt eine Lufthansa-Maschine, die eine Geschwindigkeit von 910 km/h erreicht. Wann wird das Sportflugzeug eingeholt?

Aufgabe 148 *(Skilanglauf)*

Bei einem Verfolgungsrennen zweier Skilangläufer erhält einer einen Vorsprung von 1,5 km, so dass er bis zum Ziel 8,5 km zurücklegen muss. Mit welcher Geschwindigkeit ist er unterwegs, wenn sein Gegner ihn bei einer durchschnittlichen Geschwindigkeit von 26 km/h im Ziel einholt?

Aufgabe 149 *(Trainingsrunden)*

Zwei Sportler drehen auf einer 400 m langen Laufbahn ihre Trainingsrunden. Sie starten gleichzeitig, aber der eine erreicht eine Durchschnittsgeschwindigkeit von 18 km/h und der andere von 15 km/h. Wann überrundet der schnellere Läufer den langsameren, und welche Strecke hat er bis dahin zurückgelegt?

Aufgabe 150 *(Autoschlange)*

Ein Hubschrauber des ADAC überfliegt mit einer Geschwindigkeit von 150 km/h eine Autoschlange, die nur langsam vorankommt. Wenn er die Schlange gegen die Fahrtrichtung der Autos überfliegt, benötigt er dafür 4 Minuten, überfliegt er die Schlange in Fahrtrichtung, benötigt er 6 Minuten. Bestimme die Länge und die Geschwindigkeit der Autoschlange!

Aufgabe 151 *(Das Floß)* (Ansatz S. 83; Ergebnis S. 92)

Ein Motorboot, das auf einem Fluss zwischen den Städten A und B pendelt, benötigt für die Fahrt flussabwärts 32 Stunden. Die Rückfahrt von B nach A dauert 48 Stunden. In wie vielen Stunden bewegt sich ein Floß von A nach B?

Aufgabe 152 *(Rum)*

Für einen besonderen Drink braucht ein Barkeeper 40 %-igen Rum, der ihm aber ausgegangen ist. In welchem Verhältnis könnte er 20 %-igen und 80 %-igen Rum zu 40 %-igem mischen?

Aufgabe 153 *(Wasser)*

Zwei Liter 100 °C heißes Wasser werden mit einem Liter 10 °C kaltem Wasser gemischt. Welche Temperatur hat die Mischung?

Aufgabe 154 *(Kaffee)*

Wie viel Milch mit einer Temperatur von 4 °C muss man in 0,2 Liter 74 °C warmen Kaffee schütten, damit der Milchkaffee eine Temperatur von 60 °C bekommt?

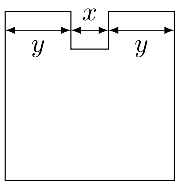
Aufgabe 155 *(Jodlösung)* (Ansatz S. 83; Ergebnis S. 92)

Eine Lösung von 16 % Jod in Alkohol wiegt 735 g. Es soll eine 10 %-ige Jodlösung hergestellt werden. Wie viel Gramm Alkohol muss man hinzufügen?

Aufgabe 156 *(Museum)* (Ansatz S. 83; Ergebnis S. 92)

Die Eintrittskarte in ein Museum kostete 1,50 €. Nachdem der Eintrittspreis gesenkt wurde, wuchsen die Besucherzahlen um 50 % und die Einnahmen um 25 %. Um wie viel Cent pro Karte wurde der Preis verringert?

Aufgabe 157 *(Quadrat)*



Aus einem 80 cm langen Draht soll eine quadratische Figur mit einer quadratischen Aussparung gebogen werden. Gib eine Gleichung für den Umfang und eine mögliche Lösung an.

Aufgabe 158 *(Pumpen)*

Um ein leeres Becken zu füllen, braucht eine kleine Pumpe 45 Minuten. Eine große Pumpe füllt das Becken in 30 Minuten. Nach wieviel Minuten ist das Becken gefüllt, wenn beide gleichzeitig arbeiten?

Aufgabe 159 *(Pflaumen)*

Adrian, Beatrix und Celine pflücken Pflaumen und legen sie in ihre Körbe, die alle die gleiche Größe haben. Adrian füllt seinen Korb in 10, Beatrix in 15 und Celine in 30 Minuten. In welcher Zeit können sie zusammen einen Korb füllen?

Aufgabe 160 *(Haggis)*

Ein Löwe, ein Wolf und ein Hund fressen gemeinsam ein Schaf. Ein Löwe allein würde das Schaf in einer Stunde fressen, der Wolf bräuchte 4 Stunden dafür und der Hund alleine 6 Stunden. Wie lange brauchen sie, wenn sie zusammen fressen?

Aufgabe 161 *(Uhrzeit)*

Addiert man ein Viertel der Zeit seit Mitternacht bis jetzt zur Hälfte der Zeit von jetzt bis Mitternacht, so erhält man die genaue Uhrzeit. Wie spät ist es?

Aufgabe 162 *(Seiten)*

Für die Nummerierung der Seiten eines Buches wurden 2322 Ziffern verwendet. Wie viele Seiten hat das Buch?

Aufgabe 163 *(Gerade Zahlen)*

Anna behauptet: „Immer wenn man zwei ungerade Zahlen addiert, kommt eine gerade Zahl als Ergebnis heraus!“ Hat Anna recht, oder irrt sie sich?

Aufgabe 164 *(Durch 3 teilbare Zahlen)*

Beatrix behauptet: „Wenn jede der natürlichen Zahlen a und b durch 3 teilbar ist, dann ist auch die Summe $a + b$ durch 3 teilbar!“ Hat Beatrix recht, oder irrt sie sich?

Aufgabe 165 *(Gleichseitiges Dreieck)*

Vivian behauptet: „Wenn P ein beliebiger Punkt im Inneren eines gleichseitigen Dreiecks ist, dann ist die Summe der Abstände dieses Punktes zu den drei Dreiecksseiten konstant!“ Hat Vivian recht, oder irrt sie sich?

Aufgabe 166 *(Bewässerung)*

Adrian muss im Sommer jeden Abend die Pflanzen wässern. Dafür benötigt er im Durchschnitt 1,5 Stunden. Nun möchte er herausfinden, wie viel Geld das benötigte Wasser kostet. Er findet heraus, dass der Gartenschlauch in 10 Sekunden einen Wasserdurchlauf von 2 Litern hat. Von seinem Vater erfährt er, dass ein Kubikmeter Wasser zurzeit 1,15 € kostet.

a) Wie viel Wasser verbraucht Adrian jeden Abend?

b) Berechne die Kosten für 1000 Liter Wasser.

c) Wie teuer ist die Bewässerung, die Adrian abendlich durchführt?

d) Wie lange hat Adrian gewässert, wenn sich die Wasserkosten auf 6,90 € belaufen?

Aufgabe 167 *(Die Flasche)* (Ansatz S. 83; Ergebnis S. 92)

Ein Sportler schwimmt gegen den Strom in einem Fluss und verliert unter einer Brücke eine Flasche. Ohne den Verlust zu bemerken schwimmt er zunächst noch eine viertel Stunde weiter. Als er bemerkt, dass er seine Flasche verloren hat, schwimmt er zurück und holt sie 2 km von der Brücke entfernt wieder ein. Ermittle die Strömungsgeschwindigkeit des Flusses.

1.11 Lineare Gleichungssysteme

Aufgabe 168 *(Zahlenrätsel)*

a) Die Differenz zweier Zahlen beträgt 19, ihre Summe 53. Wie heißen die Zahlen?

b) Bestimme zwei Zahlen so, dass deren halbe Differenz 5 beträgt und deren doppelte Summe 30.

c) Zwei Zahlen haben die Summe 45. Die eine Zahl ist um 9 größer als die andere. Wie heißen die Zahlen?

d) Eine zweistellige Zahl hat die Quersumme 9. Wenn die Einerziffer verdreifacht wird, ist die Quersumme 13. Wie lautet die ursprüngliche Zahl?

e) Vertauscht man die Einer- und die Zehnerziffer einer zweistelligen Zahl mit der Quersumme 9, so erhält man eine um 63 größere Zahl. Wie lautet die ursprüngliche Zahl?

Aufgabe 169 *(Altersunterschied)*

a) Anna ist 5 Jahre älter als ihre Schwester Beatrix. In 20 Jahren ist sie doppelt so alt wie Beatrix heute ist. Wie alt sind die beiden heute?

b) Celine und ihre zwei Jahre jüngere Schwester Diana sind zusammen 28 Jahre alt. Wie alt sind die beiden?

c) Adrian und Ben sind zusammen 34 Jahre alt. Im nächsten Jahr ist Adrian doppelt so alt wie Ben. Wie alt sind die beiden heute?

d) Ein Großvater und sein Enkel sind zusammen 100 Jahre alt. Vor 10 Jahren war der Großvater genau dreimal so alt wie sein Enkel. Wie alt sind die beiden heute?

Aufgabe 170 *(Taschengeld)*

Adrian hat im ganzen Jahr dreimal so viel Taschengeld wie Ben. Zusammen haben sie 448 €. Wie viel Taschengeld erhält jeder pro Monat?

Aufgabe 171 *(Urlaubsgeld)*

Ein Handwerksmeister will an seine 3 Gesellen und 2 Lehrlinge 2 000 € Urlaubsgeld auszahlen. Ein Geselle soll 200 € mehr erhalten als ein Lehrling. Wie viel erhält jeder Geselle und wie viel jeder Lehrling?

Aufgabe 172 *(Basketball)*

Beim letzten Basketballspiel hat Adrian sechs Körbe mehr erziehlt als Ben, und Ben doppelt so viele wie Christian. Zusammen haben sie 56 Körbe erziehlt. Wie viele Körbe hat jeder erziehlt?

Aufgabe 173 *(Lotto)*

Anna, Beatrix und Celine spielen zusammen im Lotto. Sie landen einen Hauptgewinn von 235 000 €. Auf Grund einer vorherigen Abmachung erhält Beatrix 15 000 € mehr als Anna und Celine 25 000 € mehr als Beatrix. Wie hoch ist der Gewinn von Anna?

Aufgabe 174 *(Strömungsgeschwindigkeit)*

Ein Schwimmer erreicht, wenn er mit der Strömung eines Flusses schwimmt, eine Geschwindigkeit von 5 km/h; schwimmt er gegen die Strömung erreicht er 2 km/h. Berechne die Strömungsgeschwindigkeit.

Aufgabe 175 *(Weser)*

Ein Ausflugsschiff benötigt für eine 50 km lange Strecke auf der Weser stromabwärts 3 Stdunden und 20 Minuten, stromaufwärts dagegen 5 Stunden. Berechne die Fließgeschwindigkeit der Weser.

Aufgabe 176 *(Rolltreppe)*

Auf einer aufwärts fahrenden Rolltreppe steigt ein Schüler die Treppen zusätzlich hinauf. Für die 20 m lange Treppe benötigt er 12,5 s. Wenn er sich auf der Rolltreppe mit gleicher Geschwindigkeit hinab bewegt, ist er erst nach 50 s oben angelangt. Mit welcher Geschwindigkeit bewegt sich die Rolltreppe?

Aufgabe 177 *(Rechteck)*

Ein Rechteck hat einen Umfang von 44 cm. Eine Seite ist 3 cm länger als die andere. Wie lang sind die beiden Seiten?

Aufgabe 178 *(Flasche)*

Eine formschöne Flasche kostet mit Korken 1,10 €. Die Flasche ist um 1 € teurer als der Korken.Wie viel kostet die Flasche allein?

Aufgabe 179 *(Kaninchen und Hühner)*

In einem Stall befinden sich Kaninchen und Hühner, zusammen 35 Tiere mit insgesamt 98 Beinen. Wie viele Tiere jeder Art befinden sich im Stall?

Aufgabe 180 *(Hotel)*

Ein Hotel verfügt über 135 Betten in 75 Ein- und Zweibettzimmern. Wie viele Einzel-, wie viele Doppelzimmer sind vorhanden?

Aufgabe 181 *(Zug)*

Ein Zug, der aus 10 Wagen und einer Lokomotive besteht, führt zweiachsige Güterwagen mit sich und dreiachsige Personenwagen. Die Lokomotive hat vier Achsen. Wie viele Personen- und Güterwagen befinden sich im Zug, wenn er insgesamt auf 64 Rädern läuft?

Aufgabe 182 *(Schwimmbecken)*

Ein Schwimmbecken kann durch zwei Rohre gefüllt werden. Wenn beide Rohre gemeinsam 4 Stunden lang geöffnet sind und anschließend Rohr 2 geschlossen wird, muss Rohr 1 noch 2 Stunden geöffnet bleiben, um das Becken vollständig zu füllen. Wird nach den vier Stunden aber Rohr 1 geschlossen, muss das zweite Rohr drei weitere Stunden bis zur vollständigen Füllung geöffnet bleiben. In welcher Zeit kann das Becken durch jedes der beiden Rohre allein gefüllt werden?

Aufgabe 183 *(Stausee)*

Ein Stausee kann durch zwei Zuflüsse in 8 Tagen gefüllt werden. Wenn der zweite Zufluss aber nach 4 Tagen geschlossen wird, benötigt man weitere 12 Tage, um den Füllvorgang (allein über den ersten Zufluss) abzuschließen. Wie lange braucht man, wenn man für den gesamten Füllvorgang jeweils nur einen der beiden Zuflüsse verwendet?

Aufgabe 184 *(Bauaushub)*

Zum Abtransport eines Bauaushubs werden zwei LKW eingesetzt. Zunächst fahren beide LKW je dreimal, anschließend müsste der erste LKW noch dreimal oder der zweite LKW noch viereinhalb mal beladen werden, um den Rest abzutransportieren. Wie oft hätte jeder LKW allein fahren müssen?

Aufgabe 185 *(Bagger)*

Zum Ausheben eines Grabens wird 3 Tage lang ein Bagger eingesetzt. Vom vierten bis zum sechsten Tag kommt ein zweiter Bagger hinzu bis die gesamte Arbeit erledigt ist. Wären zunächst beide Bagger drei Tage lang gemeinsam eingesetzt worden, so hätte der zweite Bagger noch einen weiteren Tag allein arbeiten müssen, um die Arbeit abzuschließen. Wie lange hätte jeder Bagger allein benötigt?

Aufgabe 186 *(Atlantik)*

Die drei großen Ozeane (Pazifik, Atlantik, Indischer Ozean) haben zusammen eine Wasseroberfläche von 320 Millionen Quadratkilometern. Der Pazifik ist doppelt so groß wie der Atlantik, der Indische Ozean ist um 10 Millionen Quadratkilometer kleiner als der Atlantik. Wie groß ist die Oberfläche des Atlantiks?

Aufgabe 187 *(Allianz-Arena)*

Die 66 000 Sitzplätze der Münchner Allianz-Arena verteilen sich auf drei Ränge. Im mittleren Rang sind 20 % mehr Plätze als im unteren Rang und im obersten Rang sind 2 000 Plätze weniger als im mittleren Rang. Wie viele Plätze sind auf jedem Rang?

Aufgabe 188 *(Wahl)*

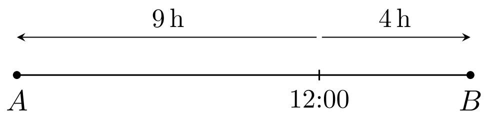
An einer Wahl nahmen 426 688 Wahlberechtigte teil und stimmten je für eine Partei A, B, C. Die Partei B erhielt 70 % der Stimmen von A, die Partei C 80 % der Stimmen von B. Wie viele Stimmen erhielt jede Partei?

Aufgabe 189 *(Glaskasten)*

In einem geschlossenen quaderförmigen Glaskasten befinden sich $1\,800\,\text{cm}^3$ Wasser. Legt man den Glaskasten nacheinander mit seinen verschiedenen Außenflächen auf einen ebenen Tisch, so steht das Wasser einmal 3 cm, einmal 4 cm und einmal 6 cm hoch. Ermittle die inneren Kantenlängen des Glaskastens.

Aufgabe 190 *(High Noon)*

In den beiden Orten A und B brechen zur selben Zeit zwei Fahrradfahrer auf. Der Fahrradfahrer, der in A startet, fährt nach B, und der Fahrradfahrer, der in B startet, fährt nach A. Sie benutzen denselben Weg und treffen sich genau um 12:00 Uhr mittags.



Nachdem sie sich begegnet sind, braucht der eine Fahrradfahrer noch 4 Stunden bis er in B, und der andere Fahrradfahrer noch 9 Stunden bis er in A angekommen ist. Wann sind die beiden Fahrradfahrer aufgebrochen?

Aufgabe 191 *(Mario und Luigi)* (Ansatz S. 84; Ergebnis S. 93)

Mario und Luigi sind mit dem Auto unterwegs. Sie wechseln sich beim Fahren ab. Wenn Luigi am Steuer sitzt, fahren sie doppelt so schnell wie mit Mario am Steuer. Auf der Fahrt von Adorf nach Bedorf fährt jeder die Hälfte der Zeit. Auf dem Rückweg nehmen sie dieselbe Strecke, allerdings fährt diesmal jeder die Hälfte des Weges. Für die Rückfahrt brauchen sie genau eine Stunde länger als für die Hinfahrt. Wie lange dauert die Hinfahrt?

1.12 Quadratische Gleichungen

Aufgabe 192 *(Zahlenrätsel)*

a) Multipliziert man eine Zahl mit der Hälfte dieser Zahl, so erhält man 162. Wie lautet die gesuchte Zahl?

b) Das Produkt zweier aufeinander folgender ganzer Zahlen ist um 55 größer als ihre Summe. Wie lauteten die gesuchten Zahlen?

c) Die Quadrate dreier aufeinander folgender Zahlen ergeben zusammen 1 202. Wie lauteten die gesuchten Zahlen?

d) Verändere die Aufgabe c) so, dass sie unlösbar wird.

e) Multipliziert man das Dreifache einer Zahl mit einem Viertel dieser Zahl, so erhält man 108. Wie lautet die gesuchte Zahl?

Aufgabe 193 *(Speer)*

Mithilfe der Funktion $h(x) = -0{,}02x^2 + 0{,}8x + 1{,}8$ kann die Flugkurve eines Speers beschrieben werden (x und $h(x)$ in m).

a) Was bedeutet $h(0)$ im Anwendungskontext?

b) Wie weit fliegt der Speer?

c) Wie hoch ist der Speer am höchsten Punkt seiner Flugbahn?

Aufgabe 194 *(Snowboardhelme)*

Ein Unternehmen bietet Snowboardhelme für 39 € das Stück an. Eine Marktanalyse ergab, dass sich der tägliche Gewinn G (in €) bei einem Verkaufspreis x (in €) mit folgender Formel berechnen lässt:

$$G = -x^2 + 70x - 1000$$

a) Zu welchem Preis sollte das Unternehmen die Snowboardhelme anbieten?

b) Wie groß wäre dann der tägliche Gewinn?

Aufgabe 195 *(Tordurchfahrt)*

Eine Tordurchfahrt hat die Form einer Parabel. Sie ist 6 m hoch und 4 m breit. Ein Fahrzeug ist 3 m breit und 2,20 m hoch. Kann dieses Fahrzeug die Tordurchfahrt passieren?

Aufgabe 196 *(Bogenbrücke)*

Eine parabelförmige Bogenbrücke hat eine Spannweite von 223 m. Ein Wanderer will die Höhe der Brücke bestimmen. Im Abstand von 1,2 m zum Fußpunkt der Brücke (durch Fußschrittmessung) ist der Brückenbogen 2,0 m hoch (durch Vergleich mit der Körpergröße).

a) Welche Höhe hat der Brückenbogen an seiner höchsten Stelle?

b) Um wie viel Prozent ändert sich die ermittelte Brückenhöhe, wenn der Wanderer bei der Fußschrittmessung 10 cm weniger gemessen hätte?

Aufgabe 197 *(Fallhöhe)*

Adrian und Ben stehen auf einer Klippe in Australien. Beide schätzen die Höhe der Klippe. Adrian erinnert sich, dass sich die Höhe h bestimmen lässt, indem man einen Stein fallen lässt und die Fallzeit t misst. Die Fallhöhe des Steins in m entspricht dann etwa fünfmal der Fallzeit in s zum Quadrat.

a) Stelle eine Funktionsgleichung auf, mit der man die Höhe der Klippe bestimmen kann.

b) Adrian lässt einen Stein fallen und Ben misst eine Fallzeit von 2 Sekunden. Wie hoch ist die Klippe ungefähr?

c) Eine andere Klippe soll laut Reiseführer 32 m hoch sein. Wie lange müsste ein fallengelassener Stein fliegen?

Aufgabe 198 *(Flächen und Seiten)*

a) Gegeben ist ein Rechteck mit den Seitenlängen 6 cm und 5 cm. Verkürze alle Seiten um jeweils dieselbe Länge, sodass der Flächeninhalt $\frac{2}{3}$ des ursprünglichen Inhalts beträgt. Bestimme die neuen Seitenlängen.

b) Von einem Rechteck ist bekannt: Der Umfang beträgt 23 cm, der Flächeninhalt beträgt 30 cm^2. Bestimme die Seitenlängen des Rechtecks.

c) Eine Rechtecksseite ist 17 cm länger als die andere. Die Diagonale beträgt 25 cm. Welchen Umfang hat das Rechteck?

Aufgabe 199 *(Gateway-Arch)*

Der Gateway-Arch (1959–1965 gebaut) in St. Louis, Missouri, ist laut Angaben eines Reiseführers ein parabelförmiger Bogen aus rostfreiem Stahl. Er ist 630 Fuß (*ft*) hoch und an seiner breitesten Stelle ebenso breit. Er soll als „Tor zum Westen“ an den nach 1800 einsetzenden Siedlerstrom nach Westen in den USA erinnern.

a) Wie breit ist der Bogen in 300 *ft* Höhe (in *ft*)?

b) 1 *ft* entspricht 0,304 8 m. Bestimme eine Funktionsgleichung mit der man die Höhe des Gateway-Arch in Metern beschreiben kann.

c) Bei einer Flugshow soll ein Flugzeug mit einer Flügelspannweite von 18 m unter dem Bogen hindurch fliegen. Welche maximale Flughöhe muss der Pilot einhalten, wenn in vertikaler und horizontaler Richtung ein Sicherheitsabstand zum Bogen von 10 m eingehalten werden muss?

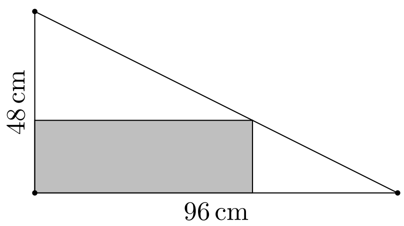
Aufgabe 200 *(Kaninchenstall)*

Anna möchte für ihre Kaninchen im Garten einen rechteckigen Stall bauen. Sie möchte den Stall so bauen, dass er auf einer Seite von der Hausmauer begrenzt wird. Die anderen drei Seiten werden durch Maschendraht begrenzt.

a) Sie hat 16,80 m Maschendraht zur Verfügung. Wie lang muss Anna die Seitenlängen des Stalls wählen, damit die Auslauffläche für die Kaninchen möglichst groß wird?

b) Wie lang muss Anna die Seitenlängen wählen, wenn sie zwei Hausmauern als Begrenzung hat und nur zwei Seiten mit dem Maschendrahtzaun begrenzen muss?

Aufgabe 201 *(Tasche)*

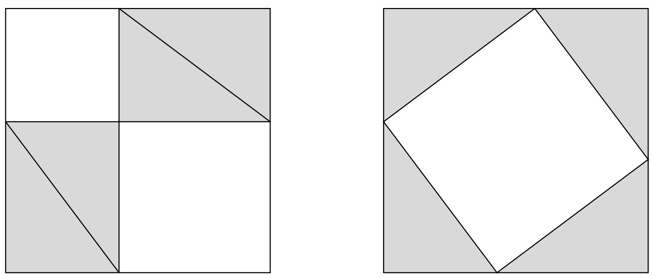


Aus einem dreieckigen Stück Stoff möchte Beatrix ein möglichst großes rechteckiges Stück ausschneiden, um daraus eine Tasche zu nähen. Welche Seitenlängen muss das rechteckige Stoffstück haben, damit sein Flächeninhalt möglichst groß ist?

1.13 Satz des Pythagoras

Aufgabe 202 *(Begründung)*

Begründe mithilfe der Abbildung, warum der Satz des Pythagoras richtig ist.



Aufgabe 203 *(Leiter)* (Ergebnis S. 95)

a) Der Fuß einer Leiter steht 2,5 m vor einer Hauswand. Die Leiter erreicht ein 6 m hoch gelegenes Fenster. Wie lang ist die Leiter?

b) Eine 12,5 m lange Leiter lehnt an einer Hauswand. Das untere Leiterende steht dabei 3,5 m von der Wand entfernt. In welcher Höhe liegt die Leiter an der Hauswand an?

Aufgabe 204 *(Sendemast)* (Ergebnis S. 95)

a) Ein 90 m langes Stahlseil ist in einer Höhe von 72 m an einem Sendemast angebracht. In Welcher Entfernung vom Fußpunkt des Mastes ist das Seil im Erdboden verankert?

b) Ein 60 m langes Seil ist 36 m vom Mast entfernt im Erdboden verankert. In welcher Höhe kann das Seil maximal am Sendemast befestigt werden?

Aufgabe 205 *(Klappleiter)* (Ergebnis S. 95)

Eine Klappleiter hat eine Länge von 3 m. Sie steht am Boden 1,2 m auseinander. Welche maximale Höhe h in m ist möglich?

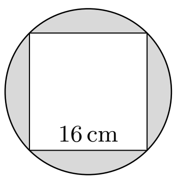
Aufgabe 206 *(Laterne)* (Ergebnis S. 95)

Eine Lampe hängt zwischen zwei 5 m hohen und 12 m voneinander entfernten Laternenmasten. Wie hoch in darf ein darunter fahrendes Fahrzeug maximal sein, wenn die Lampe an einem 12,1 m langen Stahlseil befestigt ist?

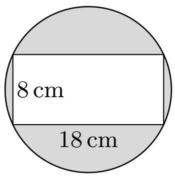
Aufgabe 207 *(Leuchtturm)* (Ergebnis S. 95)

Wie weit ist der Horizont entfernt, wenn man auf einem 45 m hohen Leuchtturm steht? Stelle dir die Erde als Kugel vor und verwende bei der Berechnung einen Erdradius von 6 370 km.

Aufgabe 208 *(Balken)*



Aus einem Baumstamm soll ein Balken mit der abgebildeten quadratischen Grundfläche gesägt werden. Berechne den Durchmesser, den der Baumstamm mindestens haben muss.



Welchen Durchmesser muss ein Baumstamm mindestens haben, aus dem ein Balken mit der abgebildeten rechteckigen Grundfläche geschnitten werden soll?

Aufgabe 209 *(Kantholz)*

Aus einem Baumstamm mit 15 cm Durchmesser soll ein quadratisches Kantholz mit möglichst großer Grundfläche herausgesägt werden. Wie lang sind die Seiten der Grundfläche?

Aufgabe 210 *(Flussüberquerung)*

Ein Fluss ist 180 m breit und hat eine Strömungsgeschwindigkeit $v = 0{,}8\,\mathrm{m/s}$. Um ihn zu überqueren braucht ein Schwimmer 5 Minuten.

a) Um wie viel m wird der Schwimmer dabei seitlich abgetrieben?

b) Wie viel m hat der Schwimmer bei der Überquerung zurückgelegt?

Aufgabe 211 *(Karte)*

Auf einer Karte (Maßstab 1 : 25 000) wird ein rechtwinkliges Dreieck ABC markiert. Die Länge der Hypothenuse $\overline{BC}$ beträgt 10 cm. Die Kathete $\overline{AB}$ wird mit 2,8 cm gemessen. Bestimme die tatsächliche Länge der Strecke $\overline{AC}$ (in m).

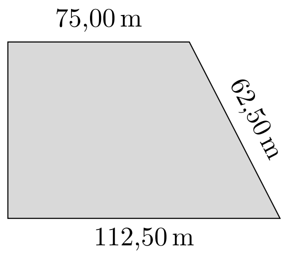
Aufgabe 212 *(Steigung)*

a) Ein Auto befährt eine Passstraße von 12,5 km Länge und überwindet dabei eine Höhe von 1 005 m. Berechne die Steigung in Prozent.

b) Welche konstante Steigung müsste eine Straße haben, die einen Höhenunterschied von 157 m auf einer Strecke von 1 800 m überwindet?

c) Wie lange wäre eine Straße mindestens, die bei maximal 10 % Steigung einen Höhenunterschied von 157 m überwindet?

Aufgabe 213 *(Grundstück)*



Ein trapezförmiges Grundstück soll verkauft werden. Der Besitzer verlangt 32 € für einen Quadratmeter. Wie teuer ist das gesamte Grundstück?

Aufgabe 214 *(Bilddiagonale)*

Bildschirme von Fernsehgeräten gibt es in zwei unterschiedlichen Formaten. Das Verhältnis von Breite zu Höhe beträgt bei älteren Geräten 4:3, bei neuen 16:9. Die Bildschirmgröße wird in der Regel mit der Länge der Bilddiagonalen angegeben.

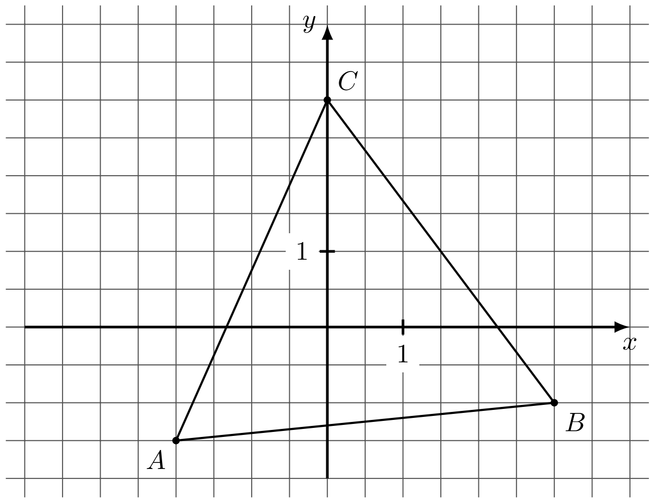
a) Berechne Höhe und Breite von Bildschirmen mit den Bilddiagonalen 69 cm und 89 cm bei einem 4:3-Format. Um wie viel cm^2 unterscheiden sich die beiden Bildschirmflächen?

b) Wenn ein Film im 16:9-Format auf einem Bildschirm im 4:3-Format gezeigt wird, sieht man oben und unten schwarze Streifen. Wie viel Prozent der Bildfläche werden von dem Film eingenommen?

c) Anna hat einen 89er-Bildschirm im Format 4:3. Beim Format 16:9 bleiben bei herkömmlichen Sendungen rechts und links Streifen, falls die Höhe voll ausgenutzt wird. Anna möchte einen neuen Fernseher im Format 16:9 kaufen. Dabei soll eine herkömmliche Sendung dieselbe Größe haben wie bisher. Welche Bildschirmdiagonale muss Anna kaufen?

Aufgabe 215 *(Umfang)*

Welchen Umfang hat das Dreieck?



Aufgabe 216 *(Gleichseitig)*

a) Welchen Flächeninhalt hat ein gleichseitiges Dreieck mit dem Umfang 1 m?

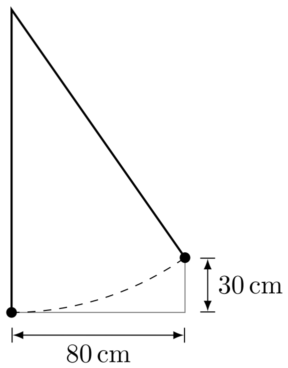
b) Welchen Flächeninhalt hat ein gleichseitiges Dreieck mit der Höhe 1 m?

c) Welchen Umfang hat ein gleichseitiges Dreieck mit Flächeninhalt $1\,\mathrm{m}^2$?

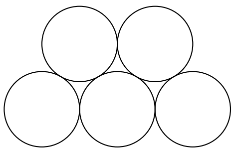
d) Welchen Umfang hat ein gleichseitiges Dreieck mit der Höhe 1 m?

Aufgabe 217 *(Pendel)*

Wenn man ein Pendel 80 cm zur Seite auslenkt, hängt das Gewicht 30 cm höher als in Ruhelage. Wie lang ist das Pendel?



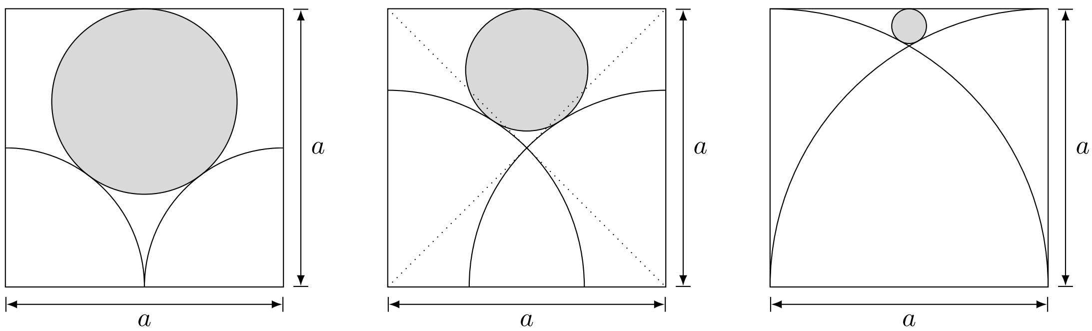
Aufgabe 218 *(Rohre)*



Fünf Rohre mit einem Durchmesser von jeweils 1 m werden auf einen Anhänger geladen – drei Rohre in der unteren Reihe, zwei versetzt darüber. Wie hoch ist die Ladung?

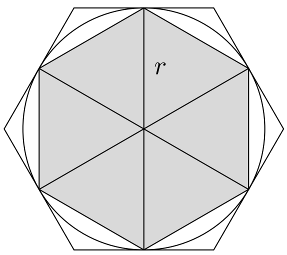
Aufgabe 219 *(Radius)*

Berechne den Radius des grauen Kreises in Abhängigkeit von a.



Aufgabe 220 *(Sechseck)*

Einem Kreis mit Radius r wird ein regelmäßiges Sechseck einbeschrieben und ein regelmäßiges Sechseck umbeschrieben.

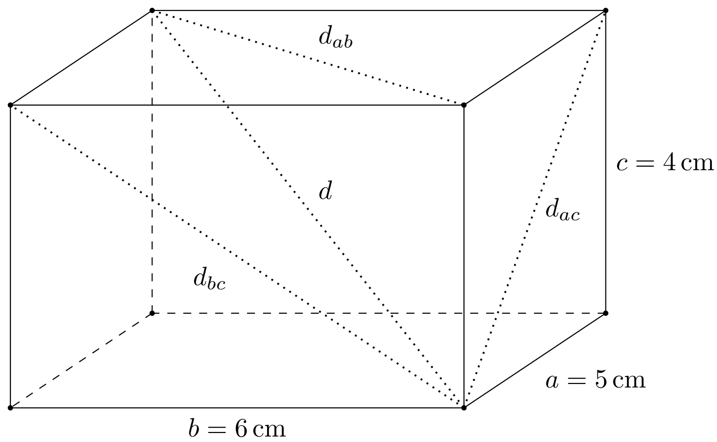


a) Berechne den Umfang und den Flächeninhalt der beiden Sechsecke in Abhängigkeit von r. Beachte, dass in einem gleichseitigen Dreieck der Höhenschnittpunkt alle Höhen im Verhältnis $2:1$ teilt.

b) Um wie viel Prozent sind Umfang und Flächeninhalt des einbeschriebenen Sechsecks kleiner als die des umbeschriebenen?

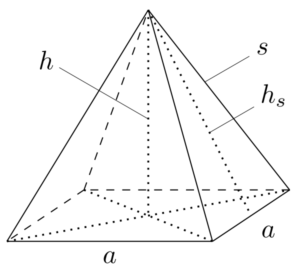
Aufgabe 221 *(Raumdiagonale)*

Berechne die Längen der Diagonalen d_{ab}, d_{ac}, d_{bc} und d.



Aufgabe 222 *(Pyramide)*

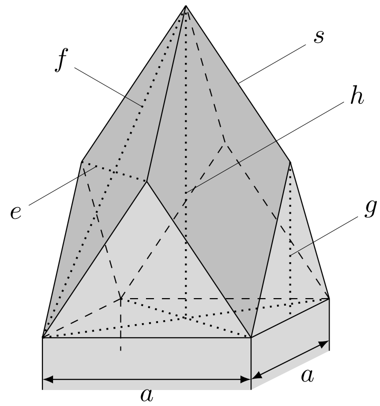
Die abgebildete Pyramide hat eine quadratische Grundfläche mit der Seitenlänge a. Die schrägen Seitenflächen haben die Seitenlänge s und die Seitenhöhe h_s. Die Höhe der Pyramide ist h. Alle Maßangaben sind in cm. Vervollständige die Tabelle.



a	4	6	4	6			
s				5	5	6	
h_s			3			5	6
h	5	3			4		5

Aufgabe 223 *(Rautendach)*

Beim rheinischen Rautendach bestehen die Dachflächen eines Gebäudes mit quadratischer Grundfläche aus kongruenten Rauten.



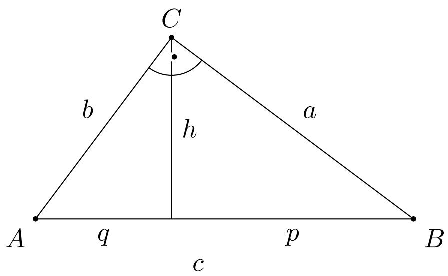
a) Berechne in Abhängigkeit von a und g die Längen s, e und f und zeige, dass $h = 2g$ gilt.

b) Weise nach, dass für den Inhalt der Dachfläche die Gleichung $A = \sqrt{a^2 + 8g^2}$ gilt.

c) Können die vier Rauten der Dachfläche Quadrate sein?

Aufgabe 224 *(Konsequenzen)*

Franziska behauptet: „Wenn in einem Dreieck $a^2 + b^2 = c^2$ gilt, dann gilt auch...



a) $h^2 = q \cdot p$."

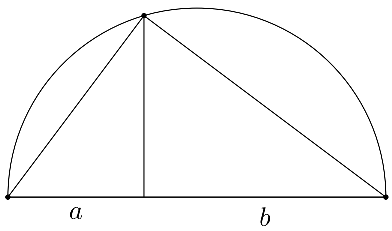
b) $a^2 = c \cdot p$."

c) $b^2 = c \cdot q$."

Hat Franziska recht, oder irrt sie sich?

Aufgabe 225 *(Mittelwerte)*

Untersuche, ob eine der folgenden Aussagen für alle positiven Zahlen a, b gilt:

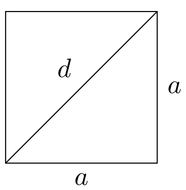


a) $\dfrac{a+b}{2} \leq \sqrt{ab}$

b) $\dfrac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$

c) $\dfrac{a+b}{2} \neq \sqrt{ab}$

Aufgabe 226 *(Quadrat)*



Gib die Seitenlänge a eines Quadrates an, so dass d eine natürliche Zahl ist. Begründe, warum kein Quadrat mit natürlicher Seitenlänge a eine Diagonale mit rationaler Länge haben kann.

1.14 Kreisgeometrie

Aufgabe 227 *(Umlaufbahn)*

Die Erde benötigt ca. 365 Tage, um die Sonne einmal zu umkreisen. Der mittlere Radius der Umlaufbahn beträgt etwa 150 Millionen km.

a) Wie lang ist die Umlaufbahn der Erde?

b) Mit welcher Geschwindigkeit bewegt sich die Erde durchs All?

Aufgabe 228 *(Bahngleis)*

Ein Bahngleis macht über einen Winkel von 35° einen 175 m langen Bogen. Welchen Durchmesser hat der Kreis, auf dem der Zug fährt?

Aufgabe 229 *(Radien)*

Ein gleichseitiges Dreieck besitzt eine Seitenlänge von 3 cm. Wie groß sind der Inkreis- und der Umkreisradius?

Aufgabe 230 *(Achteck)*

Einem Kreis mit dem Radius 12 cm ist ein regelmäßiges Achteck einbeschrieben. Wie lang sind dessen Seiten und wie groß ist seine Fläche? Welchen Radius hat ein Kreis, der wiederum diesem Achteck einbeschrieben ist?

Aufgabe 231 *(Vom Dreieck zum Sechseck)*

Einem Kreis ist ein gleichseitiges Dreieck mit einer Seitenlänge von 4 cm einbeschrieben. Wie lang sind die Seiten eines dem gleichen Kreis einbeschriebenen Sechsecks?

Aufgabe 232 *(Kreisverkehr)*

Die Fahrbahn eines Kreisverkehrs ist innen 200 m und außen 300 m lang. Wie groß ist ihre Fläche?

Aufgabe 233 *(Kreisringe)*

a) Ein Kreisring besitzt einen inneren Radius von 5 cm und eine Fläche von 12 cm^2. Wie groß ist der äußere Radius r_a?

b) Ein Kreisring besitzt eine Fläche von 40 cm^2. Die Summe seiner Radien ergibt 20 cm. Wie groß ist der Innenradius r_i?

c) Ein Kreisring besitzt einen Außenradius von 12 cm. Er soll die gleiche Fläche wie sein Innenkreis haben. Wie groß ist der Innenradius r_i?

Aufgabe 234 *(Traktor)*

Das Vorderrad eines Traktors hat einen Durchmesser von 95 cm, das Hinterrad misst 155 cm im Durchmesser.

a) Wie weit hat sich der Traktor bei einer Umdrehung des Vorderrades bewegt?

b) Wie oft hat sich das Hinterrad gedreht, wenn sich das Vorderrad 60 Mal gedreht hat,

Aufgabe 235 *(Pkw)*

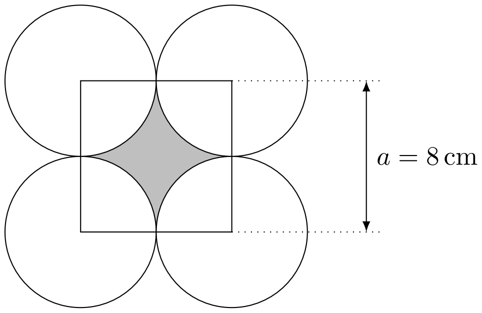
Das Rad eines Pkw muss sich 400 mal drehen, damit es 1 km zurücklegt. Welchen Durchmesser hat es?

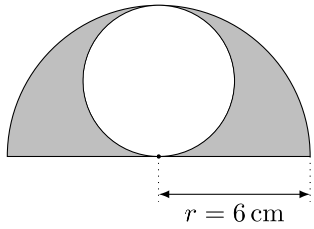
Aufgabe 236 *(Förderleistung)*

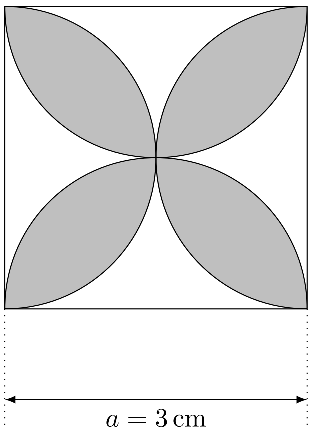
Ein Rohr soll stündlich $500\,\mathrm{m}^3$ Wasser mit einer Geschwindigkeit von $0{,}11\,\mathrm{m\,s}^{-1}$ fördern. Wie groß muss der Innendurchmesser d des Rohres sein?

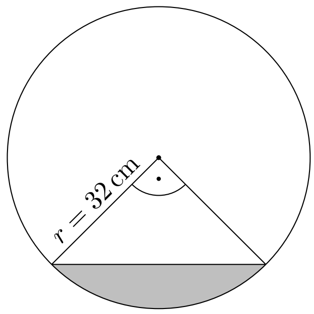
Aufgabe 237 *(Flächeninhalt)*

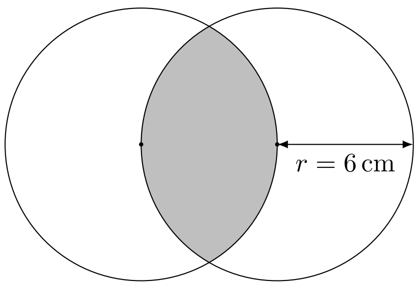
Wie groß ist die graue Fläche?

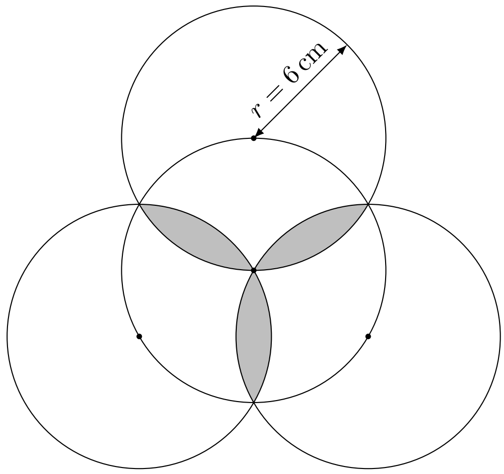












Aufgabe 238 *(Das Seil um den Äquator)*

Die Erde hat am Äquator einen Radius von 6 378 km und damit einen Umfang von 40 075 km. Stellen wir uns einmal vor, entlang des Äquators dieser riesigen Kugel sei straff ein Seil gespannt. Jetzt verlängern wir das Seil um einen Meter und legen es so um die Erde, dass es überall den gleichen Abstand von ihrer Oberfläche hat. Könnte man ein Baltt Papier, das etwa einen zehntel Millimeter dick ist, zwischen Seil und Erdeoberfläche hindurchschieben?

1.15 Zinsrechnung

Aufgabe 239 *(Jahreszinsen)*

Wie hoch sind die Jahreszinsen für ein Darlehen über 15 700 €, wenn ein Zinssatz von 5,5 % vereinbart wurde?

Aufgabe 240 *(Monatszinsen 1)*

Ein Guthaben von 22 000 € wird für einen Zeitraum von 8 Monaten und einem Zinssatz von 2,0 % festgelegt. Wie viel Zinsen fallen an?

Aufgabe 241 *(Monatszinsen 2)*

25 000 € werden für 7 Monate zu einem Zinssatz von 4,75 % verliehen. Wie hoch sind die zu zahlenden Zinsen?

Aufgabe 242 *(Tageszinsen 1)*

Ein Guthaben von 8 800 € wird für 118 Tage zu einem Zinssatz von 3,0 % festgelegt. Wie hoch sind die Zinsen, die für diesen Zeitraum anfallen?

Aufgabe 243 *(Tageszinsen 2)*

Ein Kapital von 22 500 € wird zu einem Zinssatz von 7,5 % angelegt. Wie hoch ist der Zins nach 9 Monaten und 10 Tagen?

Aufgabe 244 *(Maximaler Zinssatz)*

Herr Müller benötigt ein Darlehen in Höhe von 6 500 €. Er kann dafür in 4 Monaten 200 € Zinsen aufbringen. Welchen Zinssatz kann er höchstens akzeptieren?

Aufgabe 245 *(Zinsertrag)*

Frau Meier kann ein Kapital zu einem Zinssatz von 5,0 % für 130 Tage anlegen. Welchen Betrag muss sie anlegen, damit sie wenigstens 200 € Zinsen erhält?

Aufgabe 246 *(Zinseszins)*

Herr Schmidt legt ein Guthaben in Höhe von 3 000 € für 7 Jahre bei einer Bank an. Er erzielt einen Zinssatz von 4,4 %. Wie viel Geld bekommt er am Ende der 7 Jahre ausgezahlt?

Aufgabe 247 *(Überziehungskredit)*

Ein Girokonto ist mit 4 500 € überzogen. Der Überziehungskredit wird mit 12,5 % jährlich verzinst. Wie hoch sind die Zinsen, die in einem Zeitraum von 3 Monaten und 5 Tagen anfallen?

Aufgabe 248 *(Zins und Zinseszins)*

Ein Kapital von 2 000 € wird jedes Jahr mit 5,0 % verzinst. Wie hoch ist das Kapital nach 1 bzw. 8 Jahren?

Aufgabe 249 *(Hypothek)*

Das Haus von Familie Müller ist mit einer Hypothek belastet. Familie Müller zahlt bei einem Zinssatz von 8,5 % monatlich 637,50 € Zinsen. Wie hoch ist die Hypothek?

Aufgabe 250 *(Laufzeit 1)*

Ein Sparer erhält für sein Kapital von 42 500 € bei einem Zinssatz von 6,5 % eine Summe von 90 486,59 € ausgezahlt. Wie lange war das Kapital angelegt?

Aufgabe 251 *(Laufzeit 2)*

Für ein Darlehn von 33 000 € mussten bei einem Zinssatz von 8,0 % insgesamt 9 240 € an Zinsen gezahlt werden. Nach welcher Zeit wurde das Darlehn abgelöst?

Aufgabe 252 *(Finanzierung)*

Herr Schmidt kauft ein Auto zum Preis von 13 750 € und lässt diese Summe vom Autohändler finanzieren. Nach einem Jahr hat Herr Schmidt 15 331,25 € gezahlt. Wie hoch war der Zinssatz?

Aufgabe 253 *(Anfangskapital)*

Herr Steger hat ein Kapital auf 5 Jahre zu 6,0 % festgelegt. Wie hoch war das Kapital, wenn Herrn Steger nach 5 Jahren 45 500 € ausgezahlt wurden?

Aufgabe 254 *(Stückelung)*

Ein Drittel eines Kapitals wird zu 5,0 % angelegt. Ein weiteres Neuntel zu 4,0 % und der Rest zu 4,5 %. Der gesamte Zinsertrag beläuft sich auf 2 282,50 €. Wie groß ist das Anfangskapital?

Aufgabe 255 *(Alternativen)*

Was ist günstiger: Verzinsung eines Bank-Guthabens zwei Jahre lang mit je 3 %, oder 4 % im ersten Jahr und 2 % im zweiten Jahr?

Aufgabe 256 *(Konkurrenz)*

Zwei Banken liefern sich einen Wettbewerb um die Gunst der Kunden.

Bank A sagt: „Bei uns bekommen Sie 8 % Zinsen auf ihre Spareinlagen."

Bank B sagt: „Bei uns bekommen Sie zweimal im Jahr, nämlich einmal Ende Juni und einmal Ende Dezember, 4 % Zinsen auf Ihrem Konto gutgeschrieben."

Begründe rechnerisch, bei welcher Bank man als Kunde besser fährt.

Aufgabe 257 *(Sparziel)*

Welche Summe muss man heute zu 6,0 % Jahreszins anlegen, um in einem halben Jahr an Kapital und Zinsen 10 000 € zu besitzen?

Aufgabe 258 *(Zinswechsel)* (Ansatz S. 84; Ergebnis S. 95)

Am 1. Februar wurden 36 000,00 € auf ein Konto zu 5,5 % Jahreszins eingezahlt. Im Verlauf des Jahres wurde der Zinssatz aber auf 5,0 % gesenkt. Am Ende des Jahres konnten 1 751,10 € Zinsen verbucht werden. Nach wie vielen Monaten fand die Zinssenkung statt?

Aufgabe 259 *(2000 Jahre)*

Stelle dir vor, es hätte jemand für dich vor 2 000 Jahren einen Euro zu einem Jahreszinssatz von 2,0 % angelegt. Wie viel Geld hättest du dann heute?

Aufgabe 260 *(Stereoanlage)*

Eine Stereoanlage ist einmalig um 30 % reduziert. Normalerweise kostet sie 700 €. Tom möchte sich diese Anlage unbedingt kaufen. Er hat 200 € und würde das restliche Geld per Dispokredit zu einem Zinssatz von 15 % bekommen. Lohnt es sich für Tom sein Konto zu überziehen und die Stereoanlage jetzt zu kaufen?

1.16 Exponentielles Wachstum

Aufgabe 261 *(Panflöte)* (Ergebnis S. 96)

Die Rohre einer Panflöte werden kürzer, je höher der erklingende Ton sein soll. Bei einer chromatischen Panflöte ist ein Rohr immer um 5,6 % kürzer als das vorhergehende. Das längste Rohr hat für den Ton C eine Länge von 32,58 cm Welche Funktion beschreibt die Länge der Rohre in Abhängigkeit ihrer Position in der Panflöte?

a) $f(x) = 32{,}58 \cdot 0{,}944^x$ c) $f(x) = 32{,}58 \cdot 1{,}056^x$

b) $f(x) = 32{,}58 - 5{,}6^x$ d) $f(x) = 32{,}58 \cdot 0{,}56^x$

Aufgabe 262 *(Kapital)* (Ergebnis S. 96)

Ein Anfangskapital in Höhe von 3 000 € wird mit einem Jahreszinssatz von 4,5 % verzinst.

a) Stelle die Funktionsgleichung auf, die das Anwachsen dieses Kapitals beschreibt.

b) Auf welchen Wert wächst das Kapital in 12 Jahren?

c) Ein Anfangskapital, dessen Höhe hier nicht bekannt ist, soll bei einem gleichbleibenden Zinssatz p angelegt werden und nach 13 Jahren eine Verdopplung des Anfangswertes erreichen. Wie hoch muss dann der jährliche Zinssatz sein?

Aufgabe 263 *(Abschreibung)* (Ergebnis S. 96)

Eine Maschine wird 3 Jahre hintereinander mit jeweils 12,5 % vom Restwert abgeschrieben. Nach der 3. Abschreibung beträgt der Restwert 85 750 €. Berechne den Anschaffungswert.

Aufgabe 264 *(Pkw)* (Ergebnis S. 96)

Ein Pkw verliert pro Jahr (etwa) 20 % seines Wertes.

a) Stelle die Preiszerfallsfunktion für t in Jahren auf.

b) Wann hat er nur noch die Hälfte seines Wertes?

c) Zu welchem Zinssatz müsste ein Kapital angelegt werden, das sich in der gleichen Zeit verdoppelt?

Aufgabe 265 *(Wirtschaftswachstum)* (Ergebnis S. 96)

Derzeit gibt es kein politisches System auf der Erde, das nicht auf Wirtschaftswachstum setzt. 4 % Wachstum gelten als wünschenswert und maßvoll: also jedes Jahr 4 % mehr als im Vergleich zum Vorjahr. Um wie viel Prozent wäre also bei diesem Wachstum die Wirtschaft nach 2, 10 bzw. 50 Jahren gewachsen?

Aufgabe 266 *(Origamipapier)* (Ergebnis S. 96)

Origamipapier ist dünner als normales Schreibpapier und besitz etwa eine Dicke von 75 µm. Welche Dicke erreicht man, wenn man das Papier zwölfmal faltet?

Aufgabe 267 *(Mond)* (Ergebnis S. 96)

Wie oft muss man einen 1 mm dicken Karton falten, bis sich der gefaltete Karton bis zum Mond (ca. 380 000 km) stapelt?

Aufgabe 268 *(Radioaktiver Zerfall)* (Ergebnis S. 97)

Bei einem radioaktiven Stoff zerfällt jedes Jahr 10 % der noch vorhandenen Masse. Berechne, wie viel nach 10 Jahren noch vorhanden ist.

Aufgabe 269 *(Jod)* (Ergebnis S. 97)

Die Masse des radioaktiven Isotops ^{131}I hat sich innerhalb eines Monats auf 6,25 % des ursprünglichen Wertes reduziert. Bestimme die Halbwertszeit T in Monaten.

Aufgabe 270 *(Caesium)* (Ergebnis S. 97)

Von ^{137}Cs zerfallen innerhalb eines Jahres etwa 2,3 % seiner Masse.

a) Stelle die Zerfallsfunktion auf.

b) Wie viel Prozent des beim Reaktorunfall in Tschernobyl 1 986 ausgetretenen ^{137}Cs sind im Jahr 2 016 noch vorhanden?

c) Bestimme die Halbwertszeit von ^{137}Cs.

Aufgabe 271 *(Schutzwand)* (Ergebnis S. 97)

Die Intensität einer Gamma-Strahlung wird durch eine Schutzwand von 10 cm Dicke um 20 % reduziert.

a) Wie groß ist die Intensität dieser Strahlung hinter einer 50 cm dicken Wand aus gleichem Material?

b) Wie dick muss die Wand (aus gleichem Material) gemacht werden, damit dahinter nur noch 10 % der ursprünglichen Intensität vorhanden ist?

Aufgabe 272 *(Bierschaum)* (Ergebnis S. 97)

Bei einer schlecht eingeschenkten Maß Bier beträgt die Schaumhöhe anfangs 10 cm. Um das Bier einigermaßen trinken zu können, wartet der Gast eine gewisse Zeit. Nach 3 Minuten ist die Schaumhöhe auf die Hälfte zurückgegangen.

a) Stelle die Zerfallsgleichung für den Bierschaumzerfall auf.

b) Berechne wann die Schaumhöhe auf 1 cm zurückgegangen ist.

c) Bei einem anderen Gast beträgt die Schaumhöhe nach 3 Miuten noch 3 cm. Wie hoch war die Schaumhöhe nach dem Einschenken.

d) Mache plausibel, wann der Zerfall am stärksten ist.

Aufgabe 273 *(Aspirin)* (Ergebnis S. 97)

Das schmerzstillende Mittel Acetylsalicylsäure wird im Körper exponentiell abgebaut. Seine wirksame Menge im Körper eines nierengesunden Menschen halbiert sich alle 3 Stunden.

a) Stelle eine Funktionsgleichung auf, die den Abbau einer Tablette mit 500 mg Acetylsalicylsäure beschreibt. Verwende als unabhängige Größe die Zeit t in Stunden.

b) Berechne die Anzahl der Stunden, bis von einer solchen Tablette nur noch 10 mg im Körper sind.

Aufgabe 274 *(Dezibel)* (Ergebnis S. 97)

Die Lautstärke eines Geräusches wird in der Einheit Dezibel (dB) gemessen. Steigt der Dezibelwert um 1, so wächst die Lautstärke um einen bestimmten Faktor q. Berechne den Wachstumsfaktor q der Dezibelskala, wenn eine Erhöhung um 10 dB einer Verdopplung der Lautstärke entspricht.

Aufgabe 275 *(Helligkeit)* (Ergebnis S. 98)

Ein Taucher interessiert sich wegen Unterwassseraufnahmen dafür, welche Helligkeit in verschiedenen Tiefen herrscht. Messungen in einem bestimmten (recht trüben) See ergeben, dass die Helligkeit pro Meter Wassertiefe um ca. 17 % abnimmt.

a) Wie groß ist die Helligkeit in 1 m, 2 m, 5 m bzw. 10 m Tiefe, verglichen mit der Helligkeit an der Wasseroberfläche?

b) Beschreibe die Helligkeit H als Funktion der Wassertiefe x als Bruchteil der Helligkeit H_0 an der Wasseroberfläche.

c) In welcher Tiefe beträgt die Helligkeit zum ersten Mal weniger als 1 % von H_0?

Aufgabe 276 *(Luftdruck)* (Ergebnis S. 98)

Der Luftdruck p wird in Hektopascal (hPa) gemessen. Aus einer großen Anzahl an Messungen ist bekannt, dass er exponentiell mit der Höhe abnimmt, und zwar um durchschnittlich 12 % pro Kilometer Höhenzunahme. Gehe für folgende Rechnungen davon aus, dass auf Meereshöhe ein Luftdruck von 1 000 hPa gemessen worden ist.

a) Gib eine Funktion an, mit der man für die Höhe h (in km) über dem Meeresspiegel den Luftdruck p (hPa) berechnen kann.

b) Wie groß war zum Zeitpunkt der Messung der Luftdruck in 4 500 m Höhe über dem Meeresspiegel?

c) Um wie viel Prozent hat der Druck in 4 500 m Höhe gegenüber dem Wert auf Meereshöhe abgenommen?

d) In welcher Höhe würde ein Wetterballon einen Luftdruck von 400 hPa messen?

Aufgabe 277 *(Gerücht)* (Ergebnis S. 98)

In einer kleinen Stadt verbreitet sich ein Gerücht. Die Zahl der Personen, die davon gehört haben, nimmt pro Woche um durchschnittlich 15 % zu. Wie lange dauert es, bis alle 54 300 Bewohner der Stadt davon gehört haben?

Aufgabe 278 *(München)* (Ergebnis S. 98)

Zwischen den Jahren 1810 und 1850 nahm die Einwohnerzahl Münchens exponentiell zu. Während 1810 die Einwohnerzahl 40 450 betrug, lag diese 40 Jahre später bei 96 396. Bestimme den Wachstumsfaktor q, um den die Einwohnerzahl pro Jahr zunahm.

Aufgabe 279 *(Bevölkerungswachstum)* (Ergebnis S. 98)

Die Einwohnerzahl einer Stadt nahm in den letzten 3 Jahren durchschnittlich um 5 % jährlich zu und beträgt heute 92 610. Wie groß war die Einwohnerzahl vor 3 Jahren?

Aufgabe 280 *(Bevölkerungsrückgang)* (Ergebnis S. 98)

Die Bevölkerung eines Landes umfasst zur Zeit 50 Millionen Menschen, schrumpft aber jedes Jahr um durchschnittlich 2 %.

a) Wie hoch ist die Einwohnerzahl nach t Jahren?

b) Um wie viel Prozent ändert sich die Einwohnerzahl alle 10 Jahre?

c) Nach wie vielen Jahren wird die Bevölkerung auf 40 Millionen Menschen abgesunken sein?

Aufgabe 281 *(Mitgliederzahl)* (Ergebnis S. 99)

Die Mitgliederzahl eines Vereins ist in den letzten 10 Jahren um etwa 7 % jährlich gefallen. Heute hat der Verein nur noch 60 Mitglieder.

a) Bestimme die Anzahl der Vereinsmitglieder vor 10 Jahren.

b) Um wie viel Prozent ist die Mitgliederzahl in den letzten 10 Jahren insgesamt zurückgegangen?

Aufgabe 282 *(Thymianöl)* (Ergebnis S. 99)

In einem Versuch wird die antibakterielle Wirkung einer Thymianölmischung getestet. Auf einem bestimmten Nährboden bedeckt eine Testkultur von Bakterien nach einiger Zeit eine Fläche von $5\,\mathrm{cm}^2$. Versetzt man zu Beginn des Wachstums den Nährboden jedoch mit der Thymianölmischung, so verringert sich die Fläche am Ende der Beobachtungszeit pro zugegebenem Tropfen um 60 %.

Wie viele Tropfen sind mindestens nötig, um die von Bakterien bedeckte Fläche in der Versuchszeit auf maximal $1\,\mathrm{mm}^2$ anwachsen zu lassen?

Aufgabe 283 *(Bakterienkultur)* (Ergebnis S. 99)

Eine Bakterienkultur bedeckt eine Fläche von $0{,}2\,\mathrm{mm}^2$ und vermehrt sich jede Stunde um 5 %.

a) Wie groß ist die bedeckte Fläche $A(t)$ nach t Stunden?

b) Bestimme die tägliche Zuwachsrate in Prozent.

c) Nach wie vielen Tagen wird eine Fläche von $80\,\mathrm{mm}^2$ bedeckt sein?

Aufgabe 284 *(Zellteilung)* (Ergebnis S. 99)

Bakterien vermehren sich durch Zellteilung, wobei sich eine Bakterienzelle der hier betrachteten Art durchschnittlich alle 12 Minuten teilt. Zum Zeitpunkt $t = 0$ sei genau eine Bakterienzelle vorhanden.

a) Finde eine Formel für die Anzahl $N = N(t)$ der Bakterien nach gegebener Zeit t in Stunden.

b) Wie viele Bakterien sind dann nach 1 Stunde, 2 Stunden, 6 Stunden, 12 Stunden bzw. 24 Stunden vorhanden?

c) Eine Bakterienzelle hat ein Volumen von ca. $2 \cdot 10^{-18}\,\mathrm{m}^3$. Wie lange dauert es, bis die Bakterienkultur ein Volumen von $1\,\mathrm{m}^3$ bzw. $1\,\mathrm{km}^3$ einnimmt? Beurteile dein Ergebnis kritisch.

Aufgabe 285 *(Käse)* (Ergebnis S. 100)

In einer „steril“ verpackten Käsepackung wurden 4 Wochen nach Verpackungsdatum 7,2 Millionen Bakterien pro Gramm und einen Tag später 7,9 Millionen Bakterien pro Gramm nachgewiesen.

a) Bestimme die tägliche Zuwachsrate in Prozent.

b) Bestimme die wöchentliche Zuwachsrate in Prozent.

c) Nach wie vielen Tagen verdoppelt sich der Bestand jeweils?

d) Wie viele Bakterien waren unter der Annahme eines exponentiellen Wachstums bei der Verpackung in die Käseportion gelangt?

e) Wie viele Bakterien wären nach 8 Wochen zu erwarten?

Aufgabe 286 *(Kuhmilch)* (Ergebnis S. 100)

$1\,\text{cm}^3$ Kuhmilch enthielt 2 Stunden nach dem Melken 9 000 Keime. Eine Stunde später waren 32 000 Keime vorhanden. Wie viele Keime befanden sich in $1\,\text{cm}^3$ frisch gemolkener Milch, wenn man exponentielles Wachstum annimmt?

Aufgabe 287 *(Ziegen)* (Ergebnis S. 100)

Auf einer Südatlantikinsel wurde im Jahr 1695 eine unbekannte Zahl von Ziegen ausgesetzt. Im Jahr 1705 zählte man 25 Ziegen und 2 Jahre später 36 Ziegen.

a) Bestimme die jährliche Zuwachsrate in Prozent.

b) Wie viele Ziegen sind im Jahr 1695 ausgesetzt worden, wenn man exponentielles Wachstum voraussetzt?

c) Wie viele Ziegen wären im Jahr 1710 zu erwarten?

d) Bestimme die monatliche Zuwachsrate in Prozent.

e) Nach wie vielen Monaten verdoppelt sich der Bestand jeweils?

Aufgabe 288 *(Radiokarbonmethode)* (Ergebnis S. 100)

Für eine Altersbestimmung von organischem Material verwendet man die Tatsache, dass die Luft schon immer (bzw. sehr lange) einen konstanten Anteil des radioaktiven Kohlenstoffisotops ^{14}C enthielt. Über die Atmung wird dieses in den lebenden Organismus aufgenommen. Deshalb finden in lebender Materie dauernd ca. 16 000 ^{14}C-Zerfälle je Minute und kg organischen Gewebes statt. Wenn bei Eintritt des Todes die Atmung aufhört, werden der toten Materie keine neuen ^{14}C-Isotope mehr zugeführt. Der Anteil des radioaktiven ^{14}C-Isotopes im toten Gewebe nimmt deshalb durch Zerfall dauernd weiter ab, die Anzahl der Zerfälle geht zurück. ^{14}C hat eine Halbwertszeit von 5 730 Jahren.

a) Berechne die Zerfallskonstante.

b) Wie viele ^{14}C-Isotope müssen in 1 kg lebender Materie vorhanden sein, damit 16 000 Zerfälle pro Minute stattfinden?

c) Messungen an der Mumie Tutanchamuns ergaben 1985, dass etwa 10 720 Zerfälle pro Minute und kg stattfanden. In welchem Jahr starb Tutanchamun?

d) 1991 wurde in den Alpen die Gletschermumie „Ötzi“ gefunden. Sie enthielt noch 53,3 % des ^{14}C-Isotops, das in lebendem Gewebe vorhanden ist. Wann starb „Ötzi“?

e) Bis zu welchem Alter lässt sich die ^{14}C-Methode anwenden, wenn man noch 0,1 % des ursprünglichen ^{14}C-Gehalts mit hinreichender Genauigkeit messen kann?

Aufgabe 289 *(Wald)* (Ansatz S. 84; Ergebnis S. 101)

Vor 10 Jahren betrug der Holzbestand eines Waldes 7 000 m^3. Ohne Durchforstungsmaßnahmen ist er inzwischen auf 9 880 m^3 angewachsen. Man darf annehmen, dass das Holzwachstum im betrachteten Zeitraum ein exponentieller Vorgang gewesen ist.

a) Zeige, dass die jährliche Wachstumsrate ca. 3,5 % beträgt.

b) Berechne die Zeitspanne, innerhalb der sich der Holzbestand verdoppelt bzw. verdreifacht (unter der Annahme, dass sich das Wachstum exponentiell fortsetzt).

c) Man hat vor, in 3 Jahren 3 000 m^3 Holz zu schlagen. Wann wird dieser Wald den heutigen Holzbestand danach wieder erreicht haben?

Aufgabe 290 *(Tilgungsplan)* (Ansatz S. 85; Ergebnis S. 101)

Für einen Kredit über 20 000 € wird folgender Tilgungsplan erstellt: Die monatlichen Kreditzinsen betragen 0,5 % der Schuld zu Monatsbeginn. Am Monatsende werden 400 € für Zinsen und Tilgung zurückgezahlt. Wie hoch ist die Schuld nach 12 Monaten?

Aufgabe 291 *(Sparbuch)* (Ergebnis S. 101)

Peters Großvater hat zur Geburt seines Enkels ein Konto mit 200 € Startguthaben für ihn eröffnet. Seitdem zahlt er jährlich am Tag der Kontoeröffnung weitere 200 € ein. Der jährliche Zinssatz p beträgt 4,2 % und bezieht sich auf das Guthaben, das um Mitternacht des Tages der Kontoeröffnung auf dem Konto vorhanden ist (d. h. die jährliche Überweisung von 200 € erfolgt jeweils nach der Verzinsung).

a) Gib für die ersten fünf Jahre in einer Tabelle an, wie hoch das Guthaben auf Peters Konto am jeweiligen Stichtag der Kontoeröffnung ist (nach den Zinsen um Mitternacht und der anschließenden Überweisung von 200 €).

b) Nach wie viel Jahren ist das Kapital auf mehr als 2 500 € angewachsen?

1.17 Trigonometrie

Aufgabe 292 *(Sonne)* (Ergebnis S. 101)

Eine 1,72 m hohe, senkrecht stehende Stange wirft einen 1,42 m langen Schatten. Wie hoch steht die Sonne?

Aufgabe 293 *(Winkelhalbierende)* (Ansatz S. 85; Ergebnis S. 102)

Wie lang ist die Winkelhalbierende w_α in einem rechtwinkligen Dreieck mit den Katheten $a = 5\,\text{cm}$ und $b = 7\,\text{cm}$?

Aufgabe 294 *(Turm)*

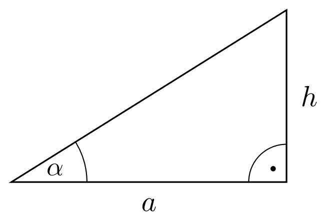
Von einem 9,95 m hoch gelegenen Fenster eines Hauses sieht man die Spitze eines Turmes unter dem Höhenwinkel 19,2°, den Fuß des Turms unter dem Tiefenwinkel 3,9°. Wie hoch ist der Turm und wie weit ist er vom Haus entfernt, wenn er mit diesem auf der gleichen waagerechten Ebene steht?

Aufgabe 295 *(Wolke)*

Ein Berghotel liegt 70,2 m über dem Spiegel eines Sees. Vom Hotel aus sieht ein Beobachter eine Wolke unter dem Höhenwinkel 58,1°, ihr Spiegelbild im See unter dem Tiefenwinkel 61,2°. In welcher Höhe befindet sich die Wolke über dem See?

Aufgabe 296 *(Rundungsfehler)*

Um die Höhe h einer Wand zu bestimmen, wurde im Abstand $a = 3{,}64\,\text{m}$ der Winkel $\alpha = 32°$ gemessen. Abstand und Winkel wurden auf die angegebenen Werte gerundet. Bestimme den kleinsten und den größten Wert für die Höhe der Wand, die sich aus den gerundeten Messgrößen ergeben können.



Aufgabe 297 *(Steigungswinkel)*

a) Die Steigung einer Straße wird mit 18 % angegeben. Berechne die Größe des zugehörigen Steigungswinkels α.

b) Ein Fahrzeug bewältigt im 1. Gang eine Steigung von bis zu 44 % und im 4. Gang eine Steigung von bis zu 10 %. Berechne jeweils die Größe des zugehörigen Steigungswinkels.

c) Berechne für die Steigungswinkel $\alpha = 8°$, $\alpha = 24°$ und $\alpha = 31°$ die Steigung in Prozent.

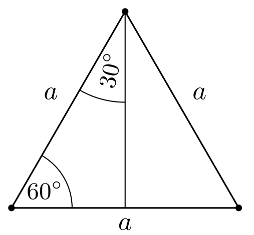
Aufgabe 298 *(Sinus)*

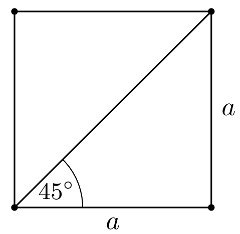
Bestimme die angegebenen Werte der Sinus-Funktion ohne Taschenrechner.

$\sin 30°$

$\sin 45°$

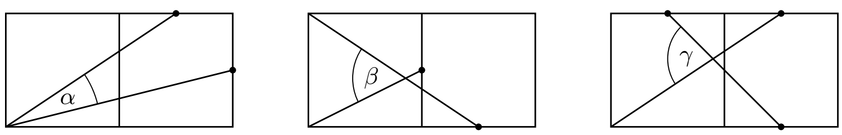
$\sin 60°$



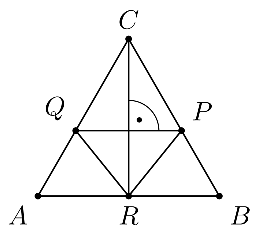


Aufgabe 299 *(Winkelgrößen)*

Die abgebildeten Figuren bestehen aus zwei aneinander gelegten Quadraten. Die markierten Punkte sind jeweils Seitenmittelpunkte. Berechne die Winkelgrößen.

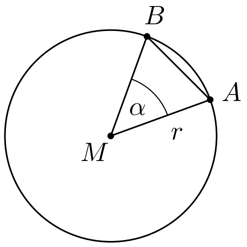


Aufgabe 300 *(Dreieck im Dreieck)*



Einem gleichseitigem Dreieck $\triangle ABC$ mit $\overline{AB} = 12\,\text{cm}$ wird ein Dreieck $\triangle PQR$ so einbeschrieben, dass die Seite $\overline{PQ}$ eine Länge von 7 cm besitzt.
Berechne den Flächeninhalt des einbeschriebenen Dreiecks $\triangle PQR$ und die Schenkellänge $\overline{QR}$.

Aufgabe 301 *(Reguläres 72-Eck)*



Bekannt sind der Mittelpunktswinkel α und der Radius r. Stelle eine Formel zur Berechnung des Flächeninhalts des Dreiecks $\triangle MAB$ auf. Berechne mit der erhaltenen Formel den Flächeninhalt eines regulären 72-Ecks mit beliebigem Radius.

Aufgabe 302 *(Teilung eines gleichseitigen Dreiecks)*

In einem gleichseitigen Dreieck wird eine Seite in 3 gleiche Teile geteilt. Die Teilpunkte werden mit der gegenüberliegenden Ecke verbunden. In welche Teilwinkel wird dadurch der 60°-Winkel zerlegt?

Aufgabe 303 *(Teilung eines gleichschenkligen Dreiecks)*

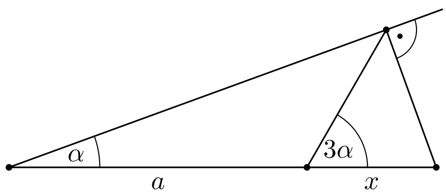
In einem gleichschenkligen Dreieck, dessen Basiswinkel doppelt so groß sind wie der Winkel an der Spitze, wird die Basis in 3 gleiche Teile geteilt. Die Teilpunkte werden mit der gegenüberliegenden Ecke verbunden. In welche Teilwinkel zerfällt dadurch der Winkel an der Spitze?

Aufgabe 304 *(Trichter)* (Ansatz S. 85)

Ein Kreisquadrant wird zu einem kegelförmigen Trichter zurechtgebogen. Berechne den Öffnungswinkel des Trichters.

Aufgabe 305 *(Konstruktion aus a und α)* (Ansatz S. 85; Ergebnis S. 102)

In der folgenden Abbildung ergibt sich die Strecke x durch Konstruktion aus den Größen a und α.



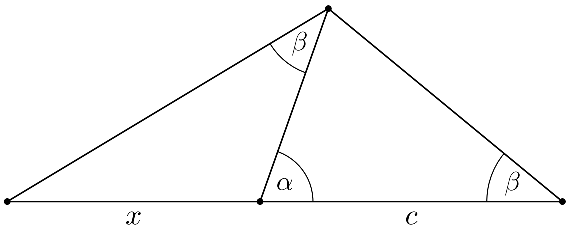
a) Stelle x als Funktion der gegebenen Größen dar.

b) Berechne x für $a = 5{,}25\,\text{cm}$ und $\alpha = 37{,}2°$.

c) Untersuche die Spezialfälle $\alpha = 30°$ sowie $\alpha = 45°$.

Aufgabe 306 *(Konstruktion aus α, β und c)* (Ansatz S. 86; Ergebnis S. 102)

In der folgenden Abbildung ergibt sich die Strecke x durch Konstruktion aus den Größen α, β und c.



a) Stelle x als Funktion der gegebenen Größen dar.

b) Berechne x für $\alpha = 70{,}5°$, $\beta = 39{,}5°$ und $c = 5\,\text{cm}$.

c) Untersuche die Spezialfälle

- $\alpha = 60°$ und $\beta = 30°$
- $\alpha = 90°$
- $\alpha = \beta$

Aufgabe 307 *(Kreis)*

In einem Kreis sind von einem Punkt P seines Umfangs aus zwei Sehnen der Länge 7 cm und 5 cm eingetragen, welche einen Winkel von 23° einschließen. Wie groß ist der Radius des Kreises?

Aufgabe 308 *(Quader)*

Länge, Breite und Höhe eines Quaders verhalten sich wie 3 : 2 : 1. Berechne den Neigungswinkel der Raumdiagonalen gegen die Grundfläche.

Aufgabe 309 *(Neigungswinkel)*

Eine gerade Pyramide besitzt eine rechteckige Grundfläche mit den Seiten a und $2a$. Die Höhe der Pyramide beträgt $3a$. Berechne

a) den Neigungswinkel jeder Seitenkante gegen die Grundfläche,

b) den Neigungswinkel jeder Seitenfläche gegen die Grundfläche.

Aufgabe 310 *(Seitenkanten)*

Die Seitenkanten einer geraden Pyramide mit quadratischer Grundfläche sind 1 m lang. Berechne die Neigungswinkel von Seitenkante und Seitenfläche gegen die Grundfläche, sowie das Volumen der Pyramide, wenn

a) zwei gegenüberliegende

b) zwei benachbarte

Seitenkanten den Winkel 30° einschließen.

Aufgabe 311 *(Volumen)*

Die Grundfläche einer geraden Pyramide ist ein Quadrat mit der Seite 4 cm. Berechne das Volumen der Pyramide, wenn

a) eine Seitenkante

b) eine Seitenfläche

unter einem Winkel von 75° gegen die Grundfläche geneigt ist.

Aufgabe 312 *(Pyramidennetz)* (Ansatz S. 86; Ergebnis S. 102)

Das sternförmige Netz einer vierseitigen Pyramide besteht aus einem Quadrat mit der Seite a und vier angesetzten gleichschenkligen Dreiecken. Wie groß müssen die Basiswinkel dieser gleichschenkligen Dreiecke gewählt werden, damit nach dem Auffalten des Netzes eine Pyramide entsteht, in deren Spitze die gegenüberliegenden Seitenflächen einen Winkel von 60° einschließen?

Aufgabe 313 *(Sechseck-Pyramide)*

Die Grundfläche einer geraden Pyramide ist ein regelmäßiges Sechseck mit der Seite 3 cm. Berechne das Volumen, wenn

a) eine Seitenkante unter dem Winkel 68,5°

b) eine Seitenfläche unter dem Winkel 70°

gegen die Grundfläche geneigt ist.

1.18 Kombinatorik

Aufgabe 314 *(Abordnung)*

Aus einer Schulklasse von 23 Schülern soll eine Abordnung von 5 Schülern zum Direktor geschickt werden. Auf wie viele Arten kann diese Abordnung gebildet werden?

Aufgabe 315 *(Hotelgäste)*

Auf wie viele Arten kann man 7 Hotelgäste in 10 freien Einzelzimmern unterbringen?

Aufgabe 316 *(Warteschlange)*

a) Vor einem Bankschalter stehen sieben Personen und warten in einer Schlange. Wie viele verschiedene Anordnungen innerhalb der Schlange sind möglich?

b) Wenig später öffnet der Nachbarschalter. Daraufhin wechseln vier Personen zum zweiten Schalter. Wie viele Möglichkeiten gibt es nun, vier von den sieben Personen in einer neuen Schlange (vor dem zweiten Schalter) anzuordnen?

Aufgabe 317 *(Elfmeterschießen)*

Für das Elfmeterschießen muß der Trainer 5 der 11 Spieler auf dem Platz benennen.

a) Wie viele Möglichkeiten hat er bei der Bestimmung der Kandidaten?

b) Wie viele verschiedene Schussreihenfolgen kann er insgesamt festlegen?

Aufgabe 318 *(Fußball-WM)*

An der Fußball-Weltmeisterschaft 2014 in Brasilien nahmen 32 Nationen teil. Wie viele verschiedene Möglichkeiten gab es

a) für die Zusammensetzung des Halbfinales (= Runde der letzten 4)?

b) für die Reihenfolge auf den ersten 4 Plätzen?

Aufgabe 319 *(Beleuchtung)*

In einem Zimmer gibt es 5 Lampen, die unabhängig voneinander aus- und eingeschaltet werden können. Wie viele Arten der Beleuchtung gibt es insgesamt?

Aufgabe 320 *(Bücher)*

In einem Regal stehen 5 französische, 7 spanische und 11 englische Bücher. Auf wie viele Arten lassen sich zwei Bücher in verschiedenen Sprachen auswählen?

Aufgabe 321 *(Zigarettenautomat)*

Ein Zigarettenautomat hat 6 Fächer. Der Händler überlegt, mit welchen seiner 10 Sorten der Automat gefüllt werden soll. Wie viele verschiedene Auswahlmöglichkeiten hat der Händler, wenn die Reihenfolge der Sorten in den Fächern keine Rolle spielt und wenn für jede Sorte höchstens ein Fach zur Verfügung steht?

Aufgabe 322 *(Zug)*

Ein Zug besteht aus 4 Wagen der 1. Klasse, 7 Wagen der 2. Klasse, 1 Speisewagen, 2 Gepäckwagen. Wie viele unterscheidbare Wagenfolgen sind möglich,

a) wenn die Wagen beliebig eingereiht werden dürfen?

b) wenn die Wagen der 1. Klasse nicht getrennt werden dürfen?

Aufgabe 323 *(Lotto)*

Wie viele Möglichkeiten gibt es bei der Lotto-Ziehung „6 aus 49"

a) 3 Richtige

b) 5 Richtige mit Zusatzzahl

zu realisieren?

Aufgabe 324 *(Teilmengen)*

Wie viele Teilmengen kann man aus einer Menge von 10 Elementen auswählen?

Aufgabe 325 *(Multinomialkoeffizient)*

Wie lautet der Koeffizient von $a^7b^2c^4$ in $(a+b+c)^{13}$?

Aufgabe 326 *(Binomialkoeffizient)*

Zeige, dass für alle $n, k \geq 1$ folgender Zusammenhang gilt:

$$k \cdot \binom{n}{k} = n \cdot \binom{n-1}{k-1}$$

Aufgabe 327 *(Tresor)*

Herr Samsa stirbt unerwartet und nimmt das Codewort zu seinem Tresor mit ins Grab. Seine Angehörigen wissen nur, dass der Code 5-stellig ist und genau 3 Ziffern enthält, unter denen die Ziffern 0 und 4 nicht vorkommen. Wie viele Codewörter erfüllen diese Bedingung?

Aufgabe 328 *(Team)*

Eine Firma hat 20 Angestellte, davon sind 12 männlich. Auf wie viele Arten können sie eine Arbeitsgruppe bestehend aus 5 Angestellten bilden, so dass zumindest eine Frau und ein Mann in der Arbeitsgruppe vorkommen?

Aufgabe 329 *(Arbeitstage)*

Ein Krankenpfleger muss 5 Tage in der Woche arbeiten, er möchte aber entweder Samstag oder Sonntag frei haben. Wie viele Möglichkeiten hat er, seine Arbeitstage auf die Woche zu verteilen?

Aufgabe 330 *(All-You-Can-Eat)*

Ein Restaurant bietet 5 verschiedene Suppen, 10 verschiedene Hauptgerichte und 6 verschiedene Nachspeisen an. Hannes hat sich entschieden höchstens eine Suppe, höchstens ein Hauptgericht und höchstens eine Nachspeise zu konsumieren. Wie viele verschiedene Menüzusammenstellungen gibt es unter diesen Voraussetzungen?

Aufgabe 331 *(Der Abschied)*

a) 20 Personen verabschieden sich voneinander mit Händedruck. Jeder geht alleine nach Hause. Wie oft werden dabei die Hände gedrückt?

b) 15 Ehepaare verabschieden sich voneinander mit Händedruck und gehen paarweise nach Hause. Wie oft werden dabei die Hände gedrückt?

c) Die 15 Ehepaare verabschieden sich folgendermaßen: Die Herren von den Herren mit Händedruck, die Damen von den Damen mit Küsschen auf beide Wangen, die Damen von den Herren mit Händedruck und Küsschen auf die rechte Wange. Die Ehepaare gehen wieder paarweise nach Hause. Wie viele Küsschen werden gegeben? Wie oft werden die Hände gedrückt?

Aufgabe 332 *(Bits und Bytes)*

Ein Bit kann zwei Zustände (0 oder 1) annehmen. Ein Byte besteht aus 8 Bits (z. B. 01101011). Wie viele verschiedene Bytes gibt es?

Aufgabe 333 *(Judo)*

An einem Judo-Turnier nehmen in der Gewichtsklasse von 70 bis 77 Kilogramm acht Kämpfer teil. Wie viele verschiedene Einzelpaarungen sind möglich?

Aufgabe 334 *(Reise nach Jerusalem)*

Bei einer „Reise nach Jerusalem“ stehen für 5 Kinder 4 Stühle bereit, ein Kind geht leer aus und muss stehen bleiben Wie viele Möglichkeiten gibt es für die Verteilung der Kinder auf die Stühle?

Aufgabe 335 *(Kreise)*

Berechne die Anzahl der Kreise, die sich durch je 3 von 25 Punkten der Ebene legen lassen, wenn niemals drei Punkte auf einer Geraden und niemals vier Punkte auf einem Kreis liegen.

Aufgabe 336 *(Goldfische)*

Berechne die Anzahl der Möglichkeiten 28 unterscheidbare Goldfische im Verhältnis $2 : 5 : 7$ auf drei Aquarien A, B und C zu verteilen. Wie viele Möglichkeiten gibt es, wenn alle 28 Goldfische gleich ausschauen, also nicht unterscheidbar sind?

Aufgabe 337 *(Die Firma)*

In einer Firma sind 24 Telefonapparate vorhanden. Berechne wie viele Verbindungen hergestellt werden können.

Aufgabe 338 *(Teiler)*

Wie viele Teiler hat die Zahl 126 000?

Aufgabe 339 *(Prost!)*

Wie oft stoßen zwei Gläser aneinander, wenn sich 8 Freunde in einem Lokal zuprosten wollen und keiner jemanden auslässt?

1.19 Zufallsexperimente

Aufgabe 340 *(Würfel)*

Bestimme die Wahrscheinlichkeiten folgender Ereignisse, die zum Werfen eines „normalen“ Würfels gehören:

$$P(\text{ungerade Zahl}) \qquad P(\text{mindestens } 4) \qquad P(\text{keine } 5) \qquad P(\text{weder } 1 \text{ noch } 2)$$

Aufgabe 341 *(Skat)*

Aus einem gut gemischten Skatspiel mit 32 Karten wird blind eine Karte gezogen. Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist es:

a) Pik oder Kreuz

b) Herz

c) kein Herz

d) Bube, Dame oder König?

Aufgabe 342 *(Musik)*

Von 1 452 Schülern einer Schule spielen 523 ein Musikinstrument. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein duch blindes Ziehen aus einer Kartei ermittelter Schüler dieser Schule kein Musikinstrument spielt?

Aufgabe 343 *(Nägel)*

Ein Hersteller garantiert, dass unter 50 Nägeln einer Packung höchstens zwei die geforderte Mindestlänge nicht besitzen. Man zieht nun zufällig einen Nagel aus der Packung. Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist er zu kurz, wenn die Angabe des Herstellers zutrifft?

Aufgabe 344 *(Glücksrad)*

Ein Glücksrad besitzt zwölf gleich große Felder. Wie viele Felder muss man rot färben, wenn das Ereignis „rot“ die Wahrscheinlichkeit 25 % haben soll?

Aufgabe 345 *(Tischtennisbälle)*

In einer Kiste befinden sich 60 Tischtennisbälle, von denen einer mit verbundenen Augen gezogen werden soll. Wie viele Tischtennisbälle müssen blau angemalt werden, damit die Wahrscheinlichkeit für „blau“ a) 1/3 b) 1/4 c) 50 % d) 20 % beträgt?

Aufgabe 346 *(Gummibärchen)*

Adrian und Beatrix würfeln abwechselnd um Gummibärchen. Adrian gewinnt bei den Augenzahlen 1, 2, 3 oder 4, Beatrix gewinnt bei 5 oder 6. Der Gewinner erhält vom anderen Spieler die Augenzahl in Gummibärchen. Ist das Spiel fair, oder ist einer besser gestellt als der andere?

Aufgabe 347 *(Zahlenschloss)*

Ein Zahlenschloss besteht aus drei Rädern mit den Zahlen 1 bis 9. Jemand kennt die Zahlen, die zum öffnen des Schlosses nötig sind, aber leider nicht die Reihenfolge. Wie viele Möglichkeiten gibt es? Zeichne das Baumdiagramm. Die Zahlen lauten 3, 7 und 9.

Aufgabe 348 *(Zweimaliges Werfen einer Münze)*

Eine Münze wird zweimal geworfen. Zeichne das Baumdiagramm und bestimme die Wahrscheinlichkeit für folgende Ereignisse:

a) Genau einmal Wappen.

b) Mindestens einmal Wappen.

c) Höchstens einmal Wappen.

Aufgabe 349 *(Dreimaliges Werfen einer Münze)*

Eine Münze wird dreimal geworfen. Zeichne das Baumdiagramm und bestimme die Wahrscheinlichkeit für folgende Ereignisse:

a) Mehr als zweimal Wappen.

b) Höchstens zweimal Wappen.

c) Mindestens einmal Zahl.

d) Genau einmal Wappen.

Aufgabe 350 *(Nieten)*

In einem Karton liegen 50 Lose, davon sind 5 Gewinne, der Rest Nieten. Anna zieht zwei Lose. Mit welcher Wahrscheinlichkleit zieht Anna zwei Nieten?

Aufgabe 351 *(Gewinnlose)*

Ein Packung enthält 10 Lose, und zwar 8 Nieten und zwei Gewinnlose. Es werden auf einmal 2 Lose entnommen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass

a) kein Gewinnlos gezogen wird?

b) genau ein Gewinnlos gezogen wird?

c) zwei Gewinnlose gezogen werden?

Aufgabe 352 *(Augensumme)*

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, mit zwei Würfeln die Augensumme 5 zu würfeln?

Aufgabe 353 *(Ballett)*

Von den 500 Schülerinnen und Schülern einer Schule sind 350 Mädchen. Für Ballett interessieren sich 80 % der Mädchen, aber nur 10 % der Jungen. Eine Freikarte für eine Ballettaufführung wird ausgelost. Mit welcher Wahrscheinlichkeit erhält sie

a) ein ballettinteressiertes Mädchen?

b) ein an Ballett uninteressiertes Mädchen?

c) ein ballettinteressierter Junge?

d) ein an Ballett uninteressierter Junge?

Aufgabe 354 *(Schuhe)*

In einem dunklen Keller sind in einem Schrank 2 weiße, 6 schwarze und 8 braune Schuhe. Zwei Schuhe werden zufällig ausgewählt. Bereche die Wahrscheinlichkeit dafür, dass beide Schuhe die gleiche Farbe haben.

Aufgabe 355 *(Socken)*

In einem dunklen Zimmer befinden sich in einer Schublade 4 grüne, 2 weiße und 6 rote Socken. Vier werden zufällig ausgewählt. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass zwei Paare mit gleicher Farbe gewählt werden?

Aufgabe 356 *(Schmuggler)*

Unter 11 Reisenden befinden sich 4 Schmuggler. Ein Zollbeamter wählt drei Personen zur Kontrolle aus. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass sich alle drei als Schmuggler entpuppen?

Aufgabe 357 *(Mut zur Lücke)*

Ein Test besteht aus vier Fragen. Zu jeder der vier Fragen gibt es drei Antworten, darunter ist nur eine Antwort richtig. Jemand geht völlig unvorbereitet in den Test und kreuzt auf Glück an. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass er den Test besteht, wenn mindestens drei Fragen richtig angekreuzt sein müssen.

Aufgabe 358 *(Farbenblind)*

In einer Bevölkerung sind 4 % aller Männer farbenblind. Wie groß muss eine Gruppe von Männern sein, damit man mit einer Wahrscheinlichkeit von mindestens 50 % davon ausgehen kann, dass ein farbenblinder Mann dabei ist?

Aufgabe 359 *(Ameisen)*

Um die Größe einer Ameisenkolonie zu schätzen, wurden 400 Ameisen eingefangen, markiert und wieder ausgesetzt. Einen Tag später wurden aus derselben Ameisenkolonie erneut 310 Tiere gefangen. Von diesen Ameisen trugen 51 Tiere die Markierung des Vortages. Wie viele Ameisen leben ungefähr in dieser Ameisenkolonie?

Aufgabe 360 *(Verkehrszählung)*

Eine Verkehrszählung ergibt, dass an einer Zählstelle 15 % LKW, 65 % PKW, 10 % Motorroller und 10 % sonstige Fahrzeuge vorbeifahren. Berechne die Wahrscheinlichkeit für

a) das nächste Fahrzeug ist ein Motorroller

b) zunächst ein LKW dann ein PKW

Aufgabe 361 *(Zirkus)*

100 Freikarten für eine Zirkusvorstellung werden zu gleichen Teilen an zwei Schulen vergeben. Die Karten wurden zuvor gut durchgemischt. Mit welcher Wahrscheinlichkeit sitzen in einer bestimmten Zehnerreihe nur Schüler aus einer Schule?

1.20 Vierfeldertafel

Aufgabe 362 *(Absolute Häufigkeiten)*

Fülle mit den folgenden Informationen eine Vierfeldertafel mit absoluten Häufigkeiten aus.

1. In einer Schulklasse mit 29 Schülern haben 10 Schüler braune Haare und 7 Schüler grüne Augen. 5 Schüler haben grüne Augen und braune Haare.
2. In einer Firma arbeiten 45 Männer und 50 Frauen. 30 weibliche Mitarbeiter der Firma sind jünger als 50 Jahre und 27 Männer sind älter als 50 Jahre.
3. Von 25 Schülern, die am Sportunterricht teilnehmen, sind 15 weiblich. Genau 15 von diesen sind gut im Weitwurf. 10 Mädchen sind nicht gut im Weitwurf.
4. Bei einer Versuchsreihe nehmen 47 Personen teil. 20 von diesen Personen wurden auf eine bestimmte Krankheit positiv getestet. 32 von den Testpersonen sind gegen diese Krankheit geimpft, wobei 15 Personen positiv getestet wurden und nicht dagegen geimpft sind.

Aufgabe 363 *(Mathematik-Test)*

Die 16 Jungen und 14 Mädchen einer Schulklasse nehmen an einem Mathematik-Test teil. 13 Jungen bestehen. Insgesamt bestehen 20 Schüler den Test. Wieviele Mädchen bestehen den Test nicht?

Aufgabe 364 *(Großversuch)*

In einem Großversuch wurde an 11 101 erkrankten Personen ein Medikament getestet. Die Ergebnisse sind in einer Tabelle festgehalten. Dabei bedeuten:

G: gesund geworden
$\overline{G}$: nicht gesund geworden
M: Medikament genommen
$\overline{M}$: Placebo genommen

	G	$\overline{G}$	Summe
M	6 312	87	6 399
$\overline{M}$	312	4 390	4 702
Summe	6 624	4 477	11 101

1. Stelle die relativen Häufigkeiten in einer Vierfeldertafel dar und zeichne das dazugehörige Baumdiagramm.
2. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit bei einer Person, von der man weiß, dass sie das Medikament eingenommen hat, zu gesunden?

3. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit bei einer Person, von der man weiß, dass sie das Placebo eingenommen hat, nicht zu gesunden?

Aufgabe 365 *(Jahrbuch)*

Dem statistischen Jahrbuch einer Stadt ist folgende Tabelle entnommen:

	70 Jahre oder älter	unter 70 Jahre alt	Summe
Männer	5 000		60 000
Frauen			
Summe	11 000		130 000

1. Berechne die gelöschten Angaben!
2. Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist eine zufällig ausgewählte Person ein Mann?
3. Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist eine zufällig ausgewählte Person unter 70 Jahre alt?
4. Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist eine zufällig ausgewählte Person, die 70 Jahre oder älter ist, eine Frau?
5. Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist eine zufällig ausgewählte Person, die ein Mann ist, unter 70 Jahre alt?

Aufgabe 366 *(Lieblingsfarbe)*

Eine Statistik hat folgende Ergebnisse zutage gebracht: 52 % der Bevölkerung sind weiblich. 36 % der Frauen und 32 % der Männer geben Rot als Lieblingsfarbe an; 16 % der Frauen und 53 % der Männer bevorzugen Blau und der jeweilige Rest entschied sich für Grün.

1. Zeichne einen Baumdiagramm mit
   Stufe 1 = Geschlecht und Stufe 2 = Lieblingsfarbe
2. Zeichne einen Baumdiagramm mit
   Stufe 1 = Lieblingsfarbe und Stufe 2 = Geschlecht
3. Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass eine Person die Lieblingsfarbe Grün angibt?
4. Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass eine Person weiblich ist und ihre Lieblingsfarbe Grün ist?
5. Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass eine Person weiblich ist, wenn ihre Lieblingsfarbe Grün ist?
6. Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass eine Person die Lieblingsfarbe Grün hat, wenn sie weiblich ist?
7. Untersuche die Farbwahl und das Geschlecht einer Person auf Abhängigkeit.

Aufgabe 367 *(Beziehungsstatus)*

196 deiner 440 Facebook-Freunde haben ihren Beziehungsstatus nicht angegeben. Da du natürlich alle persönlich kennst, weißt du, dass insgesamt 288 deiner Facebook-Freunde in einer Beziehung sind. 116 derer, die ihren Beziehungsstatus angegeben haben, sind single.

1. Berechne die Wahrscheinlichkeiten für die Vierfeldertafel, die du mit den Informationen aus dem Text ermitteln kannst.
2. Erstelle eine vollständig ausgefüllte Vierfeldertafel.
3. Wie wahrscheinlich ist es, dass jemand in einer Beziehung ist und dies auch bei Facebook angibt?
4. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass jemand, der Single ist, dies auch bei Facebook angibt?

Aufgabe 368 *(Umfrage)*

Ein Betreiber eines Eisenbahnunternehmens hat eine Umfrage unter seinen Fahrgästen durchgeführt, die ergab, dass 10 % der Fahrgäste in der ersten Klasse reisen. Außerdem wurde in der Umfrage abgefragt, wie zufrieden die Fahrgäste mit dem Service des Unternehmens sind. Hoch erfreut stellt das Unternehmen fest, dass 5/6 der Fahrgäste zweiter Klasse zufrieden sind. Alarmierend dagegen sind die Zufridenheitszahlen der ersten Klasse: 70 % der Fahrgäste erster Klasse sind unzufrieden. Betrachtet werden folgende Ereignisse:

E: „Ein Teilnehmer der Umfrage ist 1. Klasse-Fahrer“

Z: „Ein Teilnehmer der Umfrage ist mit dem Service des Unternehmens zufrieden“

1. Erstelle eine vollständig ausgefüllte Vierfeldertafel.
2. Als dem Geschäftsführer die Zufriedenheitszahlen der 1. Klasse mitgeteilt werden, ist dieser schockiert. Resigniert erklärt er, dass das Unternehmen es nicht geschafft habe, den Zufriedenheitswert von 77 % der Fahrgäste aus dem Vorjahr zu verbessern. Hat er Recht?
3. Tatsächlich stellt er fest, dass im Vorjahr 85 % der Fahrgäste zweiter Klasse zufrieden waren und immerhin 45 % der Fahrgäste erster Klasse. Damit haben sich beide Werte in diesem Jahr verschlechtert. Stelle diese Werte in Bezug zu deiner Antwort aus Teilaufgabe 2. Erstelle dazu auch eine Vierfeldertafel für das Vorjahr.

Aufgabe 369 *(Getränkeautomat)*

Ein Getränkeautomat ist defekt. Jemand wirft 1 € ein. Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass er ein Getränk erhält, ist 0,5. Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass der Apparat ein Getränk und den Euro wieder auswirft, ist 1/3. Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass er kein Getränk bekommt und den Euro zurückerhält, ist 1/6.

1. Gib die Ergebnismenge Ω an.

2. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass man ein Getränk bekommt und es bezahlt hat?
3. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass man weder ein Getränk erhält, noch seinen Euro zurückbekommt?
4. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass man ein Getränk bekommt und trotzdem seinen Euro zurückbekommt?
5. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass man entweder ein Getränk erhält oder seinen Euro zurückbekommt?

Aufgabe 370 *(TÜV)*

Ein Prüfer beim TÜV hat festgestellt, dass 10 % aller vorgeführten Pkw wegen schwerwiegender Mängel fahruntüchtig sind. 60 % dieser Pkws waren älter als sieben Jahre. 20 % der vorgeführten Pkws bekommen die TÜV-Plakette (sind also fahrtüchtig), obwohl sie älter als sieben Jahre sind. Mit welcher Wahrscheinlichkeit bekommt ein Pkw, der älter als sieben Jahre ist, die TÜV-Plakette nicht?

Aufgabe 371 *(Fernsehserie)*

Eine Fernsehanstalt möchte die neue amerikanische Serie „Lewis And Clark“ übernehmen. Sie befragt daher im Anschluss an eine Pilotsendung die Zuschauer: Von den Zuschauern, die diese Sendung gesehen hatten, waren 55 % älter als 30 Jahre. 30 % von diesen und 60 % der übrigen fanden die Sendung gut.

1. Berechne den Anteil der Zuschauer, die eine positive Meinung von der Sendung hatten.
2. Ein Zuschauer von „Lewis And Clark“, der sich positiv darüber geäußert hat, wird zufällig ausgewählt. Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist er älter als 30 Jahre?

Aufgabe 372 *(Schießstand)*

Adrian und Ben sind auf dem Schießstand. Sie schießen abwechselnd. Adrian ist der bessere Schütze mit einer Trefferquote von 80 % (Ben: 50 %). Es fällt ein Schuss: Daneben! Mit welcher Wahrscheinlichkeit hat Ben geschossen?

Aufgabe 373 *(Rot)*

In drei Urnen befinden sich je zwanzig Kugeln; in der ersten 4 rote und 16 weiße, in der zweiten 10 rote und 10 weiße und in der dritten nur rote. Nun wird eine Urne zufällig ausgewählt und Kugeln mit Zurücklegen gezogen.

1. Es wird eine rote Kugel gezogen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass die erste (zweite, dritte) Urne gewählt wurde?
2. Es werden nacheinander zwei rote Kugeln gezogen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass die erste (zweite, dritte) Urne gewählt wurde?

3. Es werden nacheinander drei rote Kugeln gezogen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass die erste (zweite, dritte) Urne gewählt wurde?
4. Es werden nacheinander drei rote Kugeln und dann eine weiße gezogen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass die erste (zweite, dritte) Urne gewählt wurde?

Aufgabe 374 *(Phrenesie)*

Von den 3 000 000 Einwohnern einer Großstadt leiden 900 an Phrenesie, ohne es zu wissen. Ein neues Untersuchungsverfahren zur Früherkennung dieser Krankheit hat noch folgende Fehlerquellen: 4 % aller Personen, die erkrankt sind (ohne es zu wissen), werden nicht als krank erkannt. 2 % aller untersuchten Personen, die nicht erkrankt sind, werden als krank eingestuft.

1. Erstelle eine Vierfeldertafel.
2. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass bei einer Untersuchung eine als krank eingestufte Person die Krankheit nicht hat?
3. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass bei einer Untersuchung eine als gesund eingestufte Person die Krankheit doch hat?

Aufgabe 375 *(Untersuchungsverfahren)*

Das Untersuchungsverfahren zur Diagnose einer bestimmten Krankheit hat noch folgende Fehlerquellen: 1 % der kranken Personen werden als gesund eingestuft, 2 % der gesunden Personen werden als krank eingestuft. Die Wahrscheinlichkeit, dass eine Person an dieser Krankheit leidet, sei p.

1. Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist eine Person krank, wenn sie als gesund eingestuft wurde?
2. Mit welcher Wahrscheinlichkeit diagnostiziert das Untersuchungsverfahren die Krankheit korrekt?
3. Wie groß ist p, wenn die Wahrscheinlichkeit 0,000 7 ist, dass eine vom Diagnoseverfahren als gesund eingestufte Person krank ist?

Aufgabe 376 *(Medizinstatistik)*

Aufgrund von statistischen Erhebungen weiß man über eine bestimmte Krankheit folgendes: In der Bevölkerung ist von 150 Personen jeweils eine Person von der Krankheit betroffen.

Der Test zur Diagnose dieser Krankheit zeigt mit einer Wahrscheinlichkeit von 0,97 die Krankheit an, wenn man tatsächlich krank ist. Ist man nicht krank, so zeigt dies der Test mit einer Wahrscheinlichkeit von 0,95 an.

1. Erstelle eine Vierfeldertafel.

2. Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist jemand tatsächlich krank, bei dem der Test die Krankheit anzeigt?

Aufgabe 377 *(Krankheit)*

51 % einer bestimmten Population sind Frauen. An einer bestimmten Krankheit leiden 2 % der Frauen und 7 % der Männer.

1. Eine Person wurde zufällig ausgewählt. Mit welcher Wahrscheinlichkeit hat sie diese Krankheit?
2. Eine zufällig ausgewählte Person leidet an dieser Krankheit. Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist es eine Frau?

Aufgabe 378 *(Lungenkrebs)*

Für eine bestimmte Population gilt: 40 % aller Menschen aus dieser Population sind Raucher. 0,2 der Population ist an Lungenkrebs erkrankt. 90 % aller an Lungenkrebs erkrankten Menschen sind Raucher. Berechne und vergleiche die Wahrscheinlichkeit an Lungenkrebs zu erkranken für Raucher und Nichtraucher.

Aufgabe 379 *(Partei X)*

Bei einer Meinungsumfrage wurden die Wähler eines bestimmten Wahllokals nach der Stimmabgabe befragt, ob sie für Partei X gestimmt hätten. Dabei gaben 3 % an, sie gewählt zu haben, 97 % nannten andere Parteien. Nach Auszählung der Stimmen ergab sich in diesem Wahllokal ein Stimmenanteil von 8 % für Partei X. Wir gehen davon aus, dass die Wähler, die sich nach der Wahl zu Partei X bekannten, diese auch wirklich gewählt haben.

1. Wie viel Prozent der Befragten haben gelogen?
2. Wie viel Prozent der Wähler von Partei X haben gelogen?

Aufgabe 380 *(Spülmaschine)*

Die Spülmaschine in einer Getränkefirma spült nur 98 % der Flaschen sauber. Daher werden die Flaschen nach dem Spülen kontrolliert. Die Kontrollmaschine zeigt jedoch nur 90 % der sauberen Flaschen als sauber an. 5 % der noch verschmutzten Flaschen werden als sauber eingestuft.

1. Mit welcher Wahrscheinlichkeit wird eine Flasche als sauber eingestuft?
2. Mit welcher Wahrscheinlichkeit wird eine Flasche die sauber ist, als verschmutzt eingestuft?
3. Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist eine Flasche, die als sauber eingestuft worden ist, tatsächlich sauber?

Aufgabe 381 *(Ersatzteil)*

Ein Ersatzteil wird auf zwei Maschinen gefertigt: Maschine A liefert pro Tag 2000, Maschine B 5000 Stück. Bei Maschine A gibt es erfahrungsgemäß 3,5 %, bei Maschine B 1,5 % Ausschuss. Mit welcher Wahrscheinlichkeit stammt ein defektes Teil von Maschine A?

Aufgabe 382 *(Qualitätskontrolle)*

Ein Haushaltwarengeschäft prüft eine Sendung von 500 Tellern nach folgendem Verfahren: 5 Teller werden der Sendung zufällig entnommen und geprüft; die Lieferung wird abgelehnt, wenn mindestens einer dieser 5 Teller nicht einwandfrei ist. Mit welcher Wahrscheinlichkeit wird eine Sendung akzeptiert, wenn 80 % der Teller fehlerfrei sind?

Aufgabe 383 *(Abitur)*

52,4 % der 244 600 Jugendlichen, die am Ende des vergangenen Schuljahres ihre Schule mit der allgemeinen Hochschulreife verließen, waren Frauen. In den neuen Ländern und Berlin liegt der Frauenanteil mit 59,1 % deutlich höher als im früheren Bundesgebiet (50,8 %).

1. Stelle eine Vierfeldertafel auf, die diesen Sachzusammenhang beschreibt.
2. Zeichne ein Baumdiagramm mit „Herkunft“ als erstem und „ Geschlecht“ als zweitem Merkmal.
3. Zeichne ein Baumdiagramm mit „Geschlecht“ als erstem und „ Herkunft“ als zweitem Merkmal.
4. Aus der Gesamtheit aller Abiturientinnen und Abiturienten des betrachteten Jahrgangs wurde eine Person zufällig ausgewählt.
   a) Mit welcher Wahrscheinlichkeit stammt diese Person aus Ostdeutschland?
   b) Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist die ausgewählte Person eine Frau?
   c) Falls diese Person aus Ostdeutschland kommt, mit welcher Wahrscheinlichkeit ist sie ein Mann?
   d) Falls diese Person eine Frau ist, mit welcher Wahrscheinlichkeit kommt sie aus Westdeutschland?

Aufgabe 384 *(Fernsehsendung)*

Es soll die Beliebtheit einer Fernsehsendung überprüft werden. Eine Blitzumfrage hatte folgendes Ergebnis: 30 % der Zuschauer, die die Sendung gesehen hatten, waren 25 Jahre und jünger. Von diesen hatten 50 % und von den übrigen Zuschauern (über 25 Jahre) hatten 80 % eine positive Meinung.

1. Stelle den Sachzusammenhang in einer Vierfeldertafel dar.
2. Stelle den Sachzusammenhang in einem Baumdiagramm dar und zeichne auch den inversen Baum. Bestimme alle Pfadwahrscheinlichkeiten.

3. Wie viel % der Zuschauer, von denen man weiß, dass sie eine positive Meinung über die Sendung hatten, waren älter als 25 Jahre?
4. Wie viel % der Zuschauer, von denen man weiß, dass sie älter als 25 Jahre sind, hatten keine positive Meinung über die Sendung?
5. Überprüfe durch Rechnung ob in diesem Fall *Alter* und *Meinung* unabhängig voneinander sind.

Aufgabe 385 *(Infektionskrankheit)*

In einem Land der Dritten Welt leidet 1 % der Menschen an einer bestimmten Infektionskrankheit. Ein Test zeigt die Krankheit bei den tatsächlich erkrankten zu 98 % korrekt an. Leider zeigt der Test auch 3 % der Gesunden als erkrankt an.

1. Stelle den Sachzusammenhang in einer Vierfeldertafel dar.
2. Stelle den Sachzusammenhang in einem Baumdiagramm dar und zeichne auch den inversen Baum. Bestimme alle Pfadwahrscheinlichkeiten.
3. Mit welcher Wahrscheinlichkeit zeigt der Test bei einer zufällig ausgewählten Person ein positives Ergebnis?
4. Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist eine als positiv getestete Person auch tatsächlich krank? Kommentiere das Ergebnis.
5. Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist eine als negativ getestete Person gesund? Kommentiere das Ergebnis.

Aufgabe 386 *(Raucher)*

An einem Berufskolleg wurden alle 674 Schülerinnen und Schüler befragt, ob sie rauchen oder nicht. Das Ergebnis der Befragung sieht wie folgt aus: 82 der insgesamt 293 männlichen Schüler gaben an zu rauchen. 250 Schülerinnen gaben an, nicht zu rauchen.

1. Stelle den Sachzusammenhang in einer Vierfeldertafel dar.
2. Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist eine zufällig ausgewählte Person weiblich und Nichtraucherin?
3. Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist eine Schülerin Nichtraucherin?
4. Untersuche ob in diesem Fall die Merkmale *Geschlecht* und *Raucher* unabhängig voneinander sind.

2 Ansätze

2.1 Denksport

Ansatz 1 *(Sechs Stifte)*

Versuche zunächst *drei* Stifte so zu legen, dass jeder jeden berührt…

Ansatz 2 *(Neun Punkte)*

Halte dich *exakt* an die Bedingungen! An Voraussetzungen, die in der Aufgabenstellung nicht stehen, brauchst du dich auch nicht halten…

Ansatz 3 *(Der kürzeste Weg)*

Denke dir den Fluss (das Flussufer) als Symmetrieachse…

Ansatz 4 *(Die Fliege und der Würfel)*

Stelle dir das Problem zweidimensional vor…

Ansatz 5 *(Zwei Münzen)*

Stelle dir zunächst vor, dass die gerollte Münze auf dem Zeiger einer Uhr festgeklebt worden wäre…

Ansatz 8 *(Finger)*

Teile mit Rest…

Ansatz 10 *(Familie)*

Vielleicht waren vor vier Jahren noch nicht alle Familienmitglieder geboren…

2.2 Mengen

2.3 Zahlen

Ansatz 33 *(Teilbarkeit)*

Überlege dir eine Rechnung, bei der immer Zahlen der Form $\overline{abcabc}$ entstehen. Multipliziere mit Zehnerpotenzen...

Ansatz 36 *(Kann es sein, oder nicht sein?)*

Ergänze den Term $n^4 + 4$ zu einem vollständigen Binom:

$$n^4 + 4 = n^4 + 4n^2 + 4 - 4n^2$$

2.4 Addition und Subtraktion

Ansatz 46 *(Kapitel)*

Aus wie vielen Seiten besteht ein Kapitel, das auf derselben Seite beginnt und endet?

2.5 Rechtecke

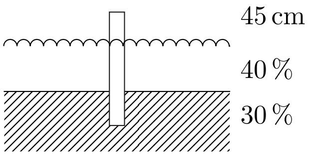
2.6 Quader

2.7 Zirkel und Lineal

2.8 Dreisatz

2.9 Prozentrechnung

Ansatz 119 *(Pfahl im See)*



2.10 Lineare Gleichungen

Ansatz 151 *(Das Floß)*

Die Strecke zwischen A und B ist gleich, egal ob man flussaufwärts, oder flussabwärts fährt. Mit der Variablen v für die Geschwindigkeit des Motorbootes und der Variablen s für die Strömungsgeschwindigkeit des Flusses kann man deshalb folgende Gleichung aufstellen:

$$32 \cdot (v + s) = 48 \cdot (v - s)$$

Ansatz 155 *(Jodlösung)*

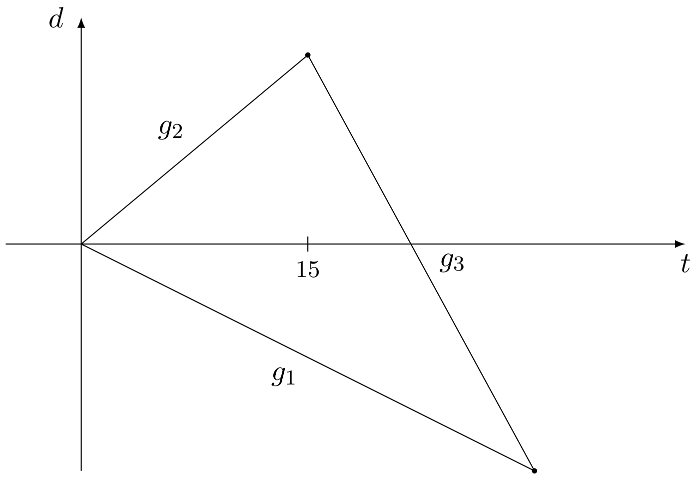
Die absolute Menge des Jod bleibt in beiden Lösungen gleich…

Ansatz 156 *(Museum)*

Verwende die Variable x für den neuen Preis in Euro, und die Variable n für die Anzahl der Besucher…

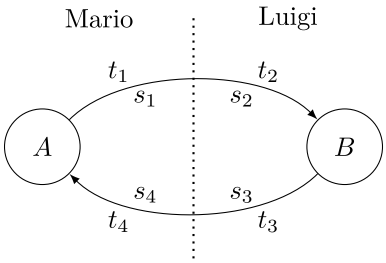
Ansatz 167 *(Die Flasche)*

Die (abhängige) Variable d steht für die (orientierte) Entfernung zur Brücke. Die Zeit in Minuten wird mit t bezeichnet.



2.11 Lineare Gleichungssysteme

Ansatz 191 *(Mario und Luigi)*



$$
\begin{aligned}
v_L &= 2 \cdot v_M \\
t_1 = t_2 &= \frac{t_{AB}}{2} \\
s_1 + s_2 &= s_3 + s_4 \\
s_3 = s_4 &= \frac{d}{2} \\
t_{BA} &= t_{AB} + 1
\end{aligned}
$$

2.12 Quadratische Gleichungen

2.13 Satz des Pythagoras

2.14 Kreisgeometrie

2.15 Zinsrechnung

Ansatz 258 *(Zinswechsel)*

$$k_0 + z = k_0 \cdot \left(1 + \frac{p_{1m}}{100}\right)^n \cdot \left(1 + \frac{p_{2m}}{100}\right)^{11-n}$$

2.16 Exponentielles Wachstum

Ansatz 289 *(Wald)*

Wenn bei exponentiellem Wachstum in m Jahren h m^3 Holz geschlagen werden sollen, dann wird der aktuelle Bestand W_0 in n Jahren wieder erreicht sein:

$$W_0 = (W_0 \cdot q^m - h) \cdot q^n$$

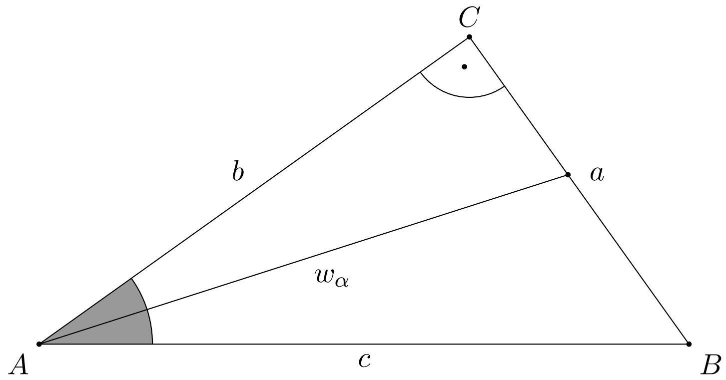
Ansatz 290 *(Tilgungsplan)*

Bestand nach n Intervallen, wenn sich ein exponentieller Prozess mit Wachstumsfaktor q und ein linearer Prozess mit Wachstumssummand r überlagern:

$$W_n = W_{n-1} \cdot q + r \quad \Rightarrow \quad W_n = W_0 \cdot q^n + r \cdot \frac{1-q^n}{1-q}$$

2.17 Trigonometrie

Ansatz 293 *(Winkelhalbierende)*



$$c = \sqrt{a^2 + b^2}$$

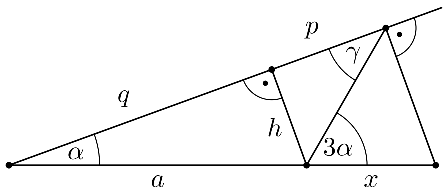
$$\cos(\alpha) = \frac{b}{c}$$

$$\cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \frac{b}{w_\alpha}$$

Ansatz 304 *(Trichter)*

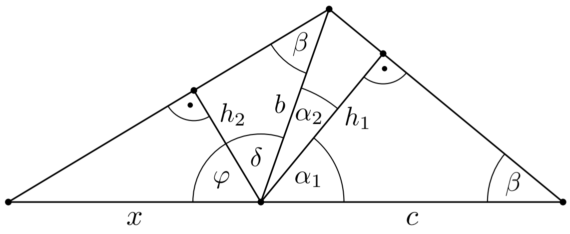
$$\alpha = 2 \cdot \arcsin\left(\frac{1}{4}\right)$$

Ansatz 305 *(Konstruktion aus a und α)*



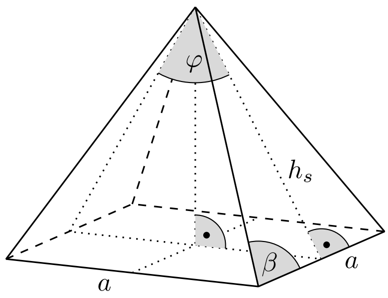
$$\cos(\alpha) = \frac{q+p}{a+x} \qquad \sin(\alpha) = \frac{h}{a} \qquad \cos(\alpha) = \frac{q}{a} \qquad \tan(\gamma) = \frac{h}{p}$$

Ansatz 306 *(Konstruktion aus α, β und c)*



$$\cos(\varphi) = \frac{h_2}{x} \qquad \cos(\alpha_1) = \frac{h_1}{c} \qquad \cos(\alpha_2) = \frac{h_1}{b} \qquad \cos(\delta) = \frac{h_2}{b}$$

Ansatz 312 *(Pyramidennetz)*



$$\varphi = 60^\circ$$

$$\sin\left(\frac{\varphi}{2}\right) = \frac{\frac{a}{2}}{h_s}$$

$$\tan(\beta) = \frac{h_s}{\frac{a}{2}}$$

2.18 Kombinatorik

2.19 Zufallsexperimente

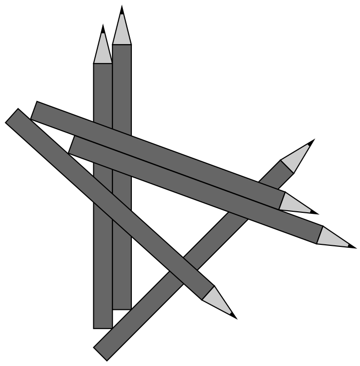
2.20 Vierfeldertafel

3 Ergebnisse

3.1 Denksport

Ergebnis 1 *(Sechs Stifte)*

Zuerst werden auf der unteren Ebene drei Stifte so gelegt, dass jeder jeden berührt. Dieses Schema wiederholt man dann einfach auf der zweiten Ebene.



Ergebnis 10 *(Familie)*

Wenn alle vie Familienmitglieder vor vier Jahren zusammen 58 Jahre alt gewesen sind, dann müssten sie heute zusammen $58 + 16 = 74$ Jahre alt sein. Aber sie sind zusammen ja nur 73 Jahre alt. Vor vier Jahren kann also das jüngste Familienmitglied (der Sohn) noch nicht mitgezählt worden sein, d. h. er war noch gar nicht geboren.

$$(v-4)+(m-4)+(t-4)=58 \quad \Rightarrow \quad v+m+t=70 \quad \Rightarrow \quad s=3$$

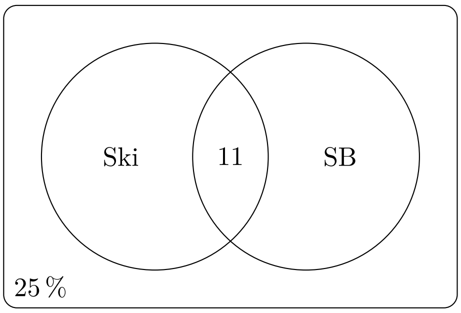
Der Sohn ist heute also 3 Jahre alt und seine Schwester folglich 5.

$$(m+3)+m+5=70 \quad \Rightarrow \quad m=\frac{70-5-3}{2} \quad \Rightarrow \quad m=31$$

Damit ist die Mutter heute 31 Jahre alt und der Vater 34.

3.2 Mengen

Ergebnis 16 *(Sportgruppe)*



$$\begin{aligned} \text{Ski} \cup \text{SB} &= 75\,\% \\ (\text{Ski} \cup \text{SB}) \setminus \text{SB} &= 15\,\% \\ (\text{SB} \cup \text{SB}) \setminus \text{Ski} &= 5\,\% \\ \text{SB} \cap \text{Ski} &= 55\,\% \end{aligned}$$

$$0{,}55 \cdot x = 11 \quad \Rightarrow \quad x = 20$$

3.3 Zahlen

Ergebnis 33 *(Teilbarkeit)*

Jede Zahl $\overline{abcabc}$ lässt sich durch folgende Rechnung bilden:

$$\overline{abcabc} = 1000 \cdot \overline{abc} + \overline{abc} = (1000 + 1) \cdot \overline{abc} = 1001 \cdot \overline{abc}$$

Also ist jede Zahl $\overline{abcabc}$ durch 1001 teilbar. Mit $7 \cdot 11 \cdot 13 = 1001$ ist die Zahl $\overline{abcabc}$ dann auch durch 7, 11 und 13 teilbar.

Ergebnis 36 *(Kann es sein, oder nicht sein?)*

Wir zeigen, dass die Summe $n^4 + 4$ immer als Produkt aus zwei verschiedenen Faktoren geschrieben werden kann, von denen wegen $n > 1$ keiner den Wert 1 besitzt:

$$\begin{aligned} n^4 + 4 &= n^4 + 4n^2 + 4 - 4n^2 \\ &= \left(n^2 + 2\right)^2 - 4n^2 \\ &= \left(n^2 + 2 + 2n\right)\left(n^2 + 2 - 2n\right) \end{aligned}$$

3.4 Addition und Subtraktion

Ergebnis 39 *(Fernseher)*

Anna fehlen noch 244 € zum Kauf des Fernsehers.

Ergebnis 40 *(Buch)*

Nachdem sich Beatrix das Buch gekauft hat, besitzt sie noch 26 €.

Ergebnis 41 *(Flaschen)*

Hausmeister Müller hat jetzt noch 63 Flaschen übrig.

Ergebnis 42 *(Urlaub)*

Hausmeister Müller hat noch eine Strecke von 482 km vor sich.

Ergebnis 46 *(Kapitel)*

Das Kapitel besteht aus 84 Seiten.

3.5 Rechtecke

Ergebnis 63 *(Zaun)*

a) Wenn die Fläche quadratisch ist, kostet der Zaun insgesamt 7 680 €.

b) Wenn eine Seite der Fläche 36 m lang ist, kostet der Zaun insgesamt 8 320 €.

3.6 Quader

Ergebnis 67 *(Zusammengesetzt)*

a) Der Körper besitzt 17 Ecken.

b) Der Körper besitzt eine Oberfläche von $8\,100\,\mathrm{cm}^2$ und ein Volumen von $30\,000\,\mathrm{cm}^3$.

c) $O = 810\,000\,\mathrm{mm}^2 = 81\,\mathrm{dm}^2$

d) $V = 30\,000\,000\,\mathrm{mm}^3 = 30\,\mathrm{dm}^3$

e) Aus der aktuellen Perspektive kann man eine Fläche von $4\,050\,\mathrm{cm}^2$ des Körpers nicht sehen.

f) Der kleinstmögliche Quader, in den der abgebildete Körper komplett hineinpasst, hat ein Volumen von $96\,250\,\mathrm{cm}^3$.

g) Der größtmögliche Quader, der komplett in den abgebildeten Körper hineinpasst, hat ein Volumen von $15\,750\,\mathrm{cm}^3$.

h) Wenn der Körper aus purem Gold wäre, würde er ca. 570 kg wiegen und ungefähr 19 000 000 € kosten.

3.7 Zirkel und Lineal

3.8 Dreisatz

Ergebnis 71 *(Drucker)*

a) Für 900 Seiten braucht der Drucker 18 Minuten.

b) In 15 Minuten kann der Drucker 750 Seiten drucken.

Ergebnis 72 *(Apfelsaft)*

a) Für 200 Liter Apfelsaft benötigt man 250 kg Äpfel.

b) Aus 120 kg Äpfeln presst man 96 Liter Apfelsaft.

Ergebnis 73 *(Birnen)*

a) 5 kg Birnen kosten 9,50 €.

b) Für 22,80 € bekommt man 12 kg Birnen.

Ergebnis 74 *(Rindfleisch)*

a) 1 200 Gramm Rindfleisch kosten 14,40 €.

b) Für 30 € bekommt man 2 500 Gramm Rindfleisch.

Ergebnis 75 *(Kraftstoff)*

a) Für 650 km benötigt der Pkw 54,6 l Kraftstoff.

b) Mit einem Tankinhalt von 60,48 l kann der Pkw 720 km zurücklegen.

Ergebnis 76 *(Plakatwerbung)*

Wenn die Plakatwerbung 76 Tage lang erscheinen soll, kostet sie 691,60 €.

Ergebnis 77 *(Zollgebühren)*

Für Waren im Wert von 7 000 € muss man Zollgebühren in Höhe von 1 400 € zahlen.

3.9 Prozentrechnung

Ergebnis 122 *(Orangensaft)*

$$1\,000\,\text{ml} \cdot x_{\text{alt}} = 750\,\text{ml} \cdot x_{\text{neu}} \quad \Rightarrow \quad x_{\text{neu}} = \frac{4}{3} \cdot x_{\text{alt}}$$

Der Orangensaft hat sich also um etwa 33,3 % verteuert.

Ergebnis 123 *(Stundenlohn)*

$$40 \cdot x_{\text{alt}} = 38 \cdot x_{\text{neu}} \quad \Rightarrow \quad x_{\text{neu}} \approx (1 + 0{,}053) \cdot x_{\text{alt}}$$

Der Stundenlohn hat sich also um etwa 5,3 % erhöht.

Ergebnis 124 *(Flächeninhalt)*

$$\frac{\frac{13}{10}a \cdot \frac{7}{10}b}{ab} = \frac{91}{100} = 91\,\%$$

Das neue Rechteck ist also um 9 % kleiner.

Ergebnis 125 *(Fett)*

$$0{,}82 \cdot x = 0{,}3 \cdot 125\,\text{g} \quad \Rightarrow \quad x \approx 45{,}73\,\text{g}$$

Ergebnis 126 *(Kondensmilch)*

$$0{,}1 \cdot 250\,\text{g} = 0{,}04 \cdot (250\,\text{g} + x) \quad \Rightarrow \quad x = 375\,\text{g}$$

Ergebnis 127 *(Summe)*

$$p\,\% = \frac{a}{a+b} = \frac{\frac{5}{12}b}{\frac{5}{12}b + b} = \frac{\frac{5}{12}b}{\left(\frac{5}{12} + 1\right) \cdot b} = \frac{5}{17} \approx 29{,}4\,\%$$

3.10 Lineare Gleichungen

Ergebnis 151 *(Das Floß)*

Die Strecke zwischen A und B ist gleich, egal ob man flussaufwärts, oder flussabwärts fährt. Mit der Variablen v für die Geschwindigkeit des Motorbootes und der Variablen s für die Strömungsgeschwindigkeit des Flusses kann man deshalb folgende Gleichung aufstellen:

$$\begin{aligned} & 32 \cdot (v+s) = 48 \cdot (v-s) \\ \Leftrightarrow \quad & 32v + 32s = 48v - 48s \\ \Leftrightarrow \quad & 80s = 16v \\ \Leftrightarrow \quad & 5s = v \end{aligned}$$

Daraus ergibt sich, dass das Motorboot auf der Fahrt flussabwärts mit sechsfacher Strömungsgeschwindigkeit fährt. Da ein Floß nur mit einfacher Strömungsgeschwindigkeit „fahren“ würde, bräuchte es die sechsfache Zeit. Es würde also $6 \cdot 32 = 192$ Stunden benötigen.

Ergebnis 155 *(Jodlösung)*

Die Variable x steht für die Menge Alkohol in Gramm, die man hinzufügen muss, um den Jodanteil der Lösung auf 10 % zu senken.

$$0{,}16 \cdot 735 = 0{,}1 \cdot (735 + x) \quad \Rightarrow \quad x = 441$$

Ergebnis 156 *(Museum)*

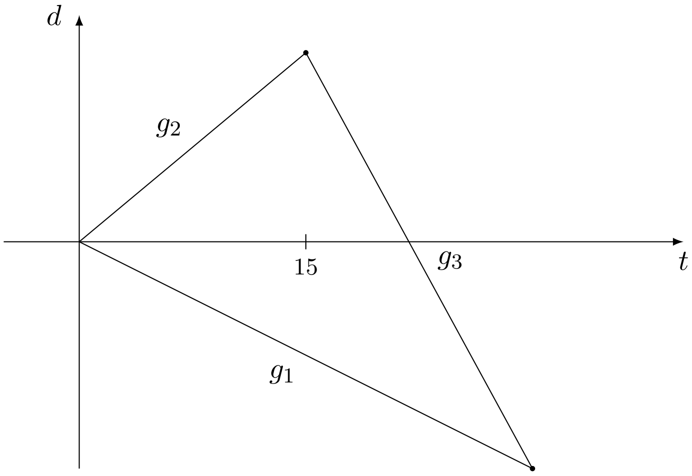
Wenn die Variable x für den neuen Preis in Euro steht und die Variable n für die Anzahl der Besucher, dann gilt:

$$(1{,}5 \cdot n) \cdot x = 1{,}25 \cdot (n \cdot 1{,}50\,€) \quad \Rightarrow \quad x = 1{,}25\,€$$

Also wurde der Preis einer Eintrittskarte um 0,25 € gesenkt.

Ergebnis 167 *(Die Flasche)*

Die (abhängige) Variable d steht für die (orientierte) Entfernung zur Brücke. Die Zeit in Minuten wird mit t bezeichnet.



Die Gerade g_1 beschreibt, wie sich die Flasche von der Brücke entfernt. Wenn man die Strömungsgeschwindigkeit des Flusses mit s bezeichnet, dann ist $g_1(t) = -st$. Die Gerade g_2 beschreibt, wie sich der Sportler von der Brücke entfernt, ohne den Verlust der Flasche bemerkt zu haben. Wenn man seine Geschwindigkeit (relativ zur Brücke) mit v bezeichnet, dann ist $g_2(t) = (v - s) \cdot t$. Die Gerade g_3 beschreibt die Entfernung des Sportlers zur Brücke, nachdem er auf der Suche nach der Flasche umgekehrt ist. Mit den entsprechenden Verschiebungen ergibt sich:

$$g_3(t) = -(v + s) \cdot (t - 15) + 15 \cdot (v - s)$$

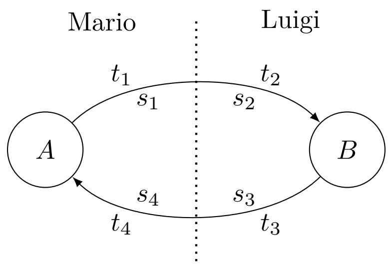
Gesucht wird jetzt der Schnittpunkt von g_1 und g_3.

$$\begin{aligned}
& -st = -(v + s) \cdot (t - 15) + 15 \cdot (v - s) \\
\Leftrightarrow\quad & -st = -(vt - 15v + st - 15s) + 15v - 15s \\
\Leftrightarrow\quad & -st = -vt + 15v - st + 15s + 15v - 15s \\
\Leftrightarrow\quad & 0 = -vt + 30v = (30 - t) \cdot v
\end{aligned}$$

Wenn die Geschwindigkeit v des Sportlers nicht Null ist, dann ergibt sich die einzige Lösung mit $t = 30$. Also holt er die Flasche 30 Minuten nach dem Verlust unter der Brücke wieder ein. In diesen 30 Minuten hat die Flasche eine Strecke von 2 km zurückgelegt, also fließt der Fluss mit 4 km/h.

3.11 Lineare Gleichungssysteme

Ergebnis 191 *(Mario und Luigi)*



$$\begin{aligned} v_L &= 2 \cdot v_M \\ t_1 = t_2 &= \frac{t_{AB}}{2} \\ s_1 + s_2 &= s_3 + s_4 \\ s_3 = s_4 &= \frac{d}{2} \\ t_{BA} &= t_{AB} + 1 \end{aligned}$$

Da der Hinweg genauso lang ist wie der Rückweg, gilt:

$$\begin{aligned} & s_1 + s_2 = s_3 + s_4 \\ \Rightarrow \quad & v_M \cdot t_1 + v_L \cdot t_2 = v_L \cdot t_3 + v_M \cdot t_4 \\ \Rightarrow \quad & (v_M + v_L) \cdot \frac{t_{AB}}{2} = 2 \cdot v_L \cdot t_3 \\ \Rightarrow \quad & 3 \cdot v_M \cdot \frac{t_{AB}}{2} = 4 \cdot v_M \cdot t_3 \\ \Rightarrow \quad & \frac{3}{2} \cdot t_{AB} = 4 \cdot t_3 \end{aligned}$$

Mit t_3 ist die Zeit gemeint, die Luigi auf dem Rückweg am Steuer sitzt:

$$t_3 = \frac{s_3}{v_L} = \frac{d}{2v_L} = \frac{d}{4v_M} \qquad t_4 = \frac{s_4}{v_M} = \frac{d}{2v_M} = 2 \cdot t_3$$

$$t_{BA} = t_3 + t_4 = 3 \cdot t_3 \quad \Rightarrow \quad t_3 = \frac{1}{3} \cdot t_{BA}$$

Zusammen gilt also:

$$\frac{3}{2} \cdot t_{AB} = \frac{4}{3} \cdot t_{BA} \quad \Rightarrow \quad t_{AB} = \frac{8}{9} \cdot t_{BA}$$

Für t_{AB} und t_{BA} ergibt sich also folgendes lineares Gleichungssystem:

$$\left| \begin{array}{lcl} t_{BA} & = & t_{AB} + 1 \\ t_{AB} & = & \frac{8}{9} \cdot t_{BA} \end{array} \right.$$

Mit der Lösung:

$$\begin{aligned} & t_{AB} = \frac{8}{9} \cdot (t_{AB} + 1) \\ \Rightarrow \quad & 9 \cdot t_{AB} = 8 \cdot t_{AB} + 8 \\ \Rightarrow \quad & t_{AB} = 8 \end{aligned}$$

Die Hinfahrt dauert also genau 8 Stunden.

3.12 Quadratische Gleichungen

3.13 Satz des Pythagoras

Ergebnis 203 *(Leiter)*

a) Die Leiter ist 6,5 m lang.

b) Die Leiter liegt in einer Höhe von 12 m an der Wand an.

Ergebnis 204 *(Sendemast)*

a) Das Seil ist in einer Entfernung von 54 m vom Fußpunkt des Mastes entfernt im Erdboden verankert.

b) Das Seil kann maximal in einer Höhe von 48 m am Sendemast befestigt werden.

Ergebnis 205 *(Klappleiter)*

Die Leiter erreicht eine maximale Höhe von 2,94 m.

Ergebnis 206 *(Laterne)*

Ein Fahrzeug darf höchstens 4,22 m hoch sein, um unter der Lampe hindurch fahren zu können.

Ergebnis 207 *(Leuchtturm)*

Der Horizont ist ca. 23,94 km weit entfernt.

3.14 Kreisgeometrie

3.15 Zinsrechnung

Ergebnis 258 *(Zinswechsel)*

Der Zinssatz wurde nach 7 Monaten von 5,5 % auf 5,0 % gesenkt.

3.16 Exponentielles Wachstum

Ergebnis 261 *(Panflöte)*

Zu den Angaben der Aufgabenstellung passt nur die Funktionsgleichung a), also:

$$f(x) = 32{,}58 \cdot 0{,}944^x$$

Ergebnis 262 *(Kapital)*

a) Das Anwachsen des Kapitals lässt sich mit der Gleichung $W_n = 3\,000 \cdot 1{,}045^n$ beschreiben.

b) Nach 12 Jahren ist das Kapital auf etwa 5 087,64 € angewachsen.

c) Bei einem Zinssatz von etwa $p = 5{,}477\,\%$ würde sich das Kapital in 13 Jahren verdoppeln.

Ergebnis 263 *(Abschreibung)*

Die Maschine besaß einen Anschaffungswert von 128 000 €.

Ergebnis 264 *(Pkw)*

a) Mit einem Anschaffungswert von W_0 und t in Jahren könnte die Preiszerfallsfunktion lauten:

$$f(t) = W_0 \cdot 0{,}8^t$$

b) Nach etwa 3,106 Jahren ist der Pkw nur noch die Hälfte wert.

c) Damit sich ein Kapital in der gleichen Zeit verdoppelt, müsste es zu einem Zinssatz von 25 % angelegt werden.

Ergebnis 265 *(Wirtschaftswachstum)*

a) Nach 2 Jahren wäre die Wirtschaft um etwa 8,160 % gewachsen.

b) Nach 10 Jahren wäre die Wirtschaft um etwa 48,024 % gewachsen.

c) Nach 50 Jahren wäre die Wirtschaft um etwa 610,668 % gewachsen.

Ergebnis 266 *(Origamipapier)*

Das gefaltete Papier ist etwa 30,720 cm dick.

Ergebnis 267 *(Mond)*

Der Karton muss etwa 38,467 mal gefaltet werden.

Ergebnis 268 *(Radioaktiver Zerfall)*

Nach 10 Jahren sind noch etwa 34,868 % der Masse vorhanden.

Ergebnis 269 *(Jod)*

Die Halbwertszeit von ^{131}I beträgt etwa 0,25 Monate.

Ergebnis 270 *(Caesium)*

a) Die Zerfallsfunktion lautet: $W_n = W_0 \cdot 0{,}977^n$

b) Im Jahr 2 016 sind noch etwa 49,755 % des 1 986 ausgetretenen Caesiums vorhanden.

c) Die Halbwertszeit von ^{137}Cs beträgt etwa 29,789 Jahre.

Ergebnis 271 *(Schutzwand)*

a) Die Intensität hinter einer 50 cm dicken Wand würde bei etwa 32,768 % liegen.

b) Die Wand müsste etwa 103,189 cm dick sein, damit die Intensität der Gamma-Strahlung auf 10 % absinkt.

Ergebnis 272 *(Bierschaum)*

a) Die Zerfallsgleichung (t in Minuten) lautet:

$$h(t) = W_0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{3}t} \approx W_0 \cdot 0{,}794^t$$

b) Nach etwa 10 (9,966) Minuten ist die Schaumhöhe auf 1 cm zurückgegangen.

c) Direkt nach dem Einschenken war der Bierschaum 6 cm hoch.

Ergebnis 273 *(Aspirin)*

a) Der Abbau dieser Tablette kann durch folgende Funktionsgleichung beschrieben werden (t in Stunden):

$$W(t) = 500 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{3}t}$$

b) Nach etwa 17 Stunden sind nur noch 10 mg des Wirkstoffes im Körper.

Ergebnis 274 *(Dezibel)*

Der Wachstumsfaktor der Dezibelskala beträgt etwa 1,072.

Ergebnis 275 *(Helligkeit)*

a) Die Helligkeit H in x Metern Tiefe lässt sich durch folgende Funktionsgleichung beschreiben:

$$H(x) = H_0 \cdot 0{,}83^x$$

b) Relativ zur Helligkeit an der Wasseroberfläche beträgt die Helligkeit in
1 m: etwa 83,000 % 2 m: etwa 39,390 %
5 m: etwa 68,890 % 10 m: etwa 15,516 %

c) Ab etwa 24,715 m Wassertiefe ist nicht mehr als 1 % von der Helligkeit an der Wasseroberfläche vorhanden.

Ergebnis 276 *(Luftdruck)*

a) Mit folgender Funktion kann man den Luftdruck p (in hPa) bei bekannter Höhe h (in km) über dem Meeresspiegel berechnen:

$$p(h) = p_0 \cdot 0{,}88^h$$

b) Zum Zeitpunkt der Messung betrug der Luftdruck in 4 500 m Höhe über dem Meeresspiegel etwa 562,564 hPa

c) Insgesamt hat der Druck um 43,744 % abgenommen.

d) Einen Luftdruck von 400 hPa würde man in 7 167,852 m Höhe messen.

Ergebnis 277 *(Gerücht)*

Nach etwa 78 (78,006) Wochen kennt die ganze Stadt das Gerücht.

Ergebnis 278 *(München)*

Die Einwohnerzahl Münchens ist in den Jahren von 1810 bis 1850 um etwa das 1,022-fache pro Jahr angewachsen (also: $q \approx 1{,}022$).

Ergebnis 279 *(Bevölkerungswachstum)*

Vor 3 Jahren hatte die Stadt 80 000 Einwohner.

Ergebnis 280 *(Bevölkerungsrückgang)*

a) Nach t Jahren leben $N(t) = 50 \cdot 10^6 \cdot 0{,}980^t$ Einwohner in diesem Land.

b) Alle 10 Jahre nimmt die Bevölkerung um etwa 18,293 % ab.

c) Nach etwa 11,045 Jahren wird die Bevölkerung auf 40 Millionen Menschen abgesunken sein.

Ergebnis 281 *(Mitgliederzahl)*

a) Vor 10 Jahren waren es noch 124 (123,971) Mitglieder.

b) Die Mitgliederzahl ist in den letzten 10 Jahren insgesamt um etwa 51,602 % gesunken.

Ergebnis 282 *(Thymianöl)*

Wenn man am Beginn des Versuches den Nährboden mit etwa 6,782 Tropfen der Thymianölmischung versetzt, wächst die von Bakterien eingenommene Fläche bis zum Ende der Beobachtungszeit nicht über 1 mm^2 hinaus.

Ergebnis 283 *(Bakterienkultur)*

a) Die bedeckte Fläche lässt sich mit folgender Funktionsgleichung berechnen (t in Stunden):

$$A(t) = 0{,}2 \cdot 1{,}05^t$$

b) Die bedeckte Fläche nimmt täglich um 222,510 % zu.

c) Nach etwa 5,117 % Tagen wird eine Fläche von 80 mm^2 bedeckt sein.

Ergebnis 284 *(Zellteilung)*

a) Der (exponentielle) Zusammenhang zwischen der Anzahl der Bakterien N und der Zeit t in Stunden lautet:

$$N\left(t_0 + 0{,}2\right) = 2 \cdot N(t_0) \quad \Rightarrow \quad q = 32 \quad \Rightarrow \quad N(t) = N_0 \cdot 32^t$$

Mit einem Anfangsbestand N_0 von einer einzigen Zelle vereinfacht sich die Funktionsgleichung zu:

$$N(t) = 32^t$$

b) Anzahl der Bakterien nach...

1 Stunde:	etwa 32	12 Stunden:	etwa $1{,}152\,9 \cdot 10^{18}$
2 Stunden:	etwa 1 024	24 Stunden:	etwa $1{,}329\,2 \cdot 10^{36}$
6 Stunden:	etwa $1{,}073\,7 \cdot 10^9$		

c) Nach etwa 11,759 Stunden besitzen ca. $5 \cdot 10^{17}$ Bakterien ein Volumen von 1 m^3.

Nach etwa 17,738 Stunden besitzen ca. $5 \cdot 10^{26}$ Bakterien ein Volumen von 1 km^3.

Ergebnis 285 *(Käse)*

a) Die Anzahl der Bakterien wächst täglich um etwa 9,722 %.

b) Die Anzahl der Bakterien wächst wöchentlich um etwa 91,453 %.

c) Die Anzahl der Bakterien verdoppelt sich etwa alle 7,471 Tage.

d) Beim Verpacken sind etwa 535 900 Bakterien mit in die Verpackung gelangt.

e) Bei exponentiellem Wachstum wären nach 8 Wochen etwa 96,734 Millionen Bakterien zu erwarten.

Ergebnis 286 *(Kuhmilch)*

In 1 cm^3 frisch gemolkener Milch befanden sich etwa 712 (711,914) Keime.

Ergebnis 287 *(Ziegen)*

a) Die jährliche Zuwachsrate liegt bei etwa 20 %.

b) Im Jahr 1695 sind etwa 4 (4,038) Ziegen ausgesetzt worden.

c) Im Jahr 1710 wären etwa 62 (62,208) Ziegen zu erwarten.

d) Die Anzahl der Ziegen nimmt monatlich um etwa 1,531 % zu.

e) Die Anzahl der Ziegen verdoppelt sich etwa alle 3,802 Jahre.

Ergebnis 288 *(Radiokarbonmethode)*

a) Die Zerfallskonstante lautet: $q = 0{,}999\,879$

b) Damit in 1 kg lebender Materie pro Minute 16 000 ^{14}C-Isotope zerfallen können, müssen in ihr etwa $6{,}952 \cdot 10^{13}$ Isotope vorhanden sein.

c) Tutanchamun starb etwa 1 326 Jahre vor der Geburt Christi.

d) Ötzi starb etwa 3 211 Jahre vor der Geburt Christi.

e) Bei einer Messgenauigkeit von 0,1 % des ursprünglichen ^{14}C-Gehalts kann man mit der Radiokarbonmethode etwa $5{,}7 \cdot 10^4$ Jahre in die Vergangenheit blicken.

Ergebnis 289 *(Wald)*

a) Der aktuelle Bestand ergibt sich (annähernd) aus den Daten der Aufgabenstellung, wenn man diese in die Funktionsgleichung für exponentielles Wachstum einsetzt:

$$7\,000 \cdot 1{,}035^{10} \approx 9\,874{,}191 \approx 9\,880$$

b) Wenn man weiterhin von exponentiellem Wachstum ausgeht, verdoppelt sich der aktuelle Bestand in etwa 20,114 Jahren, und in 31,881 Jahren wird er sich verdreifacht haben.

c) Wenn man in 3 Jahren $3\,000\,\mathrm{m}^3$ Holz erntet, wird der Wald in etwa 6,285 Jahren wieder den Bestand von heute ($9\,880\,\mathrm{m}^3$) erreicht haben.

Ergebnis 290 *(Tilgungsplan)*

Unmittelbar nach Zahlung der 12. Rate beträgt die Restschuld ca. 14 162,28 €.

Ergebnis 291 *(Sparbuch)*

Jahre nach Eröffnung	Guthaben in € (nach Zinsen und Überweisung)
0	200
1	408,40
2	625,55
3	851,83
4	1 087,60
5	1 333,28
6	1 589,28
7	1 856,03
8	2 133,98
9	2 423,61
10	2 725,40

3.17 Trigonometrie

Ergebnis 292 *(Sonne)*

Die Sonne steht etwa 50,46° hoch am Himmel.

Ergebnis 293 *(Winkelhalbierende)*

Die Winkelhalbierende w_α hat in dem gegebenen Dreieck eine Länge von ca. 7,35 cm.

Ergebnis 305 *(Konstruktion aus a und α)*

a) Die gesuchte Größe x kann man durch folgende Gleichung bestimmen:

$$x = a \cdot \frac{\tan(\alpha)}{\tan(2\alpha)}$$

b) Aus den gegebenen Werten ergibt sich $x \approx 1{,}11\,\text{cm}$.

c) In den Spezialfällen gilt:

$$\alpha = 30^\circ \quad \Rightarrow \quad x = \frac{a}{3} \qquad \text{bzw.} \qquad \alpha = 45^\circ \quad \Rightarrow \quad x = 0$$

Ergebnis 306 *(Konstruktion aus α, β und c)*

a) Die Strecke x lässt sich mit folgender Gleichung aus den gegebenen Größen berechnen:

$$x = c \cdot \frac{\sin^2 \beta}{\sin(\alpha + \beta) \cdot \sin(\alpha - \beta)}$$

b) Aus den gegebenen Größen ergibt sich $x \approx 4{,}18\,\text{cm}$.

c) In den ersten beiden Spezialfällen vereinfacht sich die Gleichung zur Berechnung von x zu:

$$x = \frac{c}{2} \qquad \text{bzw.} \qquad x = c \cdot \tan^2 \beta$$

Falls $\alpha = \beta$ gilt, wird der Nenner Null. Die Strecke x wird immer länger und der Schnittpunkt verlagert sich schließlich ins Unendliche. Die Winkel α und β werden zu Wechselwinkeln an parallelen Geraden.

Ergebnis 312 *(Pyramidennetz)*

Die Basiswinkel β müssen eine Größe von etwa 63,435° besitzen.

3.18 Kombinatorik

3.19 Zufallsexperimente

3.20 Vierfeldertafel