# 1 Grundrechenarten (Fachbegriffe)

Addition:

Summe = Summand + Summand

Subtraktion:

Differenz = Minuend - Subtrahend

Multiplikation:

 $Produkt = Faktor \cdot Faktor$ 

Division:

Quotient = Dividend : Divisor

## 2 Zahlbereiche

Natürliche Zahlen:

(2.1) 
$$\mathbb{N} := \{1, 2, 3, 4, 5, \ldots\}$$

(2.2) 
$$\mathbb{N}_0 := \{0, 1, 2, 3, 4, 5, \ldots\}$$

Ganze Zahlen:

(2.3) 
$$\mathbb{Z} := \{0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 4, \pm 5, \ldots\}$$

Rationale Zahlen:

$$(2.4) \ \mathbb{Q} := \left\{ \frac{z}{n} \ \middle| \ (z \in \mathbb{Z}) \land (n \in \mathbb{N}) \right\}$$

Reelle Zahlen:

(2.5)  $\mathbb{R} := \text{Menge aller Punkte auf}$  der Zahlengeraden

## 3 Allgemeine Rechenregeln

Kommutativgesetze:

(3.1) 
$$a+b=b+a$$

**(3.2)** 
$$a \cdot b = b \cdot a$$

Assoziativgesetze:

(3.3) 
$$(a+b)+c=a+(b+c)$$

(3.4) 
$$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$$

Distributivgesetz:

$$(3.5) \ a \cdot (b+c) = a \cdot b + a \cdot c$$

#### 4 Teilbarkeitsregeln

Eine Zahl a ist genau dann teilbar durch

- 2, wenn ihre letzte Ziffer gerade ist
- 3, wenn ihre Quersumme durch 3 teilbar
- 4, wenn die zwei letzten Ziffern 0, oder durch 4 teilbar sind
- 5, wenn ihre letzte Ziffer 0 oder 5 ist
- 6, wenn sie durch 2 und durch 3 teilbar ist.
- 7, wenn ihre alternierende 3er-Quersumme durch 7 teilbar ist
- 8, wenn die drei letzten Ziffern 0, oder durch 8 teilbar sind
- 9, wenn ihre Quersumme durch 9 teilbar ist.
- 10, wenn ihre letzte Ziffer eine 0 ist
- 11, wenn ihre alternierende Quersumme durch 11 teilbar ist

#### 5 Griechisches Alphabet

$\alpha$	Alpha	$\iota$	Jota	$\rho$	Rho
$\beta$	Beta	$\kappa$	Kappa	$\sigma$	Sigma
$\gamma$	Gamma	λ	Lambda	au	Tau
$\delta$	Delta	$\mu$	My	v	Ypsilon
$\varepsilon$	Epsilon	$\nu$	Ny	$\varphi$	Phi
$\zeta$	Zeta	ξ	Xi	$\chi$	Chi
$\eta$	Eta	o	Omikron	$\psi$	Psi
$\vartheta$	Theta	$\pi$	Pi	$\omega$	Omega

### 6 Zehnerpotenzen

$10^{-1}$	Dezi	d	$10^{1}$	Deka	da
$10^{-2}$	Zenti	$\mathbf{c}$	$10^{2}$	Hekto	h
$10^{-3}$	Milli	$\mathbf{m}$	$10^{3}$	Kilo	k
$10^{-6}$	Mikro	$\mu$	$10^{6}$	Mega	$\mathbf{M}$
$10^{-9}$	Nano	$\mathbf{n}$	$10^{9}$	Giga	G
$10^{-12}$	Piko	p	$10^{12}$	Tera	${ m T}$
$10^{-15}$	Femto	f	$10^{15}$	Peta	Ρ

# 7 Bruchrechnung

(7.1) 
$$a = \frac{a}{1}$$

(7.2) 
$$\frac{a}{b} = \frac{a \cdot c}{b \cdot c}$$
, falls  $c \neq 0$ 

$$(7.3) \ \frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d + b \cdot c}{b \cdot d}$$

(7.4) 
$$\frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d - b \cdot c}{b \cdot d}$$

$$(7.5) \ \frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$$

(7.6) 
$$\frac{a}{b}$$
:  $\frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c}$ 

#### 8 Potenzen

(8.1) 
$$a^1 = a$$
,  $a^2 = a \cdot a$ ,  $a^3 = a \cdot a \cdot a$ 

(8.2) 
$$a^0 = 1$$
, falls  $a \neq 0$ 

(8.3) 
$$a^{-r} = \frac{1}{a^r}$$

(8.4) 
$$a^r \cdot a^s = a^{r+s}$$

(8.5) 
$$\frac{a^r}{a^s} = a^{r-s}$$

**(8.6)** 
$$(a \cdot b)^r = a^r \cdot b^r$$

(8.7) 
$$\left(\frac{a}{b}\right)^r = \frac{a^r}{b^r} = \left(\frac{b}{a}\right)^{-r}$$

(8.8) 
$$(a^r)^s = a^{r \cdot s}$$

#### 9 Wurzeln

**(9.1)** 
$$(\sqrt{a})^2 = a$$
  $\sqrt{a^2} = |a|$ 

(9.2) 
$$\sqrt{a} = a^{\frac{1}{2}}$$

(9.3) 
$$\sqrt[r]{a^s} = a^{\frac{s}{r}}$$

$$(9.4) \sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$$

$$(9.5) \sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$$

# 10 Logarithmen

$$(10.1) \log_b(a) = x \iff b^x = a$$

(10.2) 
$$\log(a \cdot b) = \log(a) + \log(b)$$

(10.3) 
$$\log\left(\frac{a}{b}\right) = \log(a) - \log(b)$$

**(10.4)** 
$$\log(a^r) = r \cdot \log(a)$$

(10.5) 
$$\log_b(a) = \frac{\log_c(a)}{\log_c(b)}$$

# 11 Beträge

(11.1) 
$$|a| := \begin{cases} a, & \text{für } a \ge 0 \\ -a, & \text{für } a < 0 \end{cases}$$

(11.2) 
$$|a| = |-a|$$

(11.3) 
$$|a| - |b| \le |a \pm b| \le |a| + |b|$$

**(11.4)** 
$$|a \cdot b| = |a| \cdot |b|$$

(11.5) 
$$\left| \frac{a}{b} \right| = \frac{|a|}{|b|}$$

### 12 Fakultät

$$(12.1) 0! = 1$$

(12.2) 
$$n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdots n$$

(12.3) 
$$n! \approx \sqrt{2\pi n} \cdot \left(\frac{n}{e}\right)^n$$

#### 13 Binomialkoeffizienten

Mit  $k, n \in \mathbb{N}_0$  und  $k \leq n$  gilt:

(13.1) 
$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k! \cdot (n-k)!}$$

$$(13.2) \ \binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}$$

$$(13.3) \ \binom{n}{0} = \binom{n}{n} = 1$$

#### 14 Binomische Formeln

(14.1) 
$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

(14.2) 
$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

**(14.3)** 
$$(a+b) \cdot (a-b) = a^2 - b^2$$

### 15 Quadratische Funktionen

(15.1) Allgemeine Form:

$$f(x) = ax^2 + bx + c, \text{ mit } a \neq 0$$

(15.2) pq-Formel:

$$0 = x^{2} + px + q$$

$$\Leftrightarrow x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^{2} - q}$$

(15.3) Diskriminante:

$$D = b^2 - 4ac$$

(15.4) Scheitelpunkt:

$$f(x) = a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{D}{4a}$$

$$\Rightarrow S = \left(-\frac{b}{2a}, -\frac{D}{4a}\right)$$

# 16 Prozentrechnung

(16.1) 
$$\frac{p}{100} = \frac{W}{G}$$

p Prozentsatz

W Prozentwert

G Grundwert

#### 17 Zinsrechnung

(17.1) 
$$K_n = K_0 \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)^n$$

 $K_n$  Kapital nach n Jahren

 $K_0$  Startkapital

p Zinssatz

n Anzahl der Jahre

# 18 ggT und kgV

(18.1) 
$$ggT(a, b) = ggT(b, a)$$

(18.2) 
$$ggT(a, b \mod a) = ggT(a, b), a > 0$$

(18.3) 
$$ggT(a, b + ma) = ggT(a, b)$$

(18.4) 
$$ggT(ma, mb) = |m| \cdot ggT(a, b)$$

(18.5) 
$$ggT(a, b, c) = ggT(ggT(a, b), c)$$

(18.6) 
$$kgV(a, b, c) = kgV(kgV(a, b), c)$$

(18.7) 
$$ggT(a, b) \cdot kgV(a, b) = |a \cdot b|$$

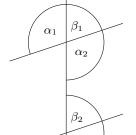
Beispiele:

$$3528 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 7^2$$
$$3780 = 2^2 \cdot 3^3 \cdot 5^1 \cdot 7^1$$

$$ggT(3528, 3780) = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 7^1 = 252$$

$$kgV(3528.3780) = 2^3 \cdot 3^3 \cdot 5^1 \cdot 7^2 = 52920$$

# 19 Winkel an Geradenkreuzungen



 $\alpha_3$ 

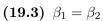
Nebenwinkel:

(19.1) 
$$\alpha_1 + \beta_1 = 180^{\circ}$$

Scheitelwinkel:

(19.2) 
$$\alpha_1 = \alpha_2$$

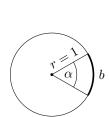
Stufenwinkel:



Wechselwinkel:

(19.4) 
$$\alpha_1 = \alpha_3$$

#### 20 Winkel im Bogenmaß



(20.1) 
$$\frac{\alpha^{\circ}}{360^{\circ}} = \frac{b}{2\pi}$$

(20.2) 
$$\alpha^{\circ} = b \cdot \frac{180^{\circ}}{\pi}$$

**(20.3)** 
$$b = \alpha^{\circ} \cdot \frac{\pi}{180^{\circ}}$$

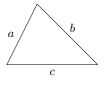
#### 21 Kongruenzsätze

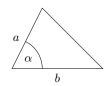
(21.1) SSS: Zwei Dreiecke, die in ihren drei Seitenlängen übereinstimmen, sind kongruent.

(21.2) SWS: Zwei Dreiecke, die in zwei Seitenlängen und in dem eingeschlossenen Winkel übereinstimmen, sind kongruent.

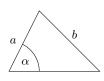
(21.3) WSW: Zwei Dreiecke, die in einer Seitenlänge und in den dieser Seite anliegenden Winkeln übereinstimmen, sind kongruent.

(21.4) SsW: Zwei Dreiecke, die in zwei Seitenlängen und in jenem Winkel übereinstimmen, der der längeren Seite gegenüberliegt, sind kongruent.

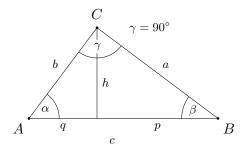








# 22 Satzgruppe des Pythagoras



Satz des Pythagoras:

(22.1) 
$$c^2 = a^2 + b^2$$

Höhensatz des Euklid:

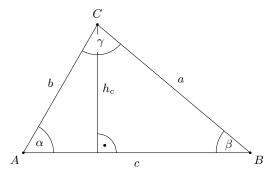
(22.2) 
$$h^2 = p \cdot q$$

Kathetensatz des Euklid:

(22.3) 
$$a^2 = p \cdot c$$

(22.4) 
$$b^2 = q \cdot c$$

### 23 Allgemeine Dreiecke



Fläche:

(23.1) 
$$A = \frac{c \cdot h_c}{2} = \frac{a \cdot h_a}{2} = \frac{b \cdot h_b}{2}$$

Innenwinkelsumme:

**(23.2)** 
$$\alpha + \beta + \gamma = 180^{\circ}$$

Sinussatz:

(23.3) 
$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2r_u$$

Kosinussatz:

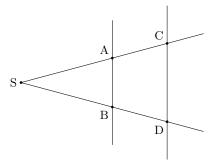
(23.4) 
$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos \gamma$$

Schnittpunkte:

Höhen

Seitenhalbierenden Winkelhalbierenden Mittelsenkrechten (Schwerpunkt) (Inkreismittelpunkt) (Umkreismittelpunkt)

#### 24 Strahlensatz



(24.1) 
$$\frac{\overline{SA}}{\overline{SC}} = \frac{\overline{SB}}{\overline{SD}} = \frac{\overline{AB}}{\overline{CD}}$$

(24.2) 
$$\frac{\overline{AC}}{\overline{SC}} = \frac{\overline{BD}}{\overline{SD}}$$

(24.3) 
$$\frac{\overline{SA}}{\overline{AC}} = \frac{\overline{SB}}{\overline{BD}}$$

# 25 Vierecke

Quadrat:



(25.1) 
$$U = 4a$$

**(25.2)** 
$$A = a^2$$

Raute:



Rechteck:

**(25.3)** 
$$U = 2(a+b)$$

**(25.4)** 
$$A = a \cdot b$$

Parallelogramm:



$$(25.7) U = 4a (25.9)$$

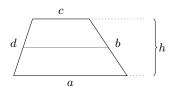
**(25.8)** 
$$A = a \cdot h$$



(25.9) 
$$U = 2(a+b)$$

**(25.10)** 
$$A = a \cdot h$$

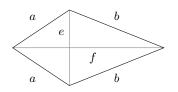
Trapez:



(25.5) 
$$U = a + b + c + d$$

**(25.6)** 
$$A = \frac{a+c}{2} \cdot h$$

Drachen:



**(25.11)** 
$$U = 2(a+b)$$

(25.12) 
$$A = \frac{e \cdot f}{2}$$

# 26 Kreise



(26.1) 
$$U = 2\pi r$$

(26.2) 
$$A = \pi r^2$$

Kreisbogen:



**(26.3)** 
$$b = \frac{\pi \alpha}{180} \cdot r$$

(26.4) 
$$s = 2r \cdot \sin \frac{\alpha}{2}$$

Kreisausschnitt:



**(26.5)** 
$$A = \frac{\pi \alpha}{360} \cdot r^2$$

Kreisabschnitt:



(26.6) 
$$A = \frac{r^2}{2} \cdot \left(\frac{\pi\alpha}{180} - \sin\alpha\right)$$

# 27 Körper mit gekrümmten Flächen

Kugel:



(27.1) 
$$O = 4\pi r^2$$

(27.2) 
$$V = \frac{4}{3}\pi r^3$$

Zylinder:



(27.3) 
$$O = 2\pi r^2 + 2\pi rh$$

h (27.4) 
$$V = \pi r^2 h$$

(27.5) 
$$M = 2\pi rh$$

Kegel:



(27.6) 
$$O = \pi r^2 + \pi rs$$

(27.7) 
$$V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$$

(27.8) 
$$M = \pi rs$$

#### 28 Mittelwerte

Arithmetisches Mittel:

(28.1) 
$$\bar{x} = \frac{1}{n} (x_1 + x_2 + \dots + x_n)$$

Geometisches Mittel:

(28.2) 
$$\bar{x} = \sqrt[n]{x_1 \cdot x_2 \cdot \cdots \cdot x_n}$$

Median:

(28.3) 
$$\bar{x} = \begin{cases} x_{\frac{n+1}{2}} & n \text{ ungerade} \\ \frac{1}{2} \left( x_{\frac{n}{2}} + x_{\frac{n}{2}+1} \right) & n \text{ gerade} \end{cases}$$

#### 29 Skalenniveaus

Skalenniveau		Operationen	Mittelwerte		
Nominalskala		$= \neq$ Modus			
Ordinalskala		= \neq < >	Median		
Kardinaldzala	Intervallskala	= \neq < > + -	arithmetisches Mittel		
Kardinalskala	Rationalskala	$= \neq <> + - \cdot :$	geometrisches Mittel		

- (29.1) Nominalskalierte Merkmale: Deren mögliche Ausprägungen können zwar unterschieden werden, weisen aber keine natürliche Rangfolge auf.
  - Geschlecht: männlich, weiblich
  - Geburtsort: Hamburg, Berlin, München
  - Familienstand: ledig, verlobt, verheiratet, geschieden, verwitwet
  - Religionszugehörigkeit: evangelisch, katholisch, muslimisch
- (29.2) Ordinalskalierte Merkmale: Deren mögliche Ausprägungen können unterschieden werden und weisen darüber hinaus eine natürliche Rangfolge auf.
  - Schulnoten: sehr gut, gut, befriedigend, ausreichend, mangelhaft, ungenügend
  - Musik-Charts: Platz 1, Platz 2, ...
  - Schadstoffgruppen für Kraftfahrzeuge: 1, 2, 3, 4
  - Dienstgrade beim Militär: Admiral, ..., Matrose
- (29.3) Intervallskalierte Merkmale: Deren mögliche Ausprägungen können so quantifiziert werden, dass gleichen Differenzen der Messwerte immer gleichgroße Merkmalsunterschiede von je zwei Objekten entsprechen.
  - Temperatur in °C oder °F
  - Kalenderzeit
  - IQ-Skala
- (29.4) Rationalskalierte Merkmale: Deren mögliche Ausprägungen können so quantifiziert werden, dass der Markmalswert exakt dem Abstand zu einem absoluten Nullpunkt entspricht.
  - Temperatur in  ${}^{\circ}K$
  - Anzahl, Größe, Gewicht
  - Preise

#### 30 Kombinatorik

**Permutation:** Gesucht wird die Anzahl der unterschiedlichen Reihenfolgen, in denen man die Elemente einer n-elementigen Menge  $\Omega$  anordnen kann.

• Sind alle n Objekte in  $\Omega$  unterscheidbar, beträgt die Anzahl a der Permutationen

(30.1) 
$$a = n!$$

10 verschiedene Bücher lassen sich auf 10! = 3 628 800 unterschiedliche Arten in ein Bücherregal stellen.

• Gibt es g Gruppen in  $\Omega$  mit jeweils  $m_1, \ldots, m_g$  identischen Objekten, reduziert sich die Anzahl a der Permutation auf

(30.2) 
$$a = \frac{n!}{m_1! \cdot m_2! \cdots m_a!}$$

Aus 3 roten, 4 blauen und 5 gelben Legosteinen lassen sich

$$\frac{(3+4+5)!}{3!\cdot 4!\cdot 5!} = 27720$$

Türme mit unterschiedlichem Farbmuster bauen.

**Variation:** Gesucht wird die Anzahl der voneinander verschiedenen Tupel, die man aus k Elementen einer n-elementigen Menge  $\Omega$  bilden kann.

• Darf jedes Element aus  $\Omega$  höchstens einmal ausgewählt werden, beträgt die Anzahl a der Variationen

(30.3) 
$$a = \frac{n!}{(n-k)!}$$

Wenn für 10 verschiedene Autos 5 freie Parkplätze zur Verfügung stehen, gibt es

$$\frac{10!}{(10-5)!} = 30\,240$$

verschiedene Möglichkeiten die Parkplätze zu belegen. • Wird jedes Element nach der Ziehung wieder zurück in die Menge  $\Omega$  gelegt, beträgt die Anzahl a der Variationen

(30.4) 
$$a = n^k$$

Auf einem fünfstelligen Zahlenschloss mit den Ziffern 0 bis 9 auf jedem Ring lassen sich  $10^5 = 100\,000$  verschiedene Zahlencodes einstellen.

Kombination: Gesucht wird die Anzahl der voneinander verschiedenen Mengen, die man aus k Elementen einer n-elementigen Menge  $\Omega$  bilden kann.

• Darf jedes Element aus  $\Omega$  höchstens einmal ausgewählt werden, beträgt die Anzahl a der Kombinationen

**(30.5)** 
$$a = \binom{n}{k} = \frac{n!}{(n-k)! \cdot k!}$$

Beim Lottospiel "6 aus 49" gibt es

$$\binom{49}{6} = \frac{49!}{(49-6)! \cdot 6!} = 13\,983\,816$$

verschiedene Möglichkeiten 6 aus 49 Zahlen auszuwählen.

• Wird jedes Element nach der Ziehung wieder zurück in die Menge  $\Omega$  gelegt, beträgt die Anzahl a der Kombinationen

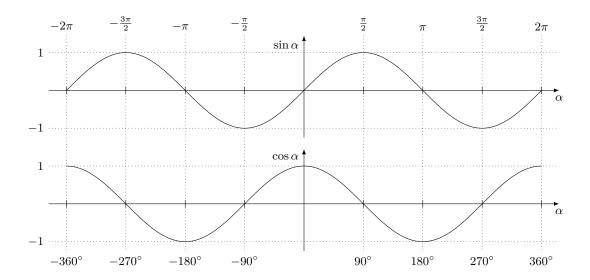
**(30.6)** 
$$a = \binom{n+k-1}{k}$$

Wenn 10 nicht voneinander unterscheidbare Raben die Möglichkeit haben sich auf 5 verschiedene Bäume zu setzen, dann lassen sich

$$\begin{pmatrix} 5 + 10 - 1 \\ 10 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 14 \\ 10 \end{pmatrix} = 1001$$

unterschiedliche Verteilungen beobachten.

# 31 Trigonometrische Funktionen



Definitionen:

(31.1) 
$$\sin \alpha = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Hypothenuse}}$$

(31.2) 
$$\cos \alpha = \frac{\text{Ankathete}}{\text{Hypothenuse}}$$

(31.3) 
$$\tan \alpha = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Ankathete}} = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$$

(31.4) 
$$\cot \alpha = \frac{\text{Ankathete}}{\text{Gegenkathete}} = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$$

Periodizität  $(k \in \mathbb{Z})$ :

(31.5) 
$$\sin x = \sin(x + k \cdot 2\pi)$$

(31.6) 
$$\cos x = \cos(x + k \cdot 2\pi)$$

(31.7) 
$$\tan x = \tan(x + k \cdot \pi)$$

(31.8) 
$$\cot x = \cot(x + k \cdot \pi)$$

Symmetrie:

(31.9) 
$$\sin(-x) = -\sin x$$
 (ungerade)

(31.10) 
$$\cos(-x) = \cos x$$
 (gerade)

(31.11) 
$$\tan(-x) = -\tan x$$
 (ungerade)

(31.12) 
$$\cot(-x) = -\cot x$$
 (ungerade)

Grundformeln:

(31.13) 
$$\sin x = \cos(x - 90^{\circ})$$

(31.14) 
$$\cos x = \sin(x + 90^{\circ})$$

(31.15) 
$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$$

Additions theorem:

**(31.16)** 
$$\sin(x \pm y) = \sin x \cos y \pm \cos x \sin y$$

(31.17) 
$$\cos(x \pm y) = \cos x \cos y \mp \sin x \sin y$$

Spezielle Werte:

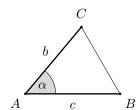
# 32 Seiten und Winkel in allgemeinen Dreiecken

# **SWS**

# **WSW**

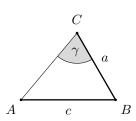
#### **WWS**

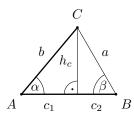
# SsW

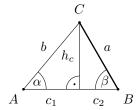


$$A \xrightarrow{\alpha} C B$$

$$A$$
 $C$ 
 $A$ 
 $B$ 







$$h_c = b \cdot \sin \alpha$$

$$\gamma = 180^{\circ} - \alpha - \beta$$

$$\gamma = 180^{\circ} - \alpha - \beta$$
  $\gamma = 180^{\circ} - \alpha - \beta$ 

$$h_b = a \cdot \sin \gamma$$

$$c_1 = b \cdot \cos \alpha$$

$$h_a = c \cdot \sin \beta$$

$$h_c = a \cdot \sin \beta$$

$$b_2 = a \cdot \cos \gamma$$

$$c_2 = c - c_1$$

$$a_1 = c \cdot \cos \mathcal{E}$$

$$a_1 = c \cdot \cos \beta \qquad \qquad c_2 = a \cdot \cos \beta$$

$$\alpha = \arcsin \frac{h_b}{c}$$

$$\beta = \arctan \frac{h_c}{c_2}$$
  $a_2 = \frac{h_a}{\tan \gamma}$   $b = \frac{h_c}{\sin \alpha}$ 

$$a_2 = \frac{h_a}{\tan \gamma}$$

$$b = \frac{h_c}{\sin \alpha}$$

$$b_1 = c \cdot \cos \alpha$$

$$\gamma = 180^{\circ} - \alpha - \beta$$
  $a = a_1 + a_2$   $c_1 = b \cdot \cos \alpha$ 

$$a = a_1 + a_2$$

$$c_1 = b \cdot \cos \alpha$$

$$b = b_1 + b_2$$

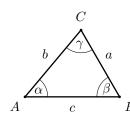
$$a = \frac{h_c}{\sin \beta}$$

$$b = \frac{h_a}{\sin \gamma}$$

$$c = c_1 + c_2$$

$$\beta = 180^{\circ} - \alpha - \gamma$$

## SSS



$$\alpha = \arccos \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$$

$$\beta = \arccos \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}$$

$$\gamma = \arccos \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$$

# 33 Großes Einmaleins

	2	က	4	ಬ	9	7	$\infty$	6	10		11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	
20	40	09	80	100	120	140	160	180	200	20	220	240	260	280	300	320	340	360	380	400	06
19	38	22	92	95	114	133	152	171	190	19	209	228	247	266	285	304	323	342	361	380	10
18	36	54	72	06	108	126	144	162	180	18	198	216	234	252	270	288	306	324	342	360	<u>x</u>
17	34	51	89	85	102	119	136	153	170	17	187	204	221	238	255	272	289	306	323	340	17
16	32	48	64	80	96	112	128	144	160	16	176	192	208	224	240	256	272	288	304	320	16
15	30	45	09	75	06	105	120	135	150	15	165	180	195	210	225	240	255	270	285	300	<u>-</u>
14	28	42	26	20	84	86	112	126	140	14	154	168	182	196	210	224	238	252	566	280	1
13	26	39	52	65	28	91	104	117	130	13	143	156	169	182	195	208	221	234	247	260	13
12	24	36	48	09	72	84	96	108	120	12	132	144	156	168	180	192	204	216	228	240	1.0
11	22	33	44	55	99	22	88	66	110	11	121	132	143	154	165	176	187	198	209	220	1-
	2	က	4	ည	9		$\infty$	6	10		11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	
10	20	30	40	20	09	20	80	06	100	10	110	120	130	140	150	160	170	180	190	200	10
6	18	27	36	45	54	63	72	81	06	6	66	108	117	126	135	144	153	162	171	180	0
8	16	24	32	40	48	26	64	72	80	$\infty$	88	96	104	112	120	128	136	144	152	160	α
2	14	21	28	35	42	49	26	63	70	7	22	84	91	86	105	112	119	126	133	140	1
9	12	18	24	30	36	42	48	54	09	9	99	72	28	84	06	96	102	108	114	120	9
2	10	15	20	25	30	35	40	45	20	ಬ	55	09	65	20	75	80	82	06	95	100	и
4	$\infty$	12	16	20	24	28	32	36	40	4	44	48	52	26	09	64	89	7.5	92	80	-
3	9	6	12	15	18	21	24	27	30	3	33	36	39	42	45	48	51	54	22	09	ç
2	4	9	$\infty$	10	12	14	16	18	20	2	22	24	26	28	30	32	34	36	38	40	c
	2	က	4	ಬ	9	7	$\infty$	6	10		11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	

# 34 Viertelquadrate

$$4 \cdot ab = (a+b)^2 - (a-b)^2$$

$$\Rightarrow ab = \frac{(a+b)^2 - (a-b)^2}{4}$$

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0	1	2	4	6	9	12	16	20
10	25	30	36	42	49	56	64	72	81	90
20	100	110	121	132	144	156	169	182	196	210
30	225	240	256	272	289	306	324	342	361	380
40	400	420	441	462	484	506	529	552	576	600
50	625	650	676	702	729	756	784	812	841	870
60	900	930	961	992	1024	1056	1089	1122	1156	1190
70	1225	1260	1296	1332	1369	1406	1444	1482	1521	1560
80	1600	1640	1681	1722	1764	1806	1849	1892	1936	1980
90	2025	2070	2116	2162	2209	2256	2304	2352	2401	2450
100	2500	2550	2601	2652	2704	2756	2809	2862	2916	2970
110	3025	3080	3136	3192	3249	3306	3364	3422	3481	3540
120	3600	3660	3721	3782	3844	3906	3969	4032	4096	4160
130	4225	4290	4356	4422	4489	4556	4624	4692	4761	4830
140	4900	4970	5041	5112	5184	5256	5329	5402	5476	5550
150	5625	5700	5776	5852	5929	6006	6084	6162	6241	6320
160	6400	6480	6561	6642	6724	6806	6889	6972	7056	7140
170	7225	7310	7396	7482	7569	7656	7744	7832	7921	8010
180	8100	8190	8281	8372	8464	8556	8649	8742	8836	8930
190	9025	9120	9216	9312	9409	9506	9604	9702	9801	9900
200	10000	10100	10201	10302	10404	10506	10609	10712	10816	10920
210	11025	11130	11236	11342	11449	11556	11664	11772	11881	11990
220	12100	12210	12321	12432	12544	12656	12769	12882	12996	13110
230	13225	13340	13456	13572	13689	13806	13924	14042	14161	14280
240	14400	14520	14641	14762	14884	15006	15129	15252	15376	15500
250	15625	15750	15876	16002	16129	16256	16384	16512	16641	16770
260	16900	17030	17161	17292	17424	17556	17689	17822	17956	18090
270	18225	18360	18496	18632	18769	18906	19044	19182	19321	19460
280	19600	19740	19881	20022	20164	20306	20449	20592	20736	20880
290	21025	21170	21316	21462	21609	21756	21904	22052	22201	22350
300	22500	22650	22801	22952	23104	23256	23409	23562	23716	23870
310	24025	24180	24336	24492	24649	24806	24964	25122	25281	25440
320	25600	25760	25921	26082	26244	26406	26569	26732	26896	27060
330	27225	27390	27556	27722	27889	28056	28224	28392	28561	28730
340	28900	29070	29241	29412	29584	29756	29929	30102	30276	30450
350	30625	30800	30976	31152	31329	31506	31684	31862	32041	32220
360	32400	32580	32761	32942	33124	33306	33489	33672	33856	34040
370	34225	34410	34596	34782	34969	35156	35344	35532	35721	35910
380	36100	36290	36481	36672	36864	37056	37249	37442	37636	37830
390	38025	38220	38416	38612	38809	39006	39204	39402	39601	39800
400	40000	40200	40401	40602	40804	41006	41209	41412	41616	41820
410	42025	42230	42436	42642	42849	43056	43264	43472	43681	43890
420	44100	44310	44521	44732	44944	45156	45369	45582	45796	46010

# 35 Primzahlen

0	251		0.44	4000	4.000	0440	25.42	2052	0001	0000	4050	4=00			04.04
2	251	587	941	1303	1699	2113	2543	2953	3391	3823	4259	4723	5179	5651	6101
3	257	593	947	1307	1709	2129	2549	2957	3407	3833	4261	4729	5189	5653	6113
5	263	599	953	1319	1721	2131	2551	2963	3413	3847	4271	4733	5197	5657	6121
7	269	601	967	1321	1723	2137	2557	2969	3433	3851	4273	4751	5209	5659	6131
11	271	607	971	1327	1733	2141	2579	2971	3449	3853	4283	4759	5227	5669	6133
13	277	613	977	1361	1741	2143	2591	2999	3457	3863	4289	4783	5231	5683	6143
17	281	617	983	1367	1747	2153	2593	3001	3461	3877	4297	4787	5233	5689	6151
19	283	619	991	1373	1753	2161	2609	3011	3463	3881	4327	4789	5237	5693	6163
23	293	631	997	1381	1759	2179	2617	3019	3467	3889	4337	4793	5261	5701	6173
29	307	641	1009	1399	1777	2203	2621	3023	3469	3907	4339	4799	5273	5711	6197
31	311	643	1013	1409	1783	2207	2633	3037	3491	3911	4349	4801	5279	5717	6199
37	313	647	1019	1423	1787	2213	2647	3041	3499	3917	4357	4813	5281	5737	6203
41	317	653	1021	1427	1789	2221	2657	3049	3511	3919	4363	4817	5297	5741	6211
43	331	659	1031	1429	1801	2237	2659	3061	3517	3923	4373	4831	5303	5743	6217
47	337	661	1031	1423 $1433$	1811	2239	2663	3067	3527	3929	4391	4861	5309	5749	6221
53	347	673	1039	1439	1823	2243	2671	3079	3527	3931	4397	4871	5323	5779	6229
	349		1039 $1049$							3943					
59		677		1447	1831	2251	2677	3083	3533		4409	4877	5333	5783	6247
61	353	683	1051	1451	1847	2267	2683	3089	3539	3947	4421	4889	5347	5791	6257
67	359	691	1061	1453	1861	2269	2687	3109	3541	3967	4423	4903	5351	5801	6263
71	367	701	1063	1459	1867	2273	2689	3119	3547	3989	4441	4909	5381	5807	6269
73	373	709	1069	1471	1871	2281	2693	3121	3557	4001	4447	4919	5387	5813	6271
79	379	719	1087	1481	1873	2287	2699	3137	3559	4003	4451	4931	5393	5821	6277
83	383	727	1091	1483	1877	2293	2707	3163	3571	4007	4457	4933	5399	5827	6287
89	389	733	1093	1487	1879	2297	2711	3167	3581	4013	4463	4937	5407	5839	6299
97	397	739	1097	1489	1889	2309	2713	3169	3583	4019	4481	4943	5413	5843	6301
101	401	743	1103	1493	1901	2311	2719	3181	3593	4021	4483	4951	5417	5849	6311
103	409	751	1109	1499	1907	2333	2729	3187	3607	4027	4493	4957	5419	5851	6317
107	419	757	1117	1511	1913	2339	2731	3191	3613	4049	4507	4967	5431	5857	6323
109	421	761	1123	1523	1931	2341	2741	3203	3617	4051	4513	4969	5437	5861	6329
113	431	769	1129	1531	1933	2347	2749	3209	3623	4057	4517	4973	5441	5867	6337
127	433	773	1151	1543	1949	2351	2753	3217	3631	4073	4519	4987	5443	5869	6343
131	439	787	1153	1549	1951	2357	2767	3221	3637	4079	4523	4993	5449	5879	6353
137	443	797	1163	1553	1973	2371	2777	3229	3643	4091	4547	4999	5471	5881	6359
139	449	809	1171	1559	1979	2377	2789	3251	3659	4093	4549	5003	5477	5897	6361
149	457	811	1181	1567	1987	2381	2791	3253	3671	4099	4561	5009	5479	5903	6367
151	461	821	1187	1571	1993	2383	2797	3257	3673	4111	4567	5011	5483	5923	6373
157	463	823	1193	1579	1997	2389	2801	3259	3677	4127	4583	5021	5501	5927	6379
163	467	827	1201	1583	1999	2393	2803	3271	3691	4129	4591	5023	5503	5939	6389
167	479	829	1213	1597	2003	2399	2819	3299	3697	4133	4597	5039	5507	5953	6397
173	487	839	1217	1601	2011	2411	2833	3301	3701	4139	4603	5053	5519	5981	6421
179	491	853	1223	1607	2017	2417	2837	3307	3709	4153	4621	5059	5513	5987	6427
		857	1229	1609	2017 $2027$	2417 $2423$			3719	4153 $4157$	4621 $4637$	5039		6007	6449
181	499						2843	3313					5527		
191	503	859	1231	1613	2029	2437	2851	3319	3727	4159	4639	5081	5531	6011	6451
193	509	863	1237	1619	2039	2441	2857	3323	3733	4177	4643	5087	5557	6029	6469
197	521	877	1249	1621	2053	2447	2861	3329	3739	4201	4649	5099	5563	6037	6473
199	523	881	1259	1627	2063	2459	2879	3331	3761	4211	4651	5101	5569	6043	6481
211	541	883	1277	1637	2069	2467	2887	3343	3767	4217	4657	5107	5573	6047	6491
223	547	887	1279	1657	2081	2473	2897	3347	3769	4219	4663	5113	5581	6053	6521
227	557	907	1283	1663	2083	2477	2903	3359	3779	4229	4673	5119	5591	6067	6529
229	563	911	1289	1667	2087	2503	2909	3361	3793	4231	4679	5147	5623	6073	6547
233	569	919	1291	1669	2089	2521	2917	3371	3797	4241	4691	5153	5639	6079	6551
239	571	929	1297	1693	2099	2531	2927	3373	3803	4243	4703	5167	5641	6089	6553
241	577	937	1301	1697	2111	2539	2939	3389	3821	4253	4721	5171	5647	6091	6563

# 36 Primfaktorzerlegungen

		2 2		
2 = prim	$55 = 5 \cdot 11$	$108 = 2^2 \cdot 3^3$	$161 = 7 \cdot 23$	$214 = 2 \cdot 107$
3 = prim	$56 = 2^3 \cdot 7$	109 = prim	$162 = 2 \cdot 3^4$	$215 = 5 \cdot 43$
$4 = 2^2$	$57 = 3 \cdot 19$	$110 = 2 \cdot 5 \cdot 11$	163 = prim	$216 = 2^3 \cdot 3^3$
5 = prim	$58 = 2 \cdot 29$	$111 = 3 \cdot 37$	$164 = 2^2 \cdot 41$	$217 = 7 \cdot 31$
_			$165 = 3 \cdot 5 \cdot 11$	
$6 = 2 \cdot 3$	59 = prim	$112 = 2^4 \cdot 7$		$218 = 2 \cdot 109$
$7 = \underset{\circ}{\text{prim}}$	$60 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$	113 = prim	$166 = 2 \cdot 83$	219 = 3.73
$8 = 2^3$	61 = prim	$114 = 2 \cdot 3 \cdot 19$	167 = prim	$220 = 2^2 \cdot 5 \cdot 11$
$9 = 3^2$	$62 = 2 \cdot 31$	$115 = 5 \cdot 23$	$168 = 2^3 \cdot 3 \cdot 7$	$221 = 13 \cdot 17$
$10 = 2 \cdot 5$	$63 = 3^2 \cdot 7$	$116 = 2^2 \cdot 29$	$169 = 13^2$	$222 = 2 \cdot 3 \cdot 37$
11 = prim	$64 = 2^6$	$117 = 3^2 \cdot 13$	$170 = 2 \cdot 5 \cdot 17$	223 = prim
$12 = 2^2 \cdot 3$	$65 = 5 \cdot 13$	$118 = 2 \cdot 59$	$171 = 3^2 \cdot 19$	$224 = 2^5 \cdot 7$
	$66 = 2 \cdot 3 \cdot 11$	$110 = 2 \cdot 39$ $119 = 7 \cdot 17$	$171 = 3 \cdot 19$ $172 = 2^2 \cdot 43$	$224 = 2 \cdot 7$ $225 = 3^2 \cdot 5^2$
13 = prim				
$14 = 2 \cdot 7$	67 = prim	$120 = 2^3 \cdot 3 \cdot 5$	173 = prim	$226 = 2 \cdot 113$
$15 = 3 \cdot 5$	$68 = 2^2 \cdot 17$	$121 = 11^2$	$174 = 2 \cdot 3 \cdot 29$	227 = prim
$16 = 2^4$	$69 = 3 \cdot 23$	$122 = 2 \cdot 61$	$175 = 5^2 \cdot 7$	$228 = 2^2 \cdot 3 \cdot 19$
17 = prim	$70 = 2 \cdot 5 \cdot 7$	$123 = 3 \cdot 41$	$176 = 2^4 \cdot 11$	229 = prim
$18 = 2 \cdot 3^2$	71 = prim	$124 = 2^2 \cdot 31$	$177 = 3 \cdot 59$	$230 = 2 \cdot 5 \cdot 23$
19 = prim	$72 = 2^3 \cdot 3^2$	$125 = 5^3$	$178 = 2 \cdot 89$	$231 = 3 \cdot 7 \cdot 11$
$20 = 2^2 \cdot 5$	73 = prim	$126 = 2 \cdot 3^2 \cdot 7$	179 = prim	$232 = 2^3 \cdot 29$
$20 = 2 \cdot 3$ $21 = 3 \cdot 7$	$74 = 2 \cdot 37$	$120 = 2 \cdot 3 \cdot 7$ $127 = \text{prim}$	$180 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5$	
				233 = prim
$22 = 2 \cdot 11$	$75 = 3 \cdot 5^2$	$128 = 2^7$	181 = prim	$234 = 2 \cdot 3^2 \cdot 13$
23 = prim	$76 = 2^2 \cdot 19$	$129 = 3 \cdot 43$	$182 = 2 \cdot 7 \cdot 13$	$235 = 5 \cdot 47$
$24 = 2^3 \cdot 3$	$77 = 7 \cdot 11$	$130 = 2 \cdot 5 \cdot 13$	$183 = 3 \cdot 61$	$236 = 2^2 \cdot 59$
$25 = 5^2$	$78 = 2 \cdot 3 \cdot 13$	131 = prim	$184 = 2^3 \cdot 23$	$237 = 3 \cdot 79$
$26 = 2 \cdot 13$	79 = prim	$132 = 2^2 \cdot 3 \cdot 11$	$185 = 5 \cdot 37$	$238 = 2 \cdot 7 \cdot 17$
$27 = 3^3$	$80 = 2^4 \cdot 5$	$133 = 7 \cdot 19$	$186 = 2 \cdot 3 \cdot 31$	239 = prim
$28 = 2^2 \cdot 7$	$81 = 3^4$	$134 = 2 \cdot 67$	$187 = 11 \cdot 17$	$240 = 2^4 \cdot 3 \cdot 5$
	$82 = 2 \cdot 41$	$134 = 2 \cdot 67$ $135 = 3^3 \cdot 5$	$187 = 11 \cdot 17$ $188 = 2^2 \cdot 47$	$240 = 2 \cdot 3 \cdot 3$ $241 = \text{prim}$
29 = prim				
$30 = 2 \cdot 3 \cdot 5$	83 = prim	$136 = 2^3 \cdot 17$	$189 = 3^3 \cdot 7$	$242 = 2 \cdot 11^2$
31 = prim	$84 = 2^2 \cdot 3 \cdot 7$	137 = prim	$190 = 2 \cdot 5 \cdot 19$	$243 = 3^5$
$32 = 2^5$	$85 = 5 \cdot 17$	$138 = 2 \cdot 3 \cdot 23$	191 = prim	$244 = 2^2 \cdot 61$
$33 = 3 \cdot 11$	$86 = 2 \cdot 43$	139 = prim	$192 = 2^6 \cdot 3$	$245 = 5 \cdot 7^2$
$34 = 2 \cdot 17$	$87 = 3 \cdot 29$	$140 = 2^2 \cdot 5 \cdot 7$	193 = prim	$246 = 2 \cdot 3 \cdot 41$
$35 = 5 \cdot 7$	$88 = 2^3 \cdot 11$	$141 = 3 \cdot 47$	$194 = 2 \cdot 97$	$247 = 13 \cdot 19$
$36 = 2^2 \cdot 3^2$	89 = prim	$142 = 2 \cdot 71$	$195 = 3 \cdot 5 \cdot 13$	$248 = 2^3 \cdot 31$
37 = prim	$90 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5$	$143 = 11 \cdot 13$	$196 = 2^2 \cdot 7^2$	$249 = 3 \cdot 83$
$38 = 2 \cdot 19$	$91 = 7 \cdot 13$	$144 = 2^4 \cdot 3^2$	197 = prim	$250 = 2 \cdot 5^3$
$39 = 3 \cdot 13$	$92 = 2^2 \cdot 23$	$145 = 5 \cdot 29$	$198 = 2 \cdot 3^2 \cdot 11$	251 = prim
$40 = 2^3 \cdot 5$	$93 = 3 \cdot 31$	$146 = 3 \cdot 23$ $146 = 2 \cdot 73$	199 = prim	251 = prim $252 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 7$
		$140 = 2 \cdot 73$ $147 = 3 \cdot 7^2$	$200 = 2^3 \cdot 5^2$	
41 = prim	$94 = 2 \cdot 47$			$253 = 11 \cdot 23$
$42 = 2 \cdot 3 \cdot 7$	$95 = 5 \cdot 19$	$148 = 2^2 \cdot 37$	$201 = 3 \cdot 67$	$254 = 2 \cdot 127$
43 =  prim	$96 = 2^5 \cdot 3$	149 = prim	$202 = 2 \cdot 101$	$255 = 3 \cdot 5 \cdot 17$
$44 = 2^2 \cdot 11$	97 = prim	$150 = 2 \cdot 3 \cdot 5^2$	$203 = 7 \cdot 29$	$256 = 2^8$
$45 = 3^2 \cdot 5$	$98 = 2 \cdot 7^2$	151 = prim	$204 = 2^2 \cdot 3 \cdot 17$	257 = prim
$46 = 2 \cdot 23$	$99 = 3^2 \cdot 11$	$152 = 2^3 \cdot 19$	$205 = 5 \cdot 41$	$258 = 2 \cdot 3 \cdot 43$
47 = prim	$100 = 2^2 \cdot 5^2$	$153 = 3^2 \cdot 17$	$206 = 2 \cdot 103$	$259 = 7 \cdot 37$
$48 = 2^4 \cdot 3$	101 = prim	$154 = 2 \cdot 7 \cdot 11$	$207 = 3^2 \cdot 23$	$260 = 2^2 \cdot 5 \cdot 13$
$49 = 7^2$	$101 = \text{prim}$ $102 = 2 \cdot 3 \cdot 17$	$155 = 5 \cdot 31$	$208 = 3^{4} \cdot 13$	$261 = 3^2 \cdot 29$
$50 = 2 \cdot 5^2$	103 = prim	$156 = 2^2 \cdot 3 \cdot 13$	$209 = 11 \cdot 19$	$262 = 2 \cdot 131$
$51 = 3 \cdot 17$	$104 = 2^3 \cdot 13$	157 = prim	$210 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$	263 = prim
$52 = 2^2 \cdot 13$	$105 = 3 \cdot 5 \cdot 7$	$158 = 2 \cdot 79$	211 = prim	$264 = 2^3 \cdot 3 \cdot 11$
53 = prim	$106 = 2 \cdot 53$	$159 = 3 \cdot 53$	$212 = 2^2 \cdot 53$	$265 = 5 \cdot 53$
$54 = 2 \cdot 3^3$	107 = prim	$160 = 2^5 \cdot 5$	$213 = 3 \cdot 71$	$266 = 2 \cdot 7 \cdot 19$
	-			

```
267 = 3 \cdot 89
                              323 = 17 \cdot 19
                                                            379 = prim
                                                                                           435 = 3 \cdot 5 \cdot 29
                                                                                                                          491 = prim
268 = 2^2 \cdot 67
                              324 = 2^2 \cdot 3^4
                                                            380 = 2^2 \cdot 5 \cdot 19
                                                                                           436 = 2^2 \cdot 109
                                                                                                                          492 = 2^2 \cdot 3 \cdot 41
                              325 = 5^2 \cdot 13
269 = prim
                                                            381 = 3 \cdot 127
                                                                                           437 = 19 \cdot 23
                                                                                                                          493 = 17 \cdot 29
270 = 2 \cdot 3^3 \cdot 5
                              326 = 2 \cdot 163
                                                            382 = 2 \cdot 191
                                                                                           438 = 2 \cdot 3 \cdot 73
                                                                                                                          494 = 2 \cdot 13 \cdot 19
271 = prim
                                                            383 = prim
                              327 = 3 \cdot 109
                                                                                           439 = prim
                                                                                                                          495 = 3^2 \cdot 5 \cdot 11
                                                                                           440 = 2^3 \cdot 5 \cdot 11
                              328 = 2^3 \cdot 41
                                                                                                                          496 = 2^4 \cdot 31
272 = 2^4 \cdot 17
                                                            384 = 2^7 \cdot 3
273 = 3 \cdot 7 \cdot 13
                              329 = 7 \cdot 47
                                                            385 = 5 \cdot 7 \cdot 11
                                                                                           441 = 3^2 \cdot 7^2
                                                                                                                          497 = 7 \cdot 71
274 = 2 \cdot 137
                              330 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 11
                                                            386 = 2 \cdot 193
                                                                                                                          498 = 2 \cdot 3 \cdot 83
                                                                                           442 = 2 \cdot 13 \cdot 17
275 = 5^2 \cdot 11
                                                            387 = 3^2 \cdot 43
                              331 = prim
                                                                                           443 = prim
                                                                                                                          499 = prim
                                                            388 = 2^2 \cdot 97
276 = 2^2 \cdot 3 \cdot 23
                              332 = 2^2 \cdot 83
                                                                                           444 = 2^2 \cdot 3 \cdot 37
                                                                                                                          500 = 2^2 \cdot 5^3
                                                            389 = prim
277 = prim
                              333 = 3^2 \cdot 37
                                                                                           445 = 5 \cdot 89
                                                                                                                          501 = 3 \cdot 167
278 = 2 \cdot 139
                              334 = 2 \cdot 167
                                                            390 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 13
                                                                                           446 = 2 \cdot 223
                                                                                                                          502 = 2 \cdot 251
279 = 3^2 \cdot 31
                              335 = 5 \cdot 67
                                                                                           447 = 3 \cdot 149
                                                            391 = 17 \cdot 23
                                                                                                                          503 = prim
280 = 2^3 \cdot 5 \cdot 7
                              336 = 2^4 \cdot 3 \cdot 7
                                                            392 = 2^3 \cdot 7^2
                                                                                           448 = 2^6 \cdot 7
                                                                                                                          504 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 7
                                                            393 = 3 \cdot 131
                                                                                           449 = prim
281 = prim
                              337 = prim
                                                                                                                          505 = 5 \cdot 101
                              338 = 2 \cdot 13^2
                                                                                           450 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5^2
282 = 2 \cdot 3 \cdot 47
                                                            394 = 2 \cdot 197
                                                                                                                          506 = 2 \cdot 11 \cdot 23
283 = \text{prim}
                              339 = 3 \cdot 113
                                                            395 = 5 \cdot 79
                                                                                           451 = 11 \cdot 41
                                                                                                                          507 = 3 \cdot 13^2
284 = 2^2 \cdot 71
                              340 = 2^2 \cdot 5 \cdot 17
                                                            396 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 11
                                                                                           452 = 2^2 \cdot 113
                                                                                                                          508 = 2^2 \cdot 127
285 = 3 \cdot 5 \cdot 19
                              341 = 11 \cdot 31
                                                            397 = prim
                                                                                           453 = 3 \cdot 151
                                                                                                                          509 = prim
286 = 2 \cdot 11 \cdot 13
                              342 = 2 \cdot 3^2 \cdot 19
                                                            398 = 2 \cdot 199
                                                                                           454 = 2 \cdot 227
                                                                                                                          510 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 17
                              343 = 7^3
287 = 7 \cdot 41
                                                            399 = 3 \cdot 7 \cdot 19
                                                                                           455 = 5 \cdot 7 \cdot 13
                                                                                                                          511 = 7 \cdot 73
288 = 2^5 \cdot 3^2
                              344 = 2^3 \cdot 43
                                                             400 = 2^4 \cdot 5^2
                                                                                           456 = 2^3 \cdot 3 \cdot 19
                                                                                                                          512 = 2^9
289 = 17^2
                              345 = 3 \cdot 5 \cdot 23
                                                                                           457 = prim
                                                                                                                          513 = 3^3 \cdot 19
                                                             401 = prim
290 = 2 \cdot 5 \cdot 29
                              346 = 2 \cdot 173
                                                             402 = 2 \cdot 3 \cdot 67
                                                                                           458 = 2 \cdot 229
                                                                                                                          514 = 2 \cdot 257
291 = 3 \cdot 97
                              347 = prim
                                                            403 = 13 \cdot 31
                                                                                           459 = 3^3 \cdot 17
                                                                                                                          515 = 5 \cdot 103
                                                            404 = 2^2 \cdot 101
292 = 2^2 \cdot 73
                              348 = 2^2 \cdot 3 \cdot 29
                                                                                           460 = 2^2 \cdot 5 \cdot 23
                                                                                                                          516 = 2^2 \cdot 3 \cdot 43
293 = prim
                              349 = prim
                                                             405 = 3^4 \cdot 5
                                                                                           461 = prim
                                                                                                                          517 = 11 \cdot 47
294 = 2 \cdot 3 \cdot 7^2
                              350 = 2 \cdot 5^2 \cdot 7
                                                             406 = 2 \cdot 7 \cdot 29
                                                                                           462 = 2 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 11
                                                                                                                          518 = 2 \cdot 7 \cdot 37
                              351 = 3^3 \cdot 13
295 = 5 \cdot 59
                                                            407 = 11 \cdot 37
                                                                                           463 = prim
                                                                                                                          519 = 3 \cdot 173
296 = 2^3 \cdot 37
                              352 = 2^5 \cdot 11
                                                            408 = 2^3 \cdot 3 \cdot 17
                                                                                           464 = 2^4 \cdot 29
                                                                                                                          520 = 2^3 \cdot 5 \cdot 13
297 = 3^3 \cdot 11
                                                                                           465 = 3 \cdot 5 \cdot 31
                              353 = prim
                                                            409 = prim
                                                                                                                          521 = prim
298 = 2 \cdot 149
                              354 = 2 \cdot 3 \cdot 59
                                                            410 = 2 \cdot 5 \cdot 41
                                                                                           466 = 2 \cdot 233
                                                                                                                          522 = 2 \cdot 3^2 \cdot 29
299 = 13 \cdot 23
                              355 = 5 \cdot 71
                                                            411 = 3 \cdot 137
                                                                                           467 = prim
                                                                                                                          523 = prim
300=2^2\cdot 3\cdot 5^2
                              356 = 2^2 \cdot 89
                                                            412 = 2^2 \cdot 103
                                                                                           468 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 13
                                                                                                                          524 = 2^2 \cdot 131
                                                                                                                          525 = 3 \cdot 5^2 \cdot 7
301 = 7 \cdot 43
                              357 = 3 \cdot 7 \cdot 17
                                                            413 = 7 \cdot 59
                                                                                           469 = 7 \cdot 67
302 = 2 \cdot 151
                              358 = 2 \cdot 179
                                                            414 = 2 \cdot 3^2 \cdot 23
                                                                                           470 = 2 \cdot 5 \cdot 47
                                                                                                                          526 = 2 \cdot 263
                              359 = prim
303 = 3 \cdot 101
                                                            415 = 5 \cdot 83
                                                                                           471 = 3 \cdot 157
                                                                                                                          527 = 17 \cdot 31
304 = 2^4 \cdot 19
                              360 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5
                                                            416 = 2^5 \cdot 13
                                                                                           472 = 2^3 \cdot 59
                                                                                                                          528 = 2^4 \cdot 3 \cdot 11
                              361 = 19^2
                                                                                                                          529 = 23^2
305 = 5 \cdot 61
                                                            417 = 3 \cdot 139
                                                                                           473 = 11 \cdot 43
306 = 2 \cdot 3^2 \cdot 17
                              362 = 2 \cdot 181
                                                            418 = 2 \cdot 11 \cdot 19
                                                                                           474 = 2 \cdot 3 \cdot 79
                                                                                                                          530 = 2 \cdot 5 \cdot 53
                              363 = 3 \cdot 11^2
                                                                                           475 = 5^2 \cdot 19
                                                                                                                          531 = 3^2 \cdot 59
307 = prim
                                                            419 = prim
                              364 = 2^2 \cdot 7 \cdot 13
                                                            420 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7
                                                                                           476 = 2^2 \cdot 7 \cdot 17
                                                                                                                          532 = 2^2 \cdot 7 \cdot 19
308 = 2^2 \cdot 7 \cdot 11
309 = 3 \cdot 103
                              365 = 5 \cdot 73
                                                            421 = prim
                                                                                           477 = 3^2 \cdot 53
                                                                                                                          533 = 13 \cdot 41
310 = 2 \cdot 5 \cdot 31
                              366 = 2 \cdot 3 \cdot 61
                                                            422 = 2 \cdot 211
                                                                                           478 = 2 \cdot 239
                                                                                                                          534 = 2 \cdot 3 \cdot 89
                                                            423 = 3^2 \cdot 47
                                                                                                                          535 = 5 \cdot 107
                              367 = prim
                                                                                           479 = prim
311 = prim
312 = 2^3 \cdot 3 \cdot 13
                              368\,=\,2^4\cdot 23
                                                            424 = 2^3 \cdot 53
                                                                                           480 = 2^5 \cdot 3 \cdot 5
                                                                                                                          536 = 2^3 \cdot 67
                              369 = 3^2 \cdot 41
313 = prim
                                                            425 = 5^2 \cdot 17
                                                                                           481 = 13 \cdot 37
                                                                                                                          537 = 3 \cdot 179
314 = 2 \cdot 157
                              370 = 2 \cdot 5 \cdot 37
                                                            426 = 2 \cdot 3 \cdot 71
                                                                                           482 = 2 \cdot 241
                                                                                                                          538 = 2 \cdot 269
315 = 3^2 \cdot 5 \cdot 7
                              371 = 7 \cdot 53
                                                            427 = 7 \cdot 61
                                                                                           483 = 3 \cdot 7 \cdot 23
                                                                                                                          539 = 7^2 \cdot 11
316 = 2^2 \cdot 79
                              372 = 2^2 \cdot 3 \cdot 31
                                                            428 = 2^2 \cdot 107
                                                                                           484 = 2^2 \cdot 11^2
                                                                                                                          540 = 2^2 \cdot 3^3 \cdot 5
317 = prim
                              373 = prim
                                                            429 = 3 \cdot 11 \cdot 13
                                                                                           485 = 5 \cdot 97
                                                                                                                          541 = \text{prim}
318 = 2 \cdot 3 \cdot 53
                              374 = 2 \cdot 11 \cdot 17
                                                            430 = 2 \cdot 5 \cdot 43
                                                                                           486 = 2 \cdot 3^5
                                                                                                                          542 = 2 \cdot 271
                              375 = 3 \cdot 5^3
319 = 11 \cdot 29
                                                            431 = prim
                                                                                           487 = prim
                                                                                                                          543 = 3 \cdot 181
                                                                                           488 = 2^3 \cdot 61
320 = 2^6 \cdot 5
                              376 = 2^3 \cdot 47
                                                            432 = 2^4 \cdot 3^3
                                                                                                                          544 = 2^5 \cdot 17
321 = 3 \cdot 107
                              377 = 13 \cdot 29
                                                                                           489 = 3 \cdot 163
                                                                                                                          545 = 5 \cdot 109
                                                            433 = prim
322 = 2 \cdot 7 \cdot 23
                              378 = 2 \cdot 3^3 \cdot 7
                                                             434 = 2 \cdot 7 \cdot 31
                                                                                           490 = 2 \cdot 5 \cdot 7^2
                                                                                                                          546 = 2 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 13
```

```
547 = prim
                               603 = 3^2 \cdot 67
                                                              659 = prim
                                                                                             715 = 5 \cdot 11 \cdot 13
                                                                                                                            771 = 3 \cdot 257
548 = 2^2 \cdot 137
                               604 = 2^2 \cdot 151
                                                              660 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 11
                                                                                             716 = 2^2 \cdot 179
                                                                                                                            772 = 2^2 \cdot 193
549 = 3^2 \cdot 61
                               605 = 5 \cdot 11^2
                                                              661 = prim
                                                                                             717 = 3 \cdot 239
                                                                                                                            773 = prim
550 = 2 \cdot 5^2 \cdot 11
                               606 = 2 \cdot 3 \cdot 101
                                                                                             718 = 2 \cdot 359
                                                                                                                            774 = 2 \cdot 3^2 \cdot 43
                                                              662 = 2 \cdot 331
                               607 = prim
                                                                                             719 = prim
551 = 19 \cdot 29
                                                              663 = 3 \cdot 13 \cdot 17
                                                                                                                            775 = 5^2 \cdot 31
                                                              664\,=\,2^3\cdot 83
552 = 2^3 \cdot 3 \cdot 23
                                                                                             720 = 2^4 \cdot 3^2 \cdot 5
                               608 = 2^5 \cdot 19
                                                                                                                            776 = 2^3 \cdot 97
553 = 7 \cdot 79
                               609 = 3 \cdot 7 \cdot 29
                                                                                             721 = 7 \cdot 103
                                                                                                                            777 = 3 \cdot 7 \cdot 37
                                                              665 = 5 \cdot 7 \cdot 19
                                                              666 = 2 \cdot 3^2 \cdot 37
554 = 2 \cdot 277
                               610 = 2 \cdot 5 \cdot 61
                                                                                             722 = 2 \cdot 19^2
                                                                                                                            778 = 2 \cdot 389
555 = 3 \cdot 5 \cdot 37
                                                              667 = 23 \cdot 29
                               611 = 13 \cdot 47
                                                                                             723 = 3 \cdot 241
                                                                                                                            779 = 19 \cdot 41
                                                                                             724 = 2^2 \cdot 181
556 = 2^2 \cdot 139
                               612 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 17
                                                              668 = 2^2 \cdot 167
                                                                                                                            780 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 13
557 = prim
                                                              669 = 3 \cdot 223
                                                                                             725 = 5^2 \cdot 29
                                                                                                                            781 = 11 \cdot 71
                               613 = prim
558 = 2 \cdot 3^2 \cdot 31
                               614 = 2 \cdot 307
                                                              670 = 2 \cdot 5 \cdot 67
                                                                                             726 = 2 \cdot 3 \cdot 11^2
                                                                                                                            782 = 2 \cdot 17 \cdot 23
                                                                                                                            783 = 3^3 \cdot 29
559 = 13 \cdot 43
                               615 = 3 \cdot 5 \cdot 41
                                                              671 = 11 \cdot 61
                                                                                             727 = prim
                                                                                             728 = 2^3 \cdot 7 \cdot 13
560 = 2^4 \cdot 5 \cdot 7
                               616 = 2^3 \cdot 7 \cdot 11
                                                              672 = 2^5 \cdot 3 \cdot 7
                                                                                                                            784 = 2^4 \cdot 7^2
                                                                                             729 = 3^6
561 = 3 \cdot 11 \cdot 17
                               617 = prim
                                                              673 = prim
                                                                                                                            785 = 5 \cdot 157
562 = 2 \cdot 281
                               618 = 2 \cdot 3 \cdot 103
                                                              674 = 2 \cdot 337
                                                                                             730 = 2 \cdot 5 \cdot 73
                                                                                                                             786 = 2 \cdot 3 \cdot 131
                                                                                             731 = 17 \cdot 43
563 = \text{prim}
                               619 = \text{prim}
                                                              675 = 3^3 \cdot 5^2
                                                                                                                            787 = \text{prim}
564 = 2^2 \cdot 3 \cdot 47
                               620 = 2^2 \cdot 5 \cdot 31
                                                              676 = 2^2 \cdot 13^2
                                                                                             732 = 2^2 \cdot 3 \cdot 61
                                                                                                                            788 = 2^2 \cdot 197
                               621 = 3^3 \cdot 23
565 = 5 \cdot 113
                                                              677 = prim
                                                                                             733 = prim
                                                                                                                            789 = 3 \cdot 263
566 = 2 \cdot 283
                               622 = 2 \cdot 311
                                                              678 = 2 \cdot 3 \cdot 113
                                                                                             734 = 2 \cdot 367
                                                                                                                            790 = 2 \cdot 5 \cdot 79
567 = 3^4 \cdot 7
                                                                                             735 = 3 \cdot 5 \cdot 7^2
                               623 = 7 \cdot 89
                                                              679 = 7 \cdot 97
                                                                                                                            791 = 7 \cdot 113
568 = 2^3 \cdot 71
                               624 = 2^4 \cdot 3 \cdot 13
                                                              680 = 2^3 \cdot 5 \cdot 17
                                                                                             736 = 2^5 \cdot 23
                                                                                                                            792 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 11
                               625 = 5^4
                                                              681 = 3 \cdot 227
                                                                                             737 = 11 \cdot 67
569 = prim
                                                                                                                            793 = 13 \cdot 61
570 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 19
                               626 = 2 \cdot 313
                                                              682 = 2 \cdot 11 \cdot 31
                                                                                             738 = 2 \cdot 3^2 \cdot 41
                                                                                                                            794 = 2 \cdot 397
                               627 = 3 \cdot 11 \cdot 19
                                                              683 = prim
                                                                                             739 = prim
                                                                                                                            795 = 3 \cdot 5 \cdot 53
571 = prim
572 = 2^2 \cdot 11 \cdot 13
                               628 = 2^2 \cdot 157
                                                              684 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 19
                                                                                             740 = 2^2 \cdot 5 \cdot 37
                                                                                                                            796 = 2^2 \cdot 199
573 = 3 \cdot 191
                               629 = 17 \cdot 37
                                                              685 = 5 \cdot 137
                                                                                             741 = 3 \cdot 13 \cdot 19
                                                                                                                            797 = prim
574 = 2 \cdot 7 \cdot 41
                               630 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7
                                                              686 = 2 \cdot 7^3
                                                                                             742 = 2 \cdot 7 \cdot 53
                                                                                                                            798 = 2 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 19
575 = 5^2 \cdot 23
                                                              687 = 3 \cdot 229
                                                                                                                            799 = 17 \cdot 47
                               631 = prim
                                                                                             743 = prim
                                                              688 = 2^4 \cdot 43
576 = 2^6 \cdot 3^2
                               632 = 2^3 \cdot 79
                                                                                             744 = 2^3 \cdot 3 \cdot 31
                                                                                                                            800 = 2^5 \cdot 5^2
                                                              689 = 13 \cdot 53
                                                                                                                            801 = 3^2 \cdot 89
                               633 = 3 \cdot 211
                                                                                             745 = 5 \cdot 149
577 = \text{prim}
578 = 2 \cdot 17^2
                               634 = 2 \cdot 317
                                                              690 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 23
                                                                                             746 = 2 \cdot 373
                                                                                                                            802 = 2 \cdot 401
                                                                                             747 = 3^2 \cdot 83
579 = 3 \cdot 193
                               635 = 5 \cdot 127
                                                                                                                            803 = 11 \cdot 73
                                                              691 = prim
580 = 2^2 \cdot 5 \cdot 29
                               636 = 2^2 \cdot 3 \cdot 53
                                                              692 = 2^2 \cdot 173
                                                                                             748 = 2^2 \cdot 11 \cdot 17
                                                                                                                            804 = 2^2 \cdot 3 \cdot 67
                               637 = 7^2 \cdot 13
                                                              693 = 3^2 \cdot 7 \cdot 11
581 = 7 \cdot 83
                                                                                             749 = 7 \cdot 107
                                                                                                                            805 = 5 \cdot 7 \cdot 23
582 = 2 \cdot 3 \cdot 97
                               638 = 2 \cdot 11 \cdot 29
                                                              694 = 2 \cdot 347
                                                                                             750 = 2 \cdot 3 \cdot 5^3
                                                                                                                            806 = 2 \cdot 13 \cdot 31
                               639 = 3^2 \cdot 71
                                                                                             751 = prim
583 = 11 \cdot 53
                                                              695 = 5 \cdot 139
                                                                                                                            807 = 3 \cdot 269
584 = 2^3 \cdot 73
                               640 = 2^7 \cdot 5
                                                              696 = 2^3 \cdot 3 \cdot 29
                                                                                             752 = 2^4 \cdot 47
                                                                                                                            808 = 2^3 \cdot 101
585 = 3^2 \cdot 5 \cdot 13
                               641 = prim
                                                              697 = 17 \cdot 41
                                                                                             753 = 3 \cdot 251
                                                                                                                            809 = \text{prim}
586 = 2 \cdot 293
                               642 = 2 \cdot 3 \cdot 107
                                                              698 = 2 \cdot 349
                                                                                             754 = 2 \cdot 13 \cdot 29
                                                                                                                            810 = 2 \cdot 3^4 \cdot 5
587 = \text{prim}
                               643 = prim
                                                              699 = 3 \cdot 233
                                                                                             755 = 5 \cdot 151
                                                                                                                            811 = prim
588 \,=\, 2^2 \cdot 3 \cdot 7^2
                                                              700 = 2^2 \cdot 5^2 \cdot 7
                                                                                             756 = 2^2 \cdot 3^3 \cdot 7
                               644 = 2^2 \cdot 7 \cdot 23
                                                                                                                            812 = 2^2 \cdot 7 \cdot 29
589 = 19 \cdot 31
                               645 = 3 \cdot 5 \cdot 43
                                                              701 = prim
                                                                                             757 = prim
                                                                                                                            813 = 3 \cdot 271
590 = 2 \cdot 5 \cdot 59
                               646 = 2 \cdot 17 \cdot 19
                                                              702 = 2 \cdot 3^3 \cdot 13
                                                                                             758 = 2 \cdot 379
                                                                                                                            814 = 2 \cdot 11 \cdot 37
                                                                                             759 = 3 \cdot 11 \cdot 23
                                                                                                                            815 = 5 \cdot 163
591 = 3 \cdot 197
                               647 = prim
                                                              703 = 19 \cdot 37
592 = 2^4 \cdot 37
                               648 = 2^3 \cdot 3^4
                                                              704 = 2^6 \cdot 11
                                                                                             760 = 2^3 \cdot 5 \cdot 19
                                                                                                                            816 = 2^4 \cdot 3 \cdot 17
593 = prim
                               649 = 11 \cdot 59
                                                              705 = 3 \cdot 5 \cdot 47
                                                                                             761 = prim
                                                                                                                            817 = 19 \cdot 43
594 = 2 \cdot 3^3 \cdot 11
                               650 = 2 \cdot 5^2 \cdot 13
                                                              706 = 2 \cdot 353
                                                                                             762 = 2 \cdot 3 \cdot 127
                                                                                                                            818 = 2 \cdot 409
595 = 5 \cdot 7 \cdot 17
                                                              707 = 7 \cdot 101
                                                                                             763 = 7 \cdot 109
                                                                                                                            819 = 3^2 \cdot 7 \cdot 13
                               651 = 3 \cdot 7 \cdot 31
596 = 2^2 \cdot 149
                                                              708 = 2^2 \cdot 3 \cdot 59
                                                                                             764 = 2^2 \cdot 191
                                                                                                                            820 = 2^2 \cdot 5 \cdot 41
                               652 = 2^2 \cdot 163
597 = 3 \cdot 199
                               653 = prim
                                                              709 = \text{prim}
                                                                                             765 = 3^2 \cdot 5 \cdot 17
                                                                                                                            821 = prim
598 = 2 \cdot 13 \cdot 23
                               654 = 2 \cdot 3 \cdot 109
                                                              710 = 2 \cdot 5 \cdot 71
                                                                                             766 = 2 \cdot 383
                                                                                                                            822 = 2 \cdot 3 \cdot 137
                                                              711 = 3^2 \cdot 79
599 = prim
                               655 = 5 \cdot 131
                                                                                             767 = 13 \cdot 59
                                                                                                                            823 = prim
                               656 = 2^4 \cdot 41
                                                                                                                            824 = 2^3 \cdot 103
600 = 2^3 \cdot 3 \cdot 5^2
                                                              712 = 2^3 \cdot 89
                                                                                             768 = 2^8 \cdot 3
                               657 = 3^2 \cdot 73
                                                              713 = 23 \cdot 31
                                                                                                                            825 = 3 \cdot 5^2 \cdot 11
601 = prim
                                                                                             769 = prim
602 = 2 \cdot 7 \cdot 43
                               658 = 2 \cdot 7 \cdot 47
                                                              714 = 2 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 17
                                                                                             770 = 2 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11
                                                                                                                            826 = 2 \cdot 7 \cdot 59
```

```
883 = prim
                                                             939 = 3 \cdot 313
                                                                                            995 = 5 \cdot 199
                                                                                                                         1051 = prim
827 = prim
828 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 23
                              884 = 2^2 \cdot 13 \cdot 17
                                                             940 = 2^2 \cdot 5 \cdot 47
                                                                                            996 = 2^2 \cdot 3 \cdot 83
                                                                                                                         1052\,=\,2^2\cdot 263
                                                             941 = prim
                                                                                                                         1053 = 3^4 \cdot 13
829 = prim
                              885 = 3 \cdot 5 \cdot 59
                                                                                            997 = prim
830 = 2 \cdot 5 \cdot 83
                              886 = 2 \cdot 443
                                                             942 = 2 \cdot 3 \cdot 157
                                                                                            998 = 2 \cdot 499
                                                                                                                         1054 = 2 \cdot 17 \cdot 31
                              887 = prim
831 = 3 \cdot 277
                                                             943 = 23 \cdot 41
                                                                                            999 = 3^3 \cdot 37
                                                                                                                         1055 = 5 \cdot 211
                                                                                           1000 = 2^3 \cdot 5^3
832 = 2^6 \cdot 13
                              888 = 2^3 \cdot 3 \cdot 37
                                                                                                                         1056 = 2^5 \cdot 3 \cdot 11
                                                             944 = 2^4 \cdot 59
833 = 7^2 \cdot 17
                              889 = 7 \cdot 127
                                                             945 = 3^3 \cdot 5 \cdot 7
                                                                                           1001 = 7 \cdot 11 \cdot 13
                                                                                                                         1057 = 7 \cdot 151
834 = 2 \cdot 3 \cdot 139
                                                             946 = 2 \cdot 11 \cdot 43
                                                                                           1002 = 2 \cdot 3 \cdot 167
                                                                                                                         1058 = 2 \cdot 23^2
                              890 = 2 \cdot 5 \cdot 89
                              891 = 3^4 \cdot 11
                                                                                           1003 = 17 \cdot 59
                                                                                                                         1059 = 3 \cdot 353
835 = 5 \cdot 167
                                                             947 = prim
                              892 = 2^2 \cdot 223
836 = 2^2 \cdot 11 \cdot 19
                                                             948 = 2^2 \cdot 3 \cdot 79
                                                                                           1004 = 2^2 \cdot 251
                                                                                                                         1060 = 2^2 \cdot 5 \cdot 53
837 = 3^3 \cdot 31
                              893 = 19 \cdot 47
                                                             949 = 13 \cdot 73
                                                                                           1005 = 3 \cdot 5 \cdot 67
                                                                                                                         1061 = prim
                                                             950 = 2 \cdot 5^2 \cdot 19
838 = 2 \cdot 419
                              894 = 2 \cdot 3 \cdot 149
                                                                                           1006 = 2 \cdot 503
                                                                                                                         1062 = 2 \cdot 3^2 \cdot 59
                                                             951 = 3 \cdot 317
839 = prim
                              895 = 5 \cdot 179
                                                                                           1007 = 19 \cdot 53
                                                                                                                         1063 = prim
                                                             952\,=\,2^3\cdot7\cdot17
840 = 2^3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7
                              896 = 2^7 \cdot 7
                                                                                           1008 = 2^4 \cdot 3^2 \cdot 7
                                                                                                                         1064 = 2^3 \cdot 7 \cdot 19
841 = 29^2
                              897 = 3 \cdot 13 \cdot 23
                                                             953 = prim
                                                                                                                         1065 = 3 \cdot 5 \cdot 71
                                                                                           1009 = prim
842 = 2 \cdot 421
                              898 = 2 \cdot 449
                                                             954 = 2 \cdot 3^2 \cdot 53
                                                                                           1010 = 2 \cdot 5 \cdot 101
                                                                                                                         1066 = 2 \cdot 13 \cdot 41
843 = 3 \cdot 281
                              899 = 29 \cdot 31
                                                             955 = 5 \cdot 191
                                                                                           1011 = 3 \cdot 337
                                                                                                                         1067 = 11 \cdot 97
844 = 2^2 \cdot 211
                              900 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2
                                                             956 = 2^2 \cdot 239
                                                                                           1012 = 2^2 \cdot 11 \cdot 23
                                                                                                                         1068 = 2^2 \cdot 3 \cdot 89
845 = 5 \cdot 13^2
                              901 = 17 \cdot 53
                                                             957 = 3 \cdot 11 \cdot 29
                                                                                           1013 = prim
                                                                                                                         1069 = prim
846 = 2 \cdot 3^2 \cdot 47
                              902 = 2 \cdot 11 \cdot 41
                                                             958 = 2 \cdot 479
                                                                                           1014 = 2 \cdot 3 \cdot 13^2
                                                                                                                         1070 = 2 \cdot 5 \cdot 107
847 = 7 \cdot 11^2
                                                                                                                         1071 = 3^2 \cdot 7 \cdot 17
                              903 = 3 \cdot 7 \cdot 43
                                                             959 = 7 \cdot 137
                                                                                           1015 = 5 \cdot 7 \cdot 29
848 = 2^4 \cdot 53
                              904 = 2^3 \cdot 113
                                                             960 = 2^6 \cdot 3 \cdot 5
                                                                                           1016 = 2^3 \cdot 127
                                                                                                                         1072 = 2^4 \cdot 67
                                                                                           1017 = 3^2 \cdot 113
849 = 3 \cdot 283
                              905 = 5 \cdot 181
                                                             961 = 31^2
                                                                                                                         1073 = 29 \cdot 37
850 = 2 \cdot 5^2 \cdot 17
                              906 = 2 \cdot 3 \cdot 151
                                                             962 = 2 \cdot 13 \cdot 37
                                                                                           1018 = 2 \cdot 509
                                                                                                                         1074 = 2 \cdot 3 \cdot 179
851 = 23 \cdot 37
                              907 = prim
                                                             963 = 3^2 \cdot 107
                                                                                           1019 = prim
                                                                                                                         1075 = 5^2 \cdot 43
852 = 2^2 \cdot 3 \cdot 71
                              908 = 2^2 \cdot 227
                                                             964 = 2^2 \cdot 241
                                                                                           1020 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 17
                                                                                                                         1076 = 2^2 \cdot 269
                              909 = 3^2 \cdot 101
853 = prim
                                                             965 = 5 \cdot 193
                                                                                           1021 = prim
                                                                                                                         1077 = 3 \cdot 359
854 = 2 \cdot 7 \cdot 61
                              910 = 2 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 13
                                                             966 = 2 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 23
                                                                                           1022 = 2 \cdot 7 \cdot 73
                                                                                                                         1078 = 2 \cdot 7^2 \cdot 11
855 = 3^2 \cdot 5 \cdot 19
                                                                                           1023 = 3 \cdot 11 \cdot 31
                                                                                                                         1079 = 13 \cdot 83
                              911 = prim
                                                             967 = prim
                                                             968 = 2^3 \cdot 11^2
                                                                                           1024 = 2^{10}
856 = 2^3 \cdot 107
                              912 = 2^4 \cdot 3 \cdot 19
                                                                                                                         1080 = 2^3 \cdot 3^3 \cdot 5
                                                                                           1025 = 5^2 \cdot 41
                                                                                                                         1081 = 23 \cdot 47
                              913 = 11 \cdot 83
                                                             969 = 3 \cdot 17 \cdot 19
857 = prim
858 = 2 \cdot 3 \cdot 11 \cdot 13
                              914 = 2 \cdot 457
                                                             970 = 2 \cdot 5 \cdot 97
                                                                                           1026 = 2 \cdot 3^3 \cdot 19
                                                                                                                         1082 = 2 \cdot 541
859 = prim
                              915 = 3 \cdot 5 \cdot 61
                                                             971 = prim
                                                                                           1027 = 13 \cdot 79
                                                                                                                         1083 = 3 \cdot 19^2
                                                             972 = 2^2 \cdot 3^5
860 = 2^2 \cdot 5 \cdot 43
                              916 = 2^2 \cdot 229
                                                                                           1028 = 2^2 \cdot 257
                                                                                                                         1084 = 2^2 \cdot 271
                                                                                           1029 = 3 \cdot 7^3
861 = 3 \cdot 7 \cdot 41
                              917 = 7 \cdot 131
                                                             973 = 7 \cdot 139
                                                                                                                         1085 = 5 \cdot 7 \cdot 31
862 = 2 \cdot 431
                              918 = 2 \cdot 3^3 \cdot 17
                                                             974 = 2 \cdot 487
                                                                                           1030 = 2 \cdot 5 \cdot 103
                                                                                                                         1086 = 2 \cdot 3 \cdot 181
863 = prim
                              919 = prim
                                                             975 = 3 \cdot 5^2 \cdot 13
                                                                                           1031 = prim
                                                                                                                         1087 = prim
864 = 2^5 \cdot 3^3
                              920 = 2^3 \cdot 5 \cdot 23
                                                             976 = 2^4 \cdot 61
                                                                                           1032 = 2^3 \cdot 3 \cdot 43
                                                                                                                         1088 = 2^6 \cdot 17
                                                                                                                         1089 = 3^2 \cdot 11^2
865 = 5 \cdot 173
                              921 = 3 \cdot 307
                                                             977 = \text{prim}
                                                                                           1033 = prim
866 = 2 \cdot 433
                              922 = 2 \cdot 461
                                                             978 = 2 \cdot 3 \cdot 163
                                                                                           1034 = 2 \cdot 11 \cdot 47
                                                                                                                         1090 = 2 \cdot 5 \cdot 109
867 = 3 \cdot 17^2
                              923 = 13 \cdot 71
                                                                                           1035 = 3^2 \cdot 5 \cdot 23
                                                             979 = 11 \cdot 89
                                                                                                                         1091 = prim
868 = 2^2 \cdot 7 \cdot 31
                                                             980 = 2^2 \cdot 5 \cdot 7^2
                              924 = 2^2 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 11
                                                                                           1036 = 2^2 \cdot 7 \cdot 37
                                                                                                                         1092 = 2^2 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 13
869 = 11 \cdot 79
                              925 = 5^2 \cdot 37
                                                             981 = 3^2 \cdot 109
                                                                                           1037 = 17 \cdot 61
                                                                                                                         1093 = prim
870 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 29
                              926 = 2 \cdot 463
                                                             982 = 2 \cdot 491
                                                                                           1038 = 2 \cdot 3 \cdot 173
                                                                                                                         1094 = 2 \cdot 547
                              927 = 3^2 \cdot 103
                                                                                                                         1095 = 3 \cdot 5 \cdot 73
871 = 13 \cdot 67
                                                             983 = prim
                                                                                           1039 = prim
                              928 = 2^5 \cdot 29
872 = 2^3 \cdot 109
                                                             984 = 2^3 \cdot 3 \cdot 41
                                                                                           1040 = 2^4 \cdot 5 \cdot 13
                                                                                                                         1096 = 2^3 \cdot 137
873 = 3^2 \cdot 97
                              929 = prim
                                                             985 = 5 \cdot 197
                                                                                           1041 = 3 \cdot 347
                                                                                                                         1097 = prim
874 = 2 \cdot 19 \cdot 23
                              930 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 31
                                                             986 = 2 \cdot 17 \cdot 29
                                                                                           1042 = 2 \cdot 521
                                                                                                                         1098 = 2 \cdot 3^2 \cdot 61
875 = 5^3 \cdot 7
                              931 = 7^2 \cdot 19
                                                             987 = 3 \cdot 7 \cdot 47
                                                                                           1043 = 7 \cdot 149
                                                                                                                         1099 = 7 \cdot 157
876 = 2^2 \cdot 3 \cdot 73
                              932 = 2^2 \cdot 233
                                                             988 = 2^2 \cdot 13 \cdot 19
                                                                                           1044 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 29
                                                                                                                         1100 = 2^2 \cdot 5^2 \cdot 11
877 = prim
                              933 = 3 \cdot 311
                                                             989 = 23 \cdot 43
                                                                                           1045 = 5 \cdot 11 \cdot 19
                                                                                                                         1101 = 3 \cdot 367
                                                             990 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 11
878 = 2 \cdot 439
                              934 = 2 \cdot 467
                                                                                           1046 = 2 \cdot 523
                                                                                                                         1102 = 2 \cdot 19 \cdot 29
                                                                                           1047 = 3 \cdot 349
879 = 3 \cdot 293
                              935 = 5 \cdot 11 \cdot 17
                                                             991 = prim
                                                                                                                         1103 = prim
880 = 2^4 \cdot 5 \cdot 11
                              936 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 13
                                                             992 = 2^5 \cdot 31
                                                                                           1048 = 2^3 \cdot 131
                                                                                                                         1104 = 2^4 \cdot 3 \cdot 23
                                                             993 = 3 \cdot 331
                                                                                                                         1105 = 5 \cdot 13 \cdot 17
881 = prim
                              937 = prim
                                                                                           1049 = prim
882 = 2 \cdot 3^2 \cdot 7^2
                              938 = 2 \cdot 7 \cdot 67
                                                             994 = 2 \cdot 7 \cdot 71
                                                                                           1050 = 2 \cdot 3 \cdot 5^2 \cdot 7
                                                                                                                         1106 = 2 \cdot 7 \cdot 79
```

#### 37 Wie sucht man die Lösung?

#### Erstens Verstehen der Aufgabe

- Was ist unbekannt? Was ist gegeben? Wie lautet die Bedingung?
- Ist es möglich, die Bedingung zu befriedigen? Ist die Bedingung ausreichend, um die Unbekannte zu bestimmen? Oder ist sie unzureichend? Oder überbestimmt? Oder kontradiktorisch?
- Zeichne eine Figur! Führe passende Bezeichnungen ein!
- Trenne die verschiedenen Teile der Bedingung! Kannst du sie hinschreiben?

#### **Zweitens** Ausdenken eines Plans

- Hast Du die Aufgabe schon früher gesehen? Oder hast Du dieselbe Aufgabe in einer wenig verschiedenen Form gesehen?
- Kennst du eine verwandte Aufgabe? Kennst Du einen Lehrsatz, der förderlich sein könnte?
- Betrachte die Unbekannte! Und versuche Dich auf eine Dir bekannte Aufgabe zu besinnen, die dieselbe oder eine ähnliche Unbekannte hat.
- Hier ist eine Aufgabe, die der Deinen verwandt und schon gelöst ist. Kannst Du sie gebrauchen? Kannst Du ihr Resultat verwenden? Kannst Du ihre Methode verwenden? Würdest Du irgend ein Hilfselement einführen, damit Du sie verwenden kannst?
- Kannst Du die Aufgabe anders ausdrücken? Kannst Du sie auf noch verschiedene Weise ausdrücken? Geh auf die Definition zurück!
- Wenn Du die vorliegende Aufgabe nicht lösen kannst, so versuche, zuerst eine verwandte Aufgabe zu lösen. Kannst Du Dir eine zugänglichere verwandte Aufgabe denken? Eine allgemeinere Aufgabe? Eine speziellere Aufgabe? Eine analoge Aufgabe? Kannst Du einen Teil der Aufgabe lösen? Behalte nur einen Teil der Bedingung bei und lasse den anderen fort; wie weit ist die Unbekannte dann bestimmt, wie kann ich sie verändern? Kannst Du etwas Förderliches aus den Daten ableiten? Kannst Du Dir andere Daten denken, die geeignet sind, die Unbekannte zu bestimmen? Kannst Du die Unbekannte ändern, oder die Daten oder, wenn nötig beide, so dass die neue Unbekannte und die neuen Daten einander näher sind?
- Hast Du alle Daten benutzt? Hast Du die ganze Bedingung benutzt? Hast Du alle wesentlichen Begriffe in Rechnung gezogen, die in der Aufgabe enthalten sind?

#### **Drittens** Ausführen des Plans

 Wenn Du Deinen Plan der Lösung durchführst, so kontrolliere jeden Schritt. Kannst Du deutlich sehen, dass der Schritt richtig ist? Kannst Du beweisen, dass er richtig ist?

#### Viertens Rückschau

- Kannst Du das Resultat kontrollieren? Kannst Du den Beweis kontrollieren?
- Kannst Du das Resultat auf verschiedene Weise ableiten? Kannst Du es auf den ersten Blick sehen?
- Kannst Du das Resultat oder die Methode für irgend eine andere Aufgabe gebrauchen?

Aus: Polya, George (1995): Schule des Denkens. Vom Lösen mathematischer Probleme.