

**Федеральное государственное автономное образовательное
учреждение высшего образования
«Национальный исследовательский университет ИТМО»**

Факультет Программной Инженерии и Компьютерной Техники



**Домашняя работа № 2
По Дискретной Математике
Кратчайшие пути**

Вариант № 20

Выполнил:

Карташев Владимир Р3131

Преподаватель:

Поляков Владимир Иванович

г. Санкт-Петербург, 2023 г.

Исходная таблица соединений R:

[illegible]

Алгоритм Дейкстры:

1. $l(e_1) = 0^+$; $l(e_i) = \infty$, для всех $i \neq 1$, $p = e_1$.

Результаты запишем в таблицу:

	1
e_1	0^+
e_2	∞
e_3	∞
e_4	∞
e_5	∞
$L = e_6$	∞
e_7	∞
e_8	∞
e_9	∞
e_{10}	∞
e_{11}	∞
e_{12}	∞

2. $\Gamma_{e_1} = \{e_3, e_4, e_6, e_7, e_9\}$ – все пометки временные, уточним их:

$$l(e_3) = \min[\infty, 0^+ + 3] = 3;$$

$$l(e_4) = \min[\infty, 0^+ + 3] = 3;$$

$$l(e_6) = \min[\infty, 0^+ + 5] = 5;$$

$$l(e_7) = \min[\infty, 0^+ + 1] = 1;$$

$$l(e_9) = \min[\infty, 0^+ + 1] = 1;$$

$$l(e_i^*) = \min[l(e_i)] = l(e_7) = 1 \Rightarrow p = e_7$$

	1	2
e_1	0^+	
e_2	∞	∞
e_3	∞	3
e_4	∞	3
e_5	∞	∞
$L= e_6$	∞	5
e_7	∞	1^+
e_8	∞	∞
e_9	∞	1
e_{10}	∞	∞
e_{11}	∞	∞
e_{12}	∞	∞

3. Не все вершины имеют постоянные пометки,

$\Gamma_{e_7} = \{e_1, e_2, e_3, e_4, e_6, e_9, e_{11}\}$ - временные пометки имеют $e_2, e_3, e_4, e_6, e_9, e_{11}$, уточним их:

$$l(e_2) = \min[\infty, 1^+ + 1] = 2$$

$$l(e_3) = \min[3, 1^+ + 5] = 3$$

$$l(e_4) = \min[3, 1^+ + 3] = 3$$

$$l(e_6) = \min[5, 1^+ + 2] = 3$$

$$l(e_9) = \min[1, 1^+ + 2] = 1$$

$$l(e_{11}) = \min[\infty, 1^+ + 1] = 2$$

$$l(e_i^*) = \min[l(e_i)] = l(e_9) = 1 \Rightarrow p = e_9$$

	1	2	3
e_1	0^+		
e_2	∞	∞	2
e_3	∞	3	3
e_4	∞	3	3
e_5	∞	∞	∞
L= e_6	∞	5	3
e_7	∞	1^+	
e_8	∞	∞	∞
e_9	∞	1	1^+
e_{10}	∞	∞	∞
e_{11}	∞	∞	2
e_{12}	∞	∞	∞

4. Не все вершины имеют постоянные пометки,

$\Gamma_{e_9} = \{e_1, e_3, e_6, e_7, e_8, e_{10}, e_{11}\}$ - временные пометки у вершин

$e_3, e_6, e_8, e_{10}, e_{11}$, уточним их:

$$l(e_3) = \min[3, 1^+ + 4] = 3$$

$$l(e_6) = \min[3, 1^+ + 2] = 3$$

$$l(e_8) = \min[\infty, 1^+ + 4] = 5$$

$$l(e_{10}) = \min[\infty, 1^+ + 5] = 6$$

$$l(e_{11}) = \min[2, 1^+ + 4] = 2$$

$$l(e_i^*) = \min[l(e_i)] = l(e_2) = 2 \Rightarrow p = e_2$$

	1	2	3	4
e_1	0^+			
e_2	∞	∞	2	2^+
e_3	∞	3	3	3
e_4	∞	3	3	3
e_5	∞	∞	∞	∞
L= e_6	∞	5	3	3
e_7	∞	1^+		
e_8	∞	∞	∞	5
e_9	∞	1	1^+	
e_{10}	∞	∞	∞	6
e_{11}	∞	∞	2	2
e_{12}	∞	∞	∞	∞

5. Не все вершины имеют постоянные пометки, $\Gamma_{e_{11}} = \{e_6, e_7\}$ - временная пометка у вершины e_6 , уточним ее:

$$l(e_6) = \min[3, 2^+ + 2] = 3$$

$$l(e_i^*) = \min[l(e_i)] = l(e_{11}) = 2 \Rightarrow p = e_{11}$$

	1	2	3	4	5
e_1	0^+				
e_2	∞	∞	2	2^+	
e_3	∞	3	3	3	3
e_4	∞	3	3	3	3
e_5	∞	∞	∞	∞	∞
$L= e_6$	∞	5	3	3	3
e_7	∞	1^+			
e_8	∞	∞	∞	5	5
e_9	∞	1	1^+		
e_{10}	∞	∞	∞	6	6
e_{11}	∞	∞	2	2	2^+
e_{12}	∞	∞	∞	∞	∞

6. Не все вершины имеют постоянные пометки, $\Gamma_{e_{11}} = \{e_7, e_9\}$ - временных пометок нет:

$$l(e_i^*) = \min[l(e_i)] = l(e_3) = 3 \Rightarrow p = e_3$$

	1	2	3	4	5	6
e_1	0^+					
e_2	∞	∞	2	2^+		
e_3	∞	3	3	3	3	3^+
e_4	∞	3	3	3	3	3
e_5	∞	∞	∞	∞	∞	∞
$L= e_6$	∞	5	3	3	3	3
e_7	∞	1^+				
e_8	∞	∞	∞	5	5	5
e_9	∞	1	1^+			
e_{10}	∞	∞	∞	6	6	6
e_{11}	∞	∞	2	2	2^+	
e_{12}	∞	∞	∞	∞	∞	∞

7. Не все вершины имеют постоянные пометки, $\Gamma_{e_3} = \{e_1, e_7, e_8, e_9, e_{12}\}$ - временные пометки у вершин e_8, e_{12} , уточним их:

$$l(e_8) = \min[5, 3^+ + 1] = 5$$

$$l(e_{12}) = \min[\infty, 3^+ + 3] = 6$$

$$l(e_i^*) = \min[l(e_i)] = l(e_4) = 3 \Rightarrow p = e_4$$

	1	2	3	4	5	6	7
e_1	0^+						
e_2	∞	∞	2	2^+			
e_3	∞	3	3	3	3	3^+	
e_4	∞	3	3	3	3	3	3^+
e_5	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞
L= e_6	∞	5	3	3	3	3	3
e_7	∞	1^+					
e_8	∞	∞	∞	5	5	5	5
e_9	∞	1	1^+				
e_{10}	∞	∞	∞	6	6	6	6
e_{11}	∞	∞	2	2	2^+		
e_{12}	∞	∞	∞	∞	∞	∞	6

8. Не все вершины имеют постоянные пометки, $\Gamma_{e_4} = \{e_1, e_5, e_7\}$ - временная пометка у вершины e_5 , уточним ее:

$$l(e_5) = \min[\infty, 3^+ + 1] = 4$$

$$l(e_i^*) = \min[l(e_i)] = l(e_6) = 3 \Rightarrow p = e_6$$

	1	2	3	4	5	6	7	8
e_1	0^+							
e_2	∞	∞	2	2^+				
e_3	∞	3	3	3	3	3^+		
e_4	∞	3	3	3	3	3	3^+	
e_5	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	4
$L= e_6$	∞	5	3	3	3	3	3	3^+
e_7	∞	1^+						
e_8	∞	∞	∞	5	5	5	5	5
e_9	∞	1	1^+					
e_{10}	∞	∞	∞	6	6	6	6	6
e_{11}	∞	∞	2	2	2^+			
e_{12}	∞	∞	∞	∞	∞	∞	6	6

9. Не все вершины имеют постоянные пометки, $\Gamma_{e_6} = \{e_1, e_2, e_5, e_7, e_8, e_9\}$ - временные пометки у вершин e_5, e_8 , уточним их:

$$l(e_5) = \min[4, 3^+ + 4] = 4$$

$$l(e_8) = \min[5, 3^+ + 3] = 5$$

$$l(e_i^*) = \min[l(e_i)] = l(e_5) = 4 \Rightarrow p = e_5$$

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
e_1	0^+								
e_2	∞	∞	2	2^+					
e_3	∞	3	3	3	3	3^+			
e_4	∞	3	3	3	3	3	3^+		
e_5	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	4	4^+
$L= e_6$	∞	5	3	3	3	3	3	3^+	
e_7	∞	1^+							
e_8	∞	∞	∞	5	5	5	5	5	5
e_9	∞	1	1^+						
e_{10}	∞	∞	∞	6	6	6	6	6	6
e_{11}	∞	∞	2	2	2^+				
e_{12}	∞	∞	∞	∞	∞	∞	6	6	6

10. Не все вершины имеют постоянные пометки, $\Gamma_{e_5} = \{e_4, e_6, e_{10}\}$ - временная пометка у вершины e_{10} , уточним ее:

$$l(e_{10}) = \min[6, 4^+ + 3] = 6$$

$$l(e_i^*) = \min[l(e_i)] = l(e_8) = 5 \Rightarrow p = e_8$$

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
e_1	0^+									
e_2	∞	∞	2	2^+						
e_3	∞	3	3	3	3	3^+				
e_4	∞	3	3	3	3	3	3^+			
e_5	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	4	4^+	
$L= e_6$	∞	5	3	3	3	3	3	3^+		
e_7	∞	1^+								
e_8	∞	∞	∞	5	5	5	5	5	5	5^+
e_9	∞	1	1^+							
e_{10}	∞	∞	∞	6	6	6	6	6	6	6
e_{11}	∞	∞	2	2	2^+					
e_{12}	∞	∞	∞	∞	∞	∞	6	6	6	6

11. Не все вершины имеют постоянные пометки, $\Gamma_{e_8} = \{e_3, e_6, e_9, e_{10}\}$ - временная пометка у вершины e_{10} , уточним ее:

$$l(e_{10}) = \min[6, 5^+ + 5] = 6$$

$$l(e_i^*) = \min[l(e_i)] = l(e_{10}) = 6 \Rightarrow p = e_{10}$$

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
e_1	0^+										
e_2	∞	∞	2	2^+							
e_3	∞	3	3	3	3	3^+					
e_4	∞	3	3	3	3	3	3^+				
e_5	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	4	4^+		
$L= e_6$	∞	5	3	3	3	3	3	3^+			
e_7	∞	1^+									
e_8	∞	∞	∞	5	5	5	5	5	5	5^+	
e_9	∞	1	1^+								
e_{10}	∞	∞	∞	6	6	6	6	6	6	6	6^+
e_{11}	∞	∞	2	2	2^+						
e_{12}	∞	∞	∞	∞	∞	∞	6	6	6	6	6

12. Не все вершины имеют постоянные пометки, $\Gamma_{e_{10}} = \{e_5, e_8, e_9, e_{12}\}$ - временная пометка у вершины e_{12} , уточним ее:

$$l(e_{12}) = \min[6, 6^+ + 1] = 6$$

$$l(e_i^*) = \min[l(e_i)] = l(e_{12}) = 6 \Rightarrow p = e_{12}$$

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
e_1	0^+										
e_2	∞	∞	2	2^+							
e_3	∞	3	3	3	3	3^+					
e_4	∞	3	3	3	3	3	3^+				
e_5	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	4	4^+		
$L= e_6$	∞	5	3	3	3	3	3	3^+			
e_7	∞	1^+									
e_8	∞	∞	∞	5	5	5	5	5	5	5^+	
e_9	∞	1	1^+								
e_{10}	∞	∞	∞	6	6	6	6	6	6	6	6^+
e_{11}	∞	∞	2	2	2^+						
e_{12}	∞	∞	∞	∞	∞	∞	6	6	6	6	6^+

...

Определяем кратчайший путь до каждой вершины:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
e_1	0^+										
e_2	∞	∞	2	2^+							
e_3	∞	3	3	3	3	3^+					
e_4	∞	3	3	3	3	3	3^+				
e_5	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	4	4^+		
$L= e_6$	∞	5	3	3	3	3	3	3^+			
e_7	∞	1^+									
e_8	∞	∞	∞	5	5	5	5	5	5	5^+	
e_9	∞	1	1^+								
e_{10}	∞	∞	∞	6	6	6	6	6	6	6	6^+
e_{11}	∞	∞	2	2	2^+						
e_{12}	∞	∞	∞	∞	∞	∞	6	6	6	6	6^+

1. $l(e_2) = 2, \Gamma_{e_2} = \{e_6, e_7\}$

$2 = l(e_7) + c(e_7, e_2) = 1 + 1$

Остальные выражения не равны;

Кратчайший путь до вершины e_2 : $e_1 - e_7 - e_2$.

2. $l(e_3) = 3, \Gamma_{e_3} = \{e_1, e_7, e_8, e_9, e_{12}\}$

$3 = l(e_1) + c(e_1, e_3) = 0 + 3$

Остальные выражения не равны;

Кратчайший путь до вершины e_3 : $e_1 - e_3$.

$$3. l(e_4) = 3, \Gamma_{e_4} = \{e_1, e_5, e_7\}$$

$$3 = l(e_1) + c(e_1, e_4) = 0 + 3$$

Остальные выражения не равны;

Кратчайший путь до вершины e_4 : $e_1 - e_4$.

$$4. l(e_5) = 4, \Gamma_{e_5} = \{e_4, e_6, e_{10}\}$$

$$4 = l(e_4) + c(e_4, e_5) = 3 + 1$$

Остальные выражения не равны;

Кратчайший путь до вершины e_5 : $e_1 - e_4 - e_5$.

$$5. l(e_6) = 3, \Gamma_{e_6} = \{e_1, e_2, e_5, e_7, e_8, e_9\}$$

$$3 = l(e_7) + c(e_7, e_6) = 1 + 2$$

$$3 = l(e_9) + c(e_9, e_6) = 1 + 2$$

Остальные выражения не равны;

Кратчайший путь до вершины e_6 : $e_1 - e_7 - e_6$ OR $e_1 - e_9 - e_6$.

$$6. l(e_7) = 1, \Gamma_{e_7} = \{e_1, e_2, e_3, e_4, e_6, e_9, e_{11}\}$$

$$1 = l(e_1) + c(e_1, e_7) = 0 + 1$$

Остальные выражения не равны;

Кратчайший путь до вершины e_7 : $e_1 - e_7$.

$$7. l(e_8) = 5, \Gamma_{e_8} = \{e_3, e_6, e_9, e_{10}\}$$

$$5 = l(e_3) + c(e_3, e_8) = 3 + 2$$

Остальные выражения не равны;

Кратчайший путь до вершины e_8 : $e_1 - e_3 - e_8$.

$$8. l(e_9) = 1, \Gamma_{e_9} = \{e_1, e_3, e_6, e_7, e_8, e_{10}, e_{11}\}$$

$$1 = l(e_1) + c(e_1, e_9) = 0 + 1$$

Остальные выражения не равны;

Кратчайший путь до вершины e_9 : $e_1 - e_9$.

$$9. l(e_{10}) = 6, \Gamma_{e_{10}} = \{e_5, e_8, e_9, e_{12}\}$$

$$6 = l(e_9) + c(e_9, e_{10}) = 1 + 5$$

Остальные выражения не равны;

Кратчайший путь до вершины e_{10} : $e_1 - e_9 - e_{10}$.

$$10. l(e_{11}) = 2, \Gamma_{e_{11}} = \{e_7, e_9\}$$

$$2 = l(e_7) + c(e_7, e_{11}) = 1 + 1$$

Остальные выражения не равны;

Кратчайший путь до вершины e_{11} : $e_1 - e_7 - e_{11}$.

$$11. \quad l(e_{12}) = 6, \Gamma_{e_{12}} = \{e_3, e_{10}\}$$

$$6 = l(e_3) + c(e_3, e_{12}) = 3 + 3$$

Остальные выражения не равны;

Кратчайший путь до вершины e_{12} : $e_1 - e_3 - e_{12}$.

Все кратчайшие пути от вершины e_1 до вершин e_i найдены!