

**Федеральное государственное автономное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Национальный исследовательский университет ИТМО»**

**Факультет Программной Инженерии и Компьютерной Техники**



**Домашняя работа № 1**

**По Дискретной Математике**

**Алгоритм, использующий упорядочивание вершин**

**Вариант № 20**

**Выполнил:**

Карташев Владимир Р3131

**Преподаватель:**

Поляков Владимир Иванович

г. Санкт-Петербург, 2023 г.

Исходная таблица соединений R:

V/V	e1	e2	e3	e4	e5	e6	e7	e8	e9	e10	e11	e12	$r_i$
e1	0		3	3		5	1		1				5
e2		0				2	1						2
e3	3		0				5	2	4			3	5
e4	3			0	1		3						3
e5				1	0	4				3			3
e6	5	2			4	0	2	3	2				6
e7	1	1	5	3		2	0		2		1		7
e8			2			3		0	4	5			4
e9	1		4			2	2	4	0	5	4		7
e10					3			5	5	0		1	4
e11							1		4		0		2
e12			3							1		0	2
$r_i$	5	2	5	3	3	6	7	4	7	4	2	2	

Упрощенная таблица соединений R:

	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	$x_6$	$x_7$	$x_8$	$x_9$	$x_{10}$	$x_{11}$	$x_{12}$	$r_i$
$x_1$	0	0	1	1	0	1	1	0	1	0	0	0	5
$x_2$		0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	2
$x_3$			0	0	0	0	1	1	1	0	0	1	5
$x_4$				0	1	0	1	0	0	0	0	0	3
$x_5$					0	1	0	0	0	1	0	0	3
$x_6$						0	1	1	1	0	0	0	6
$x_7$							0	0	1	0	1	0	7
$x_8$								0	1	1	0	0	4
$x_9$									0	1	1	0	7
$x_{10}$										0	0	1	4
$x_{11}$											0	0	2
$x_{12}$												0	2

Алгоритм, использующий упорядочивание вершин:

1. Положим  $j = 1$ ;
2. Упорядочим вершины в порядке убывания  $r_i$ :  
 $x_7, x_9, x_6, x_1, x_3, x_8, x_{10}, x_4, x_5, x_2, x_{11}, x_{12}$ ;
3. Найдем минимальное количество вершин, покрывающих другие вершины и покрасим их в **первый цвет**:  
 $\Gamma_{x_7} = \{x_1, x_2, x_3, x_4, x_6, x_9, x_{11}\}$       нет:  $x_5, x_8, x_{10}, x_{12}$   
 $\Gamma_{x_{10}} = \{x_5, x_8, x_9, x_{12}\}$   
 Остальные вершины смежны с  $x_7$  или с  $x_{10}$ ;
4. Остались неокрашенные вершины в матрице, поэтому удаляем из матрицы R строки и столбцы, соответствующие вершинам  $x_7, x_{10}$ .  
 Инкрементируем  $j = j + 1 = 2$ ;

	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	$x_6$	$x_8$	$x_9$	$x_{11}$	$x_{12}$	$r_i$
$x_1$	0	0	1	1	0	1	0	1	0	0	4
$x_2$		0	0	0	0	1	0	0	0	0	1
$x_3$			0	0	0	0	1	1	0	1	4
$x_4$				0	1	0	0	0	0	0	2
$x_5$					0	1	0	0	0	0	2
$x_6$						0	1	1	0	0	5
$x_8$							0	1	0	0	3
$x_9$								0	1	0	5
$x_{11}$									0	0	1
$x_{12}$										0	1

5. Упорядочим вершины в порядке убывания  $r_i$ :

$x_6, x_9, x_1, x_3, x_8, x_4, x_5, x_2, x_{11}, x_{12}$ ;

6. Найдем минимальное количество вершин, покрывающих другие вершины и покрасим их во **второй цвет**:

$$\Gamma_{x_6} = \{x_1, x_2, x_5, x_8, x_9\}$$

нет:  $x_3, x_4, x_{11}, x_{12}$

$$\Gamma_{x_4} = \{x_1, x_5\}$$

нет:  $x_3, x_{11}, x_{12}$

$$\Gamma_{x_{11}} = \{x_9\}$$

нет:  $x_3, x_{12}$

$$\Gamma_{x_{12}} = \{x_3\}$$

Остальные вершины смежны с  $x_6, x_4, x_{11}$  или с  $x_{12}$ ;

7. Остались неокрашенные вершины в матрице, поэтому удаляем из матрицы  $R$  строки и столбцы, соответствующие вершинам:  $x_6, x_4, x_{11}, x_{12}$ . Инкрементируем  $j = j + 1 = 3$ ;

	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_5$	$x_8$	$x_9$	$r_i$
$x_1$	0	0	1	0	0	1	2
$x_2$		0	0	0	0	0	0
$x_3$			0	0	1	1	3
$x_5$				0	0	0	0
$x_8$					0	1	2
$x_9$						0	3

8. Упорядочим вершины в порядке убывания  $r_i$ :

$x_3, x_9, x_1, x_8, x_2, x_5$ ;

9. Найдем минимальное количество вершин, покрывающих другие вершины и покрасим их в **третий цвет**:

$\Gamma_{x_3} = \{x_1, x_8, x_9\}$

нет:  $x_2, x_5$  ( $r_i = 0$ )

Остальные вершины смежны с  $x_3$ ;

10. Остались неокрашенные вершины в матрице, поэтому удаляем из матрицы R строки и столбцы, соответствующие вершине  $x_3$ .

Инкрементируем  $j = j + 1 = 4$ ;

	$x_1$	$x_2$	$x_5$	$x_8$	$x_9$	$r_i$
$x_1$	0	0	0	0	1	1
$x_2$		0	0	0	0	0
$x_5$			0	0	0	0
$x_8$				0	1	1
$x_9$					0	2

11. Упорядочим вершины в порядке убывания  $r_i$ :

$x_9, x_1, x_8, x_2, x_5$ ;

12. Найдем минимальное количество вершин, покрывающих другие вершины и покрасим их в **четвертый цвет**:

$$\Gamma_{x_9} = \{x_1, x_8\} \quad \text{нет: } x_2, x_5 \quad (r_i = 0)$$

Остальные вершины смежны с  $x_9$ ;

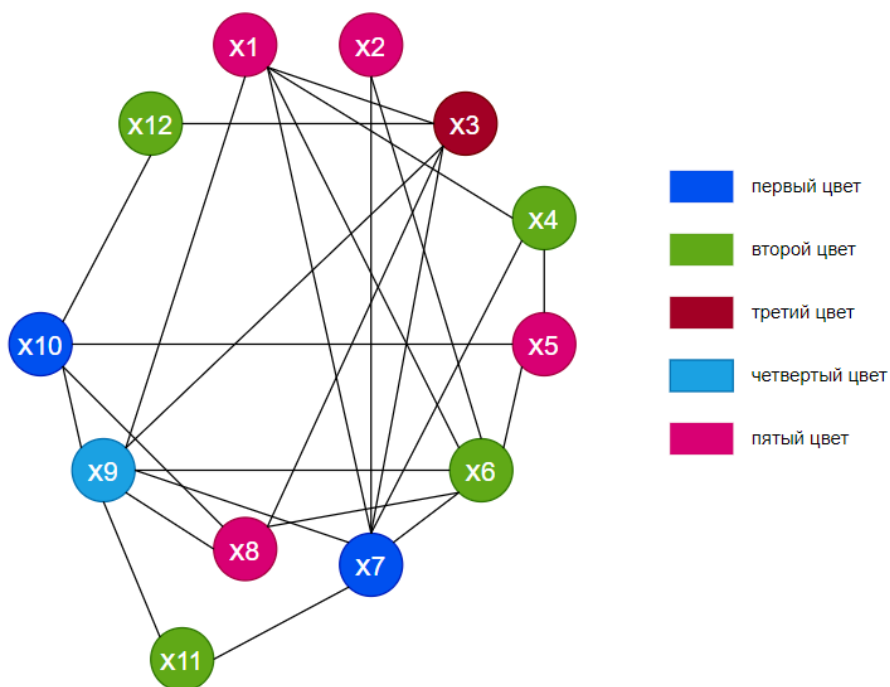
13. Остались неокрашенные вершины в матрице, поэтому удаляем из матрицы R строки и столбцы, соответствующие вершине  $x_9$ .

Инкрементируем  $j = j + 1 = 5$ ;

	$x_1$	$x_2$	$x_5$	$x_8$	$r_i$
$x_1$	0	0	0	0	0
$x_2$		0	0	0	0
$x_5$			0	0	0
$x_8$				0	0

14. Все оставшиеся вершины окрашиваем в **пятый цвет**.

Все вершины окрашены!



Достоинства алгоритма – быстроедействие, недостаток - не оптимальность.