

作业 (6)

1. 设 $A$ 是 $m \times n$ 矩阵,  $B$ 是 $l \times n$ 矩阵,  $c \in E^n$ , 证明下列两个系统恰有一个有解:

系1  $Ax \leq 0, Bx = 0, c^T x > 0$ , 对某些 $x \in E^n$ 。

系2  $A^T y + B^T z = c, y \geq 0$ , 对某些 $y \in E^m$ 和 $z \in E^l$ 。

2. 设 $A$ 是 $m \times n$ 矩阵,  $c \in E^n$ , 证明下列两个系统恰有一个有解:

系1  $Ax \leq 0, x \geq 0, c^T x > 0$ , 对某些 $x \in E^n$ 。

系2  $A^T y \geq c, y \geq 0$ , 对某些 $y \in E^m$ 。

2. 设 $f$ 是定义在 $E^n$ 上的凸函数。 $x^{(1)}, x^{(2)}, \dots, x^{(k)}$ 是 $E^n$ 中的点, 证明

$$f(\lambda_1 x^{(1)} + \dots + \lambda_k x^{(k)}) \leq \lambda_1 f(x^{(1)}) + \dots + \lambda_k f(x^{(k)})$$

其中 $\lambda_1 + \lambda_2 + \dots + \lambda_k = 1, \lambda_i \geq 0, i = 1, 2, \dots, k$ 。