清华大学电子工程系

最优化方法作业 10

作者： 罗雁天

学号： 2018310742

日期： 2018 年 11 月 29 日

1

定义算法映射如下:

$$A(x) = \begin{cases} \left[\frac{3}{2} + \frac{1}{4}x, 1 + \frac{1}{2}x\right] & \text{当}x \geq 2 \\ \frac{1}{2}(x+1) & \text{当}x < 2 \end{cases} \tag{1.1}$$

证明 A 在 $x = 2$ 处不是闭的

证明. 取 $x^{(k)} = 2 - \frac{1}{k}$，则 $y^{(k)} = \frac{1}{2}(2 - \frac{1}{k} + 1) = \frac{3}{2} - \frac{1}{2k}$

当 $k \to +\infty$ 时，$\bar{x} = \lim_{k \to +\infty} x^{(k)} = 2, \bar{y} = \lim_{k \to +\infty} y^{(k)} = \frac{3}{2}$

但 $A(\bar{x}) = 2 \neq \bar{y}$，因此，$A$ 在 $x = 2$ 处不是闭的 □

2

在集合 $X = [0, 1]$ 上定义算法映射:

$$A(x) = \begin{cases} [0, x) & 0 < x \leq 1 \\ 0 & x = 0 \end{cases} \tag{2.1}$$

讨论在以下各点处 A 是否为闭的: $x^{(1)} = 0, x^{(2)} = \frac{1}{2}$

解.

- 对于 $x^{(1)} = 0$，A 在该点处是闭的；
- 对于 $x^{(2)} = \frac{1}{2}$，设 $x^{(k)} = \frac{1}{2} + \frac{1}{k}, y^{(k)} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2k}$

  所以 $\bar{x} = \lim_{k \to +\infty} x^{(k)} = \frac{1}{2}, \bar{y} = \lim_{k \to +\infty} y^{(k)} = \frac{1}{2}$

  由于 $A(\bar{x}) = [0, \frac{1}{2})$，因此 $\bar{y} = \frac{1}{2} \notin A(\bar{x})$，所以 A 在 $x^{(2)} = \frac{1}{2}$ 处不是闭的

□