作业（4）

1．用对偶单纯形法解下列问题：

$$(1)\begin{cases}\min\ 4x_1+6x_2+18x_3\\ s.t.\quad x_1\qquad +3x_3\ge 3\\ \qquad\quad x_2+2x_3\ge 5\\ \qquad x_1,x_2,x_3\ge 0\end{cases}$$

$$(3)\begin{cases}\max\ x_1+x_2\\ s.t.\quad x_1-x_2-x_3=1\\ \qquad -x_1+x_2+2x_3\ge 1\\ \qquad x_1,x_2,x_3\ge 0\end{cases}$$

$$(4)\begin{cases}\min\ 4x_1+3x_2+5x_3+x_4+2x_5\\ s.t.\quad -x_1+2x_2-2x_3+3x_4-3x_5+x_6\quad +x_8=1\\ \qquad x_1+x_2-3x_3+2x_4-2x_5\qquad +x_8=4\\ \qquad\qquad -2x_3+3x_4-3x_5\quad +x_7+x_8=2\\ \qquad x_j\ge 0,\ j=1,\cdots,8\end{cases}$$

2．给定下列线性规划问题：

$$\begin{aligned}&\min -2x_1-x_2+x_3\\ &s.t.\quad x_1+x_2+2x_3\le 6\\ &\qquad\ x_1+4x_2-x_3\le 4\\ &\qquad\ x_1,x_2,x_3\ge 0\end{aligned}$$

它的最优单纯形表如下表：

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	
x_3	0	-1	1	$\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$
x_1	1	3	0	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{14}{3}$
	0	-6	0	$-\frac{1}{3}$	$-\frac{5}{3}$	$-\frac{26}{3}$

（1） 若右端向量$b=\begin{bmatrix}6\\4\end{bmatrix}$改为$b'=\begin{bmatrix}2\\4\end{bmatrix}$，原来的最优基是否还是最优基？利用原来的最优表求新问题的最优表。

（2） 若目标函数中x_1的系数由$c_1=-2$改为c_1'，那么c_1'在什么范围内时原来的最优解也

是新问题的最优解？

3．考虑下列线性规划问题：

$$\begin{aligned} \max\ & -5x_1+5x_2+13x_3 \\ s.t.\ & -x_1+x_2+3x_3\le 20 \\ & 12x_1+4x_2+10x_3\le 90 \\ & x_1,x_2,x_3\ge 0 \end{aligned}$$

先用单纯形方法求出上述问题的最优解，然后对原来问题分别进行下列改变，试用原来问题的最优表求新问题的最优解：

（1） 目标函数中 x_3 系数 c_3 由 13 改变为 8；

（2） b_1 由 20 改变为 30；

（3） b_2 由 90 改变为 70；

（4） A 的列由 $\begin{bmatrix}-1\\12\end{bmatrix}$ 改变为 $\begin{bmatrix}0\\5\end{bmatrix}$；

（5） 增加约束条件：$2x_1+3x_2+5x_3\le 50$ 。

Homework（4）

1. Solve the following maximization problem by dual simplex method:

$$(1)\begin{cases} \min\ 4x_1+6x_2+18x_3 \\ s.t.\quad x_1 \qquad +3x_3\ge 3 \\ \qquad\quad x_2+2x_3\ge 5 \\ \qquad x_1,x_2,x_3\ge 0 \end{cases}$$

$$(3)\begin{cases} \max\ x_1+x_2 \\ s.t.\quad x_1-x_2-x_3=1 \\ \qquad -x_1+x_2+2x_3\ge 1 \\ \qquad x_1,x_2,x_3\ge 0 \end{cases}$$

$$(4)\begin{cases} \min\ 4x_1+3x_2+5x_3+x_4+2x_5 \\ s.t.\quad -x_1+2x_2-2x_3+3x_4-3x_5+x_6 \quad +x_8=1 \\ \qquad x_1+x_2-3x_3+2x_4-2x_5 \qquad +x_8=4 \\ \qquad\qquad -2x_3+3x_4-3x_5 \quad +x_7+x_8=2 \\ \qquad x_j\ge 0, j=1,\cdots,8 \end{cases}$$

2. While solving the following linear programming problem using the simplex method, we get the following optimal tableau:

$$\begin{aligned}
&\min -2x_1 - x_2 + x_3 \\
&s.t. \quad x_1 + x_2 + 2x_3 \le 6 \\
&\qquad x_1 + 4x_2 - x_3 \le 4 \\
&\qquad x_1, x_2, x_3 \ge 0
\end{aligned}$$

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	
x_3	0	-1	1	$\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$
x_1	1	3	0	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{14}{3}$
	0	-6	0	$-\frac{1}{3}$	$-\frac{5}{3}$	$-\frac{26}{3}$

（1） Will the optimal basis change if we change $b=\begin{bmatrix}6\\4\end{bmatrix}$ to $b'=\begin{bmatrix}2\\4\end{bmatrix}$?

（2） Suppose the coefficient of x_1 in the objective function is changed from $c_1=-2$ to c_1'. In what range is c_1', the original optimal solution is also the optimal solution of the new problem?

3. Solve the following maximization problem by simplex method. and then answer the following questions with the help of the final tableau.

$$\begin{aligned}
&\max -5x_1 + 5x_2 + 13x_3 \\
&s.t. \quad -x_1 + x_2 + 3x_3 \le 20 \\
&\qquad 12x_1 + 4x_2 + 10x_3 \le 90 \\
&\qquad x_1, x_2, x_3 \ge 0
\end{aligned}$$

（1） Will the optimal basis change if we change the coefficient of x_3 in the objective function from 13 to 8?

（2） Will the optimal basis change if we change b_1 from 20 to 30?

（3） Will the optimal basis change if we change b_2 from 90 to 70?

（4） Will the optimal basis change if we change the first row of A from $\begin{bmatrix}-1\\12\end{bmatrix}$ to $\begin{bmatrix}0\\5\end{bmatrix}$?

（5） Find the optimal solution if we add one $2x_1+3x_2+5x_3 \le 50$ to the original problem.