**多天线仿真说明**

1. **波达方向估计**

波达方向估计又称为DOA估计，指利用阵列天线流形确定来波角度，从而对发射源进行角度上的定位。

考虑单信号入射情况，假设入射角度为。其中为方位角，为俯仰角，记为阵列在方向的导向矢量，为导频信号，为噪声向量，则接收信号可写为：



DOA估计的目的是准确估计出的值。

* 1. **常规波束形成（CBF）算法**

接收信号同导向矢量有关，同时导向矢量包含了入射角度的信息。接收阵列流形确定后，一个入射角度唯一地对应了一个导向矢量。因此，若在入射角度上展开搜索，依次用每个入射角度对应的导向矢量去匹配接收的导向矢量，可选择匹配度最高的导向矢量对应的角度作为对的估计。

任一入射角度对应导向矢量同接收信号的互相关函数为：



式中，为有用信号的功率，且假设噪声的期望为0。则DOA估计问题可转化为：



* 1. **常规多重信号分类（MUSIC）算法**

MUSIC算法将接收信号的自相关矩阵进行特征分解，得到与信号分量相对应的信号子空间和与信号分量相正交的噪声子空间，然后利用这两个子空间的正交性来估计入射角度。



对进行特征分解有：



式中：为大特征值对应的特征矢量张成的信号子空间；为大特征值组成的对角阵；为小特征值对应的特征矢量张成的噪声子空间；为小特征值组成的对角阵。

因为信号子空间与噪声子空间相互正交，因此：



从而，MUSIC算法的谱估计公式可以写为：



相比CBF法，MUSIC算法拥有更高的空间分辨率。

* 1. **抗干扰的多重信号分类（MUSIC）算法**

抗干扰的MUSIC算法与常规MUSIC算法的区别在于不再直接对接收信号的自相关矩阵进行特征分解，而是先接收导频信号与本地导频信号做互相关，得到互相关矢量，使用互相关矢量构造自相关矩阵，再对构造的自相关矩阵进行特征分解，得到与信号分量相对应的信号子空间和与信号分量相正交的噪声子空间，然后利用这两个子空间的正交性来估计入射角度。





对进行特征分解有：



式中矩阵含义同常规MUSIC算法。

谱估计公式可以写为：



计算互相关矢量的过程，相当与对接收导频信号做了时域滤波，消除了干扰的影响。相比常规MUSIC算法，此算法拥有很好的抗干扰能力。

* 1. **DOA估计误差与信噪比的关系**

目标方位角在-30～+30度随机取值情况下，CBF、MUSIC、Anti-MUSIC三种算法在-10～20dB信噪比下的DOA估计误差。DOA估计判决刻度分辨率为0.5度。

 

三种方法对DOA的估计都是无偏的；在低信噪比下，CBF和Anti-MUSIC算法性能相当，但都优于常规MUSIC算法。

* 1. **DOA估计误差与信干比的关系**

目标方位角为0度，干扰方位角为11度，此时干扰信号与期望信号的空间特征相似度为6dB，信噪比取20dB。CBF、MUSIC、Anti-MUSIC三种算法在-10～20dB信干比下的DOA估计误差。DOA估计判决刻度分辨率为0.5度。

 

CBF和Anti-MUSIC算法性能相当且对DOA估计是无偏的；常规MUSIC无法区分干扰信号和期望信号，即不具备抗干扰能力。

* 1. **DOA估计误差与方位角的关系**

信噪比取0dB，CBF、MUSIC、Anti-MUSIC三种算法在-30～+30度目标方位角下的DOA估计误差。DOA估计判决刻度分辨率为0.5度。

 

三种方法对DOA的估计基本是无偏的； CBF和Anti-MUSIC算法性能相当，但都优于常规MUSIC算法；目标方位角越靠近0度，DOA估计越准确，这是因为方位角越靠近0度，邻近角度对应的导向矢量（空间特征）相似度越低，有利于DOA估计。

1. **自适应接收波束形成**

接收波束形成通过将的各路接收信号加权合并来实现。利用不同接收通道的噪声互不相关的特点，可以有效提高接收信号的信噪比（SNR）；同时，如果有多个入射方向不同的信号，空域滤波器可以利用信号空间特征（即导向矢量）不同的特点，在增强期望方向信号的同时抑制其他方向的信号，从而有效提高信号的信干比（SIR）。

个接收通道的空域滤波器可以表示为：



式中，为接收信号加权合并的结果，即空域滤波器输出；为空域滤波器系数，也叫接收波束形成权值；为多路接收信号。

对多路信号加权合并的目的是让这些路信号中的有用信号实现相位对齐，从而带来接收阵列增益。假设路信号的噪声均为白噪声，且功率相等均为。

合并前，每一路信号的接收信噪比为：



则合并后信号信噪比可写为：



假设各路信号中，有用信号的幅值均相等，为，则单路信号信噪比为，合并后信号信噪比为。同合并之前相比，合并后信噪比有了倍增益。

* 1. **最小均方误差准则（MMSE）**

MMSE准则思想是在发射端发射一组已知的训练序列，在接收端寻找一组权值，使得合并后信号同已知训练序列的均方误差最小。假设训练序列为，接收到的信号为，寻找的权值为，此时误差，最小化均方误差的问题可写为：



式中，是的自相关矩阵，是信号和训练序列的互相关向量。

是的凸函数，有全局最优解，将和 看做独立变量，对求偏导，并令偏导为0，最终可得：



又称为接收波束形成的维纳（Wiener）解。

* 1. **最小均方误差准则的最陡下降法（LMS）**

为了避免矩阵求逆，可以使用最陡下降法得到无约束最优化问题的解。最陡下降法是一种迭代算法，它利用负梯度方向是使函数值下降最快的方向这一特点，在迭代的每一步以负梯度方向更新权值，迭代解最终趋于Wiener解。

均方误差关于的梯度为：



因此，权值的迭代过程为：



式中，为每次迭代的步长，选取合适的可以使迭代收敛。

为了能使LMS算法在有限的导频长度下完成收敛，采用变步长LMS算法。基本策略是，在迭代初期选用大步长进行迭代计算，在迭代中后期选用小步长。

迭代初期变步长策略：



在迭代初期，步长是关于误差的S型函数，通过调整参数可以通过很少的迭代次数使得误差降到较低的水平。但当误差小到一定程度后，该变步长方法易出现震荡的现象，使结果无法进一步收敛，这时就需要配合使用其他变步长策略完成收敛。

迭代中后期变步长策略：



在迭代中后期，步长是关于误差的指数衰减函数，且步长收敛于预先指定的最小步长。通过调整参数可以调整步长衰减速度。

* 1. **最陡下降法的收敛性**

目标方位角为0度，干扰方位角为11度，此时干扰信号与期望信号的空间特征相似度为6dB。固定信干比取-3dB，LMS算法在-10、0、10、20dB信噪比下的收敛情况如左下图所示。固定信噪比取20dB，LMS算法在-10、-3、0、3dB信干比下的收敛情况如右下图所示。

 

在高信噪比或高信干比下的收敛性能优于低信噪比或信干比；在分别给出的两组信噪比和信干比下，最陡下降法都能收敛于最优解。

* 1. **自适应接收波束方向性**

信噪比取20dB，MMSE和LMS两种算法在-30～+30 度目标方位角下的方向性。

 

MMSE算法的波束方向性要略优于LMS；由于期望方向越靠近0度，波束宽度越窄，故方向性越好，但0度方向性与30度方向性差异在2dB以内。

* 1. **自适应接收波束抗干扰能力**

目标方位角为0度，干扰方位角为11度，此时干扰信号与期望信号的空间特征相似度为6dB，信噪比取20dB。MMSE和LMS两种算法在-10～20dB信干比下的抗干扰能力。

 

MMSE算法的波束方向性要略优于LMS；信干比越小，自适应波束在干扰方向形成的零陷越深。

* 1. **DOA估计与通道误差的关系**

目标方位角在-30～+30度随机取值情况下，信噪比取20dB。通道幅度误差均匀分布且最大值取0～10dB，无相位误差，CBF、MUSIC、Anti-MUSIC三种算法的DOA估计误差如左下图所示；无通道幅度误差，相位误差均匀分布且最大值取0～10度，CBF、MUSIC、Anti-MUSIC三种算法的DOA估计误差如右下图所示。

 

各通道间的幅度差异不影响DOA估计的结果。因此，DOA估计对接收通道校准的容错率较高，并且接收通道校准可以只进行相位上的校准而不考虑幅度上差异。

值得注意的是，对于具有定向阵元的阵列，做DOA估计时使用的导向矢量应只考虑阵列流形而不考虑阵元的方向性，这样相当于在同一水平上估计空间谱，对接收通道幅度差异的容错率较高。若使用的导向矢量考虑阵元的方向性，在做空间特征（导向矢量）匹配时为最佳匹配，具有较高的空谱分辨率，如下图所示，但对空间谱的估计不是在同一水平上的，对接收通道幅度差异的容错率较低。



* 1. **自适应接收波束与通道误差的关系**

由于自适应接收波束权系数的通过接收导频和本地导频计算出的，而通道间的幅度误差和相位误差的影响是附加在多路接收导频上的，对多路信号加权合并的目的是让这些路信号中的有用信号实现相位对齐，所以，自适应波束权系数的计算是包含了通道误差的。即一定范围内的通道误差不会影响自适应接收波束形成的方向性和抗干扰能力。



* 1. **发射波束形成与通道误差的关系**

目标方位角在0度情况下，信噪比取20dB。通道幅度误差均匀分布且最大值取0～10dB，无相位误差，CBF、发射波束形成的方向性如左下图所示；无通道幅度误差，相位误差均匀分布且最大值取0～10度，发射波束形成的方向性如右下图所示。

