



ТРУДЫ ЛАБОРАТОРИИ  
ЯЗЫКОВЫХ ИНСТРУМЕНТОВ

Выпуск 5

Санкт-Петербург, 2017



# Предисловие

Здесь будет аннотация

*куратор лаборатории Д.Булочев*

## Оглавление

Расширенный реляционный поиск с лучшей способностью к опровержению .....	5
<i>Д.А.Розплогас</i>	
Применение парсер-комбинаторов для разбора булевых грамматик.....	35
<i>З.И.Курбатова</i>	
Поддержка расширенных контекстно-свободных грамматик в алгоритме синтаксического анализа Generalized LL .....	55
<i>А.В.Горохов</i>	
Компиляция сертифицированных F*-программ в надежные Web-приложения .....	78
<i>М.И.Полубелова</i>	
Синтаксический анализ данных, представленных в виде контекстно-свободной грамматики .....	119
<i>Д. А. Ковалев</i>	
Разработка механизма использования OpenCL-кода в программах на F# .....	141
<i>К. П. Смиренко</i>	
Синтаксический анализ графов с помощью парсер-комбинаторов .....	152
<i>С.К. Смолина</i>	

# Расширенный реляционный поиск с лучшей способностью к опровержению

Розплогас Дмитрий Александрович

Санкт-Петербургский государственный академический  
университет  
`rozplokhas@gmail.com`

**Аннотация** MiniKanren — язык, позволяющий писать программы в реляционном стиле, то есть описывать все функции как отношения. Это позволяет извлекать различные поведения из определения функции, например запускать её в обратную сторону (так, функция сортировки списка становится генератором всех перестановок заданного списка). К сожалению, из-за особенностей языка, наивно написанные программы часто не позволяют использовать эту двойственность эффективно. Для написания реляционных программ, способных на это, используются различные сложные эвристики, применение которых требует знания внутреннего устройства языка. В данной работе предлагается расширение поиска, заложенного в язык MiniKanren, делающее обращение многих простых программ эффективным. Также доказывается, что, в некотором смысле, способность к обращению гарантированно не ухудшается при расширении поиска, и приводится несколько примеров содержательных программ, исправляемых данным расширением.

## Введение

Реляционное программирование — парадигма, в которой программа рассматривается не как функция из входных данных в выходные, а как некоторое отношение между этими

данными. Благодаря этому в реляционном языке мы можем сообщить лишь часть информации о входных и выходных данных, а остальная информация будет восстановлена в процессе исполнения программы. Такой подход позволяет извлекать множество различных поведений из декларативного описания программы и, соответственно, предоставляет элегантные решения для нетривиальных задач. Например, сортировка, написанная на реляционном языке, может быть использована для генерации всех перестановок заданного списка, функция проверки типа — для вывода типа или перечисления обитателей типа, а интерпретатор некоторого языка — для синтеза программ на этом языке с определенными свойствами.

Специально для программирования в этой парадигме был разработан язык MiniKanren [1], ставший прародителем множества диалектов. MiniKanren позволяет описывать отношения между логическими переменными и формулировать запросы с этими отношениями, фиксируя значения некоторых переменных. Подходящие значения остальных переменных находятся поиском, лежащим в основе языка. В действительности, часто эти отношения можно задать вполне естественным путём. Рассмотрим классический пример: отношение конкатенации двух списков, написанное на одном из диалектов MiniKanren:

```
let rec appendo a b ab =
  (a ≡ [] ∧ ab ≡ b) ∨
  (fresh (h t tb)
    (a ≡ h :: t) ∧
    (appendo t b tb) ∧
    (ab ≡ h :: tb))
```

Конкретный синтаксис будет детально рассмотрен позже, но и без его знания несложно заметить, что данное определение очень похоже на определение функции конкатенации, написанной на некотором функциональном языке с помощью сопоставления с образцом. Разбирается два случая: является первый список пустым или нет, и во втором случае определе-

ние задается рекурсивно. Но определив конкатенацию как отношение мы получаем возможность не только соединять два заданных списка (зафиксировав значения аргументов *a* и *b* и оставив *ab* свободным), но и, например, найти все разбиения заданного списка на две части (зафиксировав *ab* и оставив *a* и *b* свободными).

В то же время, использование данного подхода имеет некоторые ограничения. Поиск с чередованием, лежащий в основе языка MiniKanren, гарантированно найдет каждое решение за конечное время, однако он зачастую не может определить, когда решений больше не остается, и продолжает работу бесконечно. Даже в простейшем примере использования `append`<sup>o</sup> для генерации разбиений списка программа не завершится, если не задать явно количество запрашиваемых решений и не оборвать поиск после того как они найдены. Такое поведение реляционных программ встречается повсеместно, особенно среди написанных наиболее простым способом.

Отношение называется опровергающе полным (refutationally complete [2]), если поиск по нему всегда завершается, когда решений нет. Отношения такого типа являются предпочтительными, так как возможность не фиксировать заранее число решений может быть полезна, например, если количество всех решений сложно вычислить, или если мы хотим использовать реляционную программу для доказательства отсутствия решений. Кроме того, незавершаемость поиска зачастую является показателем неэффективного пути поиска решений, поэтому опровергающе полные отношения обычно позволяют находить решения быстрее.

Чтобы сделать определение `append`<sup>o</sup> опровергающе полным достаточно переместить рекурсивный вызов в конец конъюнкции. К сожалению, в более сложных примерах проблема не решается простым изменением порядка. В настоящее время содержательные программы на MiniKanren пишутся с использованием сложных эвристик, реализация (и даже понимание) которых требует значительных усилий и значительного пони-

мания внутреннего устройства языка, что в некотором роде противоречит его декларативной природе.

Мотивация данной работы — позволить программисту писать простые опровергающе полные отношения, для чего предлагается изменение заложенного в язык поиска. Хотя в общем случае задача сделать отношение опровергающе полным неразрешима (так, не существует опровергающе полных интерпретаторов для Тьюринг-полных языков: с их помощью очевидно решалась бы проблема останова), она может быть решена единым способом для ряда важных программ.

## 1 Постановка задачи

Целью данной работы является расширение алгоритма поиска в языке MiniKanren, благодаря которому большее число программ стало бы опровергающе полными. Более конкретно, мы хотим предложить подход, изменяющий стратегию поиска решения, основываясь на определенном критерии незавершаемости программ.

Для достижения этой цели были поставлены следующие задачи:

- сформулировать критерий незавершаемости реляционных программ и сконструировать расширенный алгоритм поиска на его основе;
- доказать корректность предложенного критерия;
- реализовать расширенный алгоритм и апробировать его на ряде содержательных примеров отношений.

## 2 Обзор

Язык MiniKanren разрабатывался как минималистичный, декларативный и чистый (без побочных эффектов) логический язык, основанный на идее поиска с чередованием [3].



Он является встраиваемым предметно-ориентированным языком (изначально для Scheme), что позволяет изолированно использовать реляционный подход в программах на других языках. Простота внутреннего устройства языка также даёт возможность удобно реализовывать различные расширения, такие как инструменты для программирования в ограничениях (constraint programming) [4] и номинального логического программирования (nominal logic programming) [5].

На данный момент MiniKanren применяется главным образом для реализации и использования реляционных интерпретаторов. Эта техника позволяет генерировать программы со сложным поведением, такие как “квайны” [6], а также генерировать программы по наборам тестов [7]. В то же время, для приемлемой эффективности эти программы требуют ряда эвристических оптимизаций, отличающихся в каждом конкретном случае, поэтому для их реализации нужны значительные усилия. Характерным примером является контраст [2] между наивной реализацией отношений двоичной арифметики и изобретательной, но неинтуитивной реализацией её опровергающе полной версии [8]. Этот пример будет рассмотрен подробнее в разделе 5.

На сегодняшний день существует более 30 версий MiniKanren для разных внешних языков [11]. В качестве базы данного исследования мы используем OCanren [9] — типизированное встраивание MiniKanren в язык OCaml.

## 2.1 Описание языка

Базовыми элементами синтаксиса являются идентификаторы (для них будут использоваться обозначения  $x, x_1, x_2, \dots$ ) и термы (для них будут использоваться обозначения  $t, t_1, t_2, \dots$ ). Термы создаются с помощью конструкторов произвольной аргументности (возможно, аргументности 0 — констант), определенных во внешнем языке, которые применяются к идентификаторам или другим термам. Например, `[]` и `1 :: (2 :: [])` являются

ся термами, не содержащими идентификаторов, а  $\text{hd} :: []$  — терм с идентификатором.

Отношения в языке задаются целями (goals, для них будут использоваться обозначения  $g, g_1, g_2, \dots$ ), которые в наиболее простой версии ОСанген могут быть сконструированы с помощью четырех примитивов: унификации двух термов ( $t_1 \equiv t_2$ ), конъюнкции целей ( $g_1 \wedge g_2$ ), дизъюнкции целей ( $g_1 \vee g_2$ ) и введения “свежей” логической переменной (**fresh**  $(x) g$ ). Также могут использоваться вызовы функций-отношений (в том числе рекурсивные) с помощью внешнего языка ( $r^k t_1 \dots t_k$  для вызова отношения с именем  $r^k$  арности  $k$ ).

В программе описывается информация о связи между логическими переменными (для них будут использоваться обозначения  $\alpha, \alpha_1, \alpha_2, \dots$ ), которая выражается в виде подстановок (для них будут использоваться обозначения  $\sigma, \sigma_1, \sigma_2, \dots$ ), унифицирующих термы [10]. Мы будем использовать их здесь не определяя, сохраняя обозначения, используемые в статье. Мы также будем обозначать через  $\text{mgu}(t_1, t_2)$  наиболее общий унификатор для двух термов  $t_1$  и  $t_2$ , вычисляемый простейшим алгоритмом унификации, представленным в статье.

Чтобы описать алгоритм исполнения реляционных программ, мы выпишем операционную семантику большого шага для языка ОСанген. А именно, опишем отношение  $\Gamma, \iota \vdash (\sigma, \delta) \xrightarrow{g} S$ , где  $\Gamma$  — множество определенных в программе отношений (задается отображением из имени отношения в определение),  $\iota$  — интерпретация идентификаторов (также являющаяся подстановкой), состояние задается парой из  $\sigma$  — подстановки и  $\delta$  — множества логических переменных, известных на данный момент, и наконец  $S$  — конечное мультимножество состояний, являющееся результатом исполнения отношения  $g$  с начальным состоянием  $(\sigma, \delta)$  в данном окружении. Данная семантика описывает только исполнение отношений, поиск по которым конечен. Нам потребуется формальное описание только для таких отношений, поведение программ с бес-

конечным поиском можно понять по аналогии: поиск производится в бесконечном дереве, построенном по тем же правилам, решения возвращаются по мере нахождения, что позволяет оборвать поиск и получить конечное подмножество решений.

$$\Gamma, \iota \vdash (\sigma, \delta) \xrightarrow{t_1 \equiv t_2} \emptyset, \quad mgu(t_1 \iota \sigma, t_2 \iota \sigma) = \perp \quad [\text{UNIFYFAIL}]$$

$$\Gamma, \iota \vdash (\sigma, \delta) \xrightarrow{t_1 \equiv t_2} (\sigma \Delta, \delta), \quad mgu(t_1 \iota \sigma, t_2 \iota \sigma) = \Delta \neq \perp \quad [\text{UNIFYSUCCESS}]$$

$$\frac{\Gamma, \iota \vdash (\sigma, \delta) \xrightarrow{g_1} S_1 \quad \Gamma, \iota \vdash (\sigma, \delta) \xrightarrow{g_2} S_2}{\Gamma, \iota \vdash (\sigma, \delta) \xrightarrow{g_1 \vee g_2} S_1 \uplus S_2} \quad [\text{DISJ}]$$

$$\frac{\Gamma, \iota \vdash (\sigma, \delta) \xrightarrow{g_1} \{(\sigma_1, \delta_1), \dots, (\sigma_n, \delta_n)\} \quad \Gamma, \iota \vdash (\sigma_i, \delta_i) \xrightarrow{g_2} S_i}{\Gamma, \iota \vdash (\sigma, \delta) \xrightarrow{g_1 \wedge g_2} \uplus_i S_i} \quad [\text{CONJ}]$$

$$\frac{\Gamma, \iota[x \leftarrow \alpha] \vdash (\sigma, \delta \cup \alpha) \xrightarrow{g} S, \alpha \notin \delta}{\Gamma, \iota \vdash (\sigma, \delta) \xrightarrow{\text{fresh } (x) g} S} \quad [\text{FRESH}]$$

$$\frac{\Gamma, \epsilon[x_1 \leftarrow v_1, \dots, x_k \leftarrow v_k] \vdash (\epsilon, \delta) \xrightarrow{g} \{(\sigma_1, \delta_1), \dots, (\sigma_n, \delta_n)\}}{\Gamma, \iota \vdash (\sigma, \delta) \xrightarrow{r^k t_1 \dots t_k} \{(\sigma \sigma_1, \delta_1), \dots, (\sigma \sigma_n, \delta_n)\}}, \quad [\text{INVOKE}]$$

$$v_i = t_i \iota \sigma, \quad \Gamma(r^k) = \lambda x_1 \dots x_k. g$$

Рис. 1: Семантика языка OCapgen

При выполнении унификации к термам сначала применяется интерпретация (каждый идентификатор в терме заменяется на соответствующее значение), а затем текущая подстановка. Программа корректна, лишь когда для каждого идентификатора интерпретация определена на нём в момент его

вычисления. Для полученных термов вычисляется наиболее общий унификатор, и, если его не существует (термы невозможно унифицировать), то результатом является пустое мультимножество, так как решений нет (правило UNIFYFAIL). Если наиболее общий унификатор существует, подстановка в состоянии превращается в композицию изначальной подстановки с ним — добавляется информация полученная при унификации (правило UNIFYSUCCESS).

При исполнении дизъюнкции двух целей их результаты объединяются (правило DISJ). При исполнении конъюнкции двух целей к результатам исполнения первой применяется вторая (информация из второй добавляется к информации, полученной из первой), после чего все результаты объединяются (правило CONJ).

Оператор **fresh** связывает с идентификатором логическую переменную, ранее не использовавшуюся (правило FRESH).

При вызове отношения с именами аргументов  $x_1, \dots, x_k$  и телом  $g$ , с именами аргументов связываются значения соответствующих термов с начальной подстановкой, после чего тело выполняется с пустой начальной подстановкой (обозначена здесь  $\epsilon$ ), все результаты совмещаются с начальной подстановкой (правило INVOKE).

Используя данный алгоритм исполнения программ, мы можем восстанавливать часть информации об аргументах отношения, заменив в изначальной интерпретации их значения логическими переменными и рассмотрев значения этих переменных в подстановках-результатах. Если эти значения будут в свою очередь также содержать логические переменные, данный результат будет кодировать целое множество возможных решений, в которых вместо каждой логической переменной подставлены всевозможные значения подходящего типа. Например, для отношения **append**<sup>o</sup> с фиксированным первым аргументом в семантике выводимо следующее утверждение:

$$\begin{aligned} \Gamma, [b \leftarrow \alpha, ab \leftarrow \alpha'] \vdash (\epsilon, \{\alpha, \alpha'\}) \\ \xrightarrow{\text{append}^o (1::2::[]) \ b \ ab} \\ \{([\alpha' \leftarrow 1 :: 2 :: \alpha], \{\alpha, \alpha'\})\} \end{aligned}$$

То есть корректным решением будет любой список в качестве второго аргумента, и этот же список с элементами 1, 2, добавленными в начало, в качестве третьего.

## 2.2 Описание проблемы

Важная особенность алгоритма исполнения реляционных программ состоит в том, что при вычислении дизъюнкции поиск в двух ветках производится параллельно (это позволяет найти каждый ответ через конечное время), а при вычислении конъюнкции он производится последовательно (невозможно запустить поиск во второй ветке, не получив решения из первой). Последнее приводит к зависимости поведения программы от порядка, в котором записаны конъюнкты. Например, если поиск в первом конъюнкте не завершается, он не завершится и во всей конъюнкции, даже если поиск во втором конъюнкте (как и поиск при обратном порядке) немедленно завершается без решений.

Данный эффект является распространенной причиной незавершаемости и, соответственно, опровергающей неполноты наивных программ. В частности, из-за него не завершается поиск всех разбиений списка с помощью наивной версии `append`<sup>o</sup>: когда происходит рекурсивный вызов, мы не знаем значение `tb` (информация о нем содержится в следующем конъюнкте), как и значение двух других аргументов, поэтому в рекурсивном вызове происходит бесконечное перечисление всех пар списков вместе с их конкатенацией. Хотя для `append`<sup>o</sup> можно выбрать порядок, при котором поиск всегда будет завершаться при отсутствии решений, в более сложных случаях этот порядок может быть разным для разных запросов (разной информации, сообщенной изначально), и написать

опровергающе полное определение таким способом невозможно. Наш подход будет сосредоточен на борьбе именно с этим эффектом.

На данный момент неизвестно, возможно ли эффективно реализовать поиск для конъюнкции таким образом, чтобы сделать её коммутативной. Существует очевидный способ: испытать все порядки и завершить исполнение, как только поиск с одним из них завершится, однако из-за экспоненциального числа вариантов в худшем случае этот способ непрактичен для всех программ, кроме простейших. Возможно, коммутативность конъюнкции можно симулировать, совместив несколько нетривиальных расширений языка [2], но конкретный способ и его эффективность пока не известны. Мы используем альтернативный подход, не изменяющий способ поиска для конъюнкции, а изменяющий порядок конъюнктов в процессе исполнения программы.

### 3 Расширение поиска

Предлагаемое нами расширение также заключается в перезапусках поиска с различными порядками конъюнктов. Однако теперь перезапуск будет происходить только при необходимости, когда расходимость поиска с текущим порядком неизбежна. Для определения этой необходимости мы предлагаем конкретный критерий незавершаемости реляционных программ.

#### 3.1 Критерий незавершаемости

Критерий формулируется так: если при исполнении вызова некоторого отношения со значениями аргументов  $a_1, \dots, a_k$  происходит рекурсивный вызов этого отношения со значениями аргументов  $b_1, \dots, b_k$ , которые являются более общими (существует подстановка  $\tau$ , такая, что  $\forall i \ b_i \tau = a_i$ ), то исполнение этой программы никогда не завершится. Например, вызов отношения `append`<sup>o</sup> с фиксированным значением аргумента

$ab$  и свободными остальными удовлетворяет этому критерию: происходит рекурсивный вызов с тремя разными логическими переменными в качестве аргументов, которые могут быть приведены подстановкой к любому другому набору аргументов.

Интуитивно, такая ситуация гарантированно приводит к расходимости, потому что если во внешнем вызове исполнение дошло до рекурсивного вызова, не встретив противоречия, то это произойдет и в рекурсивном вызове, которому сообщено не больше информации, поэтому произойдет рекурсивный вызов внутри рекурсивного вызова и так далее, цикл никогда не будет прерван. Формальное доказательство этих соображений приведено в разделе 4.

Корректность критерия, которая будет доказана, состоит в его односторонней ошибке: если критерий выполнен, то программа гарантированно не завершится, но если он не выполнен, мы ничего не можем сказать о завершаемости программы. В действительности, если мы возьмем любое отношение и добавим к нему дополнительный аргумент — счетчик вызовов — то при исполнении этого отношения критерий никогда не будет выполнен (дополнительный аргумент всегда будет менее общим), независимо от реального поведения программы. Однако, как показывает практика, критерий позволяет обнаружить расходимость для всех естественных отношений.

### 3.2 Изменение порядка

Простейшим способом реализации изложенной идеи было бы при срабатывании критерия откатиться до ближайшей конъюнкции, у которой мы обнаружили расходимость в первой ветке, и поменять местами её конъюнкты. Такой способ работает, например, для `append`: первым же изменением мы переместим рекурсивный вызов в конец и получим опровергающе полное отношение. Однако для более содержательных программ этот способ будет работать недостаточно успешно по нескольким причинам.

Во-первых, если после изменения в первой ветке снова обнаружится расходимость, порядок изменится на изначальный и мы попадем в бесконечный цикл перехода между этими двумя порядками. При этом возможно, что информация, достаточная для завершения, может быть получена изменением порядка в одной из более ранних конъюнкций. Например, если причиной незавершаемости является неправильный порядок в некотором отношении, но расходимость обнаруживается только в другом, которое им вызывается. Чтобы избежать этого, необходимо каким-то образом хранить информацию об уже сделанных изменениях и не повторять их.

Во-вторых, если мы изменяем порядок, только меняя местами конъюнкты конъюнкции из двух элементов, мы сможем получить только небольшую долю порядков для длинных конъюнкций. Например в конъюнкции  $g_1 \wedge (g_2 \wedge g_3)$  мы никогда не сможем получить порядок  $g_2 \wedge g_1 \wedge g_3$ , и поэтому не сможем исправить отношение, если это единственный порядок, который приводит к завершаемости. Поэтому нужны более сложные изменения. Для простоты будем считать, что конъюнкции более чем из двух элементов всегда ассоциированы вправо, то есть любая цель представляется в виде  $g_1 \wedge (g_2 \wedge (\dots \wedge g_k) \dots)$  для некоторого  $k \geq 1$ , где все  $g_i$  не являются конъюнкциями (привести программу к такому виду очень просто).

Расширенный поиск, удовлетворяющий указанным требованиям, снова опишем с помощью операционной семантики большого шага. Отношение  $\Gamma, \iota, h, p \vdash (\sigma, \delta) \xrightarrow{g}_e r$  будет сходно с отношением, описанным для обычного поиска, но в контекст добавится два элемента:  $h$  — значения аргументов при предыдущем вызове каждой функции (отображение из имени функции-отношения в набор логических термов) для проверки выполнимости критерия и  $p$  — дополнительная информация, необходимая при вычислении конъюнкции с измененным порядком (натуральное число, при исполнении всех целей, кроме конъюнкции, его значение будет равно нулю и будет игнори-



роваться), кроме того результатом в новом отношении может быть либо мультимножество подстановок, как в обычном поиске, либо сигнал о том, что исполнение данной цели не завершится при любых порядках конъюнкций, встречающихся в нём (он будет обозначаться  $\perp$ ).

$$\begin{aligned}
 \Gamma, \iota, h, p \vdash (\sigma, \delta) &\xrightarrow{r^k t_1 \dots t_k}_e \perp, \quad \overline{t_i \iota \sigma} \succeq h(r^k) & [\text{EXTINVOKEFAIL}] \\
 \frac{\Gamma, [x_i \leftarrow v_i], h[r^k \leftarrow \overline{v_1}], 0 \vdash (\epsilon, \delta) \xrightarrow{g}_e \{(\sigma_i, \delta_i)\}}{\Gamma, \iota, h, p \vdash (\sigma, \delta) &\xrightarrow{r^k t_1 \dots t_k}_e \{(\sigma \sigma_i, \delta_i)\}} \\
 \Gamma(r^k) = \lambda \overline{x_i}. g, \quad \overline{t_i \iota \sigma} &\not\succeq h(r^k) & [\text{EXTINVOICESUCCESS}]
 \end{aligned}$$

Рис. 2: Семантика расширенного поиска: вызов отношения

Вызов отношения теперь описывается двумя правилами. Выполняется проверка критерия; здесь отношение “более общий набор термов” обозначается символом  $\succeq$ :

$$(b_1, \dots, b_k) \succeq (a_1, \dots, a_k) \stackrel{def}{\iff} \exists \tau \forall i \quad b_i \tau = a_i$$

и в зависимости от результата либо исполнение прерывается с сигналом о расходимости (правило EXTINVOKEFAIL), либо вызов происходит как раньше (правило EXTINVOICESUCCESS).

Остальные правила переходят в новую семантику в том же виде, добавляются только дополнительные элементы контекста:  $h$  передаётся дальше неизменным, а  $p$  устанавливается в 0.

Помимо этого, добавятся правила, передающие сигнал расходимости выше (кроме случая, когда он был получен при исполнении первого элемента конъюнкции — этот случай будет рассмотрен отдельно).

Осталось описать изменение порядка, когда расходимость обнаруживается в первом конъюнкте. Для некоторой конъюнкции

$$\Gamma, \iota, h, p \vdash (\sigma, \delta) \xrightarrow[t_1 \equiv t_2]{}_e \emptyset, \quad mgu(t_1 \iota \sigma, t_2 \iota \sigma) = \perp \quad [\text{EXTUNIFYFAIL}]$$

$$\Gamma, \iota, h, p \vdash (\sigma, \delta) \xrightarrow[t_1 \equiv t_2]{}_e (\sigma \Delta, \delta), \quad mgu(t_1 \iota \sigma, t_2 \iota \sigma) = \Delta \neq \perp \quad [\text{EXTUNIFYSUCCESS}]$$

$$\frac{\Gamma, \iota, h, 0 \vdash (\sigma, \delta) \xrightarrow{g_1} S_1 \quad \Gamma, \iota, h, 0 \vdash (\sigma, \delta) \xrightarrow{g_2} S_2}{\Gamma, \iota, h, p \vdash (\sigma, \delta) \xrightarrow[g_1 \vee g_2]{}_e S_1 \uplus S_2} \quad [\text{EXTDISJ}]$$

$$\frac{\Gamma, \iota, h, 0 \vdash (\sigma, \delta) \xrightarrow{g_1} \{(\sigma_1, \delta_1), \dots, (\sigma_n, \delta_n)\} \quad \Gamma, \iota, h, 0 \vdash (\sigma_i, \delta_i) \xrightarrow{g_2} S_i}{\Gamma, \iota, h, p \vdash (\sigma, \delta) \xrightarrow[g_1 \wedge g_2]{}_e \uplus_i S_i} \quad [\text{EXTCONJ}]$$

$$\frac{\Gamma, \iota[x \leftarrow \alpha], h, 0 \vdash (\sigma, \delta \cup \alpha) \xrightarrow{g} S, \alpha \notin \delta}{\Gamma, \iota, h, p \vdash (\sigma, \delta) \xrightarrow[\text{fresh}(x) \ g]{}_e S} \quad [\text{EXTFRESH}]$$

Рис. 3: Семантика расширенного поиска: правила нормального исполнения

$$\begin{array}{c}
 \frac{\Gamma, \iota, h, 0 \vdash (\sigma, \delta) \xrightarrow{g_1}_e \perp}{\Gamma, \iota, h, p \vdash (\sigma, \delta) \xrightarrow{g_1 \vee g_2}_e \perp} \quad [\text{DivDisjLeft}] \\
 \\
 \frac{\Gamma, \iota, h, 0 \vdash (\sigma, \delta) \xrightarrow{g_2}_e \perp}{\Gamma, \iota, h, p \vdash (\sigma, \delta) \xrightarrow{g_1 \vee g_2}_e \perp} \quad [\text{DivDisjRight}] \\
 \\
 \frac{\Gamma, \iota, h, 0 \vdash (\sigma, \delta) \xrightarrow{g_1}_e \{(\sigma_1, \delta_1), \dots, (\sigma_n, \delta_n)\} \quad \exists i : \Gamma, \iota, h, 0 \vdash (\sigma_i, \delta_i) \xrightarrow{g_2}_e \perp}{\Gamma, \iota, h, p \vdash (\sigma, \delta) \xrightarrow{g_1 \wedge g_2}_e \perp} \quad [\text{DivConjRight}] \\
 \\
 \frac{\Gamma, \iota[x \leftarrow \alpha], h, 0 \vdash (\sigma, \delta \cup \alpha) \xrightarrow{g}_e \perp, \alpha \notin \delta}{\Gamma, \iota, h, p \vdash (\sigma, \delta) \xrightarrow{\text{fresh } (x) \ g}_e \perp} \quad [\text{DivFresh}] \\
 \\
 \frac{\Gamma, [x_i \leftarrow v_i], h[r^k \leftarrow \overline{v_i}], 0 \vdash (\epsilon, \delta) \xrightarrow{g}_e \perp,}{\Gamma, \iota, h, p \vdash (\sigma, \delta) \xrightarrow{r^k t_1 \dots t_k}_e \perp}, \\
 \Gamma(r^k) = \lambda \overline{x_i}. g, \quad \overline{t_i} \iota \sigma \not\vdash h(r^k) \quad [\text{DivInvoke}]
 \end{array}$$

Рис. 4: Семантика расширенного поиска: распространение сигнала расходимости

юнкции  $g_1 \wedge (g_2 \wedge (\dots \wedge g_k) \dots)$ , если при исполнении  $g_1$  обнаруживается расходимость, мы будем ставить перед ним остальные конъюнкты поочередно, пока расходимость не перестанет обнаруживаться (в лучшем случае — из-за того, что исполнение этого конъюнкта станет завершающимся) или пока конъюнкты не закончатся. Для сохранения информации о том, какой конъюнкт сейчас является кандидатом на место первого, мы и будем использовать дополнительное число в контексте. Мы вкладываем в него следующий смысл: когда конъюнкция выполняется с некоторым  $p$ , это означает, что мы испытали уже  $p$  кандидатов на место первого конъюнкта и эта конъюнкция по сравнению с изначальной выглядит так:  $g_{p+1} \wedge (g_1 \wedge (g_2 \wedge (\dots \wedge (g_p \wedge (g_{p+2} \wedge (\dots \wedge g_k) \dots))) \dots))$ . Для  $p = 0$  это будет изначальный порядок. Если при таком порядке мы обнаружим расходимость в первом конъюнкте, следующим мы будем пробовать порядок  $g_{p+2} \wedge (g_1 \wedge (g_2 \wedge (\dots \wedge (g_{p+1} \wedge (g_{p+3} \wedge (\dots \wedge g_k) \dots))) \dots))$  (правило REORDER). Если же  $g_{p+1}$  был последним конъюнктом, то какой бы конъюнкт мы не поставили первым, исполнение конъюнкции не будет завершаться, поэтому сигнал расходимости можно передавать дальше (правило DIVCONJRIGHT). Для описания этих правил мы будем использовать функцию  $move(p, g)$ , возвращающую конъюнкцию  $g$ , в которой поменены местами конъюнкты с номерами 1 и  $p + 2$  (и возвращающую  $\perp$ , если конъюнктов меньше  $p + 2$ ).

Стоит заметить, что для конъюнкции из  $n$  элементов мы перебираем в худшем случае всего  $\mathcal{O}(n^2)$  порядков, но гарантируем, что среди перебираемых будет порядок, дающий завершаемость, если такие вообще есть. Это сокращение происходит за счет того, что мы не меняем позицию конъюнкта на первом месте, если в нем не обнаруживается расходимость. И это обоснованно, так как любой другой завершающийся порядок останется завершающимся, если вынести этот конъюнкт в самое начало: сам он завершается, а остальные получают не меньше информации, чем раньше.

$$\frac{\Gamma, \iota, h, 0 \vdash (\sigma, \delta) \xrightarrow{g_1}_e \perp}{\Gamma, \iota, h, p \vdash (\sigma, \delta) \xrightarrow{g_1 \wedge g_2}_e \perp}, \quad \text{move}(p, g_1 \wedge g_2) = \perp \quad [\text{DIVCONJRIGHT}]$$

$$\frac{\Gamma, \iota, h, 0 \vdash (\sigma, \delta) \xrightarrow{g_1}_e \perp}{\Gamma, \iota, h, p+1 \vdash (\sigma, \delta) \xrightarrow{g'}_e r}, \quad \text{move}(p, g_1 \wedge g_2) = g' \neq \perp \quad [\text{REORDER}]$$

$$\Gamma, \iota, h, p \vdash (\sigma, \delta) \xrightarrow{g_1 \wedge g_2}_e r$$

Рис. 5: Семантика расширенного поиска: изменение порядка конъюнктов

## 4 Доказательство корректности критерия

В данном разделе будут доказаны корректность предложенного критерия незавершаемости программ и следствие из неё — сохранение опровергающей полноты программы при переходе от стандартного поиска к расширенному.

В начале докажем лемму, описывающую некоторые естественные свойства решений, получаемых поиском.

### Lemma 1.

Для любых  $\Gamma, \iota, \sigma, \delta, g$ , и  $S$ , если

$$\Gamma, \iota \vdash (\sigma, \delta) \xrightarrow{g} S,$$

то для любого  $(\sigma_s, \delta_s) \in S$  существуют подстановка  $\Delta_\sigma$  и множество логических переменных  $\Delta_\delta$ , такие что выполнены следующие условия:

1.  $\sigma_s = \sigma \Delta_\sigma$
2.  $\delta_s = \delta \cup \Delta_\delta$
3.  $(\text{Dom}(\Delta_\sigma) \cup \text{VRan}(\Delta_\sigma)) \cap (\delta \setminus \text{VRan}(\iota\sigma)) = \emptyset$ , где  $\text{Dom}(\sigma)$  — область определения подстановки, а  $\text{VRan}(\sigma)$  — множество логических переменных, встречающихся в термах из множества значений подстановки  $\sigma$ .

*Доказательство.*

Условие 3 означает, что дополнительная информация (подстановка) не связывает значения логических переменных, использовавшихся ранее, но в данный момент не встречающихся в значениях идентификаторов.

Докажем индукцией по дереву вывода семантического отношения.

Случай безуспешной унификации очевиден, так как множество результатов пусто.

В случае успешной унификации подстановкой  $\Delta_\sigma$  является вычисленный наиболее общий унификатор  $mgu(t_1\iota\sigma, t_2\iota\sigma)$ , множество известных логических переменных не меняется ( $\Delta_\delta = \emptyset$ ). Условие 3 при этом выполнено потому, что используемый в языке алгоритм унификации связывает только значения логических переменных, встречающихся в термах, а значит  $(Dom(\Delta_\sigma) \cup VRan(\Delta_\sigma)) \subset VRan(\iota\sigma)$ .

В случае конъюнкции из индукционных предположений следует, что для любого решения существуют подстановки  $\Delta_\sigma$ ,  $\Delta'_\sigma$  и множества логических переменных  $\Delta_\delta$ ,  $\Delta'_\delta$ , для которых оно представляется в виде  $(\sigma\Delta_\sigma\Delta'_\sigma, \delta \cup \Delta_\delta \cup \Delta'_\delta)$ , и при этом  $(Dom(\Delta_\sigma) \cup VRan(\Delta_\sigma)) \cap (\delta \setminus VRan(\iota\sigma)) = \emptyset$  и  $(Dom(\Delta'_\sigma) \cup VRan(\Delta'_\sigma)) \cap ((\delta \cup \Delta_\delta) \setminus VRan(\iota\sigma\Delta_\sigma)) = \emptyset$ . Остается доказать, что  $(Dom(\Delta_\sigma\Delta'_\sigma) \cup VRan(\Delta_\sigma\Delta'_\sigma)) \cap (\delta \setminus VRan(\iota\sigma)) = \emptyset$ . Из того, что  $VRan(\iota\sigma\Delta_\sigma) \subset VRan(\iota\sigma) \cup VRan(\Delta_\sigma)$  (по определению композиции подстановок), и того, что  $VRan(\Delta_\sigma) \cap (\delta \setminus VRan(\iota\sigma)) = \emptyset$ , следует, что подстановка  $\Delta'_\sigma$  не связывает логические переменные не только из  $((\delta \cup \Delta_\delta) \setminus VRan(\iota\sigma\Delta_\sigma))$ , но и из нужного нам множества, то есть  $(Dom(\Delta'_\sigma) \cup VRan(\Delta'_\sigma)) \cap (\delta \setminus VRan(\iota\sigma)) = \emptyset$ . Значит  $(Dom(\Delta'_\sigma) \cup Dom(\Delta'_\sigma) \cup VRan(\Delta_\sigma) \cup VRan(\Delta'_\sigma)) \cap (\delta \setminus VRan(\iota\sigma)) = \emptyset$ , из чего следует доказываемое утверждение, так как  $Dom(\Delta_\sigma\Delta'_\sigma) \cup VRan(\Delta_\sigma\Delta'_\sigma) \subset Dom(\Delta_\sigma) \cup Dom(\Delta'_\sigma) \cup VRan(\Delta_\sigma) \cup VRan(\Delta'_\sigma)$ .

В остальных случаях утверждение просто следует из индукционных предположений (в предположениях множества

$\mathcal{VRan}(\iota\sigma)$  либо уменьшаются, либо в них добавляются свежие переменные, которые по определению не лежат в  $\delta$ ).  $\square$

Следующая лемма формализует рассуждения о том, что если цепочка унификаций выполняется при некотором начальном состоянии, то она выполнится и при состоянии с меньшим количеством информации.

**Lemma 2.**

Для любых  $\Gamma, \iota, \iota', \sigma, \sigma', \delta, \delta', g, S$ , и  $S'$ , таких что  $\text{Dom}(\sigma) \subset \delta$ ,  $\text{Dom}(\sigma') \subset \delta'$ ,  $\mathcal{VRan}(\iota\sigma) \subset \delta$  и  $\mathcal{VRan}(\iota'\sigma') \subset \delta'$ , если существует дерево вывода для утверждения

$$\Gamma, \iota \vdash (\sigma, \delta) \xrightarrow{g} S$$

и дерево вывода для утверждения

$$\Gamma, \iota' \vdash (\sigma', \delta') \xrightarrow{g} S',$$

и при этом существует подстановка  $\tau$ , такая что  $\iota'\sigma' = \iota\sigma\tau$ , то выполнены следующие условия:

1. Для любого решения  $(\sigma'_s, \delta'_s)$  из  $S'$  существует решение  $(\sigma_s, \delta_s)$  из  $S$  и подстановка  $\tau_s$ , такие что  $\iota'\sigma'_s = \iota\sigma_s\tau_s$ .
2. Дерево вывода первого утверждения имеет большую или равную высоту.

*Доказательство.*

Вообще, предполагается, что  $\delta$  содержит все логические переменные, известные на данный момент, поэтому все логические переменные, которые хоть как-то встречаются в известных подстановках, должны лежать в этом множестве. Однако, для доказательства данной леммы достаточно двух включений, которые требуются от  $\delta$  (и двух аналогичных для  $\delta'$ ), и мы ограничимся ими.

Докажем индукцией по дереву вывода второго утверждения (с менее общим начальным состоянием).

Случай безуспешной унификации очевиден, так как множество решений пусто, а дерево вывода второго утверждения имеет высоту 0.

В случае, когда существует  $mgu(t_1\iota'\sigma', t_2\iota'\sigma')$ , логические термы  $t_1\iota\sigma$  и  $t_2\iota\sigma$  также могут быть унифицированы подстановкой  $\tau mgu(t_1\iota'\sigma', t_2\iota'\sigma')$ . Значит существует наиболее общий унификатор для этих двух термов  $mgu(t_1\iota\sigma, t_2\iota\sigma)$ , более общий, чем эта подстановка, то есть существует подстановка  $\tau_s$ , для которой  $\tau mgu(t_1\iota'\sigma', t_2\iota'\sigma') = mgu(t_1\iota\sigma, t_2\iota\sigma)\tau_s$ . Эта подстановка подходит под условие 1, так как  $\iota'\sigma' mgu(t_1\iota'\sigma', t_2\iota'\sigma') = \iota\sigma\tau mgu(t_1\iota'\sigma', t_2\iota'\sigma') = \iota\sigma mgu(t_1\iota\sigma, t_2\iota\sigma)\tau_s$ . Второе условие выполнено, так как оба дерева имеют высоту 0.

Для конъюнкции и дизъюнкции утверждение напрямую следует из индукционных предположений (условие 1 нужно именно для возможности использования индукционного предположения при вычислении второго конъюнкта).

Оставшиеся случаи требуют немного более тщательного анализа.

В случае, когда  $g = \mathbf{fresh} \ (x) \ g_2$ , дальше в деревьях выводятся утверждения  $\Gamma, \iota[x \leftarrow \alpha] \vdash (\sigma, \delta \cup \alpha) \stackrel{g}{\Rightarrow} S$  и  $\Gamma, \iota'[x \leftarrow \alpha'] \vdash (\sigma', \delta' \cup \alpha') \stackrel{g}{\Rightarrow} S'$  для некоторых  $\alpha \notin \delta$  и  $\alpha' \notin \delta'$ . Мы можем использовать индукционное предположение для них, так как требования для множеств известных логических переменных в них очевидно выполняются, а в качестве подстановки приводящей более общее состояние к менее общему можно взять  $\tau[\alpha \leftarrow \alpha']$ :  $\iota'[x \leftarrow \alpha']\sigma' = \iota[x \leftarrow \alpha]\sigma\tau[\alpha \leftarrow \alpha']$ , ведь  $\sigma$  и  $\sigma'$  не определены на  $\alpha$  и  $\alpha'$  соответственно, следовательно значение этих интерпретаций на  $x$  равно  $\alpha'$ , на остальных идентификаторах они равны по определению  $\tau$  (используя тот факт, что  $\alpha$  не может встречаться в значениях интерпретации  $\iota\sigma$  по одному из условий на  $\delta$ ). Из индукционного предположения следует, что условие на высоты деревьев выполняется, а также что для любого решения  $(\sigma'_s, \delta'_s) \in S'$  существует решение  $(\sigma_s, \delta_s) \in S$  и подстановка  $\tau_s$ , такие что  $\iota'[x \leftarrow \alpha']\sigma'_s = \iota[x \leftarrow \alpha]\sigma_s\tau_s$ . Постро-



им на её основе подстановку  $\tau_{res}$ , для которой  $\iota'\sigma'_s = \iota\sigma_s\tau_{res}$ . Сначала, используя лемму 1, представим подстановки из решения в виде  $\sigma\Delta$  и  $\sigma'\Delta'$  (где  $\Delta$  и  $\Delta'$  — некоторые подстановки, для которых верно  $Dom(\Delta) \cap ((\delta \cup \{\alpha\}) \setminus \mathcal{VRan}(\iota[x \leftarrow \alpha]\sigma)) = \emptyset$  и  $Dom(\Delta') \cap ((\delta' \cup \{\alpha'\}) \setminus \mathcal{VRan}(\iota'[x \leftarrow \alpha']\sigma')) = \emptyset$ ). То есть необходимо получить  $\iota'\sigma'\Delta' = \iota\sigma\tau_{res}$ . Зададим подстановку следующим образом:

$$\tau_{res}(\alpha_i) = \begin{cases} \tau_s(\alpha_i), & \alpha_i \in \mathcal{VRan}(\iota[x \leftarrow \perp]\sigma) \\ \alpha_i\tau\Delta', & \alpha_i \notin \mathcal{VRan}(\iota[x \leftarrow \perp]\sigma) \end{cases}$$

Покажем, что для неё выполняется  $\alpha_i\tau\Delta' = \alpha_i\Delta\tau_{res}$  для всех  $\alpha_i$  из  $\mathcal{VRan}(\iota\sigma)$  (из этого очевидно следует нужное равенство, так как  $\iota'\sigma' = \iota\sigma\tau$ ). На всех логических переменных из  $\mathcal{VRan}(\iota[x \leftarrow \perp]\sigma)$  эти подстановки равны, так как верно  $\iota[x \leftarrow \perp]\sigma\tau\Delta' = \iota[x \leftarrow \perp]\sigma\Delta\tau_s$  (возьмем равенство, следовавшее из индукционного предположения, и сделаем обе интерпретации неопределёнными на  $x$ , при этом  $\tau[\alpha \leftarrow \alpha']$  можно заменить просто на  $\tau$ , так как  $\alpha$  теперь нигде не встречается). Остальные переменные из  $\mathcal{VRan}(\iota\sigma)$  не лежат в  $\mathcal{VRan}(\iota[x \leftarrow \alpha]\sigma)$  (там лежат все переменные из предыдущего случая и  $\alpha$ , не лежащая в  $\mathcal{VRan}(\iota\sigma)$ ), но лежат в  $\delta$ , поэтому, по условию на  $\Delta$ ,  $\Delta'$  не определена на этих переменных и значения  $\tau_{res}$  на них мы можем выбрать специально, чтобы выполнить равенство.

Случай с вызовом отношения аналогичен. Множество известных логических переменных сокращается до значений встречающихся в интерпретациях определенных термов, подстановку на них можно получить из индукционного предположения, подстановку на остальных можно подобрать специально.

□

Следующая лемма позволит получить нужные условия для использования леммы 2.

**Lemma 3.**

Для любых  $\Gamma, \iota, \sigma, \delta, g$ , и  $S$ , для любого дерева вывода утверждения  $\Gamma, \iota \vdash (\sigma, \delta) \xrightarrow{g} S$ , если выполнено условие  $\mathcal{VRan}(\iota\sigma) \subset \delta$ , то оно же выполнено для всех утверждений в дереве вывода, а также для любого  $(\sigma_s, \delta_s)$  из  $S$  верно  $\mathcal{VRan}(\iota\sigma_s) \subset \delta_s$ .

*Доказательство.*

Лемма доказывается простой индукцией по дереву вывода. В базовом случае мы снова пользуемся тем, что алгоритм унификации использует в итоговой подстановке только логические переменные встречающиеся в термах. Условие, наложенное на решения, добавлено специально для очевидного использования индукционного предположения в случае конъюнкции.  $\square$

Этих лемм достаточно для доказательства корректности критерия.

**Theorem 1.** Для любых  $\Gamma, \iota, \iota', \sigma, \sigma', \delta, \delta', r^k, a_1, \dots, a_k, b_1, \dots, b_k, S$ , и  $S'$ , для любого дерева вывода утверждения

$$\Gamma, \iota \vdash (\sigma, \delta) \xrightarrow{r^k a_1 \dots a_k} S,$$

если выполнено условие  $\mathcal{VRan}(\iota\sigma) \subset \delta$  и в некотором его поддереве (не равном всему дереву) выводится утверждение

$$\Gamma, \iota' \vdash (\sigma', \delta') \xrightarrow{r^k b_1 \dots b_k} S',$$

то  $(b_1 \iota' \sigma', \dots, b_k \iota' \sigma') \not\subseteq (a_1 \iota \sigma, \dots, a_k \iota \sigma)$ .

*Доказательство.*

Обозначим  $v_i = a_i \iota \sigma$  и  $v'_i = b_i \iota' \sigma'$ . Предположим, что  $(v'_1, \dots, v'_k) \succeq (v_1, \dots, v_k)$ . Возьмем у данных дерева и поддерева поддеревья высоты на один меньше. В них будут выводиться утверждения  $\Gamma, \epsilon[x_1 \leftarrow v_1, \dots, x_k \leftarrow v_k] \vdash (\epsilon, \delta) \xrightarrow{g} S$

и  $\Gamma, \epsilon[x_1 \leftarrow v'_1, \dots, x_k \leftarrow v'_k] \vdash (\epsilon, \delta') \xrightarrow{g} S'$  для  $\Gamma(r^k) = \lambda x_1 \dots x_k. g$ . По лемме 3 также верно  $\mathcal{VRan}(\iota'\sigma') \subset \delta'$ . При этом  $\epsilon[x_1 \leftarrow v_1, \dots, x_k \leftarrow v_k] \subset \mathcal{VRan}(\iota\sigma) \subset \delta$  и  $\epsilon[x_1 \leftarrow v'_1, \dots, x_k \leftarrow v'_k] \subset \mathcal{VRan}(\iota'\sigma') \subset \delta'$ . Эти факты и предположение позволяют применить лемму 2, и получить что поддерево, не равное всему дереву, имеет большую или равную высоту по сравнению со всем деревом. Противоречие.  $\square$

Так как представленная семантика задавала только исполнение программ с конечным поиском, незавершаемость можно описывать отсутствием дерева вывода. Таким же образом можно сформулировать следствие — сохранение завершаемости программ расширенным поиском (если программа завершилась при стандартном поиске, она будет завершаться и при расширенном), из которого очевидно следует сохранение опровергающей полноты расширенным поиском.

**Corollary 1.** Для любых  $\Gamma, \iota, \sigma, \delta, g$ , и  $S$ ,

$$\Gamma, \iota \vdash (\sigma, \delta) \xrightarrow{g} S \Rightarrow \Gamma, \iota, \epsilon, 0 \vdash (\sigma, \delta) \xrightarrow{g}_e S,$$

где  $\epsilon$  — пустое множество записей о предыдущих вызовах (всюду неопределенная функция).

*Доказательство.*

Для индукционного доказательства утверждение нужно сформулировать в более общем виде: для любого  $h$ , если для любого  $r^k$ , такого что  $h(r^k) = (v_1, \dots, v_n)$  для некоторых значений  $v_i$ , существует дерево вывода утверждения  $\Gamma, \iota' \vdash (\sigma', \delta') \xrightarrow{r^k t_1 \dots t_k} S$  для некоторых  $t_i$ , таких что  $t_i \iota' \sigma' = v_i$ , и у этого дерева есть поддерево, в котором выводится утверждение  $\Gamma, \iota \vdash (\sigma, \delta) \xrightarrow{g} S$ , тогда  $\Gamma, \iota \vdash (\sigma, \delta) \xrightarrow{g} S \Rightarrow \Gamma, \iota, h, 0 \vdash (\sigma, \delta) \xrightarrow{g}_e S$ .

Это утверждение доказывается идукцией по дереву вывода утверждения в семантике стандартного поиска, строится аналогичное дерево в семантике расширенного поиска.

Во всех случаях, кроме вызова отношения можно использовать при построении те же самые правила. В случае вызова отношения необходимо так же знать, что текущие значения аргументов не являются более общими, чем значения аргументов при предыдущем вызове (хранящиеся в  $h$ ), но это следует из корректности критерия (чтобы применить его формально, используется условие на  $h$  из формулировки утверждения).  $\square$

Неформально так же понятно, что расширение поиска является консервативным, то есть изменения в выполнении программы произойдут только при выполнении критерия незавершённости на некотором этапе исполнения, поэтому сохранение опровергающей полноты удастся доказать для расширения поиска с любым другим критерием, если доказана его корректность.

## 5 Реализация и апробация

Прототип расширенного поиска был реализован на базе OScanen. Для реализации потребовалось изменить тип встраивания на `deep embedding`, чтобы получить возможность отслеживать вызовы отношений. При этом интерфейс использования отношений сохранен — расширенный поиск также можно прервать после нахождения определенного числа решений, и если обычный поиск находил столько решений, то и расширенный найдёт (возможно другие, но корректные).

Подход был испытан на нескольких известных примерах реляционных программ.

Примером, хорошо демонстрирующим проблему, с которой мы боремся, является генерация перестановок с помощью реляционной сортировки [9].

```
let rec minmaxo a b min max =  
  (leo a b  $\wedge$  min  $\equiv$  a  $\wedge$  max  $\equiv$  b)  $\vee$   
  (gto a b  $\wedge$  min  $\equiv$  b  $\wedge$  max  $\equiv$  a)
```

```

let rec smallesto l s l' =
  (l ≡ [s] ∧ l' ≡ []) ∨
  (fresh (h t s' t' max)
    (l' ≡ max :: t') ∧
    (l ≡ h :: t) ∧
    (minmaxo h s' s max) ∧
    (smallesto t s' t'))

let rec sorto xs ys =
  (xs ≡ [] ∧ ys ≡ []) ∨
  (fresh (y ys' xs')
    (ys ≡ y :: ys') ∧
    (smallesto xs y xs') ∧
    (sorto xs' ys'))

```

Сортировка описывается естественным образом, с использованием отношений  $\text{smallest}^o\ l\ s\ l'$  — “ $s$  является наименьшим элементом списка  $l$ , а список  $l'$  содержит остальные его элементы в том же порядке” и  $\text{minmax}^o\ a\ b\ \min\ \max$  — “значение  $\min$  равно значению наименьшего элемента среди  $a$  и  $b$ , а значение  $\max$  — значению наибольшего”. Как и всегда она может быть использована для сортировки некоторого списка, если мы фиксируем значение  $xs$ , и для генерации всех перестановок заданного сортированного списка, если мы фиксируем значение  $ys$ . В последнем случае стандартный поиск будет расходоваться для любого непустого списка  $ys$  и причина здесь тоже в некоммутативности конъюнкции: в момент вызова  $\text{smallest}^o$  в функции  $\text{sort}^o$  известно только значение  $y$ , поэтому начинают перебирать все списки с наименьшим элементом  $y$ , которых очевидно бесконечно много. Даже если мы зададим заранее количество ответов, их поиск займет немислимо большое время для списков длины больше 2, ведь алгоритм остается тем же: перебирать все списки  $y$  которых наименьший элемент совпадает с первым элементом данного списка до тех пор, пока не встретится перестановка данного списка (причем проверка заключается в рекурсивном вызове того же алгоритма).

Ситуацию можно исправить, поменяв местами два последних конъюнкта в `sorto`. Тогда значение `ys` также станет известно к моменту вызова `smallesto` и алгоритм генерации перестановок станет разумным. К сожалению, после этого изменения порядок поиск перестанет работать при использовании отношения непосредственно для сортировки (также расходимость на непустых списках и обозримое время нахождения решений только для списков длины не превосходящей 3) по сходным причинам.

Более того, если мы захотим использовать это отношение, чтобы задать перестановку произвольного (не обязательно сортированного) списка, мы получим отношение, использующее сортировку сразу в обе стороны.

```
let rec permo xs ys =  
  fresh (ss)  
    (sorto xs ss) ∧  
    (sorto ys ss)
```

Поэтому независимо от порядка в определении `sorto` поиск будет расходиться, а время нахождения решения будет неприемлимым для списков длины больше 3. Пока неизвестна версия этого отношения, опровергающе полная при стандартном поиске.

В то же время расширенный поиск на этом отношении будет завершаться независимо от выбранного порядка: нужный порядок для каждого вызова будет восстановлен в процессе исполнения программы. Благодаря этому запросы будут исполняться за разумное время (практически независимое от того, задаем ли мы число ответов заранее) на разумных длинах списков (до 8-9, ведь число решений равно факториалу, если все элементы различны).

Другим показательным примером является реляционная двоичная арифметика (включает сложение, умножение, операции сравнения и деление с остатком). Известно, что наивная “функциональная” реализация для завершаемости поиска требует разных порядков в конъюнкциях для разных запросов.

Для решения этой проблемы текущая реализация использует продвинутую технику ограничения размера термов [8], потому трудна для понимания без значительного опыта в реляционном программировании.

Расширенный поиск, в свою очередь, восстанавливает нужный порядок для каждого запроса в процессе исполнения программы, и поэтому позволяет писать простые завершающиеся определения операций, со схожей (а на некоторых запросах — ощутимо большей) эффективностью.

Например, если при стандартном поиске для завершаемости деление с остатком реализуется сложным рекурсивным отношением из 20 строчек кода, не включая вспомогательных отношений, при расширенном поиске достаточно записать определение.

```
let rec divo x y q r =
  fresh (yq)
    (multo y q yq) ∧
    (pluso yq r x) ∧
    (lto r y)
```

Расширенный поиск также позволяет решать проблемы ещё в нескольких содержательных отношениях, включая опровержимую неполноту отношения разворачивания списка и незавершимость противоречивых запросов к простому интерпретатору. На данный момент, для всех естественных отношений (а не специально сконструированных контрпримеров) расширение поиска позволяет исправить незавершаемость, вызываемую некоммутативностью конъюнкции.

## 6 Заключение

В рамках работы были получены следующие результаты:

- сформулирован конкретный критерий незавершаемости реляционных программ и предложено расширение реляционного поиска, изменяющее направление поиска полагаясь на него;

- описаны операционные семантики большого шага для стандартного и расширенного поиска, с их использованием формально доказаны корректность предложенного критерия и сохранение опровергающей полноты расширенным поиском;
- реализован прототип расширенного поиска и продемонстрирована его способность исправлять незавершаемость ряда важных отношений.

## 6.1 Ограничения

Текущая реализация расширенного поиска значительно полагается на `deep embedding` языка. Так как в подавляющем большинстве реализаций `MiniKanren` используется `shallow embedding`, для добавления расширения в некоторую версию скорее всего придется предварительно совершить этот переход (что в целом является технической задачей).

В семантиках и, соответственно, доказательствах используется простейший вариант языка, поэтому нет никаких гарантий что критерий расходимости будет работать корректно при использовании некоторых расширений языка (например, `OSanren` также поддерживает `disequality constraint` — возможность задавать в качестве отношения неравенство двух термов). Возможно, критерий придется специально адаптировать для них.

Наконец, текущая реализация расширения создана с целью проверки его способности исправлять незавершаемость некоторых программ и приемлимой эффективности, а не для реального использования. Поэтому на данный момент расширение поиска может приводить к значительному замедлению поиска в случае завершающихся изначально программ (до 10 раз, что, впрочем, является незначительным по сравнению с замедлением от неправильной стратегии поиска). Но это скорее ограничение реализации, а не подхода, поэтому возможно это замедление можно значительно уменьшить.



## 6.2 Дальнейшая работа

В дальнейшем в первую очередь планируется изучить способы эффективного добавления данного расширения в текущую реализацию OCaml.

Также планируется исследовать применение данного подхода к сложным интерпретаторам (например, допускающим рекурсивные определения) и их использованию для генерации программ.

Кроме того, хотелось бы формализовать имеющиеся доказательства (несколько перегруженные деталями) в какой-нибудь системе автоматической проверки доказательств.

## Список литературы

1. Daniel P. Friedman, William E. Byrd, Oleg Kiselyov. The Reasoned Schemer. The MIT Press, 2005.
2. William E. Byrd. Relational Programming in miniKanren: Techniques, Applications, and Implementations. PhD Thesis, Indiana University, Bloomington, IN, September 30, 2009.
3. Oleg Kiselyov, Chung-chieh Shan, Daniel P. Friedman, Amr Sabry. Backtracking, interleaving, and terminating monad transformers: (functional pearl) // Proceedings of the 10th ACM SIGPLAN International Conference on Functional Programming (ICFP '05).
4. Claire E. Alvis, Jeremiah J. Willcock, Kyle M. Carter, William E. Byrd, Daniel P. Friedman. cKanren: miniKanren with Constraints // Proceedings of the 2011 Workshop on Scheme and Functional Programming (Scheme '11).
5. William E. Byrd, Daniel P. Friedman. alphaKanren: A Fresh Name in Nominal Logic Programming // Proceedings of the 2007 Workshop on Scheme and Functional Programming (Scheme '07).
6. William E. Byrd, Eric Holk, Daniel P. Friedman. miniKanren, Live and Untagged: Quine Generation via Relational Interpreters (Programming Pearl) // Proceedings of the 2012 Workshop on Scheme and Functional Programming (Scheme '12).
7. William E. Byrd, Michael Ballantyne, Gregory Rosenblatt, Matthew Might. A Unified Approach to Solving Seven

- Programming Problems // Proceedings of the International Conference on Functional Programming, 2017.
8. Oleg Kiselyov, William E. Byrd, Daniel P. Friedman, Chung-chieh Shan. Pure, declarative, and constructive arithmetic relations (declarative pearl) // Proceedings of the 9th International Symposium on Functional and Logic Programming, 2008.
  9. Dmitry Kosarev, Dmitry Boulytchev. Typed Embedding of a Relational Language in OCaml // International Workshop on ML, 2016.
  10. Franz Baader, Wayne Snyder. Unification theory. John Alan Robinson and Andrei Voronkov, editors, Handbook of Automated Reasoning. Elsevier and MIT Press, 2001.
  11. <http://minikanren.org/>

# Применение парсер-комбинаторов для разбора булевых грамматик

Курбатова Зарина Идиевна

Санкт-Петербургский государственный университет  
`zarina.kurbatova@gmail.com`

**Аннотация** Булевы грамматики являются расширением контекстно-свободных грамматик, которое позволяет использовать конъюнкцию и отрицание в правилах вывода. В рамках данной работы была разработана принтер-комбинаторная библиотека для разбора булевых грамматик. Для получения приемлемой производительности и поддержки левой рекурсии в библиотеке были использованы техники мемоизации и CPS (continuation-passing style).

## Введение

Языки программирования имеют строгую синтаксическую структуру, которую можно успешно описать с использованием формальных грамматик. Согласно иерархии Н.Хомского [8], формальные грамматики делятся на 4 вида: неограниченные, контекстно-свободные, контекстно-зависимые и регулярные. Как известно, с помощью контекстно-свободных грамматик может быть описан весьма узкий класс языков. Существует расширение контекстно-свободных грамматик — булевы грамматики, предложенные А.Охотиным [1]. Булевы грамматики более выразительны, поскольку позволяют использовать конъюнкцию и отрицание в правых частях правил вывода.

Задачу синтаксического анализа можно сформулировать как задачу определения принадлежности слова некоторому

языку. Иными словами, синтаксический анализатор принимает на вход строку и определяет, может ли грамматика задаваемого языка породить введенную строку. Одним из популярных подходов к реализации синтаксических анализаторов является парсер-комбинаторная техника: анализаторы представляются функциями высших порядков [5]. Парсер-комбинаторы — это функции высшего порядка, принимающие в качестве параметров анализаторы и возвращающие в качестве результата анализатор. Анализатор, в свою очередь, принимает в качестве входа строку и возвращает некоторый результат. При данном подходе определяются базовые комбинаторы, а затем с их помощью определяются более сложные. Например, в качестве базовых комбинаторов можно использовать комбинатор последовательного применения и комбинатор альтернативного применения. Основной проблемой наивной реализации подхода является невозможность использования левой рекурсии. Существуют различные реализации данной техники, поддерживающие левую рекурсию. Например, в работе [4] решение основано на алгоритме обобщенного синтаксического анализа GLL.

Синтаксический анализ находит применение во многих областях. В биоинформатике одной из основных задач является поиск в геноме особых участков, кодирующих белок, тРНК и др. Геном представляет собой последовательность нуклеотидов или, другими словами, строку над алфавитом  $\{A, C, G, T\}$ . Искомые подстроки генома могут быть описаны с помощью контекстно-свободной грамматики. Таким образом, необходимо находить все строки, обладающие свойством выводимости. Например, вторичная структура РНК может быть описана с помощью контекстно-свободной грамматики, поскольку является своего рода языком палиндромов. Поэтому методы синтаксического анализа применимы при решении задач биоинформатики [6].



Комбинатор последовательного применения `seq` принимает на вход два анализатора `p`, `q` и возвращает анализатор, который последовательно запускает анализаторы `p` и `q`. В качестве результата `seq` возвращает список пар вида  $(x, y)$ , где  $x$  — пара из результатов разбора `p` и `q`,  $y$  — оставшаяся часть входного потока.

---

### Листинг 2.2: Комбинатор `bind`

---

```
bind      :: Parser a → (a → Parser b) → Parser b
p 'bind' f = \s → concat[f v s' | (v, s') ← p s]
```

---

Анализатор `p` применяется к входной строке `s` и возвращает список пар вида (значение, строка). Функция `f` берет значение и возвращает анализатор, который применяется к каждому значению по очереди. В результате `bind` вернет список пар вида (значение, строка).

Однако наивная реализация этого подхода может иметь экспоненциальную сложность разбора, еще одним недостатком является невозможность использования леворекурсивных правил.

## 2.2 Булевы грамматики

На практике часто встречаются языки, которые нельзя описать с помощью контекстно-свободных грамматик. Например, рассмотрим язык  $\{a^m b^n c^n \mid m, n \geq 0, m \neq n\}$ , который не является контекстно-свободным. Его можно задать с помощью булевой грамматики:

$$\begin{array}{lcl} S & \rightarrow & AB \ \& \ \neg \ DC \\ A & \rightarrow & aA \mid \varepsilon \\ B & \rightarrow & bBc \mid \varepsilon \\ C & \rightarrow & cC \mid \varepsilon \\ D & \rightarrow & aDb \mid \varepsilon \end{array}$$

Рис.1: Булева грамматика для языка  $\{a^m b^n c^n \mid m, n \geq 0, m \neq n\}$

Булева грамматика — это четверка  $G = (\Sigma, N, P, S)$ , где:

- $\Sigma$  — конечное непустое множество терминалов;
- $N$  — конечное непустое множество нетерминалов;
- $P$  — конечное множество правил.

Каждое правило имеет следующий вид:

$$A \rightarrow \alpha_1 \& \dots \& \alpha_m \& \neg \beta_1 \& \dots \& \neg \beta_n$$

$$(m + n \geq 1, \alpha_i, \beta_i \in (\Sigma \cup N)^*)$$

Правило  $A$  можно интерпретировать следующим образом: если строка представима в форме  $\alpha_1, \dots, \alpha_m$ , но не представима в форме  $\beta_1, \dots, \beta_n$ , то она выводится из нетерминала  $A$ .

Булевы грамматики расширяют контекстно-свободные грамматики, позволяя использовать в правых частях правил вывода конъюнкцию и отрицание.

## 2.3 Continuation-Passing Style

Наивная реализация парсер-комбинаторного подхода имеет несколько ограничений. Во-первых, при наивном подходе имеет значение порядок альтернатив: анализатор завершает работу, пройдя по первой успешной альтернативе. Во-вторых, анализатор возвращает лишь одно дерево вывода. Поскольку потенциально анализатор может успешно завершить работу несколько раз на одной позиции во входном потоке, для разбора неоднозначных грамматик необходим исчерпывающий поиск, т.е. поиск всех возможных выводов строки. Одним из способов достичь этого является техника программирования в стиле передачи продолжений (Continuation-Passing Style). Идея техники заключается в передаче управления через механизм продолжений. Продолжение представляет собой состояние программы, в которое может быть осуществлен переход из любой точки программы.

Рассмотрим простой пример — определение функции, возводящей число в квадрат.

---

**Листинг 2.3: Обычное определение функции**

---

```
square :: Int → Int
square x = x*x
```

---

---

**Листинг 2.4: Определение функции в стиле передачи продолжений**

---

```
square_cps :: Int → (Int → c) → c
square_cps x k = k (x*x)
```

---

У каждой функции есть дополнительный аргумент — функция, которой будет передан результат. В примере выше `k` — это продолжение, которому передается результат возведения числа в квадрат. Например, в качестве продолжения может быть передана функция, выводящая результат в консоль.

## **2.4 Мемоизация вычислений синтаксического анализа**

Использование мемоизации при построении нисходящих синтаксических анализаторов для избежания экспоненциального времени анализа впервые было предложено в работе [9]. Идея техники заключается в сохранении результата работы анализатора для предотвращения повторов вычислений: если анализатор уже вызывался на `i`-ой позиции, возвращается результат из таблицы, в противном случае анализатор запускается на позиции `i`, а результат затем помещается в таблицу.

## **2.5 Поддержка левой рекурсии**

При наивной реализации парсер-комбинаторного подхода вызов анализатора на грамматике вида  $E \rightarrow E E \mid a \mid \varepsilon$  не завершится, поскольку анализатор зациклится. В связи с этим становится актуальным вопрос поддержки левой рекурсии. В данном разделе описан подход к поддержке леворекурсивных правил. Впервые он был представлен в работе [7].



Заведем функцию **memo**, которая принимает на вход анализатор **f** и возвращает его мемоизированную версию, которая каждый раз при вызове на *i*-ой позиции обращается к таблице мемоизации. Если анализатор уже вызывался на *i*-ой позиции, то возвращается соответствующее значение, в противном случае вызывается функция **memoresult** с аргументом **f(i)**. Благодаря стратегии **call-by-name** анализатор **f** не запускается на позиции *i*, что гарантирует единственность вызова. Функция **memoresult** возвращает объект, у которого есть доступ к двум спискам: **Rs** хранит позиции, на которых работа анализатора завершилась успешно, **Ks** хранит все продолжения, переданные немемоизированному анализатору при вызове на *i*-ой позиции. Если анализатор вызван впервые, то текущее продолжение добавляется к списку **Ks**. При вызове анализатора на позиции *j*, которой нет в **Rs**, сначала *j* добавляется в **Rs**, затем запускаются все продолжения из **Ks** на *j*-ой позиции. Если анализатор уже вызывался, то текущее продолжение добавляется к **Ks** и вызывается для каждой позиции из **Rs**.

Теперь, когда мемоизированный анализатор вызывается на *i*-ой позиции, его завершение будет гарантировано, поскольку он не будет вызван на *i*-ой позиции больше одного раза.

## 2.6 Существующие решения

В данном разделе приведен обзор парсер-генераторной библиотеки с поддержкой булевых грамматик и двух парсер-комбинаторных библиотек.

**Whale Calf** **Whale Calf**<sup>1</sup> — инструмент для разбора булевых грамматик, реализованный А.Охотиным на языке C++. Инструмент состоит из двух компонент: парсер-генератор, который преобразует текстовое описание конъюнктивных грамматик в исполняемый код, и библиотека, которая используется

---

<sup>1</sup> <http://users.utu.fi/aleokh/whalecalf/>

для анализа грамматик. В библиотеке реализовано несколько алгоритмов синтаксического анализа: табличный алгоритм для грамматик в бинарной нормальной форме, табличный алгоритм для грамматик в линейной нормальной форме, табличный алгоритм для произвольных грамматик, конъюнктивный LL, конъюнктивный LR и алгоритм, основанный на эмуляции автоматов, эквивалентных линейным конъюнктивным грамматикам.

Рассмотрим пример описания грамматики в контексте данной библиотеки.

Листинг 2.5: Описание грамматики для языка  $\{\omega c \omega \mid \omega \in a, b^*\}$

---

```
algorithm=LR;
terminal a, b, c;

S → C & D;
C → a C a | a C b | b C a | b C b | c;
D → a A & a D | b B & b D | c E;
A → a A a | a A b | b A a | b A b | c E a;
B → a B a | a B b | b B a | b B b | c E b;
E → a E | b E | e;
```

---

Whalf Calf обрабатывает файл с описанием грамматики и создает два файла с определением анализатора на языке C++ — `filename.cpp` и `filename.h`. Рассмотрим несколько методов, представленных в примере ниже:

- `read()` используется для передачи входной строки;
- `recognize()` используется для определения принадлежности строк языку;
- `parse()` используется для построения дерева вывода.

Листинг 2.6: Пример использования анализатора

---

```
int x[] = {0, 1, 2, 0, 1}; // input "abcab"
whale_calf.read(x, x + 5);
WhalfCalf::TreeNode *tree = whale_calf.parse();
if (tree) whale_calf.print_tree(ofstream("parse_tree.dot"));
```

---

Данная реализация имеет сложность  $O(n^4)$  по времени. Утверждается, что на практике работает быстрее, чем реализации других алгоритмов, имеющих в худшем случае сложность  $O(n^3)$ .

**Meerkat** Meerkat<sup>2</sup> — парсер-комбинаторная библиотека с поддержкой всех контекстно-свободных грамматик, в том числе содержащих леворекурсивные правила, написанная на языке **Scala**. Библиотека позволяет строить дерево разбора за линейное время на грамматиках реальных языков программирования и за кубическое время в худшем случае. Помимо прочего, строится SPPF (Shared Packed Parse Forest) — графовое представление семейства деревьев разбора. Описание подхода к поддержке левой рекурсии описано авторами в работе [3].

В языке **Scala** функции и переменные могут состоять из любых символов, например, можно создать функцию с именем  $\sim$ . В примере выше  $|$  — комбинатор альтернативного применения,  $\sim$  — комбинатор последовательного применения. Для указания приоритета используется  $|>$ , для указания левой и правой ассоциативности используются **left** и **right** соответственно. Терминальные символы могут быть представлены строками — “-”, “+”, “\*” и т.д.

### 3 Реализация

В данном разделе описана реализация парсер-комбинаторной библиотеки.

В качестве языка для реализации выбран **Kotlin**<sup>3</sup>. **Kotlin** — это молодой язык программирования, поддерживающий объектно-ориентированную и функциональную парадигмы, разрабатывается компанией **JetBrains**<sup>4</sup>. Поскольку **Kotlin** базируется на **JVM**, на ранних этапах разработки библиотеки

<sup>2</sup> <http://meerkat-parser.github.io/>

<sup>3</sup> <http://kotlinlang.org/>

<sup>4</sup> <http://jetbrains.com/>

была актуальна проблема переполнения стека из-за большого количества функциональных вызовов. Решить проблему удалось, воспользовавшись техникой программирования в стиле передачи продолжений (Continuation Passing Style).

### 3.1 Интерфейс библиотеки

Анализатор имеет тип `Recognizer<A>`, принимает на вход позицию во входном потоке и возвращает функцию типа `CPSResult<A>`. Эта функция принимает на вход продолжение типа `K<A>` и возвращает `Unit`. Тип `Unit` эквивалентен типу `void` в других языках программирования. Продолжение представляет собой следующий этап синтаксического анализа. Анализ производится вне зависимости от порядка альтернатив, таким образом обеспечивается исчерпывающий поиск.

---

Листинг 2.7: Основные типы

---

```
typealias Recognizer<A> = (Int)    → CPSResult<A>
typealias CPSResult <A> = (K<A>)  → Unit
typealias K<A>         = (Int, A) → Unit
```

---

В библиотеке реализовано множество различных анализаторов и комбинаторов, среди которых можно выделить несколько базовых:

- **terminal** — принимает на вход строку `s` и проверяет, начинается ли входная строка с подстроки `s`;
- **eps** — анализатор для пустой строки;
- **rule** — комбинатор альтернативного применения;
- **seq** — комбинатор последовательного применения;
- **map** — принимает на вход анализатор `p` и функцию `f`, применяет `f` к результату работы `p`;
- **fix** — комбинатор неподвижной точки, используется для определения рекурсивных правил;
- **number** — анализатор чисел;
- **symbol** — анализатор последовательности букв и чисел;

- **paren** — принимает на вход анализатор **f** и проверяет, заключен ли результат **f** в круглые скобки во входной строке.

В качестве примера работы с библиотекой рассмотрим реализацию анализатора для языка **While**. **While** — простой язык программирования, в котором определены следующие конструкции: присваивание, последовательная композиция, условный оператор и **while**.

Определение анализатора для разбора выражений приведено в листинге 9. Оператор **" / "** представляет собой синтаксический сахар для комбинатора альтернативного применения.

Листинг 2.8: Анализатор выражений для языка **While**

---

```

1  val exprParser: Recognizer<Expr> = fix {
2    val corep = (number map { Expr.Con(it) as Expr }) /
3                (symbol map { Expr.Var(it) as Expr }) /
4                paren( sp(it) )
5    val op1p = rightAssoc(sp(terminal("~")), corep) {
6      1, op, r → Expr.Binop(1, op, r)
7    }
8    val op2p =
9      rightAssoc(sp(terminal("*") / terminal("/") /
10 terminal("%")), op1p) {
11      op, e1, e2 →
12      Expr.Binop(op, e1, e2)
13    }
14    val op3p =
15      assoc(sp(terminal("+") / terminal("-")), op2p) {
16      op, e1, e2 →
17      Expr.Binop(op, e1, e2)
18    }
19    return@fix op3p
20  }

```

---

### 3.2 Поддержка булевых грамматик

Для поддержки булевых грамматик необходимо определить две операции — конъюнкцию и отрицание. Комбинатор

**And**, реализующий операцию конъюнкции, должен находить пересечение языков, порождаемых поступившими на вход анализаторами. Если входная строка принадлежит пересечению, то анализ завершается успешно. Комбинатор **AndNot**, реализующий операцию отрицания, завершает работу успешно, если входная строка принадлежит одному языку, а другому — нет. Ниже приведено подробное описание реализации обоих комбинаторов.

Комбинатор **And** принимает в качестве параметров два анализатора **p1** и **p2** и возвращает анализатор, который работает следующим образом:

- хранит два списка пар для **p1** и **p2** соответственно вида  $\langle \text{Int}, A \rangle$ , где первый параметр — номер позиции во входном потоке, второй параметр — обработанный символ входного потока;
- запускает оба анализатора на *i*-ой позиции с продолжением, которое принимает пару вида  $\langle \text{Int}, A \rangle$ , где первый параметр — **pos** — позиция во входном потоке, второй параметр — **res** — обработанный символ входного потока. Добавляет пару в соответствующий список пар для анализатора **p1** (**p2**). Проверяет, есть ли в соответствующем списке для анализатора **p2** (**p1**) пара, в которой первый элемент соответствует равен **pos**. Если да, то исходному продолжению передается пара, состоящая из **pos** и пары, которая состоит из **pos** и **res**;
- анализатор сообщает, что строка принадлежит пересечению конъюнктов, если порождается и анализатором **p1**, и анализатором **p2**.

---

Листинг 2.9: Код комбинатора **And**

---

```
1 class And<A, B> (  
2   val p1: Recognizer<A>, val p2: Recognizer<B>  
3 ) : Recognizer<Pair<A, B>>() {  
4   override fun invoke(p: Int): CPSResult<Pair<A, B>> {  
5     val passedByP1: ArrayList<Pair<Int, A>> = ArrayList()
```

```

6      val passedByp2: ArrayList<Pair<Int, B>> = ArrayList()
7      val executed : ArrayList<Pair<Int, Pair<A, B>>> =
8          ArrayList()
9
10     return { k: K<Pair<A, B>> →
11         p1(p)({ pos: Int, res: A →
12             val pair1p = Pair(pos, res)
13             passedByp1.add(pair1p)
14             passedByp2.forEach { r →
15                 if (pair1p.first == r.first) {
16                     val kpair =
17                         Pair(pair1p.second, r.second)
18                     k(pos, kpair)
19                     executed.add(Pair(pos, kpair))
20                 }
21             }
22         })
23
24     p2(p)({ pos: Int, res: B →
25         val pair2p = Pair(pos, res)
26         passedByp2.add(pair2p)
27         passedByp1.forEach { r →
28             if (pair2p.first == r.first) {
29                 val kpair =
30                     Pair(r.second, pair2p.second)
31                 k(pos, kpair)
32                 executed.add(Pair(pos, kpair))
33             }
34         }
35     })
36 }
37 }
38 }
```

---

Строка выводится по правилу  $S \rightarrow A \& \neg B$ , если она может быть порождена из нетерминала  $A$  и не может быть порождена из нетерминала  $B$ . Таким образом, нужен комбинатор **AndNot**, проверяющий это условие. В качестве параметров комбинатор

**AndNot** принимает два анализатора **p1** и **p2** и возвращает анализатор, который работает следующим образом:

- хранит два списка пар для **p1** и **p2** соответственно вида  $\langle \text{Int}, A \rangle$ , где первый параметр — номер позиции во входном потоке, второй параметр — обработанный символ входного потока;
- запускает анализатор **p1** на *i*-ой позиции с продолжением, которое добавляет пару типа  $\langle \text{Int}, A \rangle$  в соответствующий список для **p1**. Эта пара передается продолжению **k**, если анализ прошел успешно;
- затем запускает анализатор **p2** на *i*-ой позиции;
- если анализатор **p2** не разобрал входную строку до той же позиции, что и анализатор **p1**, то анализ входной строки завершается успешно.

---

Листинг 2.10: Код комбинатора **AndNot**

---

```
1 class AndNot<A, B> (  
2   val p1: Recognizer<A>, val p2: Recognizer<B>  
3 ) : Recognizer<A>() {  
4   override fun invoke(p: Int): CPSResult<A> {  
5     val passedByp1: ArrayList<Pair<Int, A>> = ArrayList()  
6     val passedByp2: ArrayList<Pair<Int, B>> = ArrayList()  
7     val executed : ArrayList<Pair<Int, A>> = ArrayList()  
8     return { k: K<A> →  
9       p2(p)({ pos: Int, res: B →  
10         val pair2p = Pair(pos, res)  
11         passedByp2.add(pair2p)  
12         passedByp1.forEach { r →  
13           val q = passedByp2.find {it.first == r.first}  
14           if(q == null){  
15             k(pos, r.second)  
16             executed.add(Pair(pos, r.second))  
17           }  
18         }  
19       })  
20     p1(p)({ pos: Int, res: A →
```



```

21         val pair1p = Pair(pos, res)
22         passedByp1.add(pair1p)
23         k(pos, res)
24     })
25 }}}

```

---

## 4 Апробация

В данном разделе приведены результаты тестирования производительности парсер-комбинаторной библиотеки. Для тестирования были выбраны несколько грамматик. Эксперименты проводилось на машине со следующими характеристиками:

- OS — Ubuntu 16.04;
- CPU — Intel Core i5-4200M;
- RAM — 4GB.

Первая грамматика сильно неоднозначная, содержащая леворекурсивные правила, реализует худший случай для анализатора.

---

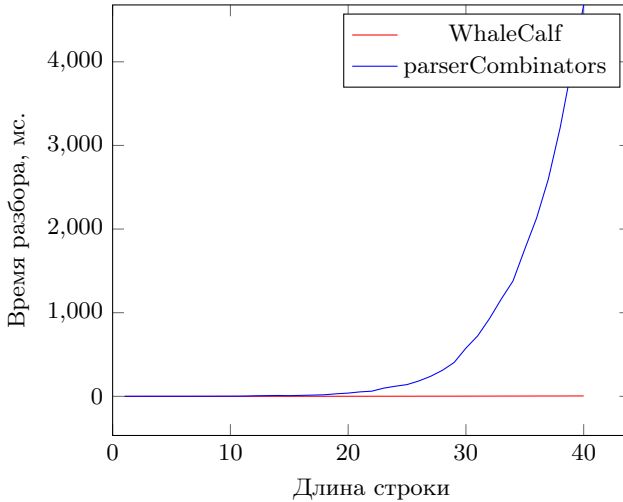
Листинг 2.11: Грамматика для языка  $\{a^*\}$

---

$S \rightarrow SSS \mid SS \mid a$

---

Рис.2: Сравнение времени работы



Результаты измерений представлены на рис.2. В библиотеке WhaleCalf реализовано несколько алгоритмов синтаксического анализа. Лучший результат демонстрирует алгоритм GLR, поэтому для сравнения производительности использовался он. Видно, что время работы алгоритма GLR растет значительно медленнее, чем время работы парсер-комбинаторов, с ростом длины входной строки.

Следующий эксперимент проводился на конъюнктивной грамматике, которая определяет требование *declaration before use*. Грамматика взята из работы [2]. Результаты измерений представлены на рис.3. Видно, что решение, основанное на алгоритме GLR, быстрее парсер-комбинаторов.

Листинг 2.12: Грамматика для языка  $\{u_1...u_n | n \geq 0, \forall i \ u_i \in da^* \text{ or } u_i = ca^k \text{ and } u_j = da^k \ \forall j < i, \ k \geq 0\}$

---

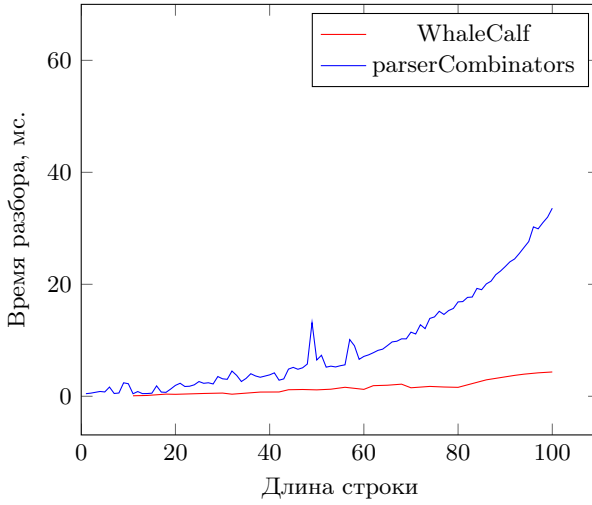
$S \rightarrow SdA \mid ScA \ \& \ EdB \mid \varepsilon$   
 $A \rightarrow aA \mid \varepsilon$

---

$B \rightarrow aBa \mid E \text{ с}$   
 $E \rightarrow EsA \mid EdA \mid \varepsilon$

---

Рис.3: Сравнение времени работы



Также тестирование проводилось на булевой грамматике для языка  $\{\omega\omega|\omega \in \{a,b\}^*\}$ . Результаты представлены на Рис. 4.

---

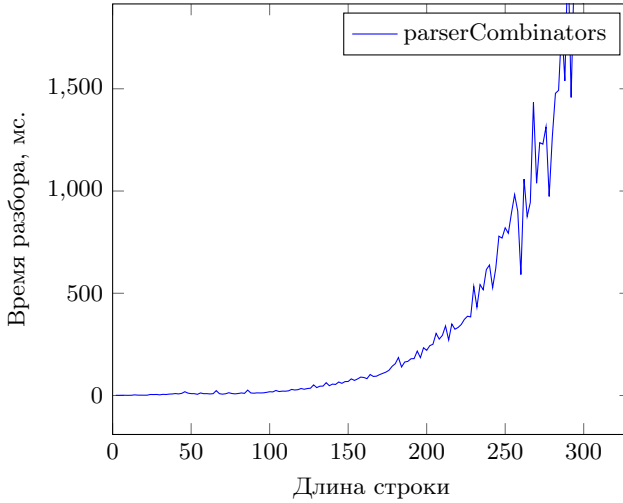
Листинг 2.13: Булева рамматика для языка  $\{\omega\omega|\omega \in \{a,b\}^*\}$

---

$S \rightarrow \neg AB \ \& \ \neg BA \ \& \ C$   
 $A \rightarrow XAX \mid a$   
 $B \rightarrow XBX \mid b$   
 $X \rightarrow a \mid b$   
 $C \rightarrow XXC \mid \varepsilon$

---

Рис.4: Время работы



Базовая структура псевдоузла (pseudoknot), элемента второй структуры РНК, может быть представлена в виде языка  $L_2 = \{\omega | \omega = [^i (^j ]^i )^j\}$ , где пара скобок представляет собой пару оснований (base pair). Язык  $L_2$  не является контекстно-свободным, однако он может быть представлен в виде пересечения языков  $\{\omega | \omega = [^i (* ]^i )^*\}$  и  $\{\omega | \omega = [* (^j ]^j )^j\}$ .

Листинг 2.14: Конъюнктивная рамматика для языка  $L_2$

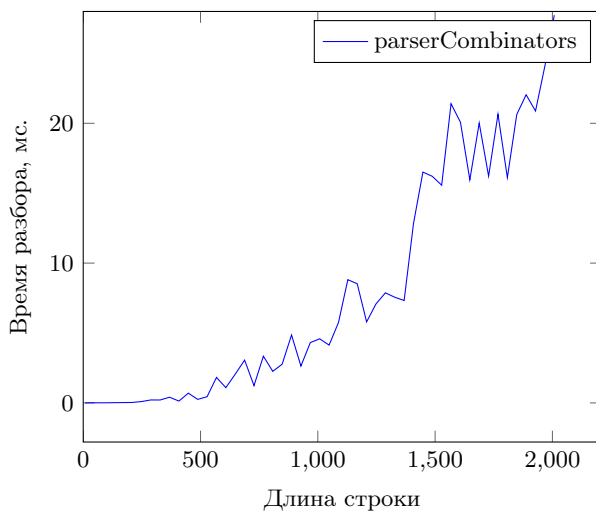
```

S  → S1 & S5
p1 → [
p2 → ]
p3 → (
p4 → )
S1 → S2 S3
S2 → p1 S2 p2 | S4
S4 → p3 S4 | ε
S3 → p4 S3 | ε
S5 → S6 S7

```

$S7 \rightarrow p3 \ S7 \ p4 \mid S8$   
 $S6 \rightarrow p1 \ S6 \mid \varepsilon$   
 $S8 \rightarrow p2 \ S8 \mid \varepsilon$

Рис.5: Время работы



Результаты измерений представлены на Рис.5. Видно, что время работы растет достаточно быстро.

## Заключение

В ходе работы получены следующие результаты:

- реализована парсер-комбинаторная библиотека с поддержкой булевых грамматик, в том числе содержащих леворекурсивные правила;
- проведена апробация библиотеки на примере контекстно-свободной грамматики, булевой грамматики и грамматики из биоинформатики;
- проведено сравнение с существующими решениями;

- результаты работы представлены на конференции "СПИСОК-2017".

Исходный код доступен в репозитории [10], автор вел работу под учетной записью *onewhl*.

В текущем виде библиотека не готова к промышленному использованию, поскольку необходимы оптимизации, способствующие повышению скорости работы парсер-комбинаторов.

## Список литературы

1. Alexander Okhotin. Boolean grammars // Information and Computation. — 2004. — Vol. 194, no. 1. — P. 19–48.
2. Alexander Okhotin. Conjunctive and Boolean grammars: the true general case of the context-free grammars // Computer Science Review. — 2013. — Vol. 9. — P. 27–59.
3. Anastasia Izmaylova, Ali Afroozeh, Tijs van der Storm. Practical, general parser combinators // Proceedings of the 2016 ACM SIGPLAN Workshop on Partial Evaluation and Program Manipulation / ACM. — 2016. — P. 1–12.
4. Daniel Spiewak. Generalized Parser Combinators. — 2010.
5. Graham Hutton, Erik Meijer. Monadic parser combinators. — 1996.
6. Manfred J Sippl. Biological sequence analysis. Probabilistic models of proteins and nucleic acids, edited by R. Durbin, S. Eddy, A. Krogh, and G. Mitchinson. 1998. // Protein Science. — 1999. — Vol. 8, no. 3. — P. 695–695.
7. Mark Johnson. Memoization in top-down parsing // Computational Linguistics. — 1995. — Vol. 21, no. 3. — P. 405–417.
8. Noam Chomsky. Three models for the description of language // IRE Transactions on information theory. — 1956. — Vol. 2, no. 3. — P. 113–124.
9. Peter Norvig. Techniques for automatic memoization with applications to context-free parsing // Computational Linguistics. — 1991. — Vol. 17, no. 1. — P. 91–98.
10. parserCombinators [Электронный ресурс]. — Режим доступа: <https://github.com/anlun/parserCombinators/> (дата обращения: 19.05.2017).

# Поддержка расширенных контекстно-свободных грамматик в алгоритме синтаксического анализа Generalized LL

Горохов Артем Владимирович

Санкт-Петербургский государственный университет  
gorohov.art@gmail.com

**Аннотация** Для автоматизации разработки синтаксических анализаторов часто используют генераторы, строящие анализаторы на основе спецификации языка. Обычно спецификация описывается неоднозначной грамматикой в расширенной форме Бэкуса-Наура (EBNF), которую не могут обрабатывать большинство инструментов без преобразования к форме Бэкуса-Наура (BNF). Существующие подходы анализа EBNF без преобразования к BNF не способны обрабатывать неоднозначные грамматики. С другой стороны, алгоритм Generalized LL (GLL) допускает произвольные контекстно-свободные грамматики и достигает высокой производительности, но не способен обрабатывать EBNF грамматики. В данной работе описана модификация GLL алгоритма для обработки расширенных контекстно-свободных грамматик, эта форма родственна EBNF. Так же показано, что предложенный подход повышает производительность анализа по сравнению с алгоритмами использующими преобразование грамматик.

## Введение

Статический анализ — это анализ программного кода без его исполнения. Он производится после синтаксического анализа на основе грамматики, описывающей синтаксис языка. Общеупотребимый способ описания синтаксиса языков программирования — грамматики в расширенной форме Бэкуса-Наура (EBNF) [29]. С одной стороны, эта форма проста для понимания людей, с другой, достаточно формальна и допускает автоматизированное создание синтаксических анализаторов. Примером могут служить спецификации языков *C*, *C++*, *Java* и т.д.

Проблема в том, что существующие генераторы анализаторов, такие как ANTLR [1], Bison [5], преобразуют грамматики в форму EBNF для упрощения их структуры. В результате этого, представление кода строится на основе грамматики, отличной от заданной, что затрудняет обработку результатов анализа. С другой стороны, производительность таких алгоритмов анализа, как Generalized LL (GLL) [22] зависит от структуры грамматики, а её упрощение часто ведёт к избыточности представления, что отрицательно сказывается на производительности.

Алгоритм GLL показывает высокую производительность и способен работать с неоднозначными грамматиками. Предполагается, что поддержка в нём EBNF или родственных этой форме расширенных контекстно-свободных грамматик, увеличит производительность анализа для некоторых грамматик.

В данной работе предложен алгоритм синтаксического анализа, основанный на Generalized LL, для работы с расширенными контекстно-свободными грамматиками без преобразований. Показанно, что для некоторых грамматик алгоритм более производителен, чем существующие вариации GLL. В разделе 1 представлен обзор предметной области и литературы. Далее в разделе 2 представлены необходимые изменения в Generalized LL алгоритме и сопутствующих структурах данных. В разделе 3 описаны пути применения описанного ал-



горитма в задаче анализа регулярных множеств. Экспериментальное сравнение полученного алгоритма с современными модификациями Generalized LL содержится в разделе 4.

## 1 Обзор предметной области

Заметим, что EBNF является стандартизированной формой для *расширенных контекстно-свободных грамматик*.

**Определение 1.** *Расширенная контекстно-свободная грамматика (ECFG) [12] — это кортеж  $(N, \Sigma, P, S)$ , где  $N$  и  $\Sigma$  конечные множества нетерминалов и терминалов соответственно,  $S \in N$  является стартовым символом, а  $P$  (продукция) является отображением из  $N$  в регулярное выражение над алфавитом  $N \cup \Sigma$ .*

Существует широкий спектр методов анализа и алгоритмов [4, 7, 9–12, 15, 17], предназначенных для обработки ECFG. Детальный обзор результатов и задач в этой области представлены в работе [12]. Следует отметить, что большинство алгоритмов основано на методах LL-анализа [4, 8, 10] и LR-анализа [7, 15, 17], но они работают только с ограниченными подклассами расширенных контекстно-свободных грамматик — LL(k), LR(k). Таким образом, нет решения для обработки произвольных (в том числе неоднозначных) ECFG-грамматик.

ECFG-грамматики широко используется в качестве входного формата для генераторов синтаксических анализаторов, но классические алгоритмы синтаксического анализа часто требуют форму Бэкуса-Наура (BNF), в продукциях которой допускаются лишь последовательности из терминалов и нетерминалов. Возможно преобразование грамматик ECFG в форму BNF [11], но оно приводит к увеличению размера грамматики и изменению её структуры: при трансформации добавляются новые нетерминалы. В результате синтаксический анализатор строит дерево вывода относительно преобразованной грамматики, что затрудняет обработку результата анализа.

В настоящее время алгоритмы на основе LL(1)-анализа представляются наиболее практичными и обеспечивают лучшую диагностику ошибок по сравнению с LR-анализом, так как являются низходящими. Но некоторые грамматики не являются LL(k) (для любого k) и не могут быть использованы в LL(k) анализаторах. Другие проблемы для инструментов на основе LL — леворекурсивные грамматики и неоднозначности в грамматике, которые, вместе с предыдущим недостатком, усложняют создание анализаторов. Алгоритм Generalized LL, предложенный в [22], решает все эти проблемы: он обрабатывает произвольные CFG, в том числе неоднозначные и леворекурсивные. В общем случае временная и емкостная сложность GLL зависит кубически от размера входа. А для LL(1) грамматик, он демонстрирует линейную временную и пространственную сложность. Но он, как и другие современные алгоритмы, не допускает использования ECFG без предварительного преобразования к форме BNF.

Для увеличения производительности Generalized LL-алгоритма, была предложена поддержка лево-факторизованных грамматик в нём [24]. Алгоритм GLL обрабатывает все возможные ветви разбора строки по заданной грамматике, эти ветви описываются так называемыми дескрипторами, которые состоят из позиций в грамматике и во входе, корня построенного леса разбора и текущего узла стека. Из этого следует, что для уменьшения времени анализа и количества используемой памяти можно снизить количество дескрипторов для обработки. Один из путей для достижения этого — уменьшение размера грамматики (снижение количества различных позиций в ней). Этого можно достичь факторизацией грамматики. Пример факторизации показан на рис. 1: из грамматики  $G_0$  в процессе факторизации получена грамматика  $G'_0$ . Этот пример рассмотрен в работе [24], и доказано, что для некоторых грамматик факторизация существенно увеличивает производительность алгоритма GLL.

$$S ::= a a b c d \mid a a c d \mid a a c e \mid a a \quad S ::= a a (b c d \mid c (d \mid e) \mid \varepsilon)$$

(a) Исходная грамматика  $G_0$       (b) Факторизованная грамматика  $G'_0$

Рис. 1: Пример факторизации грамматики

Одно из возможных применений обобщённого синтаксического анализа — синтаксический анализ регулярных множеств. Синтаксическим анализом регулярных множеств называют анализ строк, заданных всеми возможными путями в конечном автомате. Такая задача возникает в различных областях, одна из которых — биоинформатика. В результате экспериментов получают данные о геномах организмов, которые представлены строками в конечном автомате (геномы — это строки над алфавитом  $\{A; C; G; T\}$ ). Этот автомат называется метагеномной сборкой.

Существует множество подходов к анализу и идентификации геномов. Один из них — поиск и сравнение участков таких структур как 16s рРНК, тРНК, так как по ним можно достаточно точно классифицировать организм, которому они принадлежат. Существуют такие инструменты, как REAGO [20] и HMMER [28], использующие скрытые цепи Маркова для поиска, Infernal [16], использующий ковариационные модели. Но они работают лишь с линейными цепочками генома, не объединёнными в конечный автомат, что требует большого количества памяти и неэффективно. С другой стороны, инструмент Xander [30] использует композицию скрытых моделей Маркова и метагеномных сборок. Изъян данного инструмента в существенно более низкой точности результата в сравнении с инструментами, использующими ковариационные модели.

Другой подход разрабатывается в лаборатории JetBrains СПбГУ. Поиск производится непосредственно в метагеномной сборке по таким структурам как тРНК, 16s рРНК. Эти структуры имеют некоторые общие свойства в строении, ко-

которые могут быть описаны контекстно-свободной грамматикой [18]. Таким образом, можно использовать синтаксический анализ регулярных множеств для поиска. Этот подход описан в работе [19], основан на алгоритме синтаксического анализа Generalized LL и был реализован в рамках проекта YaccConstructor [31]. В нашей работе будут использоваться результаты и данные из работы [19] для сравнения производительности полученного алгоритма.

## 2 Использование Generalized LL для обработки ECFG

В этом разделе описываются структуры и методы, необходимые для использования расширенных контекстно-свободных грамматик в алгоритме синтаксического анализа Generalized LL, а так же необходимые изменения в алгоритме анализа.

### 2.1 Представление ECFG

Представление ECFG, наиболее подходящее для синтаксического анализа — рекурсивные автоматы (Recursive Automata (RA) [26].

**Определение 2.** *Рекурсивный автомат  $R$  — это кортеж  $(\Sigma, Q, S, F, \delta)$ , где  $\Sigma$  — конечное множество терминалов,  $Q$  — конечное множество состояний,  $S \in Q$  — начальное состояние,  $F \subseteq Q$  — множество конечных состояний,  $\delta : Q \times (\Sigma \cup Q) \rightarrow Q$  — функция перехода.*

В рамках этой работы единственное различие между рекурсивным автоматом и общеизвестным конечным автоматом (FSA) состоит в том, что переходы в RA обозначаются либо терминалом ( $\Sigma$ ), либо состоянием автомата ( $Q$ ). Далее будем называть переходы помеченные элементами из  $Q$  *нетерминальными переходами*, а терминалами — *терминальными*

*переходами*. Нетерминальный переход в состояние  $q$  подразумевает построение вывода для некоторой подстроки, начиная с текущей позиции во входе по этому нетерминалу и последующий разбор оставшейся подстроки, начиная с состояния  $q$ .

Заметим, что позиции грамматики эквивалентны состояниям автомата, которые строятся из правых частей продукций грамматики. Правые части продукций ECFG являются регулярными выражениями над объединенным алфавитом терминалов и нетерминалов, поэтому построить по ним автомат можно используя общеизвестные алгоритмы. Следующий алгоритм строит RA с минимальным числом состояний для заданной ECFG:

- Построить конечный автомат, используя метод Томпсона [27] для правых частей продукций.
- Создать ассоциативный массив  $M$  из каждого нетерминала в соответствующее начальное состояние автомата. Этот массив должен оставаться консистентным на протяжении всех следующих шагов.
- Преобразовать автоматы из предыдущего шага в детерминированные без  $\varepsilon$ -переходов, используя алгоритм, описанный в [3].
- Минимизировать детерминированный автомат, используя, например, алгоритм Джона Хопкрофта [13].
- Заменить нетерминальные переходы переходами по стартовым состояниям автоматов, соответствующим данным нетерминалам, используя массив  $M$ . Результат этого шага — искомый рекурсивный автомат. Также используем  $M$  для определения функции  $\Delta : Q \rightarrow N$ , где  $N$  — имя нетерминала.

Пример преобразования ECFG в RA представлен на рис. 2, где состояние 0 — начальное состояние полученного RA.

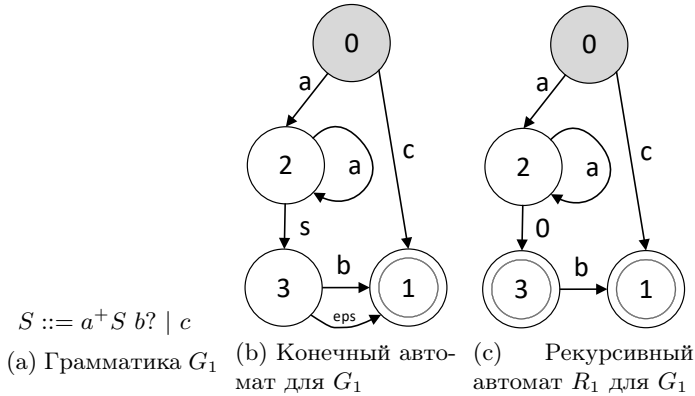


Рис. 2: Преобразование грамматики в рекурсивный автомат

## 2.2 Лес разбора для ECFG

Результатом синтаксического анализа является структурное представление входа — дерево или лес разбора в случае нескольких вариантов деревьев. Для начала, определим дерево вывода для рекурсивного автомата: это дерево, корень которого помечен начальным состоянием, листья — терминалы или  $\varepsilon$ , а внутренние узлы — нетерминалы  $N$  и их дети образуют последовательность, заданную путём в автомате, который начинается в состоянии  $q_i$ , где  $\Delta(q_i) = N$ . Введём это определение более формально.

**Определение 3.** *Дерево вывода последовательности  $\alpha$  для рекурсивного автомата  $R = (\Sigma, Q, S, F, \delta)$  — это дерево со следующими свойствами:*

- корень помечен  $\Delta(S)$ ;
- листья — терминалы  $a \in (\Sigma \cup \varepsilon)$ ;
- остальные узлы — нетерминалы  $A \in \Delta(Q)$ ;
- у узла с меткой  $N_i = \Delta(q_i)$  существует:

- множество детей  $l_0 \dots l_n (l_i \in \Sigma \cup \Delta(Q))$  тогда и только тогда, когда существует путь  $p$  в  $R$ ,  $p = q_i \xrightarrow{l_0} q_{i+1} \xrightarrow{l_1} \dots \xrightarrow{l_n} q_m$ , где  $q_m \in F$ ,  

$$l_i = \begin{cases} k_i, & \text{if } k_i \in \Sigma, \\ \Delta(k_i), & \text{if } k_i \in Q, \end{cases}$$
- только один ребенок, помеченный  $\varepsilon$ , тогда и только тогда, когда  $q_i \in F$ .

Для произвольных грамматик RA может быть неоднозначным с точки зрения допустимых путей, поэтому можно получить несколько деревьев разбора для одной входной строки. Shared Packed Parse Forest (SPPF) [21] может использоваться как компактное представление всех возможных деревьев разбора. Будем использовать бинаризованную версию SPPF, предложенную в [25], для уменьшения потребления памяти и достижения кубической наихудшей временной и емкостной сложности. Бинаризованный SPPF может использоваться в GLL [23] и содержит следующие типы узлов (здесь  $i$  и  $j$  — начало и конец выведенной подстроки во входной строке):

- упакованные узлы вида  $(S, k)$ , где  $S$  состояние автомата,  $k$  — начало выведенной подстроки правого ребёнка; у упакованных узлов обязательно существует правый ребёнок — символьный узел, и опциональный левый — символьный или промежуточный узел;
- символьный узел помечен  $(X, i, j)$  где  $X \in \Sigma \cup \Delta(Q) \cup \{\varepsilon\}$ ; терминальные символьные узлы ( $X \in \Sigma \cup \{\varepsilon\}$ ) — листья; нетерминальные символьные узлы ( $X \in \Delta(Q)$ ) могут иметь несколько упакованных детей;
- промежуточные узлы помечены  $(S, i, j)$ , где  $S$  состояние в автомате, могут иметь несколько упакованных детей.

Дети символьных и промежуточных узлов — упакованные. Различные упакованные дети — различные варианты поддеревьев. Если у узла или его потомков более одного упакованного ребёнка, то он содержит несколько вариантов разбора

для подстроки. Промежуточные и упакованные узлы необходимы для бинаризации SPPF, что обеспечивает большее переиспользование узлов. Так, деревья, представленные на рис. 4а, объединяются в SPPF показанный на рис. 4б. Опишем мо-

$$S ::= S S \mid c$$

Рис. 3: Грамматика  $G_0$

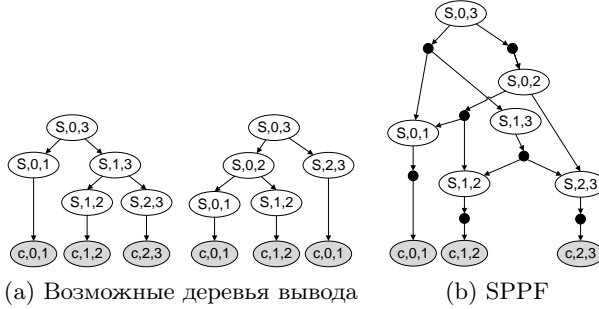


Рис. 4: Пример для входа  $sss$  и грамматики  $G_0$

дификации исходных функций построения SPPF. Функция **getNodeT**( $x, i$ ), которая создает терминальные узлы, повторно используется без каких-либо модификаций из базового алгоритма. Чтобы обрабатывать недетерминизм в состояниях, определим функцию **getNodeS**, которая проверяет, является ли следующее состояние RA финальным и в этом случае строит нетерминальный узел в дополнение к промежуточному. Она использует изменённую функцию **getNodeP**: вместо позиции в грамматике он принимает в качестве входных дан-



ных отдельно состояние RA и символ для нового узла SPPF: текущий нетерминал или следующее состояние RA.

```

function GETNODES( $S, A, w, z$ )
  if ( $S$  is final state) then
     $x \leftarrow \text{getNodeP}(S, A, w, z)$ 
  else  $x \leftarrow \$$ 
  if ( $w = \$$ ) & not ( $z$  is nonterminal node and its extents are
equal) then
     $y \leftarrow z$ 
  else  $y \leftarrow \text{getNodeP}(S, S, w, z)$ 
  return ( $y, x$ )

function GETNODEP( $S, L, w, z$ )
  ( $\_, k, i$ )  $\leftarrow z$ 
  if ( $w \neq \$$ ) then
    ( $\_, j, k$ )  $\leftarrow w$ 
     $y \leftarrow$  find or create SPPF node labelled ( $L, j, i$ )
    if ( $\nexists$  child of  $y$  labelled ( $S, k$ )) then
       $y' \leftarrow \text{new packedNode}(S, k)$ 
       $y'.\text{addLeftChild}(w)$ 
       $y'.\text{addRightChild}(z)$ 
       $y.\text{addChild}(y')$ 
    else
       $y \leftarrow$  find or create SPPF node labelled ( $L, k, i$ )
      if ( $\nexists$  child of  $y$  labelled ( $S, k$ )) then
         $y' \leftarrow \text{new packedNode}(S, k)$ 
         $y'.\text{addRightChild}(z)$ 
         $y.\text{addChild}(y')$ 
  return  $y$ 

```

Рассмотрим пример SPPF для ECFG  $G_1$ , показанные на рис. 2а. Эта грамматика содержит конструкции (условное вхождение (?)) и повторение (+)), которые должны быть преобразованы с использованием дополнительных нетерминалов для создания обычного GLL-анализатора. Предложенный генератор строит рекурсивный автомат  $R_1$  (рис. 2с) и анализа-

тор для него. Возможные деревья вывода последовательности *aacb* показаны на рис. 5а. SPPF, созданный синтаксическим анализатором (рис. 5б), содержит в себе все три дерева.

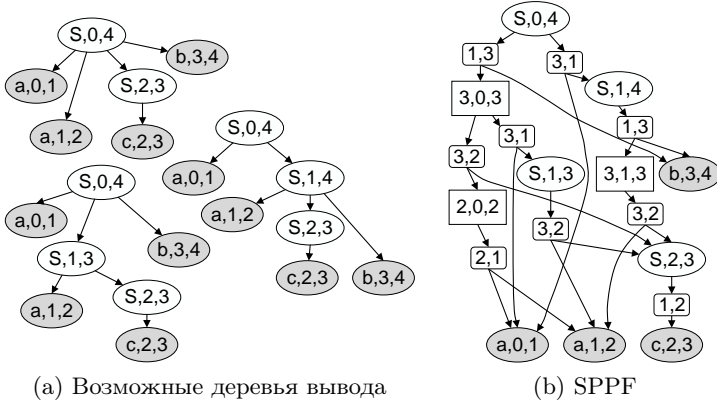


Рис. 5: Пример для входа *aacb* и автомата  $R_1$

### 2.3 Алгоритм построения леса разбора для ECFG

В этом разделе описываются изменения в управляющих функциях базового алгоритма Generalized LL, необходимые для обработки ECFG. Основной цикл представленного алгоритма аналогичен базовому GLL: на каждом шаге основная функция **parse** извлекает из очереди так называемый дескриптор  $R$  — кортеж, описывающий текущую ветку разбора. Пусть текущий дескриптор есть  $(C_S, C_U, i, C_N)$ , где  $C_S$  — состояние RA,  $C_U$  — узел GSS,  $i$  — позиция во входной строке  $\omega$ ,  $C_N$  — узел SPPF. В ходе обработки дескриптора могут возникнуть следующие не исключающие друг друга ситуации:

- $C_S$  — финальное состояние. Это возможно только если  $C_S$  — стартовое состояние текущего нетерминала. Следует

- построить нетерминальный узел с ребёнком  $(\varepsilon, i, i)$  и вызвать функцию **pop**, так как разбор нетерминала окончен.
- Существует терминальный переход  $C_S \xrightarrow{\omega.[i]} q$ . Во-первых, построить терминальный узел  $t = (\omega.[i], i, i + 1)$ , далее вызвать функцию **getNodes** чтобы построить родителя для  $C_N$  и  $t$ . Функция **getNodes** возвращает кортеж  $(y, N)$ , где  $N$  — опциональный нетерминальный узел. Создать дескриптор  $(q, C_U, i + 1, y)$  и, если в  $q$  ведёт несколько переходов, вызвать функцию **add** для этого дескриптора. Иначе поместить его в очередь вне зависимости от того был ли он создан до этого. Если  $N \neq \$$ , вызвать функцию **pop** для этого узла, состояния  $q$  и позиции во входе  $i + 1$ .
  - Существуют нетерминальные переходы из  $C_S$ . Это значит, что следует начать разбор нового нетерминала, поэтому должен быть создан новый узел GSS, если такового ещё нет. Для этого нужно вызвать функцию **create** для каждого такого перехода. Она осуществляет необходимые операции с GSS и проверяет наличие узла GSS для текущих нетерминала и позиции во входе.

Псевдокод для необходимых функций представлен ниже.

Функция **add** помещает в очередь дескриптор, если он не был создан до этого; эта функция не изменилась.

```

function CREATE( $S_{call}, S_{next}, u, i, w$ )
   $A \leftarrow \Delta(S_{call})$ 
  if ( $\exists$  GSS node labeled  $(A, i)$ ) then
     $v \leftarrow$  GSS node labeled  $(A, i)$ 
    if (there is no GSS edge from  $v$  to  $u$  labeled  $(S_{next}, w)$ )
  then
    add GSS edge from  $v$  to  $u$  labeled  $(S_{next}, w)$ 
    for  $((v, z) \in \mathcal{P})$  do
       $(y, N) \leftarrow$  getNodes $(S_{next}, u, nonterm, w, z)$ 
       $(\_, \_, h) \leftarrow y$ 
      add $(S_{next}, u, h, y)$ 
      if  $N \neq \$$  then

```

```

        ( $\_$ ,  $\_$ ,  $h$ )  $\leftarrow N$ ; pop( $u, h, N$ )
    else
         $v \leftarrow$  new GSS node labeled ( $A, i$ )
        create GSS edge from  $v$  to  $u$  labeled ( $S_{next}, w$ )
        add( $S_{call}, v, i, \$$ )
    return  $v$ 

function POP( $u, i, z$ )
    if ( $(u, z) \notin \mathcal{P}$ ) then
         $\mathcal{P}.add(u, z)$ 
    for all GSS edges ( $u, S, w, v$ ) do
        ( $y, N$ )  $\leftarrow$  getNodes( $S, v.nonterm, w, z$ )
        add( $S, v, i, y$ )
        if  $N \neq \$$  then pop( $v, i, N$ )

function PARSE
     $GSSroot \leftarrow newGSSnode(StartNonterminal, 0)$ 
     $R.enqueue(StartState, GSSroot, 0, \$)$ 
    while  $R \neq \emptyset$  do
        ( $C_S, C_U, i, C_N$ )  $\leftarrow R.dequeue()$ 
        if ( $C_N = \$$ ) and ( $C_S$  is final state) then
             $eps \leftarrow \mathbf{getNodeT}(\varepsilon, i)$ 
            ( $\_$ ,  $N$ )  $\leftarrow \mathbf{getNodes}(C_S, C_U.nonterm, \$, eps)$ 
            pop( $C_U, i, N$ )
        for each transition( $C_S, label, S_{next}$ ) do
            switch label do
                case Terminal( $x$ ) where ( $x = input[i]$ )
                     $T \leftarrow \mathbf{getNodeT}(x, i)$ 
                    ( $y, N$ )  $\leftarrow \mathbf{getNodes}(S_{next}, C_U.nonterm, C_N, T)$ 
                    if  $N \neq \$$  then pop( $C_U, i + 1, N$ )
                    if  $S_{next}$  has multiple ingoing transitions then
                        add( $S_{next}, C_U, i + 1, y$ )
                    else
                         $R.enqueue(S_{next}, C_U, i + 1, y)$ 
                case Nonterminal( $S_{call}$ )
                    create( $S_{call}, S_{next}, C_U, i, C_N$ )

```

```

if SPPF node (StartNonterminal, 0, input.length) exists
then
    return this node
else report failure

```

### 3 Синтаксический анализ регулярных множеств

Описанный в данной работе алгоритм можно применять для анализа регулярных множеств. При работе с конечным автоматом в качестве входных данных необходимо обрабатывать все переходы из текущей позиции (состояния) в автомате. Так, основная функция приобретает следующий вид:

```

function PARSEREGULARSET
    GSSroot  $\leftarrow$  newGSSnode(StartNonterminal, StartState)
    R.enqueue(StartState, GSSroot, StartState, $)
    while R  $\neq$   $\emptyset$  do
        (CS, CU, i, CN)  $\leftarrow$  R.dequeue()
        if (CN = $) and (CS is final state) then
            eps  $\leftarrow$  getNodeT( $\varepsilon$ , i)
            ( $\_$ , N)  $\leftarrow$  getNodes(CS, CU.nonterm, $, eps)
            pop(CU, i, N)
        for each transition(CS, label, Snext) do
            switch label do
                case Terminal(x)
                    for each (input[j]  $\xrightarrow{x}$  input[k]) do
                        T  $\leftarrow$  getNodeT(x, i)
                        (y, N)  $\leftarrow$  getNodes(Snext, CU.nonterm, CN, T)
                        if N  $\neq$  $ then pop(CU, k, N)
                        add(Snext, CU, k, y)
                case Nonterminal(Scall)
                    create(Scall, Snext, CU, i, CN)
    if SPPF node (StartNonterminal, StartState,  $\_$ ) exists
then

```

```
return this node  
else report failure
```

Позициями во входе для автомата становятся номера состояний и обрабатываются все исходящие переходы во входе. Кроме того, функция **add** вызывается при обработке терминального перехода всегда, чтобы поддержать возможные циклы во входе. Например, для грамматики  $S ::= a^*$  и входного автомата на рис. 6 дескриптор будет создаваться бесконечно, если не добавить его в множество созданных, и алгоритм не остановится. Данное изменение не меняет теоретическую сложность алгоритма, но может сказаться на производительности в худшую сторону. Поэтому этот подход можно применять лишь только в случае отсутствия циклов во входе, иначе вызывать функцию **add** только при наличии нескольких входящих переходов в текущее состояние.



Рис. 6: Пример входа для грамматики  $S ::= a^*$ .

## 4 Эксперименты

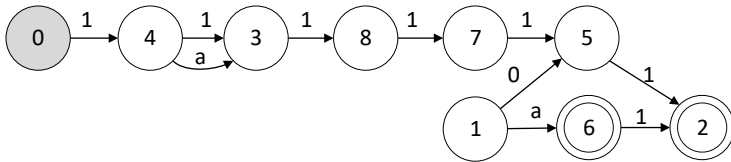
В работе [24] было проведено экспериментальное сравнение алгоритма для факторизованных грамматик (Factorised GLL, FGLL) и базового GLL-алгоритма, продемонстрировавшее, что FGLL показывает большую производительность для грамматик в форме Бэкуса-Наура, которые могут быть факторизованы. Предполагается, что предложенная в данной работе версия алгоритма продемонстрирует большую производительность, чем FGLL, для грамматик, имеющих эквивалентные

позиции для алгоритма минимизации автомата, но различные после факторизации. Автомат, построенный для грамматики, в которой есть эквивалентные позиции, для которых алгоритм создаёт большое количество дескрипторов, объединит данные позиции, сократив тем самым множество создаваемых дескрипторов, что в свою очередь увеличит производительность. Примером такой ситуации может служить грамматика  $G_2$  (рис. 7a), так как она содержит длинные последовательности в альтернативах, которые не сливаются при факторизации, но эквивалентны для алгоритма минимизации автомата. Рекурсивный автомат, построенный для этой грамматики, показан на рис. 7b.

$$S ::= K (K K K K K \mid a K K K K)$$

$$K ::= S K \mid a K \mid a$$

(a) Грамматика  $G_2$

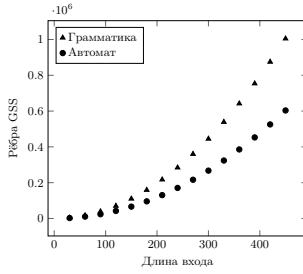


(b) Рекурсивный автомат для грамматики  $G_2$

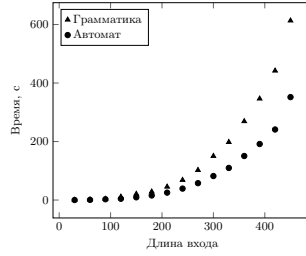
Рис. 7: Грамматика  $G_2$  и РА для неё

Эксперименты проводились на входах различной длины, результаты приведены на рис. 8. Точные данные для входа  $a^{450}$  показаны в таблице 1.

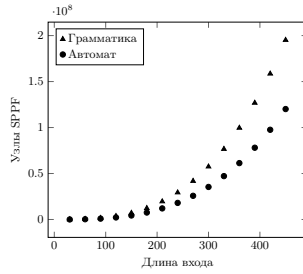
Для экспериментов использовался ПК со следующими характеристиками: Microsoft Windows 10 Pro x64, Intel(R) Core(TM) i7-4790 CPU @ 3.60GHz, 3601 Mhz, 4 Cores, 4 Logical Processors, 16 GB.



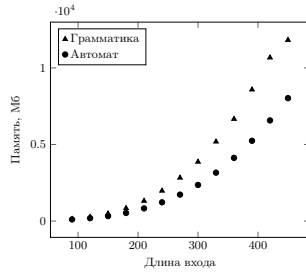
(а) Количество рёбер GSS.



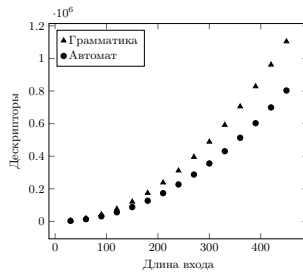
(б) Время работы.



(в) Количество узлов SPPF.



(г) Использование памяти



(е) Количество дескрипторов.

Рис. 8: Результаты экспериментов с грамматикой  $G_2$ .



	Время	Дескрипторы	Рёбра GSS	Узлы GSS	Узлы SPPF	Память, Мб
FGLL	10 мин. 13 с.	1104116	1004882	902	195 млн.	11818
RA	5 мин. 51 с.	803281	603472	902	120 млн.	8026
Ratio	43%	28%	40 %	0 %	39 %	33 %

Таблица 1: Результаты экспериментов для входа  $a^{450}$ 

Результаты данных экспериментов поддерживают предположение о том, что на некоторых грамматиках предложенный подход показывает результаты лучше FGLL. Для этого рекурсивного автомата анализатор создаёт меньше дескрипторов, чем для грамматики, так как цепочки нетерминалов  $K$  в альтернативах представлены единственным путём в автомате. Эта особенность ведёт к снижению количества узлов SPPF и размера GSS. В среднем, с грамматикой  $G_2$  версия с минимизированными автоматами работает на 43% быстрее, использует на 28% меньше дескрипторов, на 40% меньше рёбер GSS, создаёт на 39% меньше узлов SPPF и использует на 33% меньше памяти.

Было проведено экспериментальное сравнение разработанного алгоритма GLL с существующим в проекте YaccConstructor (основан на оригинальном алгоритме Generalized LL) в задаче поиска 16s pPHK в метагеномной сборке. Длинные рёбра сборки были предварительно отфильтрованы с помощью инструмента Infernal. В результате фильтрации сборка разбивается на компоненты, которые можно анализировать независимо друг от друга. Тем не менее, предложенный ранее алгоритм не позволяет обработать некоторые компоненты, поэтому сравнение проводилось на остальных: 10 компонент с 400-100 состояний и переходов и 1118 компонент

с менее чем 100 состояний и переходов. Результаты сравнения приведены в таблице 2 и показывают, что при работе с метагенными сборками новый алгоритм, в среднем, использует на 65% меньше памяти и работает на 45% быстрее базового GLL. Сравнение с FGLL показывает на 4% меньшее использование памяти новым алгоритмом и на 10% меньшее время работы.

	Деск-ры	GSS		Память	Время
		Рёбра	Узлы		
GLL	802млн	414млн	339млн	20Гб	52 мин. 43 с.
FGLL	382млн	187млн	134млн	7Гб	29 мин. 27 с.
RA	362млн	190млн	134млн	6,8Гб	26 мин. 34 с.

Таблица 2: Результаты экспериментов с метагеномной сборкой

## Заключение

В рамках данной работы была разработана и реализована модификация алгоритма GLL, работающая с расширенными контекстно-свободными грамматиками. Показано, что полученный алгоритм повышает производительность поиска структур, заданных с помощью контекстно-свободной грамматики в метагеномных сборках. Описанный алгоритм и генератор синтаксических анализаторов реализованы в расках проекта YaccConstructor на языке программирования F#. Исходный код доступен в репозитории проекта: <https://github.com/YaccConstructor/YaccConstructor>.

Одним из методов для описания семантики языка являются атрибутные грамматики, но они не поддерживаны в описанном алгоритме. Опубликовано несколько работ о подклассе атрибутных ECFG (например [4]), тем не менее нет общего решения для произвольных ECFG. Таким образом, поддержка

атрибутных расширенных контекстно-свободных грамматик и подсчёт семантики может быть дальнейшим развитием данной работы.

## Список литературы

1. ANTLR Project website. — <http://www.antlr.org/>.
2. Afroozeh Ali, Izmaylova Anastasia. Faster, Practical GLL Parsing // International Conference on Compiler Construction / Springer. — 2015. — P. 89–108.
3. Aho Alfred V, Hopcroft John E. The design and analysis of computer algorithms. — Pearson Education India, 1974.
4. Alblas Henk, Schaap-Kruseman Joos. An attributed ELL (1)-parser generator // International Workshop on Compiler Construction / Springer. — 1990. — P. 208–209.
5. Bison Project website. — <https://www.gnu.org/software/bison/>.
6. Breveglieri Luca, Crespi Reghizzi Stefano, Morzenti Angelo. Shift-Reduce Parsers for Transition Networks // Language and Automata Theory and Applications: 8th International Conference, LATA 2014, Madrid, Spain, March 10–14, 2014. Proceedings / Ed. by Adrian-Horia Dediu, Carlos Martín-Vide, José-Luis Sierra-Rodríguez, Bianca Truthe. — Cham : Springer International Publishing, 2014. — P. 222–235. — ISBN: 978-3-319-04921-2. — Access mode: [http://dx.doi.org/10.1007/978-3-319-04921-2\\_18](http://dx.doi.org/10.1007/978-3-319-04921-2_18).
7. Breveglieri Luca, Reghizzi Stefano Crespi, Morzenti Angelo. Shift-reduce parsers for transition networks // International Conference on Language and Automata Theory and Applications / Springer. — 2014. — P. 222–235.
8. Brüggemann-Klein Anne, Wood Derick. On predictive parsing and extended context-free grammars // International Conference on Implementation and Application of Automata / Springer. — 2002. — P. 239–247.
9. Brüggemann-Klein Anne, Wood Derick. The parsing of extended context-free grammars. — 2002.
10. Heckmann Reinhold. An efficient ELL (1)-parser generator // Acta Informatica. — 1986. — Vol. 23, no. 2. — P. 127–148.

11. Heilbrunner Stephan. On the definition of ELR (k) and ELL (k) grammars // Acta Informatica. — 1979. — Vol. 11, no. 2. — P. 169–176.
12. Hemerik Kees. Towards a Taxonomy for ECFG and RRPg Parsing // International Conference on Language and Automata Theory and Applications / Springer. — 2009. — P. 410–421.
13. An  $n \log n$  algorithm for minimizing states in a finite automaton Rep. / DTIC Document ; Executor: John Hopcroft : 1971.
14. Lee Gyung-Ok, Kim Do-Hyung. Characterization of extended LR (k) grammars // Information processing letters. — 1997. — Vol. 64, no. 2. — P. 75–82.
15. Morimoto Shin-ichi, Sassa Masataka. Yet another generation of LALR parsers for regular right part grammars // Acta informatica. — 2001. — Vol. 37, no. 9. — P. 671–697.
16. Nawrocki Eric P, Eddy Sean R. Infernal 1.1: 100-fold faster RNA homology searches // Bioinformatics. — 2013. — Vol. 29, no. 22. — P. 2933–2935.
17. Purdom Jr Paul Walton, Brown Cynthia A. Parsing extended LR (k) grammars // Acta Informatica. — 1981. — Vol. 15, no. 2. — P. 115–127.
18. Quantifying variances in comparative RNA secondary structure prediction / James WJ Anderson, Ādám Novák, Zsuzsanna Sükösd et al. // BMC Bioinformatics. — 2013. — Vol. 14, no. 1. — P. 149.
19. Ragozina Anastasiya. GLL-based relaxed parsing of dynamically generated code : Master's Thesis / Anastasiya Ragozina ; SpBU. — 2016.
20. Reconstructing 16S rRNA genes in metagenomic data / Cheng Yuan, Jikai Lei, James Cole, Yanni Sun // Bioinformatics. — 2015. — Vol. 31, no. 12. — P. i35–i43.
21. Rekens Joan Gerard. Parser generation for interactive environments : Ph.D. thesis / Joan Gerard Rekens ; Universiteit van Amsterdam. — 1992.
22. Scott Elizabeth, Johnstone Adrian. GLL parsing // Electronic Notes in Theoretical Computer Science. — 2010. — Vol. 253, no. 7. — P. 177–189.
23. Scott Elizabeth, Johnstone Adrian. GLL parse-tree generation // Science of Computer Programming. — 2013. — Vol. 78, no. 10. — P. 1828–1844.

24. Scott Elizabeth, Johnstone Adrian. Structuring the GLL parsing algorithm for performance // Science of Computer Programming. — 2016. — Vol. 125. — P. 1–22.
25. Scott Elizabeth, Johnstone Adrian, Economopoulos Rob. BRNGLR: a cubic Tomita-style GLR parsing algorithm // Acta informatica. — 2007. — Vol. 44, no. 6. — P. 427–461.
26. Tellier Isabelle. Learning recursive automata from positive examples // Revue des Sciences et Technologies de l'Information-Série RIA: Revue d'Intelligence Artificielle. — 2006. — Vol. 20, no. 6. — P. 775–804.
27. Thompson Ken. Programming Techniques: Regular Expression Search Algorithm // Commun. ACM. — 1968. — Jun. — Vol. 11, no. 6. — P. 419–422. — Access mode: <http://doi.acm.org/10.1145/363347.363387>.
28. Wheeler Travis J, Eddy Sean R. nhmmer: DNA homology search with profile HMMs // Bioinformatics. — 2013. — P. btt403.
29. Wirth Niklaus. Extended Backus-Naur Form (EBNF) // ISO/IEC. — 1996. — Vol. 14977. — P. 2996.
30. Xander: employing a novel method for efficient gene-targeted metagenomic assembly / Qiong Wang, Jordan A. Fish, Mariah Gilman et al. // Microbiome. — 2015. — Vol. 3, no. 1. — P. 32. — Access mode: <http://dx.doi.org/10.1186/s40168-015-0093-6>.
31. YaccConstructor [Электронный ресурс]. — Режим доступа: <https://github.com/YaccConstructor/YaccConstructor> (дата обращения: 11.05.2015).

# Компиляция сертифицированных F\*-программ в надежные Web-приложения

Полубелова Марина Игоревна

Санкт-Петербургский государственный университет  
polubelovam@gmail.com

**Аннотация** Одним из способов повышения надежности систем является использование сертифицированного программирования для создания и верификации программного обеспечения. В рамках данного подхода реализация выполняется на языке с богатой типовой системой, статически гарантирующей некоторые свойства программы. Такая программа впоследствии транслируется в исполняемый на целевом устройстве язык программирования. Такой подход используется, например, для верификации криптографических примитивов в проекте НАСЛ\*, выполненном на языке программирования F\*. В данной работе целевым языком для трансляции F\*-программ выбран язык JavaScript, поддерживаемый всеми современными веб-браузерами. В работе предложены правила трансляции из F\* в JavaScript, сохраняющие аннотации типов. Благодаря этой особенности возможно использовать инструмент Flow для дополнительной проверки полученной в результате трансляции программы.

## Введение

В последнее время происходит стремительный рост количества устройств, подключаемых к Интернет. Взаимодей-

ствие между этими устройствами осуществляется с использованием различных протоколов. В зависимости от целей и потребностей пользователей Интернет-устройств формулируются различные требования к таким протоколам. Одно из важных требований является обеспечение конфиденциальности и целостности пользовательских данных. Например, при оплате онлайн-покупок банковской картой покупатель хочет быть уверен в том, что данные его карты не попадут к злоумышленникам, а банк получит именно те данные, которые были введены пользователем. Безопасность соединения таких Интернет-устройств зависит от используемых криптографических протоколов и кода Веб-приложений, который чаще всего создается на JavaScript [5]. Поэтому необходимо гарантировать безопасность используемых протоколов и Веб-приложений, а для последних еще и робастность (robustness). Веб-приложение является робастным, если оно продолжает работу даже при неверных входных данных, а не завершается аварийно.

Для работы Веб-приложений широко используется криптографический протокол Transport Layer Security (TLS) [3], который обеспечивает защищенную передачу данных. Для установления соединения между клиентом и сервером протокол сначала выполняет процедуру подтверждения сеанса связи, которая включает в себя согласование используемых алгоритмов шифрования и хэш-функций, валидацию сертификата сервера. После этого протокол устанавливает безопасное соединение, которое обеспечивает конфиденциальность передаваемых данных. Для сохранения целостности и аутентификации сообщений используются так называемые коды аутентификации — дополнительная информация, получаемая на основе передаваемых данных и позволяющая доказать, что сообщение не изменилось и не было подделано. Несмотря на продолжительное время разработки криптографических библиотек (например, библиотека OpenSSL [19] разрабатывается с 1998 года), они остаются подвержены хакерским атакам. При этом многие атаки используют ошибки, допущенные в программном обес-

печении. Например, ставшая известной в 2014 году уязвимость Heartbleed [36] в криптографической библиотеке OpenSSL позволяла несанкционированное чтение памяти на сервере или на клиенте.

Итак, существует необходимость в создании надежных систем, которые будут устойчивы к хакерским атакам. С одной стороны, для этого нужны новые протоколы, с другой — необходимы новые подходы к разработке программного обеспечения. Одним из таких подходов является использование сертифицированного программирования [1] для создания и верификации программ, которые затем транслируются в целевой язык. Сертифицированное программирование позволяет доказывать, что программа соответствует своему формальному описанию. Данный процесс происходит статически, что позволяет гарантировать, что программа всегда работает так, как указано в ее спецификации. В качестве инструментов для создания сертифицированных программ используются такие инструменты как Coq [22], Agda [20], F\* [4], Idris [27] и другие. При этом необходимо гарантировать, что весь стек от создания программы до получения целевого кода является корректным и безопасным, так же, как и полученная в результате этого программа.

Данный подход применяется в проекте Everest [24], который нацелен на создание высокопроизводительной, соответствующей спецификациям, реализации протокола HTTPS. Данные в этом протоколе передаются поверх криптографического протокола TLS. Данный проект включает в себя подпроекты miTLS [32] и HACLS\* [16], которые посвящены верификации, соответственно, протокола TLS и криптографических примитивов. Для создания и верификации программ выбран функциональный язык программирования F\* [25]. С одной стороны, этот язык обладает богатой системой типов, которая включает в себя зависимые (dependent types) и уточняющие типы (refinement types) [1]. С другой стороны, F\* позволяет доказывать многие свойства программы, например, что



эффективная реализация программы соответствует своей спецификации. Для F\* разработаны механизмы извлечения верифицированного кода в программы на OCaml и C [17]. Данный подход обеспечивает относительную независимость процесса создания программы от целевой платформы, позволяя использовать верифицированный код во многих областях.

В данной работе целевым языком для компиляции F\*-программ выбран JavaScript. Данный язык поддерживается всеми современными Веб-браузерами, не требуя установки дополнительного программного обеспечения. В данной работе предложены правила трансляции с языка F\* в JavaScript (ECMAScript 6 [33]), гарантирующие сохранение аннотации типов. Это позволяет эффективно использовать инструмент Flow [26] (статический анализатор типов для JavaScript) для дополнительной проверки оттранслированной программы.

Данная работа была инициирована в рамках стажировки автора в INRIA Paris под руководством Karthikeyan Bhargavan. Проводимые исследования были поддержаны грантом JetBrains Research.

## 1 Постановка задачи

Целью данной работы является разработка инструмента для компиляции сертифицированных F\*-программ в робастные Web-приложения на JavaScript. Для ее достижения были поставлены следующие задачи:

- сформулировать правила трансляции с языка F\* на JavaScript, гарантирующие сохранение аннотаций типов;
- выполнить реализацию предложенного подхода;
- провести экспериментальное исследование реализованного инструмента.

## 2 Обзор

В данном обзоре описаны исходный и целевой языки трансляции, а именно, языки программирования  $F^*$  и JavaScript. Описан инструмент Flow, используемый в работе, а также приведено обоснование выбора данного инструмента. Приведено также описание существующих инструментов для трансляции OCaml-программ в JavaScript-приложения. В конце обзора дано описание проекта HACLS\*, который является контекстом данной работы и из которого были взяты тестовые данные для проведения экспериментального исследования инструмента, реализованного в рамках данной работы.

### 2.1 Язык $F^*$

В данной работе исходным языком для трансляции программ является функциональный язык программирования  $F^*$  [4, 15, 25], который ориентирован на верификацию программ. Система типов  $F^*$  включает в себя полиморфизм, уточняющие и зависимые типы (refinement and dependent types), monadic effects и вычисление слабейших предусловий. Данный язык позволяет создавать и верифицировать программы, то есть доказывать, что программа соответствует своей спецификации. Для этого данный инструмент использует SMT-решатель Z3 [30] и доказательства, написанные пользователем. Проверифицированный код можно извлечь в программы на OCaml и C [17].

Для того чтобы продемонстрировать основные особенности языка  $F^*$ , рассмотрим пример вычисления факториала (см. листинг 1).

Для функции `fact` система типов языка  $F^*$  выведет тип  $int \rightarrow int$ . Данная программа работает корректно для всех неотрицательных чисел, но если вызвать данную функцию от отрицательного аргумента, например, `fact -2`, то программа заикнется. Чтобы избежать такой ситуации, можно вве-

---

**Listing 1** Функция вычисления факториала

---

```
let rec fact n =  
  if n = 0 then 1 else n * (fact (n - 1))
```

---

сти ограничения на входные параметры функции. Сделать это можно с использованием уточняющих типов (см. листинг 2).

---

**Listing 2** Функция вычисления факториала с эффектом *Tot*

---

```
val fact: x:int{x >= 0} -> Tot int  
let rec fact n =  
  if n = 0 then 1 else n * (fact (n - 1))
```

---

Уточняющие типы имеют вид  $x : t\{\phi(x)\}$ , где элемент  $x$  принадлежит к типу  $t$  и удовлетворяет предикату  $\phi(x)$ . В данном примере таким типом является  $x:\text{int}\{x \geq 0\}$ . В этом же примере появилось ключевое слово *Tot* (total), которое отражает эффект вычисления функции. Данный эффект (*Tot t*) гарантирует, что функция всегда завершает работу, а полученный результат имеет тип  $t$ . Когда в программе происходит вызов данной функции, то при верификации проверяется, что аргументы вызывающей функции удовлетворяют ее условиям.

Для доказательства корректности программ можно использовать леммы, которые не имеют вычислительного эффекта и всегда возвращают `unit`, но они позволяют доказывать многие свойства программы. При этом формулировка леммы “находится” в типах, а само доказательство приводится в теле функции. Например, можно доказать, что результат вычисления функции факториала числа всегда является положительным числом (см. листинг 3).

Доказывается данное свойство индукцией по числу  $x$ . В данном примере используется ключевое слово *GTot* (ghost total), которое как раз и означает, что функция не имеет вы-

---

**Listing 3** Результат вычисления факториала является положительным числом

---

```
val fact_property: x:int{x>=0} -> GTot (u:unit{fact x > 0})
let rec fact_property x =
  match x with
  | 0 -> ()
  | _ -> fact_property (x - 1)
```

---

числительного эффекта и всегда возвращает тип `unit` (ghost-вычисления). При трансляции таких функций сохраняется только их сигнатура (уточняющие и зависимые типы заменяются на близкие им типы в целевом языке), при этом тело самой функции удаляется. Результат трансляции данного примера представлен в листинге 4.

---

**Listing 4** Результат трансляции функции *fact\_property*

---

```
let fact_property (x:int) = ()
```

---

В данном примере используется зависимый тип `u:unit{fact x > 0}`, который в общем случае имеет вид  $x : t_1 \rightarrow \dots \rightarrow x_n : t_n[x_1 \dots x_{n-1}] \rightarrow E \ t[x_1 \dots x_n]$ . Нотация  $t[x_1 \dots x_{n-1}]$  означает, что переменные  $x_1 \dots x_{n-1}$  могут свободно входить в аргумент  $t$ .  $E$  содержит эффект вычисления тела функции.

Данная функция может быть записана в виде, представленном в листинге 5, где ключевые слова **requires** и **ensures** соответствуют предусловию и постусловию леммы.

Как уже было сказано, если не накладывать ограничения на входные параметры функции, то при вызове функции с отрицательным аргументом программа заикнется. Данный эффект можно отобразить с использованием ключевого слова *Dv* (см. листинг 6).

---

**Listing 5** Результат вычисления факториала является положительным числом

---

```
val fact_property: x:int -> Lemma
  (requires (x >= 0))
  (ensures (fact x > 0))
let rec fact_property x =
  match x with
  | 0 -> ()
  | _ -> fact_property (x - 1)
```

---



---

**Listing 6** Функция вычисления факториала с эффектом  $Dv$

---

```
val fact : int -> Dv int
let rec fact n =
  if n = 0 then 1 else n * (fact (n - 1))
```

---

Функцию вычисления факториала числа также можно написать с использованием ссылочных переменных (см. листинг 7), которые фактически являются указателями. Для обращения к хранимому значению используется нотация  $!x$ , для изменения хранимого значения —  $x1 := x2$ . Ключевое слово *ST* (stateful) означает, что выполнение функции происходит с использованием кучи, то есть могут выполняться операции чтения и записи, создания новых ссылочных переменных и т.д. Так как для вычислений используется куча, то необходима модель памяти, которая позволит доказывать необходимые свойства. Например, что два разных указателя не ссылаются на одну и ту же память (alias analysis). В данном примере *upd h0 r1 x* означает, что нужно обновить значение переменной по адресу *r1* в куче *h0* значением *x*. Конструкция *sel h0 r1* означает, что нужно выбрать значение, находящееся по адресу *r1* в куче *h0*. Постусловие **ensures** утверждает, что существует такое *x*, что в результате выполнения функции **fact\_st** в куче *h1* будет содержаться результат выполнения функции **fact x** (так как *sel h0 r1 = x*) по адресу *r2*.

---

**Listing 7** Функция вычисления факториала с эффектом *ST*

---

```
type nat = x:int{x>=0}

val fact_st : r1:ref nat -> r2:ref nat -> ST unit
  (requires (fun h0 -> True))
  (ensures (fun h0 _ h1 ->
    exists x. h1 == (upd (upd h0 r1 x) r2 (fact (sel h0 r1))))))
let rec fact_st r1 r2 =
  let x1 = !r1 in
  if x1 = 0
  then r2 := 1
  else
    r1 := x1 - 1;
    fact_st r1 r2;
    let x2 = !r2 in
    r2 := x2 * x1
```

---

Самым общим эффектом вычисления является эффект *ML*, который включает в себя все остальные эффекты. Пример использования такого эффекта представлен в листинге 8.

---

**Listing 8** Функция вычисления факториала с эффектом *ML*

---

```
val fact : int -> ML int
let rec fact n =
  if n = 0 then 1 else n * (fact (n - 1))
```

---

Таким образом, эффекты  $\{Tot, ML, Dv, ST\}$  образуют решетку, в которой  $Tot < Dv < ML$  и  $Tot < ST < ML$ . Пользователи также могут добавлять свои эффекты вычисления.

## 2.2 Особенности языка JavaScript

JavaScript является популярным языком программирования, используемым для разработки Веб-приложений [14]. Данный язык является динамически типизированным и прототип-ориентированным и не имеет стандартной нотации хранения переменных [5]. Все это привносит ряд сложностей при работе: семантика языка сложна для понимания, а отсутствие типизации данных увеличивает количество возможных ошибок и затрудняет читаемость кода.

Осложняет процесс понимания работы языка JavaScript, например, принцип хранения переменных. Чтобы показать его особенности, приведем пример из [5]:

---

**Listing 9** Пример функции, демонстрирующий особенности хранения переменных

---

```
x = null; y = null; z = null;
f = function(w){x = v; v = 4; var v; y = v;};
v = 5; f(null); z = v;
```

---

Необходимо ответить на вопрос, какие значения будут иметь переменные  $x$ ,  $y$  и  $z$  после завершения программы. Правильным ответом являются, соответственно, `undefined`, 4 и 5. Так как при выполнении программы внутри тела функции  $f$  все локальные переменные выносятся в начало блока и инициализируются значениями `undefined`, то функция  $f$  неявно имеет вид, представленный в листинге 10.

Перед вызовом функции  $f$  значение переменной  $v$  равно 5, однако внутри функции  $f$  также есть локальная переменная  $v$ . Так как все локальные переменные выносятся в начало блока и инициализируются значениями `undefined`, то переменная  $x$  имеет значение `undefined`. При этом выполнение функции  $f$  повлияло на значения глобальных переменных  $x$  и  $y$ .

---

**Listing 10** Неявный вид функции, представленный в листинге 9

---

```
f = function(w){  
    var v = undefined;  
    x = v; v = 4; y = v;  
}
```

---

Одним из подходов к созданию более надежных JavaScript-программ является написание программ на языке со строгой типизацией с последующей их трансляции в JavaScript [34]. Такой подход обладает рядом преимуществ. Во-первых, исходный язык для написания программ является строго типизированным, что позволяет обнаруживать ошибки на этапе компиляции программы. Во-вторых, данный подход позволяет избежать ряд ручных проверок на соответствие типов. В-третьих, благодаря более высокому уровню абстракции программы, повышается уровень ее понимания и отсутствует необходимость в запоминании типов используемых переменных.

Другим подходом является создание нового языка, который близок к JavaScript и для которого уже можно разработать инструменты статического анализа кода. Например, язык программирования TypeScript [37] и инструмент Flow [26], который является статическим анализатором для JavaScript.

В данной работе при трансляции F\*-программ в JavaScript-приложения используется последняя версия спецификации языка JavaScript (ECMAScript 6), в которой представлены новые конструкции языка. Например, использование конструкций `let` и `const` для объявления переменных вместо конструкций `var` позволяет контролировать область видимости переменных. Использование стрелочных функций (arrow function) `(x) => {e}` позволяет корректно реализовать частичное применение функции к ее аргументам.



## 2.3 Инструмент Flow

Инструмент Flow [26] является статическим анализатором типов для JavaScript. Он позиционируется как средство для создания робастного и безопасного, с точки зрения системы типов, JavaScript-кода. Добавление типов к динамически типизированному языку имеет ряд преимуществ. Во-первых, это позволяет статически находить ошибки при проверке согласованности типов, например, `2 + "hi"`. Во-вторых, это помогает при документировании системы. В-третьих, позволяет в IDE включать функциональность, которая помогает при работе с кодом. Хотя добавление дополнительных проверок отражается на время разработки программы, разработчики инструмента Flow ввели несколько режимов работы с инструментом: не проверять код совсем, проверять код без типовой аннотации и проверять код с внесенным в него типовой информацией. Быстро проверять большую кодовую базу помогает следующий подход: параллельно обрабатывать каждый модуль программы, после чего соединять результаты в один, а также проверять только те файлы, которые были изменены. Возможность постепенного введения информации о типах в программу делает инструмент Flow применимым к уже существующим проектам.

Целью создания инструмента Flow является также обеспечение более точного информирования об ошибках, которые нарушают согласованность типов. При этом анализ согласованности типов обладает больше свойством *soundness*, чем *completeness*. То есть инструмент информирует не только об ошибках, которые точно произойдут, но и о возможных ошибках, которые могут ими и не быть.

### Сравнение Flow и TypeScript

Ниже приведены основные критерии, которые повлияли на выбор инструмента Flow. Данные о сравнении инструмента Flow с языком TypeScript взяты из источника [35].

- TypeScript — язык программирования, Flow — инструмент для статической проверки типов в JavaScript-программах,

в котором аннотация типов легко убирается из программы, используя плагин из babel.

- Flow имеет более богатую и точную (soundness) систему типов, чем TypeScript.
- Логика работы системы типов инструмента Flow близка к той, что используется в функциональных языках программирования.

Использование инструмента Flow в данной работе позволяет упростить правила трансляции типов, так как логика работы системы типов инструмента Flow близка к той, что используется в OCaml. При этом, если разработчик уверен, что программа правильно типизирована, то можно, не запуская инструмент Flow, удалить аннотацию типов из программы и получить готовое приложение, что сократит время разработки.

## 2.4 Инструменты трансляции программ на OCaml в JavaScript-приложения

В рамках данной работы были выдвинуты специальные требования к инструменту для компиляции F\*-программ в JavaScript-приложения. Во-первых, необходимо гарантировать, что весь стек от создания программы до получения целевого кода является корректным и безопасным, как и полученная в результате этого программа. Во-вторых, F\* позволяет при создании программы использовать конструкцию *assume*, которая описывает сигнатуру функцию без ее реализации. Например, конструкция *assume* может использоваться, если нет необходимости верифицировать функцию или реализация функции зависит от целевой платформы. При трансляции кода, помеченного конструкцией *assume*, порождаются функции без тела, поэтому необходимо предоставить конечному пользователю возможность подменять реализацию таких функций.

Для трансляции F\*-программ в JavaScript-приложения можно использовать реализованный в рамках проекта F\* механизм извлечения верифицированного кода в программы на OCaml, то есть трансляция F\*-программ в JavaScript-приложения сведется к трансляции OCaml-программ в JavaScript-приложения. Существуют два инструмента для трансляции OCaml-программ в JavaScript-приложения. Первый инструмент `js_of_ocaml` [31] проводит трансляцию программ на уровне байт-кода, в результате чего получается эффективный код, который не сохраняет связь с исходным. Вторым инструментом BuckleScript [21] проводит трансляцию программ на уровне лямбда-выражений и создает при этом читаемый, эффективный и модульный код.

Требованию безопасности инструментального стека существующие решения не удовлетворяют, так как ни один из инструментов не гарантирует, что полученная в результате трансляции программа является корректной. При этом многие оптимизации, сделанные в данных инструментах, нарушают согласованность типов. Например, трансляция булевого значения в числовое представление позволяет использовать функции, возвращающие булево значение, в арифметических выражениях. То есть, когда *true* и *false* транслируются, соответственно, в 1 и 0, то возможно использование, например, функции *exists l x*, которая проверяет вхождение элемента *x* в список *l*, в арифметическом выражении  $(exists\ l\ x) + 5$ , что семантически является некорректным, с точки зрения семантики целевого языка.

Для второго требования, которое заключается в предоставлении пользователям возможности подменять код некоторых функций на целевом языке, можно предложить два подхода. Первый подход позволяет предоставлять реализацию необходимых функций на языке OCaml, а второй подход — на языке JavaScript. Так как OCaml является промежуточным языком при трансляции F\*-программ в JavaScript-приложения, то взаимодействие с еще одним языком программирования может

осложнить процесс получения целевого кода. При этом существующий подход в проекте FStarLang для получения OCaml-программ из F\*-программ не позволяет использовать существующие инструменты для компиляции OCaml-программ в JavaScript. Это связано с тем, что та реализация, которая дается для некоторых стандартных F\*-библиотек на OCaml использует вставки кода на C. Для того чтобы использовать второй подход, необходимо, чтобы полученный в результате трансляции код, сохранял связь с исходным кодом. Для этого подходит только инструмент BuckleScript, однако данный инструмент использует внутреннее представление для некоторых структур данных, что нужно учитывать при разработке программ. Например, внутреннее представление используется для списков и записей, так если в исходном коде список имел вид `1 :: 2 :: [3]`, то в целевом коде это будут вложенные списки `[1, [2, [3, 0]]]`.

Таким образом, существует необходимость в разработке инструмента для трансляции программ на F\*, а именно подмножества языка OCaml, в JavaScript, который будет удовлетворять заявленным требованиям.

## 2.5 Проект NACL\*

Проект NACL\* (High-Assurance Cryptographic Library) [16] посвящен верификации криптографических примитивов, которые используются в качестве компонентов при построении криптографических протоколов. Для создания и верификации программ используется язык F\*. Проверифицированный код извлекается в программы на OCaml и C. На текущий момент проверифицированы следующие примитивы:

- Stream ciphers: Chacha20, Salsa20, XSalsa20;
- MACs: Poly1305;
- Elliptic Curves: Curve25519;
- NaCl API: `secret_box`, `box`.

Целью проекта HACLS\* является создание эталонных реализаций (reference implementation) популярных криптографических примитивов и верификации их на безопасный доступ к памяти (memory safety), устойчивости к атакам по сторонним каналам (side-channel attack) и функциональной корректности. Данный проект является частью проекта Everest [24], который нацелен на создание проверифицированной версии протокола HTTPS. В этот проект также входят проекты, перечисленные ниже.

- Язык программирования F\* [4], ориентированный на верификацию программ.
- Проект miTLS [32], который посвящен верификации протокола TLS. Для создания и верификации программ использовался язык F\*.
- Проект HACLS\* [16], который посвящен верификации криптографических примитивов. Для создания и верификации программ использовался язык F\*.
- KreMLin [17] — компилятор из подмножества языка F\* в C.
- Язык программирования Vale [28] и инструмент Dafny [23] для создания и верификации криптографических примитивов на ассемблере.

Проект HACLS\* является контекстом данной работы, так как одним из дальнейших направлений работы является поддержка HACLS\* в качестве криптографической библиотеки для JavaScript. Из данного проекта были взяты тестовые данные для проведения экспериментального исследования инструмента, реализованного в рамках данной работы.

### 3 Правила трансляции с языка F\* на JavaScript

В данном разделе описаны подход, который применяется к трансляции языка F\* в JavaScript, и предложенные правила трансляции.

### 3.1 Описание подхода

Классическим подходом к трансляции программ является использование синтаксически управляемой трансляции [10]. Данный подход сводится к построению абстрактного синтаксического дерева (Abstract Syntax Tree, AST) исходной программы, которое затем необходимо обойти, чтобы применить правила трансляции к каждой вершине построенного дерева. Результатом данного обхода является AST целевой программы, по которому уже можно получить код целевой программы.

Данный подход применяется в этой работе. Для того чтобы была возможность выполнять F\*-программы, в проекте FStarLang [15] разработан механизм извлечения верифицированного кода в OCaml. Данный механизм можно использовать для создания новых бэкендов для инструмента F\*, как это уже было сделано для языка KreMLin, который является промежуточным языком для трансляции подмножества языка F\* в C. Данный механизм используется и в данной работе, то есть трансляция языка F\* в JavaScript сводится к трансляции подмножества языка OCaml в JavaScript. При этом правила трансляции сохраняют аннотацию типов с целью эффективного использования инструмента Flow для статической проверки извлеченного из F\* кода.

Трансляция языка F\* в JavaScript происходит с использованием ML AST программы, полученной в результате трансляции F\* в OCaml. Процесс получения результирующего Flow AST [9] сводится к обходу ML AST с целью применения предложенных правил трансляции к каждой вершине этого дерева. Затем происходит кодогенерация, то есть процесс получения программы, которая может быть проверена инструментом Flow. Ниже представлена модель трансляции F\*-программы в JavaScript-приложение. Последнее преобразование удаляет аннотацию типов и заменяет ES-стиль на CommandJS-стиль.

$$.fst \rightarrow F^* \text{ AST} \rightarrow \text{ML AST} \rightarrow \text{Flow AST} \rightarrow .flow \rightarrow .js$$

Такой подход обладает рядом преимуществ. Во-первых, AST содержит больше информации об исходном коде, которую можно использовать эффективно при трансляции. Например, существующие инструменты для компиляции программ на OCaml в JavaScript-приложения, а именно, инструменты `js_of_ocaml` [31] и `BuckleScript` [21] проводят трансляцию, соответственно, с байт-кода OCaml и лямбда-выражений OCaml. При таком подходе удаляется информация о типах и становится сложнее сохранить связь с исходным кодом. Во-вторых, такой подход позволяет доказать корректность трансляции, используя классические подходы.

### 3.2 Правила трансляции

В данном разделе описаны предложенные правила трансляции сертифицированных  $F^*$ -программ в робастные Web-приложения. В предлагаемых правилах трансляции можно выделить следующие четыре группы.

1. Правила трансляции констант.
2. Правила трансляции выражений.
3. Правила трансляции выражений для сопоставления с образцом.
4. Правила трансляции типов.

Для трансляции программ используется окружение  $\rho$  (environment) — это упорядоченный список, элементы которого имеют структуру, представленную в листинге 11, где *names* — список используемых переменных, *module\_names* — имя текущего модуля, *import\_module\_names* — список имен модулей, которые используются в текущем модуле.

Так как модель хранения переменных в JavaScript похожа на принцип работы стека (stack frames), то при трансляции языка OCaml в JavaScript окружение  $\rho$  будет его моделировать. То есть каждый новый блок (scope) в программе соответствует новому элементу стека (frame). После выхода из блока,

---

**Listing 11** Окружение, которое используется правилами трансляции

---

```
type env_t = {  
  names: list<name>;  
  module_name: string;  
  import_module_names: list<string>;  
}
```

---

снимается элемент со стека. Новый элемент добавляется в список *names*, когда встречается операция создания переменной в программе. Для того чтобы уменьшить количество блоков в целевой программе, проверяется вхождение новой переменной в *names* и если оно в нем содержится, то новый блок создается, иначе нет. В список *import\_module\_names* добавляется новый элемент, когда встречается конструкция типа *name*, которая содержит в себе информацию, в каком модуле она определена. Если название модуля не совпадает с текущим и не содержится в списке *import\_module\_names*, то имя этого модуля добавляется в этот список. При этом с данным списком не происходят операции удаления на протяжении трансляции всего модуля. Этот список будет включен в начало файла при печати Flow AST как список модулей, которые нужно импортировать в данный модуль.

Ниже представлено описание каждой группы правил трансляции.

**1. Правила трансляции констант** В JavaScript нет различий между типами *integer* и *float*, все числовые переменные являются объектами типа *number*, который позволяет работать с числами. Во всех остальных случаях существуют аналоги OCaml-констант в JavaScript, которые не требуют особых преобразований. Правила трансляции типов констант представлены в листинге 4.19. Трансляция констант не изменяет содержимое окружения  $\rho$ .



**2. Правила трансляции выражений** Правила трансляции выражений делятся на две части. Первая часть отвечает за трансляцию OCaml-выражений в JavaScript-выражения, а вторая часть — за трансляцию OCaml-выражений в JavaScript-операторы. Связано это с тем, что грамматические конструкции языка OCaml включают в себя только выражения (expressions) (см. таблицы 4.15 и 4.16), в то время как синтаксис языка JavaScript содержит в себя как выражения, так и операторы (statements) (см. таблицы 4.17 и 4.18). В листинге 12 приведен пример OCaml-программы, в которой условное выражение `if-then-else` используется внутри арифметического выражения.

---

**Listing 12** Конструкция `if – then – else` внутри арифметического выражения

---

```
let f x b = x + (if b then 5 else 0)
```

---

Так как синтаксис языка JavaScript не позволяет использовать операторы внутри выражений, то при трансляции необходимо учитывать ситуации, когда транслируемое OCaml-выражение не является выражением в целевом языке. Одним из подходов к решению данной проблемы является создание новой переменной (fresh variables), которая будет содержать в себе результат выполнения таких выражений. Другим подходом предлагается использование анонимных функций, которые в новой спецификации языка JavaScript (ECMAScript 6) являются выражением. В данной работе реализован первый подход, то есть с использованием новых переменных, так как второй подход порождает более громоздкий код. Поэтому результатом трансляции рассмотренного выше примера является программа, код которой представлен в листинге 13.

Таким образом, правила трансляции для выражений используют два типа функций трансляции. Первый тип  $[ \ ]_p$

**Listing 13** Результат трансляции кода, представленного в листинге 12

---

```

let f = (x) => ((b) => {
  let res;
  let fv;
  if (b) {fv = 5;} else {fv = 0;}
  res = x + fv;
  return res;
})

```

---

используется, когда происходит трансляция  $expr\_ml \rightarrow expr\_js$  и второй тип  $\llbracket \_ \rrbracket_\rho$  \_\_, когда происходит трансляция  $expr\_ml \rightarrow stmt\_js$ . Правила трансляции OCaml-выражений представлены в листингах 4.20 и 4.21. Обозначение  $le$  используется для списка вида  $e_1, e_2, \dots, e_n$ . Правило трансляции такого списка имеет следующий вид:  $\llbracket (e_1, \dots, e_n) \rrbracket_\rho = (\llbracket e_1 \rrbracket_\rho, \dots, \llbracket e_n \rrbracket_\rho)$ .

Правила трансляции, указанные в листинге 4.21, имеют следующую интерпретацию: транслируем выражением  $e_{ml}$ , после чего результат трансляции записываем в переменную  $x_{js}$  и дальше выполняем  $s_{js}$  (либо ничего не делаем, либо продолжаем трансляцию).

Использование конструкций *let* и *const* при создании новых переменных в целевом языке порождает ряд дополнительных проверок при осуществлении трансляции, чтобы обеспечить правильную область видимости переменных. Например, необходимо проверять, встречается ли в параметрах вызова функции переменная, имя которой совпадает с именем переменной, которой присваивается результат, возвращаемый данной функцией:

Для того чтобы данная программа была корректна, с точки зрения JavaScript, необходимо ввести новую переменную, в которой будет сохранено значение переменной 1, при этом сделать это надо до начала блока:

---

```

let g l =
  let l = f l in
  l + 3

```

---

```

let g = (l) => {
  let res;
  let l1 = l; {
    let l = f(l1);
    res = l + 3;
  }
  return res;
}

```

---

Резюмируя все вышесказанное, правило трансляции конструкции создания новой локальной переменной  $x$  имеет следующий вид:

```

if cond      then s_js
if  $x \in \rho$     then { let x = ... }
if let x = f(x) then let fv_x = x; { let x = f(fv_x); ... }
otherwise x

```

На этапе трансляции некоторых конструкций можно осуществить их замену на конструкции или функции из целевого языка для более эффективной работы оттранслированной программы. Например, в правиле  $\llbracket C \ e_1 \ \dots \ e_n \rrbracket_\rho$  в зависимости от значения имени конструктора  $C$  используется замена, указанная в листинге 4.14.

<i>OCaml</i>	<i>Flow</i>
Option $t$	$= t?$
List, Array, Seq	$= Array$
Tuple	$= Array$
Record	$= Object$

Листинг 4.14: Частные случаи трансляции конструктора

**3. Правила трансляции выражений для сопоставления с образцом** Правила трансляции выражений для сопоставления с образцом представлены в листинге 4.23 и имеют следующую интерпретацию: транслируем выражение  $p_{ml}$ , сравниваем полученный результат с выражением  $e_{js}$ , если они совпадают, то выполняем дальше  $s1\_then$ , иначе  $s2\_else$ .

В правилах, указанных в листинге 4.23, можно избавиться от повторения конструкции  $s_2$ . Пример одного из подхода, позволяющий это сделать, приведен в листинге 4.24. Аналогично можно поступить и с конструкциями  $C\ e_1 \dots e_n$ ,  $(g_1 : e_1, \dots g_n : e_n)$ ,  $(e_1, \dots, e_n)$ .

**4. Правила трансляции типов** Синтаксис типов исходного языка представлен в листинге 4.25, целевого языка — в листинге 4.26. Правила трансляции типов представлены в листинге 4.27. В зависимости от значения имени конструктора можно ввести замену, согласованную с листингом 4.14.

$e \in \mathbf{Exp}$       выражения (expressions)  
 $x, f \in \mathbf{Var}$     переменные  
 $c \in \mathbf{Const}$     константы  
 $p \in \mathbf{Pattern}$  выражения для сопоставления с образцом (pattern matching)

Листинг 4.15: Используемые обозначения

$c ::= n$	числа (int, float)
$b$	булевы константы (true, false)
$string$	строки
$()$	значение типа unit
$e ::= c$	константы
$x$	переменные
$name$	value-name
$let\ x = e_1\ in\ e_2$	локальное связывание
$f\ x$	вызов функции
$fun\ x => e$	определение функции
$match\ e\ with\   p_i -> e_i$	сопоставление с образцом
$C\ e_1 \dots e_n$	конструктор
$e_1; \dots; e_n$	последовательность
$(e_1, \dots, e_n)$	кортеж
$(g_1 : e_1, \dots, g_n : e_n)$	запись
$(e, name)$	проекция
$if\ e\ then\ e_1\ else\ e_2$	условное выражение
$p ::= \_$	символ-wildcard
$c$	константы
$x$	переменные
$C\ p_1 \dots p_n$	конструктор
$p_1\  \ p_2\  \ \dots\  \ p_n$	альтернативы шаблонов
$(g_1 : p_1, \dots, g_n : p_n)$	запись
$(p_1, \dots, p_n)$	кортеж
$p\ when\ e$	“охраненные” выражения

Листинг 4.16: Синтаксис используемого в данной работе подмножества языка OCaml

$e \in \mathbf{Exp}$     выражения (expressions)  
 $s \in \mathbf{Stmt}$     операторы (statements)  
 $x, f \in \mathbf{Var}$    переменные  
 $c \in \mathbf{Const}$    константы  
 $a \in \mathbf{lvalue}$    левая часть присваивания

## Листинг 4.17: Используемые обозначения

$c ::= n$	числа (number)
$b$	булевы константы (true, false)
$string$	строки
$null$	null
$a ::= x$	переменные
$x_l.f$	обращение по имени поля к объекту (object)
$x_l[e]$	обращение по индексу к массиву
$e ::= c$	константы
$x$	переменные
$x.f$	обращение по имени поля к объекту
$x[e]$	обращение по индексу к массиву
$\{g_1 : e_1, \dots, g_n : e_n\}$	объект (object)
$[e_1, \dots, e_n]$	массив
$f(x)$	вызов функции
$(x) \Rightarrow e$	стрелочная функция
$a = e$	присваивание
$e_1; \dots; e_n$	последовательность
$s ::= \text{if } e \text{ then } s_1 \text{ else } s_2$	условное выражение
$s_1; \dots; s_n$	последовательность
$\text{let } x = e$	локальное определение
$\text{return } e$	return-выражение

Листинг 4.18: Синтаксис используемого в данной работе подмножества языка JavaScript

$$\begin{aligned}
[ c_{ml} ] &= c_{js} \\
[ unit ] &= null \\
[ bool ] &= bool \\
[ string ] &= string \\
[ int ] &= number \\
[ float ] &= number
\end{aligned}$$

Листинг 4.19: Правила трансляции типов OCaml-констант в типы JavaScript-констант

$$\begin{aligned}
[ e_{ml} ]_\rho &= e_{js} \\
[ c ]_\rho &= c \\
[ name ]_\rho &= name_{js} \\
[ f\ x ]_\rho &= f_{js}([ x ]_\rho) \\
[ f\ x ]_\rho &= [ f ]_\rho ([ x ]_\rho) \\
[ (e_1, \dots, e_n) ]_\rho &= [[ e_1 ]_\rho, \dots, [ e_n ]_\rho ]_\rho \\
[ (g_1 : e_1, \dots, g_n : e_n) ]_\rho &= \{ \_tag : "Record", \_g_1 : [ e_1 ]_\rho, \dots, \_g_n : [ e_n ]_\rho \} \\
[ C\ e_1 \dots e_n ]_\rho &= \{ \_tag : "C", \_1 : [ p_1 ]_\rho, \dots, \_n : [ p_n ]_\rho \} \\
[ e.name ]_\rho &= [ e ]_\rho . \_name
\end{aligned}$$

Листинг 4.20: Правила трансляции OCaml-выражений в JavaScript-выражения

$\llbracket e_{ml} \rrbracket_\rho x_{js} s_{js}$	$= s_{js}$
$\llbracket c \rrbracket_\rho x s$	$= \text{let } x = [c]_\rho; s$
$\llbracket x \rrbracket_\rho y s$	$= \text{let } y = [x]_\rho; s$
$\llbracket \text{let } x = e_1 \text{ in } e_2 \rrbracket_\rho y s$	$= \llbracket e_1 \rrbracket_\rho [x]_\rho (\llbracket e_2 \rrbracket_{\rho_1} y s)$
$\llbracket f x \rrbracket_\rho y s$	$= \text{let } y = f_{js}([x]_\rho); s$
$\llbracket f x \rrbracket_\rho y s$	$= \llbracket x \rrbracket_\rho f_{v\_x} (\llbracket f f_{v\_x} \rrbracket_{\rho_1} y s)$
$\llbracket \text{fun } x => e \rrbracket_\rho f s$	$= \text{let } f = ([x]_\rho)$ $=> \{ \llbracket e \rrbracket_{\rho_1} \_res (\text{return } \_res) \}; s$
$\llbracket \text{match } e \text{ with }   p_i -> e_i \rrbracket_\rho x s = \llbracket e \rrbracket_\rho f_{v\_e}$	$(\text{translate\_match } f_{v\_e} \text{ lp } le \ x \ \rho_1); s$
$\llbracket C e_1 \dots e_n \rrbracket_\rho x s$	$= \text{let } x = [C e_1 \dots e_n]_\rho; s$
$\llbracket C e_1 \dots e_n \rrbracket_\rho x s$	$= \llbracket le \rrbracket_\rho f_{v\_le} (\llbracket C f_{v\_le} \rrbracket_{\rho_1} x s)$
$\llbracket e_1; \dots; e_n \rrbracket_\rho x s$	$= \llbracket e_1 \rrbracket_\rho - (\llbracket e_2 \rrbracket_{\rho_1} -$ $(\dots (\llbracket e_n \rrbracket_{\rho_{n-1}} x s)))$
$\llbracket (e_1, \dots, e_n) \rrbracket_\rho x s$	$= \text{let } x = [(e_1, \dots, e_n)]_\rho; s$
$\llbracket (e_1, \dots, e_n) \rrbracket_\rho x s$	$= \llbracket le \rrbracket_\rho f_{v\_le} (\llbracket (f_{v\_le}) \rrbracket_{\rho_1} x s)$
$\llbracket (g_1 : e_1, \dots, g_n : e_n) \rrbracket_\rho x s$	$= \text{let } x = [(g_1 : e_1, \dots, g_n : e_n)]_\rho; s$
$\llbracket (g_1 : e_1, \dots, g_n : e_n) \rrbracket_\rho x s$	$= \llbracket le \rrbracket_\rho f_{v\_le} (\llbracket (lg : f_{v\_le}) \rrbracket_{\rho_1} x s)$
$\llbracket e.name \rrbracket_\rho x s$	$= \text{let } x = [e.name]_\rho; s$
$\llbracket \text{if } e \text{ then } e_1 \text{ else } e_2 \rrbracket_\rho x s$	$= \llbracket e \rrbracket_\rho \_cond$ $(\text{if } (\_cond) \{ \llbracket e_1 \rrbracket_\rho x \text{ None} \}$ $\text{else } \{ \llbracket e_2 \rrbracket_\rho x \text{ None} \}); s$

Листинг 4.21: Правила трансляции OCamL-выражений в JavaScript-операторы

$$\begin{aligned}
 \text{translate\_match } f_{v\_e} \text{ lp } le \ x \ \rho &= \llbracket p_1 \rrbracket_\rho f_{v\_e} (\llbracket e_1 \rrbracket_{\rho_1} x \text{ None}) \\
 &\quad (\llbracket p_2 \rrbracket_\rho f_{v\_e} (\llbracket e_2 \rrbracket_{\rho_2} x \text{ None}) \dots \\
 &\quad (\llbracket p_n \rrbracket_\rho f_{v\_e} (\llbracket e_n \rrbracket_{\rho_n} x \text{ None}) \\
 &\quad \text{Exception}))
 \end{aligned}$$

Листинг 4.22: Функция *translate\_match*



$$\begin{aligned}
 \llbracket p_{ml} \rrbracket_\rho e_{js} s1\_then s2\_else &= s_{js} \\
 \llbracket \_ \rrbracket_\rho e s1 s2 &= s1 \\
 \llbracket c \rrbracket_\rho e s1 s2 &= \text{if } (e == c) \{s1\} \text{ then } \{s2\} \\
 \llbracket x \rrbracket_\rho e s1 s2 &= \text{let } x = e; s1 \\
 \llbracket C p1 \dots p_n \rrbracket_\rho e s1 s2 &= \text{if } (e\_tag === "C") \\
 &\quad \llbracket p1 \rrbracket_\rho e\_1 (\llbracket p2 \rrbracket_\rho e\_2 \\
 &\quad \quad (\dots (\llbracket p_n \rrbracket_\rho e\_n s1 s2)) s2) s2 \\
 &\quad \text{else } s2 \\
 \llbracket p1 \mid p2 \mid \dots \mid p_n \rrbracket_\rho e s1 s2 &= \llbracket p1 \rrbracket_\rho e s1 (\llbracket p2 \rrbracket_\rho e s1 \\
 &\quad (\dots (\llbracket p_n \rrbracket_\rho e s1 s2))) \\
 \llbracket (g1 : p1, \dots, g_n : p_n) \rrbracket_\rho e s1 s2 &= \llbracket p1 \rrbracket_\rho e\_g1 (\llbracket p2 \rrbracket_\rho e\_g2 \\
 &\quad (\dots (\llbracket p_n \rrbracket_\rho e\_g_n s1 s2) s2) s2 \\
 \llbracket (p1, \dots, p_n) \rrbracket_\rho e s1 s2 &= \llbracket p1 \rrbracket_\rho e[1] (\llbracket p2 \rrbracket_\rho e[2] \\
 &\quad (\dots (\llbracket p_n \rrbracket_\rho e[n] s1 s2) s2) s2 \\
 \llbracket p \text{ when } g \rrbracket_\rho e s1 s2 &= \llbracket p \rrbracket_\rho e \\
 &\quad (\llbracket g \rrbracket_{\rho_1} \_x (\text{if } (\_x) \{s1\} \text{ else } \{s2\}))) s2
 \end{aligned}$$

Листинг 4.23: Правила трансляции сопоставления с образцом

$$\begin{aligned}
 \llbracket p \text{ when } g \rrbracket_\rho e s1 s2 &= \{\text{let } \_valid = true; \\
 &\quad \llbracket p \rrbracket_\rho e (\llbracket g \rrbracket_{\rho_1} \_x \\
 &\quad \quad (\text{if } (\_x) \{s1\} \text{ else } \\
 &\quad \quad \{ \_valid = false \})) (\_valid = false) \\
 &\quad \text{if } (!\_valid) \{s2\} \}
 \end{aligned}$$

Листинг 4.24: Правила трансляции сопоставления с образцом без повторения конструкции  $s_2$

$$\begin{array}{lcl}
t & ::= & \textit{int} \\
& | & \textit{bool} \\
& | & \textit{string} \\
& | & t_1 * t_2 * \dots * t_n \\
& | & C \ t_1 \ \dots \ t_n \\
& | & t \rightarrow t \\
\\
CTor & ::= & \text{type } C \ x_1 \ \dots \ x_n = \{f_1 : t_1, \dots, f_n : t_n\} \\
& | & \text{type } C \ x_1 \ \dots \ x_n = t \\
& | & \text{type } C \ x_1 \ \dots \ x_n = \\
& & | \ C_1 \ \text{of } t_1 \\
& & \dots \\
& & | \ C_n \ \text{of } t_n \\
& | & \text{type } C \ x_1 \ \dots \ x_n = \\
& & | \ C_1 \ \text{of } t_1 \rightarrow \dots \rightarrow t_n
\end{array}$$

Листинг 4.25: Синтаксис используемого в данной работе набор типов языка OCaml

$$\begin{array}{lcl}
t & ::= & \textit{number} \\
& | & \textit{bool} \\
& | & \textit{string} \\
& | & [t_1, t_2, \dots, t_n] \\
& | & C < t_1 \ \dots \ t_n > \\
& | & t \mid t \\
& | & t \Rightarrow t \\
\\
CTor & ::= & \text{type } C < x_1 \ \dots \ x_n > = \{f_1 : t_1, \dots, f_n : t_n\} \\
& | & \text{type } C < x_1 \ \dots \ x_n > = t
\end{array}$$

Листинг 4.26: Синтаксис используемого в данной работе набор типов языка JavaScript, предоставляемых инструментом Flow

$\llbracket \text{int} \rrbracket_\rho$	$= \text{number}$
$\llbracket \text{bool} \rrbracket_\rho$	$= \text{bool}$
$\llbracket \text{string} \rrbracket_\rho$	$= \text{string}$
$\llbracket (t_1 * t_2 * \dots * t_n) \rrbracket_\rho$	$= [\llbracket t_1 \rrbracket_\rho, \llbracket t_2 \rrbracket_\rho, \dots, \llbracket t_n \rrbracket_\rho]$
$\llbracket C \ t_1 \dots t_n \rrbracket_\rho$	$= C < \llbracket t_1 \rrbracket_\rho, \llbracket t_2 \rrbracket_\rho, \dots, \llbracket t_n \rrbracket_\rho >$
$\llbracket t_1 \rightarrow t_2 \rrbracket_\rho$	$= \llbracket t_1 \rrbracket_\rho \Rightarrow \llbracket t_2 \rrbracket_\rho$
$\llbracket \text{type } C \ x_1 \dots x_n = \{f_1 : t_1, \dots, f_n : t_n\} \rrbracket_\rho$	$= \text{type } C < x_1 \dots x_n > =$ $\{ \_tag : \text{“Record”},$ $\_f_1 : \llbracket t_1 \rrbracket_\rho, \dots, \_f_n : \llbracket t_n \rrbracket_\rho \}$
$\llbracket \text{type } C \ x_1 \dots x_n = t \rrbracket_\rho$	$= \text{type } C < x_1 \dots x_n > = \llbracket t \rrbracket_\rho$
$\llbracket \text{type } C \ x_1 \dots x_n =$	$= \text{type } C_1 < x_1 \dots x_n > =$
$  \ C_1 \text{ of } t_1$	$\{ \_tag : \text{“C}_1\text{”}, \_1 : \llbracket t_1 \rrbracket_\rho \}$
$\dots$	$\dots$
$  \ C_n \text{ of } t_n \rrbracket_\rho$	$\text{type } C_n < x_1 \dots x_n > =$ $\{ \_tag : \text{“C}_n\text{”}, \_1 : \llbracket t_1 \rrbracket_\rho \}$
	$\text{type } C < x_1 \dots x_n > =$ $C_1 < x_1 \dots x_n >   \dots   C_n < x_1 \dots x_n >$
$\llbracket \text{type } C \ x_1 \dots x_n =$	$= \text{type } C < x_1 \dots x_n > =$
$  \ C_1 \text{ of } t_1 \rightarrow \dots \rightarrow t_n \rrbracket_\rho$	$\{ \_tag : \text{“C}_1\text{”}, \_1 : \llbracket t_1 \rrbracket_\rho, \dots, \_n : \llbracket t_n \rrbracket_\rho \}$

Листинг 4.27: Правила трансляции OCaml-типов в Flow-типы

## 4 Архитектура инструмента и детали реализации

### 4.1 Архитектура инструмента для компиляции F\*-программ в робастные Веб-приложения

В рамках проекта FStarLang [15] была создана и реализована архитектура инструмента для компиляции сертифицированных F\*-программ в робастные Веб-приложения. В основе реализации инструмента лежат предложенные правила трансляции с языка F\*, а именно, подмножества языка OCaml в

язык JavaScript. Диаграмма компонентов реализованного инструмента представлена на рис. 1. Желтым цветом выделена та часть, которая была сделана в рамках данной работы.

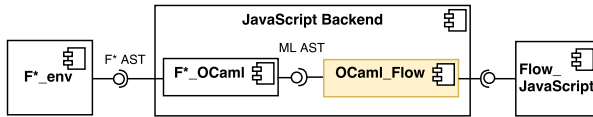


Рис. 1: Диаграмма компонентов реализованного инструмента

Ниже представлено описание каждого компонента.

Компонент  $F^*_env$  отвечает за верификацию программы. Инструмент  $F^*$  позволяет создавать программы и их верифицировать. Для того чтобы можно было их выполнять, необходим механизм извлечения верифицированного кода в программу на другом языке программирования. В проекте FStarLang такой механизм реализован для языка OCaml, схожий с [7]. Данный механизм удаляет зависимые и уточняющие типы, заменяя их стандартными типами целевого языка, ghost-вычисления и доказательства лемм, оставляя только их формулировки.

Компонент *JavaScript Backend* состоит из двух компонентов:  $F^*_OCaml$  и *OCaml\_Flow*. Компонент  $F^*_OCaml$  отвечает за построение ML AST из  $F^*$  AST, которое можно переиспользовать для создания новых бэкендов для инструмента  $F^*$ . Ранее в проекте для старой версии инструмента использовался другой подход, а именно, трансляция языка  $F^*$  в JavaScript напрямую [2]. Компонент *OCaml\_Flow* отвечает за трансляцию ML AST в Flow AST с сохранением аннотаций типов. Результатом работы компонента *JavaScript Backend* является программа, которая может быть проверена инструментом Flow.

Компонент *Flow\_JavaScript* необходим для получения JavaScript-приложения, которое может быть выполнено на программной платформе Node.js [13]. Данный компонент отвечает за удаление аннотаций типов и преобразование ES-стиля для работы с модулями в стиль CommandJS. Данное преобразование происходит с использованием соответствующих плагинов [12] и [11].

#### 4.2 Процесс построения JavaScript-приложения из F\*-программы

Пошаговый процесс получения JavaScript-приложения из F\*-программы описан ниже (см. рис. 2).

- **Шаг 0:** На вход подается F\*-программа, которая может состоять из нескольких модулей.
- **Шаг 1:** Для каждого модуля программы происходит построение F\* AST.
- **Шаг 2:** Построение ML AST из F\* AST путем удаления зависимых и уточняющих типов в F\* AST, ghost-вычислений.
- **Шаг 3:** Трансляция ML AST в Flow AST с сохранением аннотаций для типов.
- **Шаг 4:** Получение программы, которая может быть проверена инструментом Flow. Количество модулей программы равняется количеству модулей исходной программы плюс количество модулей тех библиотек, чьи функции были использованы при создании программы.
- **Шаг 5:** Преобразование Flow-программы в JavaScript-программу (удаляется информация о типах, преобразование ES-стиль в CommandJS-стиль).

#### 4.3 Работа с библиотечными функциями

Программа чаще всего состоит из нескольких модулей и использует библиотечные функции. В F\* такие библиотеч-

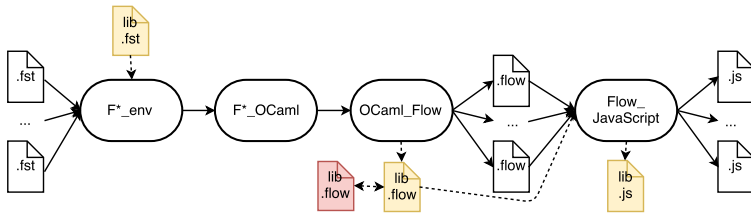


Рис. 2: Процесс построения JavaScript-приложения из F\*-программы

ные функции уже верифицированы, что упрощает доказательство многих программ. По умолчанию при трансляции F\*-программ происходит трансляция каждого модуля и модулей тех библиотек, которые были использованы при создании программы. Однако реализация таких библиотек не предназначена для быстрого выполнения программы, поэтому разработчик может заменить ее на более быструю, используя функции целевого языка. Ответственность за такую замену полностью лежит на разработчике. Для того чтобы избежать большего количества ошибок, данную замену необходимо осуществлять так, чтобы была возможность проверить, используя инструмент Flow, согласованность написанной библиотеки с извлеченной из F\* программой, например, с точки зрения системы типов целевого языка. На рис. 2 библиотека, которая была получена в результате трансляции соответствующих модулей F\*-библиотек, отмечена желтым цветом (и соответствующие файлы имеют расширение **.flow**). Красным цветом отмечена библиотека, которая содержит в себе эффективную реализацию функций, использующую возможности целевого языка.

#### 4.4 Взаимодействие с модулями

Инструмент Flow поддерживает два стиля для работы с модулями, а именно, ES-стиль и CommandJS-стиль. В первом стиле используются конструкции *export/import*, а во втором — конструкции *require/exports*. При этом для типов осуществлена поддержка только ES-стиля, в то время как для переменных и функций поддерживаются оба стиля ES и CommandJS. В данной работе для унификации трансляции использовался ES-стиль. Однако на данный момент он не поддерживается программной платформой Node.js [13], поэтому для последнего преобразования необходим плагин, который ES-стиль заменяет на CommandJS-стиль.

### 5 Экспериментальное исследование

Экспериментальное исследование организовано в соответствии с методом Goal Question Metric [6]. Этот метод описывает модель эксперимента, которая имеет иерархическую структуру и состоит из трех уровней. На первом уровне необходимо определить *цель* эксперимента, а также *тестовые данные* (evaluation objects), на которых будут проводиться эксперименты. На втором уровне необходимо сформулировать *вопросы*, которые помогут определить, достигнута ли поставленная цель или нет. На последнем уровне необходимо для каждого вопроса привести *метрики*, помогающие ответить на поставленные вопросы.

*Целью* данного исследования является проверка эффективности реализованного инструмента для компиляции верифицированных F\*-программ в робастные Веб-приложения. В качестве evaluation object использовался проект НАСЛ\* [16]. Для достижения поставленной цели были сформулированы следующие *вопросы*.

**Вопрос 1.** Каково качество кодогенератора в JavaScript?

**Вопрос 2.** Какова эффективность результатов трансляции из F\* в JavaScript?

**Вопрос 3.** Какова готовность инструмента для использования в индустрии?

Для ответа на первый вопрос были сформулированы следующие *метрики*.

*M1.1.* Количество верхнеуровневых функций в программе, которая получена в результате трансляции F\*-программы в OCaml, и в программе, которая получена в результате трансляции F\*-программы в JavaScript (Flow): F\*\_OCaml и F\*\_Flow.

*M1.2.* Количество строк кода: F\*\_OCaml и F\*\_Flow.

Для ответа на второй вопрос использовалась следующая *метрика*.

*M2.1.* Сравнение времени выполнения работы программ, одна из которых получена в результате трансляции F\*-программы в JavaScript, а другая — сразу создавалась на языке JavaScript: F\*\_JavaScript и JavaScript.

Для ответа на последний вопрос были выбраны следующие *метрики*.

*M3.1.* Количество библиотечных функций F\*, которые необходимо реализовать на JavaScript для полноценной работы оттранслированной программы.

*M3.2.* Конструкции языка F\*, которые не поддерживаются.

Данная апробация проходила на машине со следующими характеристиками и окружением:

- OS: Windows 10 Pro x64;
- Processor: Intel(R) Core(TM) i7-7500 CPU @ 2.70GHz;
- RAM: 16 Gb;



- OCaml 4.02.3, Cygwin\_x86\_64;
- Node.js v7.2.1, Flow 0.38.0.

Для ответа на первый вопрос использовалась реализация алгоритма Chacha20 [8] проекта НАСЛ\*. Для ее верификации использовалось около 37 библиотечных и вспомогательных модулей. Результаты измерений, сделанных согласно предложенным метрикам, приведены в таблице 1.

	F*	F*_OCaml	F*_Flow
Кол-во верхнеуровневых функций	32	32	32
Кол-во строк кода	786	422	316

Таблица 1: Результаты измерений, полученных по метрикам M1.1 и M1.2

Программы F\*\_OCaml и F\*\_Flow имеют меньшее количество строк кода, чем в исходной, потому что в ней использовалось около 9 лемм, которые при трансляции сохраняют только свою сигнатуру (см. листинги 3 и 4). При этом имена переменных исходной программы сохраняются в оттранслированных программах.

Для ответа на второй вопрос использовалась реализация алгоритма ChaCha20. Первая программа была получена в результате применения разработанного в рамках данной работы инструмента для компиляции F\*-программы в JavaScript, где исходная программа была взята из репозитория проекта НАСЛ\*. Описательные характеристики ее приведены в первом вопросе. Вторая программа была взята из репозитория [18], в которой 257 строк кода. График сравнения времени выполнения программ JavaScript и F\*\_JavaScript приведен на рис. 3.

Выполнялось измерение времени работы функции *encrypt*, результатом которой является зашифрованный текст, полученный по исходному тексту произвольной длины, 256-bit ключу, 96-bit случайному коду (nonce) и 32-bit счетчику. Сообщения были получены с использованием функции

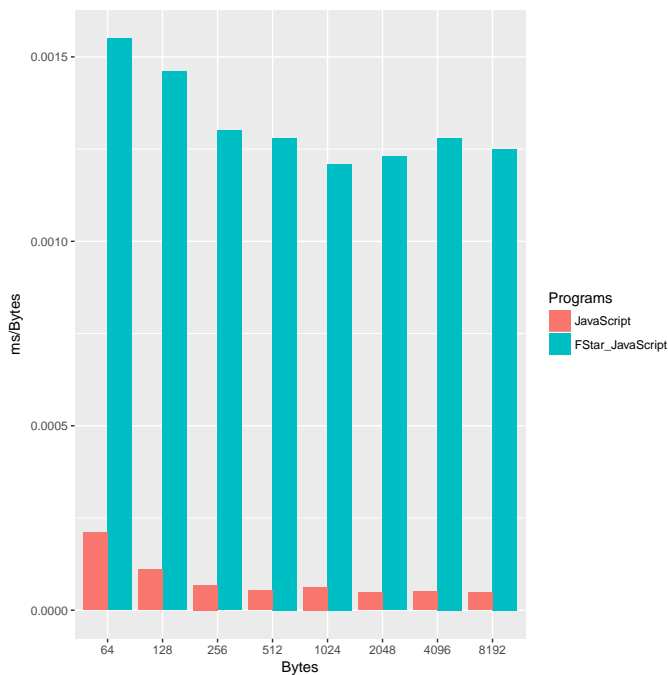


Рис. 3: График сравнения времени выполнения программ JavaScript и F\*\_JavaScript

`crypto.randomBytes(len)` из JavaScript-библиотеки `crypto`, где `len` – размер сообщения. Функция `encrypt` запускалась 3000 раз на одних и тех данных, после чего бралось среднее время выполнения этой функции в миллисекундах. На графике представлены измерения для сообщений, которые имели размер, соответственно, 64 байт, 128 байт, 256 байт, 512 байт, 1 КБайт, 2 КБайт, 4 КБайт и 8 КБайт. Значения даны в милли-

секундах на байт, то есть среднее время выполнения функции *encrypt* было разделено на размер сообщения.

Данный график показывает, что время выполнения работы программы JavaScript превосходит время выполнения работы программы F\*\_JavaScript. Данный факт объясняется тем, что в рамках данной работы выполнен только прототип инструмента, для которого в будущем будет проведен ряд оптимизаций. Например, замена оттранслированных функций на функции из целевого языка. С другой стороны, целью работы было создание безопасного и верифицированного кода, что как известно, отражается на производительности программы. Одним из дальнейших направлений данной работы является реализация инструмента для компиляции F\*-программы в JavaScript + WebAssembly [29]. Инструмент WebAssembly позволяет создавать быстрый и безопасный код, который можно использовать для совместной компиляции с JavaScript. При этом компиляция F\*-кода в WebAssembly происходит с использованием KreMLin, который является промежуточным языком при трансляции подмножества языка F\* в C.

Точного ответа дать на последний вопрос нельзя, так как язык F\* активно развивается и разрабатывается. На текущий момент реализована только та часть библиотечных функций на JavaScript, которая активно использовалась в проводимых экспериментах и без которой нельзя было бы получить готовое приложение. Так как при трансляции программы происходит трансляция модулей библиотек, чьи функции использовались при создании и верификации программы, то работоспособность оттранслированных функций в JavaScript зависела от того, какую реализацию для них предоставил механизм извлечения F\*-программы в OCaml. Конструкции языка F\*, которые не были поддержаны в данной работе: исключения (Exceptions) и автогенерация конструкторов. Их поддержка будет добавлена при необходимости.

## Заключение

При выполнении данной работы были получены следующие результаты:

- сформулированы правила трансляции с языка  $F^*$  на JavaScript, гарантирующие сохранение аннотаций типов;
- выполнена реализация предложенного подхода на языке  $F^*$ . Исходный код реализованного инструмента доступен по ссылке [https://github.com/FStarLang/FStar/tree/polubelova\\\_backends](https://github.com/FStarLang/FStar/tree/polubelova\_backends), автор принимал участие под учетной записью polubelova;
- проведено экспериментальное исследование реализованного инструмента на примерах из криптографической библиотеки HACLS\*.

В дальнейшем планируется добавить возможность компиляции  $F^*$ -программ в WebAssembly + JavaScript приложения и доказать корректность такой компиляции. Также планируется провести апробацию полученного инструмента на криптографической библиотеке HACLS\*, для которой нужно будет реализовать  $F^*$ -библиотеки, используемые при верификации программ, на языке JavaScript.

## Список литературы

1. Chlipala Adam. Certified programming with dependent types. — 2016.
2. Cédric Fournet Nikhil Swamy Juan Chen Pierre-Evariste Dagand Pierre-Yves Strub Ben Livshits. Fully Abstract Compilation to JavaScript // ACM SIGPLAN-SIGACT Symposium on Principles of Programming Languages (POPL) 2013. — ACM, 2013. — P. 371–384. — URL: <https://www.microsoft.com/en-us/research/publication/fully-abstract-compilation-to-javascript/>.
3. Dierks T., Rescorla E. The Transport Layer Security (TLS) Protocol Version 1.2. — 2008. — URL: <https://tools.ietf.org/html/rfc5246>.

4. F\* Tutorial. — URL: <https://www.fstar-lang.org/tutorial/>.
5. Gardner Philippa Anne, Maffeis Sergio, Smith Gareth David. Towards a Program Logic for JavaScript // Proceedings of the 39th Annual ACM SIGPLAN-SIGACT Symposium on Principles of Programming Languages. — POPL '12. — ACM, 2012. — P. 31–44. — URL: <http://doi.acm.org/10.1145/2103656.2103663>.
6. Goal question metric (gqm) approach / Rini Van Solingen, Vic Basili, Gianluigi Caldiera, H Dieter Rombach // Encyclopedia of software engineering. — 2002.
7. Letouzey Pierre. Extraction in Coq: An Overview // Logic and Theory of Algorithms: 4th Conference on Computability in Europe, CiE 2008, Athens, Greece, June 15–20, 2008 Proceedings. — 2008. — P. 359–369. — URL: [http://dx.doi.org/10.1007/978-3-540-69407-6\\_39](http://dx.doi.org/10.1007/978-3-540-69407-6_39).
8. Nir Y. ChaCha20 and Poly1305 for IETF Protocols. — 2015. — URL: <https://tools.ietf.org/html/rfc7539>.
9. Абстрактное синтаксическое дерево программ на Flow. — URL: <https://github.com/facebook/flow/blob/master/src/parser/ast.ml>.
10. Компиляторы. Принципы, технологии и инструментарий / А.В. Ахо, М.С. Лам, Р. Сети, Д. Д. Ульман. — Вильямс, 2016.
11. Плагин для преобразования export/import-стиля в exports/require-стиль. — URL: <https://www.npmjs.com/package/babel-plugin-transform-flow-strip-types>.
12. Плагин для удаления типов в JavaScript-программе. — URL: <https://www.npmjs.com/package/babel-plugin-transform-flow-strip-types>.
13. Платформа Node.js. — URL: <https://nodejs.org/en/>.
14. Рейтинг топ-10 языков программирования, используемых в веб-разработке. — URL: <http://www.rswebsols.com/tutorials/programming/top-10-programming-languages-web-development>.
15. Репозиторий проекта F\*. — URL: <https://github.com/FStarLang/FStar/>.
16. Репозиторий проекта HACL\*. — URL: <https://github.com/mitls/hacl-star>.
17. Репозиторий проекта KreMLin. — URL: <https://github.com/FStarLang/kremlin>.

18. Репозиторий проекта js-chacha20. — URL: <https://github.com/thesimj/js-chacha20>.
19. Сайт криптографической библиотеки OpenSSL. — URL: <https://www.openssl.org/>.
20. Сайт проекта Agda. — URL: <http://wiki.portal.chalmers.se/agda/pmwiki.php>.
21. Сайт проекта BuckleScript. — URL: <https://bloomberg.github.io/bucklescript/>.
22. Сайт проекта Coq. — URL: <https://coq.inria.fr/>.
23. Сайт проекта Dafny. — URL: <https://github.com/Microsoft/dafny>.
24. Сайт проекта Everest. — URL: <https://project-everest.github.io/>.
25. Сайт проекта F\*. — URL: <https://www.fstar-lang.org/>.
26. Сайт проекта Flow. — URL: <https://flow.org/en/>.
27. Сайт проекта Idris. — URL: <http://www.idris-lang.org/>.
28. Сайт проекта Vale. — URL: <https://github.com/project-everest/vale>.
29. Сайт проекта Web Assembly. — URL: <http://webassembly.org/>.
30. Сайт проекта Z3. — URL: <http://z3.codeplex.com/>.
31. Сайт проекта js\_of\_ocaml. — URL: [http://ocsigen.org/js\\_of/\\_ocaml/](http://ocsigen.org/js_of/_ocaml/).
32. Сайт проекта miTLS. — URL: <https://mitls.org/>.
33. Спецификация языка ECMAScript 6. — URL: <http://www.ecma-international.org/publications/standards/Ecma-262.htm>.
34. Список языков программирования, которые транслируются в JavaScript. — URL: <https://github.com/jashkenas/coffeescript/wiki/list-of-languages-that-compile-to-js>.
35. Сравнение инструмента Flow с языком TypeScript. — URL: <http://djcordhose.github.io/flow-vs-typescript/>.
36. Уязвимость Heartbleed. — URL: <http://heartbleed.com/>.
37. Язык программирования TypeScript. — URL: <https://www.typescriptlang.org/>.

# Синтаксический анализ данных, представленных в виде контекстно-свободной грамматики

Ковалев Дмитрий Александрович

Санкт-Петербургский государственный университет  
lares77@yandex.ru

**Аннотация** Многие программы в процессе работы формируют из строк исходный код на некотором языке программирования и передают его для исполнения в соответствующее окружение (пример — dynamic SQL). Для статической проверки корректности динамически формируемого выражения используются различные методы, одним из которых является синтаксический анализ регулярной аппроксимации множества значений такого выражения. Аппроксимация может содержать строки, не принадлежащие исходному множеству значений, в том числе синтаксически некорректные. Анализатор в данном случае сообщит об ошибках, которые на самом деле отсутствуют в выражении, генерируемом программой. В докладе будет описан алгоритм синтаксического анализа более точной, чем регулярная, контекстно-свободной аппроксимации динамически формируемого выражения.

## Введение

Контекстно-свободные грамматики, наряду с регулярными выражениями, активно используются для решения задач, связанных с разработкой формальных языков и синтаксических

анализаторов. Одним из основных достоинств контекстно-свободных грамматик является возможность задания широкого класса языков при сохранении относительной компактности представления. Благодаря данному свойству, грамматики также представляют интерес в такой области информатики, как кодирование и сжатие данных. В частности, существует ряд алгоритмов, позволяющих производить сжатие текстовой информации, используя в качестве конечного [7] или промежуточного [2] представления контекстно-свободную грамматику (grammar-based compression).

Стандартной процедурой при работе с текстовыми данными является поиск в них определенных шаблонов, которые могут быть заданы строкой или регулярным выражением. В настоящее время большие объемы информации, как правило, хранятся и передаются по сети в сжатом виде, поэтому актуальной задачей становится поиск шаблонов непосредственно в компактном контекстно-свободном представлении текста. Такой подход позволяет избежать дополнительных затрат памяти на восстановление исходной формы данных и в некоторых случаях увеличивает скорость выполнения запроса. Шаблон здесь может быть, как и при поиске в обычном тексте, строкой (compressed pattern matching), сжатой строкой (fully compressed pattern matching) или регулярным выражением.

Известны ситуации, в которых для задания шаблона необходимо использовать более выразительные средства. Примером может служить одна из задач биоинформатики — поиск определенных подпоследовательностей в геноме организма. Так, для классификации и исследования образцов, полученных в результате процедуры секвенирования, в них могут искать гены, описывающие специфические рРНК. Структура таких генов, как правило, задается при помощи контекстно-свободной грамматики [8]. Для уменьшения объемов памяти, необходимых для хранения большого количества геномов, используются различные алгоритмы сжатия, в том числе осно-



ванные на получении контекстно-свободной структуры исходных последовательностей [3].

Задача поиска КС-шаблонов при использовании КС-представления данных формулируется следующим образом: необходимо найти все строки, принадлежащие пересечению двух языков, один из которых задается грамматикой шаблона, а второй представляет собой язык всех подстрок исходного множества строк, описываемого грамматикой, полученной в результате сжатия данных. Назовем такой поиск *синтаксическим анализом данных, представленных в виде КС-грамматики*. В общем случае задача неразрешима, так как сводится к задаче о проверке пересечения двух языков, порождаемых произвольными КС-грамматиками, на пустоту [5]. Для постановки экспериментов в области биоинформатики необходимо точнее исследовать возможность проведения синтаксического анализа КС-представления и разработать прототип алгоритма, позволяющего решить данную задачу.

## 1 Постановка задачи

Целью данной работы является разработка алгоритма синтаксического анализа данных, представленных в виде контекстно-свободной грамматики. Для ее достижения были поставлены следующие задачи.

- Определить ограничения, при которых синтаксический анализ контекстно-свободного представления является разрешимой задачей.
- Разработать алгоритм синтаксического анализа КС-представления данных с учетом поставленных ограничений.
- Реализовать предложенный алгоритм.
- Провести экспериментальное исследование.

## 2 Обзор

В данной работе используется понятие *рекурсивного автомата* [11] — удобного представления произвольной контекстно-свободной грамматики. Описание этой абстракции приводится в первом параграфе обзора.

Предлагаемый в работе алгоритм основан на алгоритме синтаксического анализа регулярных множеств, который, в свою очередь, является модификацией алгоритма обобщенного синтаксического анализа Generalized LL (GLL, [9]). Об этих алгоритмах и о проекте, в рамках которого проведена разработка предложенного решения, также будет рассказано в обзоре.

### 2.1 Рекурсивные автоматы и КС-грамматики

Введем понятие рекурсивного автомата, которое потребуется для дальнейшего изложения.

**Определение 1.** Рекурсивный автомат  $R$  — это кортеж  $(\Sigma, Q, \delta, q_0, q_f)$ , где  $\Sigma$  — конечное множество терминальных символов,  $Q$  — конечное множество состояний автомата,  $\delta : Q \times (\Sigma \cup Q) \rightarrow 2^Q$  — функция переходов,  $q_0 \in Q$  — начальное состояние,  $q_f$  — конечное состояние.

Можно заметить, что данное определение практически идентично определению стандартного конечного автомата. Единственное отличие состоит в том, что метками на ребрах рекурсивного автомата могут быть как терминальные символы (терминальные переходы), так и состояния (нетерминальные переходы). Класс рекурсивных автоматов обладает такой же выразительностью, как и контекстно-свободные грамматики, т.е. позволяет описать любой контекстно-свободный язык. Более того, грамматика тривиальным образом может быть преобразована в рекурсивный автомат (обратное тоже верно) [11]. Пример рекурсивного автомата, построенного по грамматике, можно увидеть на рис. 3.

$$\begin{aligned} S' &::= S \\ S &::= [ S ] \\ S &::= a \end{aligned}$$

Рис. 1: Грамматика  $G_1$

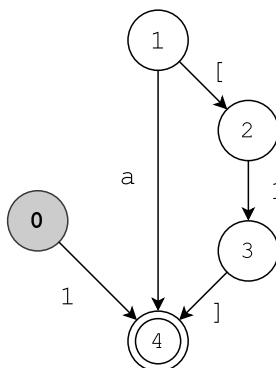


Рис. 2: Рекурсивный автомат для  $G_1$

Рис. 3: КС-грамматика и эквивалентный ей рекурсивный автомат

## 2.2 GLL-алгоритм и его модификации

Классические алгоритмы нисходящего и восходящего синтаксического анализа предполагают использование грамматики, которая является в достаточной мере однозначной. В противном случае, управляющие таблицы анализаторов содержат конфликты, из-за чего нельзя гарантировать корректное поведение на любых входных данных. Для работы с сильно неоднозначными грамматиками используются алгоритмы *обобщенного синтаксического анализа*, которые позволяют рассмотреть все возможные пути разбора строки и построить соответ-

ствующие деревья вывода. Поиск шаблонов не требует наличия деревьев вывода, поэтому в дальнейшем алгоритмы синтаксического анализа рассматриваются только как механизм, позволяющий определить принадлежность строки языку.

**Оригинальный GLL-алгоритм** Generalized LL (GLL) — алгоритм, обобщающий идеи нисходящего синтаксического анализа. GLL, в отличие от стандартных алгоритмов LL-класса, позволяет использовать для анализа произвольную контекстно-свободную грамматику, в том числе содержащую леворекурсивные правила. Вместе с тем, GLL наследует такие полезные свойства алгоритмов нисходящего анализа, как непосредственная связь с грамматикой и простота отладки и диагностики ошибок.

Для обработки неоднозначностей GLL разделяет стек анализатора на несколько ветвей, каждая из которых соответствует возможному пути разбора. При таком подходе необходимо компактное представление множества стеков, в качестве которого выступает Graph Structured Stack (GSS). В работе [1] была представлена модификация GSS, которая позволяет увеличить эффективность GLL-анализа. Вершины такого представления хранят в себе номер нетерминала и позицию в строке, с которой начался разбор подстроки, соответствующей ему. На ребрах хранятся позиции в грамматике (вида  $X \rightarrow \alpha A \cdot \beta$ ), на которые необходимо вернуться после завершения разбора нетерминала.

Основной идеей GLL является использование *дескрипторов*, позволяющих полностью описывать состояние анализатора в текущий момент времени.

**Определение 2.** Дескриптор — это тройка  $(L, u, i)$ , где:

- $L$  — текущая позиция в грамматике вида  $A \rightarrow \alpha \cdot \beta$ ;
- $u$  — текущая вершина GSS;
- $i$  — позиция во входном потоке.

В процессе работы поддерживается глобальная очередь дескрипторов. В начале каждого шага исполнения алгоритм берет следующий в очереди дескриптор и производит действия в зависимости от позиции в грамматике и текущего входного символа, передвигая соответствующие указатели. При наличии конфликтов в грамматике алгоритм добавляет дескрипторы для каждого возможного пути анализа в конец очереди.

**Поддержка грамматик в EBNF** В работе [4] была описана модификация GLL, которая позволяет использовать грамматики, записанные в расширенной форме Бэкуса-Наура (EBNF). Грамматика такого вида трансформируется в соответствующий рекурсивный автомат, в котором затем минимизируется количество состояний. Синтаксический анализ производится без построения управляющих таблиц: алгоритм обходит рекурсивный автомат в соответствии со входным потоком символов. При обработке текущего дескриптора  $(C_S, C_U, i)$ , где  $C_S$  — вершина автомата (эквивалент позиции в грамматике),  $C_U$  — вершина GSS,  $i$  — позиция в строке, могут возникать следующие ситуации.

- $C_S$  — финальное состояние. Показывает, что разбор текущего нетерминала завершен. Необходимо осуществить возврат из  $C_U$  по меткам на исходящих из нее ребрах.
- Присутствует нетерминальный переход из  $C_S$ . В данном случае необходимо начать разбор указанного нетерминала  $X$ . Для этого в GSS должна быть создана новая вершина  $(X, i)$ , если таковой не было ранее, а текущая вершина автомата изменена на стартовую для  $X$ .
- Присутствует терминальный переход из  $C_S$ . Необходимо сравнить терминал на ребре автомата с текущим входным символом. Если они совпадают, то осуществить переход в вершину автомата, на которую указывает ребро, и передвинуть указатель в строке.

За счет уменьшения количества состояний в автомате удается достичь прироста в производительности по сравнению со стандартным GLL-алгоритмом.

**Синтаксический анализ графов** Стандартными входными данными для алгоритмов синтаксического анализа являются линейные последовательности токенов. На основе GLL был разработан алгоритм, который позволяет производить синтаксический анализ регулярных множеств строк, представленных в виде конечного автомата (который, в свою очередь, является ориентированным графом с токенами на ребрах).

Поддержка нелинейного входа не потребовала существенных изменений в оригинальном алгоритме. Дескрипторы модифицированного алгоритма хранят номер вершины входного графа вместо позиции в строке. Также, на шаге исполнения просматривается не единственный текущий символ, а множество символов на ребрах, исходящих из текущей вершины.

Производительность данного алгоритма, как и обычного GLL, может быть увеличена при помощи представления входной грамматики в виде рекурсивного автомата. В таком случае, алгоритм будет производить обход двух автоматов — рекурсивного и конечного. Ситуации, возникающие при обработке дескрипторов, не отличаются от описанных ранее ситуаций для линейного входа. Псевдокод данной модификации приведен в приложении. Рассматривается вариант без построения деревьев вывода, алгоритм возвращает длины корректных цепочек, порождаемых автоматом.

## 2.3 Проект YaccConstructor

YaccConstructor [13] — исследовательский проект лаборатории языковых инструментов JetBrains на математикомеханическом факультете СПбГУ, направленный на исследования в области лексического и синтаксического анализа. Проект включает в себя одноименную модульную платформу

для разработки лексических и синтаксических анализаторов, содержащую большое количество компонент: язык описания грамматик YARD [12], преобразования над грамматиками и др. Основным языком разработки является F#.

Ранее в рамках YaccConstructor были реализованы генераторы GLL-анализаторов, описание которых было приведено в данном обзоре.

### 3 Разрешимость задачи синтаксического анализа контекстно-свободного представления

Как было сказано ранее, задачу поиска шаблона, при условии, что и шаблон, и данные, в которых осуществляется поиск, представлены контекстно-свободными грамматиками, мы назовем синтаксическим анализом контекстно-свободного представления. В данном разделе определяются ограничения, при которых подобная задача разрешима.

Для доказательства предложений, сформулированных далее, используется следующая теорема [6].

**Theorem 1 (Nederhof, Satta).** *Пусть  $G_1$  — произвольная контекстно-свободная грамматика,  $G_2$  — грамматика, которая не содержит непосредственной или скрытой рекурсии. Тогда проблема проверки пустоты пересечения языков, порождаемых данными грамматиками, относится к классу PSPACE-complete.*

Рассмотрим случай, когда грамматика данных задает ровно одну строку. Пусть  $G_t$  — произвольная КС-грамматика, задающая шаблоны для поиска, а  $G_d$  — КС-грамматика, которая не содержит непосредственной или скрытой рекурсии.  $L(G_t)$  и  $L(G_d)$  — языки, порождаемые грамматиками, при этом  $L(G_d) = \{\omega\}$ , где  $\omega$  — исходные данные, к которым

был применен алгоритм сжатия. Необходимо определить, существуют ли такие строки  $\omega'$ , что  $\omega' \in L(G_t)$  и  $\omega'$  — подстрока  $\omega$ .

**Предложение 1.** *При выполнении описанных условий задача синтаксического анализа КС-представления разрешима.*

*Доказательство.* Пользуясь эквивалентностью представлений, можно записать грамматику  $G_d$  в виде рекурсивного автомата  $R_d$ . Рассмотрим рекурсивный автомат  $R_{i,j}$ , полученный из  $R_d$  путем замены стартового состояния на  $i \in Q(R_d)$  и назначения терминирующего (финального, из которого не могут быть совершены переходы) состояния  $j \in Q(R_d)$ . Такой автомат описывает грамматику, которая является представлением некоторой подстроки  $\omega$ . Рассмотрев все возможные пары  $i$  и  $j$ , получаем конечное множество грамматик, для каждой из которых необходимо проверить, содержится ли строка, порождаемая ей, в языке  $L(G_t)$ . Согласно теореме 1, такая проверка является разрешимой задачей и принадлежит к классу PSPACE-complete.  $\square$

Отдельно отметим, что для описанных процедур используется лишь исходный автомат, эквивалентный грамматике  $G_d$ . Условия задачи поиска шаблонов непосредственно в контекстно-свободном представлении, таким образом, выполняются. Верна также разрешимость более общей задачи.

**Предложение 2.** *Пусть грамматика  $G_d$  задает конечное множество строк  $L(G_d) = \{\omega_1, \dots, \omega_n\}$ . Необходимо определить, существуют ли строки  $\omega'$ , для которых верно:  $\omega' \in L(G_t)$  и  $\omega'$  — подстрока одной из строк  $\omega_i \in L(G_d)$ . Данная задача разрешима и принадлежит классу PSPACE-complete.*

*Доказательство.* Как и в предыдущем доказательстве, используем запись грамматики в виде рекурсивного автомата  $R_d$  и рассмотрим автоматы  $R_{i,j}$ . В данном случае каждый из этих автоматов представляет собой грамматику, которая порождает некоторое конечное множество подстрок исходных строк из



$L(G_d)$ . Проверка пустоты пересечения такой грамматики с  $G_t$  также соответствует условиям теоремы 1.  $\square$

В случае, когда грамматика  $G_d$  представляет собой бесконечный регулярный язык (т.е. содержит левую и/или правую рекурсию), разрешимость задачи поиска шаблонов установить не удастся. Подход, использованный ранее в доказательстве предложений, не может быть применен, так как части рекурсивного автомата, представляющего грамматику  $G_d$ , также могут содержать рекурсивные переходы, что выходит за рамки условия теоремы 1. Проверка разрешимости и определение класса сложности задачи проверки пустоты пересечения произвольной и регулярной КС-грамматик в настоящее время остаются открытыми проблемами [6].

#### 4 Алгоритм синтаксического анализа контекстно-свободного представления

Разработанный алгоритм расширяет подход к синтаксическому анализу графов на основе GLL. На вход алгоритм принимает два рекурсивных автомата,  $RA_1$  и  $RA_2$ , построенных по исходным грамматикам  $G_1$  и  $G_2$  соответственно, где  $G_1$  — произвольная контекстно-свободная грамматика, а  $G_2$ , исходя из ограничений разрешимости задачи, — грамматика, не содержащая непосредственной или скрытой рекурсии.

Алгоритм производит обход автоматов, рассматривая три типа ситуаций (финальное состояние, терминальный/нетерминальный переходы) для каждого из их состояний. Автомат, состояние которого обрабатывается в данный момент, будем называть *основным*; другой автомат из пары назовем *побочным*.

Оригинальный алгоритм синтаксического анализа графов использует один GSS, необходимый для правильного обхода рекурсивного автомата, который является представлением эталонной грамматики. Для работы с двумя рекурсивными

автоматами требуется поддерживать одновременно два стека,  $GSS_1$  и  $GSS_2$ . При этом используется модификация GSS с измененной структурой вершин: здесь они представляют собой тройку  $(S, i, u)$ , где:

- $S$  — нетерминал;
- $i$  — состояние побочного автомата;
- $u$  — вершина стека побочного автомата.

Пара  $(i, u)$  описывает состояние обхода побочного автомата на момент начала разбора нетерминала  $S$ . В оригинальном алгоритме достаточно было сохранять в вершине GSS лишь состояние входного автомата, так как подразумевалось, что данный автомат относится к классу конечных и для его обхода не используется стек.

Дескрипторы, которые использует разработанный алгоритм, также отличаются от представленных ранее. Для описания процесса анализа в определенный момент времени теперь необходимо указывать вершины GSS для обоих автоматов. Получаем дескриптор вида  $(S_1, S_2, u_1, u_2)$ , где  $S_1, S_2$  — состояния автоматов, а  $u_1, u_2$  — вершины соответствующих стеков. Функции **add**, **create** и **pop** были изменены в соответствии с новыми определениями дескрипторов и вершин GSS.

**Algorithm 1** Функции для работы с GSS и дескрипторами

---

```

function ADD( $S_1, S_2, u_1, u_2$ )
  if ( $((S_1, S_2, u_1, u_2) \notin U)$  then
     $U.add(S_1, S_2, u_1, u_2)$ 
     $R.enqueue(S_1, S_2, u_1, u_2)$ 
function CREATE( $S_{call}, S_{next}, u, S_i, w$ )
   $A \leftarrow \Delta(S_{call})$ 
  if ( $(\exists$  GSS node labeled  $(A, i, w))$  then
     $v \leftarrow$  GSS node labeled  $(A, i)$ 
    if (there is no GSS edge from  $v$  to  $u$  labeled  $S_{next}$ ) then
      add GSS edge from  $v$  to  $u$  labeled  $S_{next}$ 
    for  $((v, j) \in P)$  do
      if ( $S_{next}$  is a final state) then
         $POP(u, j, w)$ 
         $ADD(S_{next}, S_i, u, w)$ 
  else
     $v \leftarrow$  new GSS node labeled  $(A, i, w)$ 
    create GSS edge from  $v$  to  $u$  labeled  $S_{next}$ 
     $ADD(S_{call}, S_i, v, w)$ 
function POP( $u, S_i, w$ )
  if  $((u, i) \notin P)$  then
     $P.add(u, i)$ 
  for all GSS edges  $(u, S, v)$  do
    if ( $S$  is a final state) then
       $POP(v, S_i, w)$ 
       $ADD(S, S_i, v, w)$ 

```

---

Обработка терминальных и нетерминальных переходов, а также финальных состояний автомата была вынесена из главного цикла алгоритма в отдельную функцию, которая вызывается для каждого из автоматов.

---

**Algorithm 2** Функция для обработки состояния рекурсивного автомата

---

```
function HANDLESTATE( $RA, context$ )  
   $S_1, S_2, u_1, u_2 \leftarrow$  get values for  $RA$  from the  $context$   
  if ( $S_1$  is a final state) then  
    POP( $u_1, S_2, u_2$ )  
  for each  $transition(S_1, label, S_{next})$  do  
    switch  $label$  do  
      case  $Terminal(x)$   
        for each ( $input[i] \xrightarrow{x} input[k]$ ) do  
          if ( $S_{next}$  is a final state) then  
            POP( $u_1, k, u_2$ )  
          if  $S_{next}$  have multiple ingoing transitions then  
            ADD( $S_{next}, k, u_1, u_2$ )  
          else  
             $R.enqueue(S_{next}, k, u_1, u_2)$   
      case  $Nonterminal(S_{call})$   
        CREATE( $S_{call}, S_{next}, u_1, S_2, u_2$ )
```

---

Основная управляющая функция алгоритма, содержащая цикл обработки дескрипторов, представлена в листинге 3. Необходимо отметить, что для поиска шаблонов-подстрок обход автомата  $RA_2$  запускается из каждой его вершины. Соответствующие стартовые дескрипторы создаются перед входом в цикл.

---

**Algorithm 3** Алгоритм синтаксического анализа КС-представления
 

---

```

function PARSE( $RA_1, RA_2$ )
  for each  $q \in RA_2.States$  do
     $v1, v2 \leftarrow (RA_1.StartState, q, \$), (q, RA_1.StartState, \$)$ 
    add  $v1$  to  $GSS_1$ ,  $v2$  to  $GSS_2$ 
     $R.enqueue(RA_1.StartState, q, v1, v2)$ 
  while  $R \neq \emptyset$  do
     $currentContext \leftarrow R.dequeue()$ 
    HANDLESTATE( $RA_1, currentContext$ )
    HANDLESTATE( $RA_2, currentContext$ )
   $result \leftarrow \emptyset$ 
  for each  $(u, i) \in P$  where  $u = GSS_1.Root$  do
     $result.add(i)$ 
  if  $result \neq \emptyset$  then return  $result$ 
  else report failure

```

---

Результатом работы алгоритма являются пары вида  $(n_1, n_2)$ , где  $n_1, n_2$  — номера состояний автомата  $RA_2$ . Для каждой из таких пар выполняется следующее утверждение:  $\exists \omega \in T^*$  такая, что  $\omega \in L(G_1)$  и  $\omega \in L(RA')$ , где  $RA'$  — рекурсивный автомат, полученный из  $RA_2$  путем замены начального и конечного состояний на  $n_1$  и  $n_2$  соответственно.

## 5 Экспериментальное исследование

Предложенный алгоритм был реализован на платформе .NET как часть исследовательского проекта YaccConstructor. Основным языком разработки являлся F#. Был переиспользован генератор рекурсивных автоматов, реализованный ранее в рамках работы [4]. Также были переиспользованы структуры данных для представления структурированного в виде графа стека.

Для проверки работоспособности и оценки производительности алгоритма был проведен ряд тестов. В качестве представления шаблонов для поиска была выбрана грамматика  $G_1$ , задающая язык правильных скобочных последовательностей. Входные данные, в которых осуществлялся поиск, создавались следующим образом.

1. Из символов латинского алфавита генерировалась последовательность определенной длины, содержащая ровно пять подстрок, удовлетворяющих грамматике  $G_1$ .
2. Последовательность сжималась в контекстно-свободную грамматику при помощи алгоритма Sequitur [7, 10].
3. Описание полученной грамматики транслировалось в язык YARD, используемый в проекте YaccConstructor.

В каждом тесте из серии алгоритм корректно определял наличие шаблонов, получая пять пар вершин рекурсивного автомата, построенного по входной грамматике.

Оценка производительности заключалась в измерении времени работы алгоритма и количества создаваемых дескрипторов (рис. 4), а также объема используемой памяти, выраженного в количестве вершин и ребер GSS, построенных в процессе анализа (рис. 5). Тестирование проводилось при различных размерах входной грамматики данных. Размером грамматики  $G = (\Sigma, N, P, S)$  назовем следующую величину:

$$|G| = |N| + \sum_{p \in P} length(p)$$

Для тестов использовался ПК со следующими характеристиками:

MS Windows 10 x64, Intel(R) Core(TM) i7-4790 CPU @ 3.60 GHz 4 Cores, 16GB.

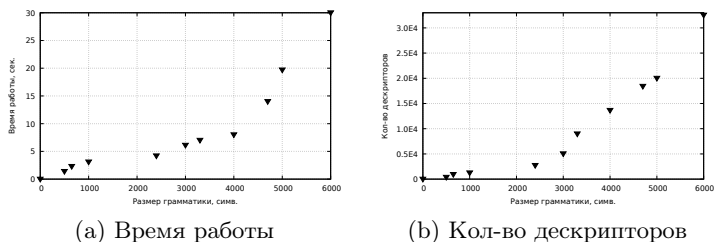


Рис. 4: Зависимость времени работы и кол-ва дескрипторов от размера входной грамматики

Результаты тестирования показывают, что даже в случае поиска простого шаблона время работы алгоритма быстро возрастает при увеличении размеров грамматики, представляющей данные. Предположительно, производительность может быть улучшена путем технической доработки используемых структур данных и самого алгоритма. Помимо этого, влияние на работу алгоритма может оказывать не только размер входной грамматики, но и ее структура, которая зависит от используемого алгоритма сжатия.

## Заключение

В ходе данной работы получены следующие результаты.

- Определены ограничения, при которых синтаксический анализ

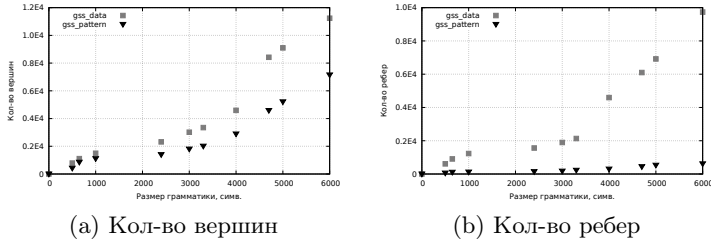


Рис. 5: Зависимость размера построенных GSS от размера входной грамматики. Для обозначения GSS, соответствующего грамматике  $G_1$ , используется метка `gss_pattern`, входной грамматике — `gss_data`

контекстно-свободного представления является разрешимой задачей. Было показано, что грамматика, являющаяся представлением данных, должна порождать конечный язык.

- Разработан алгоритм синтаксического анализа КС-представления, учитывающий поставленные ограничения. Полученный алгоритм является модификацией алгоритма синтаксического анализа графов на основе GLL.
- Выполнена реализация алгоритма на языке программирования F# в рамках исследовательского проекта YaccConstructor.
- Проведено экспериментальное исследование: выполнено тестирование производительности на синтетических данных.

В дальнейшем планируется провести апробацию алгоритма на реальных данных — сжатом представлении ДНК организмов — и доказать теоретическую оценку сложности алгоритма.

Исходный код проекта YaccConstructor представлен на сайте

<https://github.com/YaccConstructor/YaccConstructor>.



## Список литературы

1. Afrozeh Ali, Izmaylova Anastasia. Faster, Practical GLL Parsing // Compiler Construction: 24th International Conference, CC 2015, Held as Part of the European Joint Conferences on Theory and Practice of Software, ETAPS 2015, London, UK, April 11-18, 2015, Proceedings / Ed. by Björn Franke. — Berlin, Heidelberg : Springer Berlin Heidelberg, 2015. — P. 89–108. — ISBN: 978-3-662-46663-6. — URL: [http://dx.doi.org/10.1007/978-3-662-46663-6\\_5](http://dx.doi.org/10.1007/978-3-662-46663-6_5).
2. Arimura Mitsuharu. A grammar-based compression using a variation of Chomsky normal form of context free grammar // 2016 International Symposium on Information Theory and Its Applications (ISITA). — 2016.
3. Gallé Matthias. Searching for Compact Hierarchical Structures in DNA by means of the Smallest Grammar Problem : Theses / Matthias Gallé ; Université Rennes 1. — 2011. — Feb. — URL: <https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00595494>.
4. Gorokhov Artem, Grigorev Semyon. Extended Context-Free Grammars Parsing with Generalized LL. — 2017.
5. Harrison M. A. Introduction to Formal Language Theory. — 1st edition. — Boston, MA, USA : Addison-Wesley Longman Publishing Co., Inc., 1978. — ISBN: 0201029553.
6. Nederhof Mark-Jan, Satta Giorgio. The Language Intersection Problem for Non-recursive Context-free Grammars // Inf. Comput. — 2004. — Aug. — Vol. 192, no. 2. — P. 172–184. — URL: <http://dx.doi.org/10.1016/j.ic.2004.03.004>.
7. Nevill-Manning Craig G., Witten Ian H. Identifying Hierarchical Structure in Sequences: A Linear-time Algorithm // J. Artif. Int. Res. — 1997. — Sep. — Vol. 7, no. 1. — P. 67–82. — URL: <http://dl.acm.org/citation.cfm?id=1622776.1622780>.
8. Quantifying variances in comparative RNA secondary structure prediction / James WJ Anderson, Ādám Novák, Zsuzsanna Sükösd et al. // BMC Bioinformatics. — 2013. — Vol. 14, no. 1. — P. 149. — URL: <http://dx.doi.org/10.1186/1471-2105-14-149>.
9. Scott Elizabeth, Johnstone Adrian. GLL parsing // Electronic Notes in Theoretical Computer Science. — 2009. — Vol. 253, no. 7.
10. Sequitur [Электронный ресурс]. — URL: <https://github.com/craigm/sequitur> (online; accessed: 25.05.2017).

11. Tellier Isabelle. Learning recursive automata from positive examples // Revue des Sciences et Technologies de l'Information-Série RIA: Revue d'Intelligence Artificielle. — 2006. — Vol. 20, no. 6. — P. 775–804.
12. YARD [Электронный ресурс]. — URL: <http://yaccconstructor.github.io/YaccConstructor/yard.html> (online; accessed: 25.05.2017).
13. Григорьев С. В. Синтаксический анализ динамически формируемых программ : Дисс... кандидата наук / С. В. Григорьев ; Санкт-Петербургский государственный университет. — 2015.

## Приложение

### Псевдокод алгоритма синтаксического анализа графов

Пусть  $(C_S, C_U, i, l)$  — текущий дескриптор, где  $C_S$  — состояние рекурсивного автомата, представляющего грамматику,  $C_U$  — вершина GSS,  $i$  — вершина входного графа,  $l$  — длина разобранный части строки. Для получения имени нетерминала грамматики, соответствующего состоянию автомата используется функция  $\Delta : Q \rightarrow N$ .

Во время работы алгоритма поддерживаются следующие множества:  $R$  — глобальная очередь дескрипторов,  $U$  — множество созданных ранее дескрипторов,  $P$  — множество, хранящее информацию о вызовах функции **pop**.

```
function ADD( $S, u, i, l$ )  
  if  $((S, u, i, l) \notin U)$  then  
     $U.add(S, u, i, l)$   
     $R.enqueue(S, u, i, l)$ 
```

```
function CREATE( $S_{call}, S_{next}, u, i, l$ )  
   $A \leftarrow \Delta(S_{call})$   
  if  $(\exists \text{ GSS node labeled } (A, i))$  then  
     $v \leftarrow \text{GSS node labeled } (A, i)$ 
```

```

if (there is no GSS edge from  $v$  to  $u$  labeled  $(S_{next}, l)$ ) then
  add GSS edge from  $v$  to  $u$  labeled  $(S_{next}, l)$ 
  for  $((v, j, m) \in P)$  do
    if ( $S_{next}$  is a final state) then
      POP( $u, j, (l + m)$ )
      ADD( $S_{next}, u, j, (l + m)$ )
else
   $v \leftarrow$  new GSS node labeled  $(A, i)$ 
  create GSS edge from  $v$  to  $u$  labeled  $(S_{next}, l)$ 
  ADD( $S_{call}, v, i, 0$ )

function POP( $u, i, l$ )
  if  $((u, i, l) \notin P)$  then
     $P.add(u, i, l)$ 
    for all GSS edges  $(u, S, m, v)$  do
      if ( $S$  is a final state) then
        POP( $v, i, (l + m)$ )
        ADD( $S, v, i, (l + m)$ )

function PARSE(RA, input)

 $GSSroot \leftarrow newGSSnode(RA.StartState, input.StartState)$ 
 $R.enqueue(RA.StartState, GSSroot, input.StartState, 0)$ 
while  $R \neq \emptyset$  do
   $(C_S, C_U, i, l) \leftarrow R.dequeue()$ 
  if  $(l = 0)$  and  $(C_S$  is a final state) then
    POP( $C_U, i, 0$ )
  for each transition( $C_S, label, S_{next}$ ) do
    switch  $label$  do
      case  $Terminal(x)$ 
        for each  $(input[i] \xrightarrow{x} input[k])$  do
          if ( $S_{next}$  is a final state) then
            POP( $C_U, k, (l + 1)$ )
          if  $S_{next}$  have multiple ingoing transitions then
            ADD( $S_{next}, C_U, k, (l + 1)$ )

```

```
    else
         $R.enqueue(S_{next}, C_U, k, (l + 1))$ 
    case Nonterminal( $S_{call}$ )
        CREATE( $S_{call}, S_{next}, C_U, i, l$ )
     $result \leftarrow \emptyset$ 
    for each  $(u, i, l) \in P$  where  $u = GSSroot, i =$ 
     $input.FinalState$  do
         $result.add(l)$ 
    if  $result \neq \emptyset$  then return  $result$ 
    else report failure
```

# Разработка механизма использования OpenCL-кода в программах на F#

Смиренко Кирилл Петрович

Санкт-Петербургский государственный университет  
k.smirenko@gmail.com

## Введение

Графические процессоры (GPU) являются общепринятым средством ускорения вычислений. Многоядерная архитектура видеопроцессоров даёт преимущество в высоконагруженных научных вычислениях, задачах компьютерного зрения, биоинформатики и других областей. Данный подход лёг в основу техники вычислений общего назначения на видеопроцессорах (GPGPU) [5, 7].

Существует ряд технологий для программирования видеопроцессоров. Наиболее распространённой является CUDA — платформа для параллельных вычислений на видеопроцессорах, разработанная компанией Nvidia в 2007 году [14]. Другим значимым проектом является Open Computing Language (OpenCL) — открытый стандарт кросс-платформенного, параллельного программирования различных процессоров, в том числе видеопроцессоров, присутствующих в персональных компьютерах, серверах, мобильных и встраиваемых устройствах [8].

Упомянутые технологии предоставляют специальные языки программирования: CUDA C/C++, OpenCL C/C++. В то же время более удобным способом разработки для видеопроцессоров является использование более высокоуровневых языков, таких, как C# и F#. Эти языки чаще применяются для

написания конечных приложений; кроме того, строгая типизация и статический анализ в интегрированных средах разработки повышают удобство прикладного программирования и надёжность разрабатываемого кода. Уже существует и активно используется ряд средств для высокоуровневого программирования видеопроцессоров [2, 4, 17].

При этом возникает потребность уметь переиспользовать в языках высокого уровня существующий код на специальных языках для видеопроцессоров. Это продиктовано следующими соображениями. Во-первых, переиспользование готового и проверенного кода вместо переписывания — стандартная инженерная практика. Во-вторых, низкоуровневый код для видеопроцессоров содержит специфические конструкции, например, барьеры и модификаторы памяти, часто используемые для оптимизаций. Пытаться выразить эти конструкции в языке высокого уровня лишь затем, чтобы потом транслировать их обратно в код целевой платформы (CUDA, OpenCL) для запуска на видеопроцессоре, не представляется рациональным решением.

Таким образом, является актуальной задача переиспользования низкоуровневого кода для GPU в высокоуровневом программировании. При этом отдельный интерес представляет возможность вызова низкоуровневых функций типизированным образом, что существенно повысило бы удобство прикладного программирования.

## **А Обзор**

### **А.1 Средства программирования видеопроцессоров**

Существует ряд инструментов, предназначенных для программирования видеопроцессоров на языках программной платформы .NET. Наиболее известные из них представлены ниже.

- Alea GPU — коммерческий продукт от компании QuantAlea, предоставляющий средства разработки для платформы CUDA на языках C# и F# [17].
- Brahma.FSharp — проект с открытым исходным кодом, разрабатываемый на кафедре системного программирования математико-механического факультета СПбГУ. Это транслятор цитируемых выражений языка F# в код платформы OpenCL [2].
- FSCL — другой компилятор F#-кода в OpenCL C с открытым исходным кодом [4].

Также существуют программные проекты, позволяющие из C#-кода управлять запуском кода на специальных языках для видеопроцессора. К ним относятся:

- Alea GPU, предоставляющий возможность вызова ряда готовых низкоуровневых библиотек [17];
- CUSP — C++-библиотека для вычислений с разреженными матрицами и обработки графов [3];
- ManagedCUDA — проект, содержащий средства нетипизированного вызова скомпилированных CUDA-функций в коде на C# и C#-интерфейс для ряда наиболее популярных CUDA-библиотек. [11].

Однако все имеющиеся решения либо только транслируют высокоуровневый код на языках платформы .NET в низкоуровневый код платформ CUDA или OpenCL (Brahma.FSharp, FSCL), либо позволяют использовать лишь фиксированный набор низкоуровневых библиотек (Alea GPU, CUSP). ManagedCUDA является наиболее близким решением, однако не предоставляет типизированных функций вызова низкоуровневого кода и не является транслятором .NET-кода в код платформы CUDA, позволяя работать лишь с предварительно скомпилированной кодовой базой.

В результате обзора можно сделать вывод, что ни одно из существующих решений не позволяет программировать видеопроцессоры на языке высокого уровня и при этом вызывать произвольный низкоуровневый код типизированным образом.

## **A.2 Провайдеры типов языка F#**

Существует несколько способов интеграции низкоуровневого кода и среды исполнения .NET. Особый интерес представляют провайдеры типов F# [13]. Это механизм языка, который генерирует типы данных и встраивает в окружение времени исполнения как обычные типы F#. Провайдеры типов могут иметь типовые параметры, и, таким образом, имеется возможность во время разработки на F# пользоваться статической типизацией данных, которые были получены из динамических источников, например, из файла.

Традиционной и наиболее близкой альтернативой использованию провайдеров типов является кодогенерация. Однако по сравнению с ней провайдеры обладают рядом преимуществ:

- провайдеры типов обеспечивают тесную интеграцию с пользовательским контекстом: сгенерированные типы сразу находятся в одном пространстве имён с кодом, который их использует;
- генерация типов происходит во время компиляции пользовательского кода, что избавляет от опасности рассинхронизации с источником данных.

Провайдеры типов не лишены недостатков. В частности, затруднено тестирование проекта, в котором есть провайдеры типов: тесты, как и любой код, использующий провайдеры, не могут быть включены в ту же сборку, что и провайдер, так как блокируют пересборку последнего. Кроме того, отладка провайдеров типов представляет собой достаточно сложную процедуру, отличающуюся от процесса отладки обычного кода [18]. Тем не менее, данные недостатки относятся к процессу разработки программного решения, но не затрудняют его использование.

Таким образом, именно механизм провайдеров типов F# был выбран для интеграции разобранного OpenCL-кода и платформы .NET.



## В Постановка задачи

Целью данной работы является добавление возможности переиспользования OpenCL C-кода в проект Brahma.FSharp. Для её достижения были поставлены следующие задачи:

- исследовать возможности механизма провайдеров типов F#;
- реализовать лексический и синтаксический анализатор заголовков OpenCL-функций;
- обеспечить возможность типизированного вызова OpenCL-функций в коде на F#;
- провести экспериментальное исследование представленного решения.

## С Механизм подгрузки OpenCL-кода

### С.1 Архитектура

На схеме 1 представлена архитектура предлагаемого решения. Подгружаемый OpenCL C-файл подаётся последовательно лексическому, синтаксическому анализатору и провайдеру типов. На выходе генерируется F#-тип, содержащий подгруженные функции. Эти функции могут быть использованы в клиентском коде — цитируемом выражении F#, которое будет подано существующему транслятору Brahma.FSharp, а результат трансляции — передан драйверу OpenCL для запуска на видеопроцессоре.

Реализуемый в рамках настоящей работы модуль, таким образом, можно разделить на три составляющих: лексический анализатор, синтаксический анализатор, провайдер типов. Далее будет произведён их подробный обзор.

### С.2 Лексический и синтаксический анализатор

Для того, чтобы извлекать и переиспользовать сигнатуры функций OpenCL C, нужно уметь разбирать исходный код,

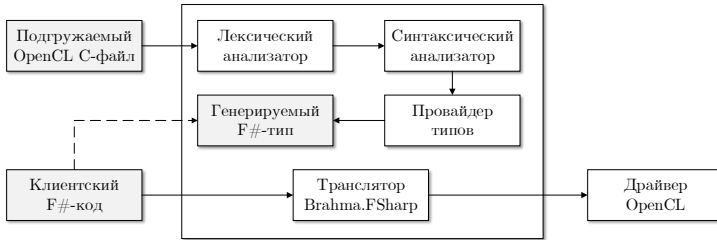


Рис. 1: Структура предлагаемого решения

т.е. проводить лексический и синтаксический анализ. Для реализации лексического анализатора был использован FsLex — инструмент с открытым исходным кодом, генерирующий исходный код лексических анализаторов на языке F# по данному описанию языка в специальной нотации [6].

При написании синтаксического анализатора была использована библиотека YaccConstructor [20, 22]. Она предоставляет язык YARD [21] для описания синтаксических анализаторов. Этот язык имеет ряд преимуществ перед аналогами [1, 10] применимо к данной задаче: естественная интеграция с F#, возможность описывать грамматики в расширенной форме Бэкуса-Наура [19], поддержка S- и L-атрибутов, а также параметризованных правил вывода.

Синтаксический анализатор описан в виде S-атрибутивной грамматики в расширенной форме Бэкуса-Наура. В качестве справочных материалов была использована формальная грамматика C99 [16] и спецификация языка OpenCL C [9]. Исходный код обоих анализаторов на F# генерируется упомянутыми инструментами при сборке проекта.

Представленная грамматика является упрощённой и не описывает весь язык OpenCL C: тот факт, что в данной задаче необходимо распознавать лишь заголовки функций, позволил при разборе игнорировать тела функций.

### С.3 Провайдер типов для OpenCL-функций

В рамках работы был реализован провайдер типов для разобранных OpenCL-функций. Провайдер генерирует F#-тип, содержащий функции, которые типизированы так же, как исходные функции на OpenCL C. Провайдер параметризован путём к файлу, содержащему подгружаемый код на OpenCL C; файл может содержать неограниченное количество функций, однострочные комментарии и макросы препроцессора C. Вначале файл с исходным кодом на OpenCL C подвергается лексическому и синтаксическому анализу. Далее производится обход синтаксического дерева, полученного на этапе синтаксического анализа: из дерева извлекаются структурированные сигнатуры функций, по которым провайдер генерирует статические методы предоставляемого метода.

В C-подобных языках, включая OpenCL C, массивы чаще всего передаются по указателям. Поэтому для параметров функций, которые являются указателями, провайдер поддерживает два варианта отображения их в F#: как ссылочный тип и как массив. Это задаётся другим параметром провайдера. Пример подгрузки с помощью провайдера функции умножения матрицы на вектор представлен на изображении 2.

```
let matvec = KernelProvider<matvecPath, TreatPointersAsArrays=true>.matvec
```

Рис. 2: Пример использования провайдера типов

Также была проведена точечная доработка транслятора *Brahma.FSharp*. Транслятор одновременно с клиентским F#-кодом получает имя подгружаемого OpenCL C-файла, читает его содержимое и в текстовом виде передаёт драйверу OpenCL вместе с результатом трансляции F#-кода. Это обеспечивает необходимую функциональность.

## D Эксперименты

Помимо модульного тестирования представленного механизма, были произведены экспериментальные исследования работы механизма с высокопроизводительным кодом для видеопроцессора. Это отвечает изначальной мотивации данной работы. В целях эксперимента из стороннего проекта с открытым исходным кодом [12] был взят алгоритм перемножения вещественных матриц на видеопроцессоре, оптимизированный с использованием специфических конструкций OpenCL: барьеров и локальных групп.

Для сравнения производительности были также взяты неоптимизированные реализации наивного алгоритма перемножения матриц на F# и OpenCL C. Оптимизации, аналогичные таковым в первой рассматриваемой реализации, не представляются возможными в F# ввиду отсутствия в языке специфических низкоуровневых конструкций. Наивная реализация на OpenCL C участвует в эксперименте с целью сравнения скорости работы OpenCL-кода и аналогичного кода, транслированного из F#.

Запуск производился средствами *Brahma.FSharp* на видеокарте NVIDIA GeForce GT 755M с тактовой частотой графического процессора 980 МГц и памятью 2048 МБ. Результаты экспериментов представлены на рисунке 3.

Как видно на диаграмме, наивные реализации на F# и OpenCL C почти не отличаются по производительности, в то время как оптимизированная реализация показывает почти трёхкратный прирост производительности на больших матрицах. Это подтверждает целесообразность переиспользования OpenCL-кода, оптимизированного с помощью низкоуровневых конструкций, в высокоуровневом программировании видеопроцессоров.

## Заключение

В ходе работы получены следующие результаты:

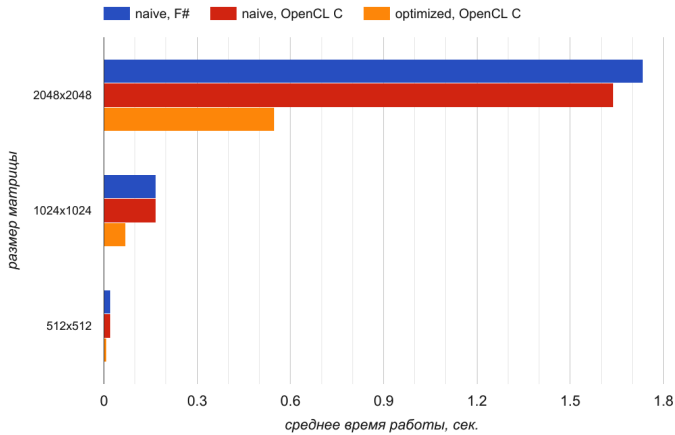


Рис. 3: Результаты экспериментов

- исследован механизм провайдеров типов F#;
- реализован лексический и синтаксический анализатор заголовкой OpenCL-функций;
- реализован механизм типизированного вызова OpenCL-функций в коде на F# на основе провайдера типов;
- проведено экспериментальное исследование работы реализованного модуля.

Код реализованного модуля, включающего лексический, синтаксический анализатор и провайдер типов, находится на сайте <https://github.com/YaccConstructor/Brahma.FSharp>. В указанном репозитории автор принимал участие под учётной записью ksmirenko.

В дальнейшем планируется исследовать возможность применения реализованного механизма при решении задач синтаксического анализа графов с использованием современного алгоритма перемножения разреженных матриц [15]. Соответствующий проект разрабатывается на кафедре системно-

го программирования математико-механического факультета СПбГУ.

## Список литературы

1. ANTLR. Another Tool for Language Recognition. — 2014. — URL: <http://http://www.antlr.org/> (online; accessed: 14.05.2017).
2. Brahma.FSharp. Brahma.FSharp // Brahma.FSharp official page. — URL: <http://yaccconstructor.github.io/Brahma.FSharp/> (online; accessed: 14.05.2017).
3. CUSP. CUSP // CUSP official page. — URL: <https://cusplibrary.github.io/> (online; accessed: 14.05.2017).
4. Cocco Gabriele. FSCL: Homogeneous programming and execution on heterogeneous platforms : Ph. D. thesis / Gabriele Cocco ; University of Pisa. — 2014.
5. From CUDA to OpenCL: Towards a Performance-portable Solution for Multi-platform GPU Programming / Peng Du, Rick Weber, Piotr Luszczek et al. // Parallel Comput. — 2012. — Vol. 38, no. 8. — P. 391–407.
6. FsLexYacc. FsLex. — URL: <http://fsprojects.github.io/FsLexYacc/fslex.html> (online; accessed: 14.05.2017).
7. Fung J., Tang F., Mann S. Mediated reality using computer graphics hardware for computer vision // Proceedings. Sixth International Symposium on Wearable Computers,. — 2002. — P. 83–89.
8. Group Khronos. OpenCL // The open standard for parallel programming of heterogeneous systems. — URL: <http://www.khronos.org/opencl/> (online; accessed: 14.05.2017).
9. Group Khronos. The OpenCL C Specification. — 2016. — URL: <https://www.khronos.org/registry/OpenCL/specs/opencl-2.0-opencl.c.pdf> (online; accessed: 14.05.2017).
10. Johnson S. C. Yacc: Yet Another Compiler Compiler // Computing Science Technical Report. — 1975.
11. ManagedCUDA. ManagedCUDA // ManagedCUDA official page. — URL: <https://kunzmi.github.io/managedCuda/> (online; accessed: 14.05.2017).
12. MyGEMM. Code appendix to an OpenCL matrix-multiplication tutorial. — URL: <https://github.com/CNugteren/myGEMM> (online; accessed: 14.05.2017).

13. Network Microsoft Developer. Type Providers. — 2016. — URL: <https://docs.microsoft.com/en-us/dotnet/articles/fsharp/tutorials/type-providers/> (online; accessed: 14.05.2017).
14. Nvidia. CUDA // Parallel Programming and Computing Platform. — URL: [http://www.nvidia.com/object/cuda\\\_home\\\_new.html](http://www.nvidia.com/object/cuda\_home\_new.html) (online; accessed: 14.05.2017).
15. Polok Lukas, Ila Viorela, Smrz Pavel. Fast Sparse Matrix Multiplication on GPU // Proceedings of the Symposium on High Performance Computing. — HPC '15. — Society for Computer Simulation International, 2015. — P. 33–40. — URL: <http://dl.acm.org/citation.cfm?id=2872599.2872604>.
16. Programming languages – C : Standard / International Organization for Standardization, International Electrotechnical Commission : 1999.
17. QuantAlea. Alea GPU // QuantAlea official page. — URL: <http://www.quantalea.com/> (online; accessed: 14.05.2017).
18. Tihon Sergey. F# Type Providers Development Tips. — 2016. — URL: <https://sergeytilon.com/2016/07/11/f-type-providers-development-tips-not-tricks/> (online; accessed: 14.05.2017).
19. Wirth Niklaus. What Can We Do About the Unnecessary Diversity of Notation for Syntactic Definitions? // Commun. ACM. — 1977. — Vol. 20, no. 11. — P. 822–823.
20. YaccConstructor. YaccConstructor // YaccConstructor official page. — URL: <http://yaccconstructor.github.io> (online; accessed: 14.05.2017).
21. YaccConstructor. YARD // YaccConstructor official page. — 2015. — URL: <http://yaccconstructor.github.io/YaccConstructor/yard.html> (online; accessed: 14.05.2017).
22. Кириленко ЯА, Григорьев СВ, Авдюхин ДА. Разработка синтаксических анализаторов в проектах по автоматизированному реинжинирингу информационных систем // Научно-технические ведомости СПбГПУ: информатика, телекоммуникации, управление. — 2013. — no. 174. — P. 94–98.

# Синтаксический анализ графов с помощью парсер-комбинаторов

Смолина Софья Константиновна

Санкт-Петербургский государственный электротехнический  
университет «ЛЭТИ» им. В.И.Ульянова (Ленина)  
sofysmol@gmail.com

**Аннотация** Запросы к графовым базам данных могут быть сформулированы как задача поиска путей в графе, удовлетворяющих некоторым ограничениям. Часто такие ограничения задаются грамматиками. В таком случае задача сводится к поиску путей в графе, которые соответствуют строкам в некотором языке. Такую задачу назовем синтаксическим анализом графов. Существует несколько подходов решения данной проблемы, но все они подразумевают использование парсер-генераторов, что не всегда удобно. В нашей работе к задаче анализа графов была адаптирована библиотека парсер-комбинаторов Meerkat.

## Введение

Графы и графовые базы данных имеют широкое применение в таких областях, как биоинформатика, логистика, социальные сети. Запросы к таким базам формулируются как задача поиска путей в графе, удовлетворяющих некоторым ограничениям. Во многих случаях такие ограничения формулируются в виде некоторой грамматики, например, контекстно-свободной (КС). В таком случае задача сводится к поиску путей в графе, которые бы соответствовали строкам контекстно-свободного языка. Такую задачу назовем синтаксическим анализом графа.



Одним из примеров применения синтаксического анализа графов является поиск подпоследовательностей генома в метогеномной сборке. Путем поиска подпоследовательностей ДНК характерного вида осуществляется классификация организмов во взятом из окружающей среды образце, например, воды. Для этого по образцу строится метагеномная сборка, представляющая собой граф с последовательностями символов на ребрах. В таком графе необходимо найти подстроки, обладающие заданной вторичной структурой, специфицируемой формальной грамматикой. Такую задачу можно решить при помощи синтаксического анализа графов.

Существуют различные подходы к синтаксическому анализу графов (например, [1], [2], [3]), одно из которых основано на алгоритме Generalised LL (GLL) [1]. Алгоритм GLL позволяет без модификаций грамматики анализировать все КС-языки. Результатом работы данного алгоритма является компактное представление леса разбора Shared Packed Parse Forest (SPPF) [4]. Данное представление результата разбора позволяет производить дополнительный анализ, а также производить семантические действия после завершения синтаксического анализа. Данное решение построено по принципу генераторов синтаксических анализаторов, когда по грамматике генерируется код анализаторов, что не всегда удобно, например, при написании запросов к графовым базам данных.

Существуют различные решения для поиска путей в графовых базах данных. Это встроенные инструменты и языки для запросов. К примеру, для базы данных Neo4j [5] существуют такие языки запросов, как Cypher [6] и openCypher [7]. Однако они не поддерживают синтаксис запросов в стиле контекстно-свободных грамматик и не анализируют синтаксическую структуру путей. При работе с графовыми базами данных было бы удобно строить запрос к ним на языке, на котором написано целевое приложение. Это возможно реализовать техникой парсер-комбинаторов. Парсер-комбинаторы — функции высшего порядка, которые либо возвращают анали-

заторы как результат, либо принимающие их в качестве аргументов. Все существующие библиотеки парсер-комбинаторов анализируют только линейный вход — строки. Нашей задачей стала разработка библиотеки для синтаксического анализа графов. Существует библиотека Meerkat [8] на языке Scala [9], реализующая синтаксический анализ строк методом парсер-комбинаторов, используя идеи, схожие с используемыми в алгоритме GLL [10]. Она обладает рядом преимуществ:

- результатом работы библиотеки является лес разбора SPPF;
- реализация в инфраструктуре JVM;
- разбор происходит в худшем случае за  $O(n^3)$ , где  $n$  — длина входной последовательности.

Было принято решение использовать данную библиотеку для решения задачи.

Таким образом, была поставлена задача модифицировать существующую библиотеку парсер-комбинаторов для синтаксического анализа графов.

## **А Постановка задачи**

Целью данной работы является разработка библиотеки для синтаксического анализа графов с помощью техники парсер-комбинаторов. Результатом синтаксического анализа должен быть лес разбора SPPF.

Для достижения поставленной цели были поставлены следующие задачи:

- изучить существующие решения синтаксического анализа графов;
- изучить технику парсер-комбинаторов;
- разработать библиотеку для синтаксического анализа графов на основе техники парсер-комбинаторов;
- интегрировать данную библиотеку с графовой базой данных.

## В Обзор

### В.1 Синтаксический анализ графов

При работе с графами, например в графовых базах данных, возникает необходимость выполнения запросов поиска путей, удовлетворяющих заданным ограничениям. Ограничения задаются, как правило, регулярной грамматикой, однако контекстно-свободные грамматики представляют собой более выразительный язык запросов. Контекстно-свободная грамматика (КС-грамматика)  $G$  — четверка  $(T, N, P, S)$ , где  $N$  — множество нетерминалов,  $T$  — множество терминалов ( $T \cap N = \emptyset$ ),  $P = \{A \rightarrow \alpha \mid A \in N, \alpha \in (N \cup T)^*\}$  — множество правил грамматики и  $S \in N$  — стартовый символ. Грамматика  $G = (\{+, -, a\}, \{E, N\}, P, E)$ , множество правил которой  $P$  представлены на листинге 14, задает язык арифметических выражений со сложением и умножением над переменными  $a$ .

---

#### Listing 14 Правила грамматики $G$

---


$$E \rightarrow N + N \mid N - N$$

$$N \rightarrow a$$


---

Итак, задача выполнения запросов является задачей поиска в ориентированном графе всех путей, представляющих собой строки языка, заданные КС-грамматикой. Одно из возможных решений такой задачи — это модификация алгоритмов классического синтаксического анализа строк. Работа [3] модифицирует алгоритм Эрли. Данный подход позволяет записывать запросы к графовым структурам данных с указанием направления поиска: прямое направление, когда поиск производится в направлении ребер графа, или обратном — по обратным ребрам. Данный алгоритм строит только некоторое приближение к результату: обработка циклов входного графа

осуществляется только до некоторой глубины, специфицируемой пользователем, в результате чего некоторые пути могут быть утеряны. Результатом работы алгоритма является подграф, содержащий пути разбора.

Для последующего анализа путей из результата удобно иметь информацию об их синтаксической структуре, например в форме абстрактных синтаксических деревьев. Так как множество путей может быть бесконечным, то и синтаксических деревьев может быть бесконечно много, поэтому возникает вопрос об их представлении. В алгоритмах обобщенного синтаксического анализа, в случае существования нескольких деревьев разбора для одной строки (в виду неоднозначностей грамматики), используется компактное представление леса разбора SPPF (Shared Packed Parse Forest). В структуре SPPF переиспользуются общие фрагменты разных выводов, за счет его размер полиномиален от размера входной строки. Существуют модификации обобщенных алгоритмов, применимые для выполнения запросов в контекстно-свободных ограничениях к графам: алгоритмы на основе RNGLR [11] и GLL [1]. Первый позволяет построить лес разбора SPPF, второй — бинаризованный лес разбора Binarized Shared Packed Parse Forest [4] с лучшими пространственными характеристиками.

Binarized Shared Packed Parse Forest имеет размер  $O(n^3)$ , где  $n$  — длина входной строки. В отличие от обычного дерева разбора, внутренние узлы которого всегда соответствуют нетерминалам грамматик, в BSPPF используются дополнительные типы узлов: упакованный узел (packed node) и промежуточный узел (intermediate node). Упакованный узел создаётся для представления неоднозначностей вывода (его дети соответствуют разным продукциям). Промежуточный узел используется для бинаризации, когда правило длины больше 2 представляется как цепочка применений правил длины 2. Именно за счет бинаризации достигается кубический размер представления леса разбора. В SPPF могут быть циклы. На рис. 1с представлено, как выглядит SPPF, состоящее из де-

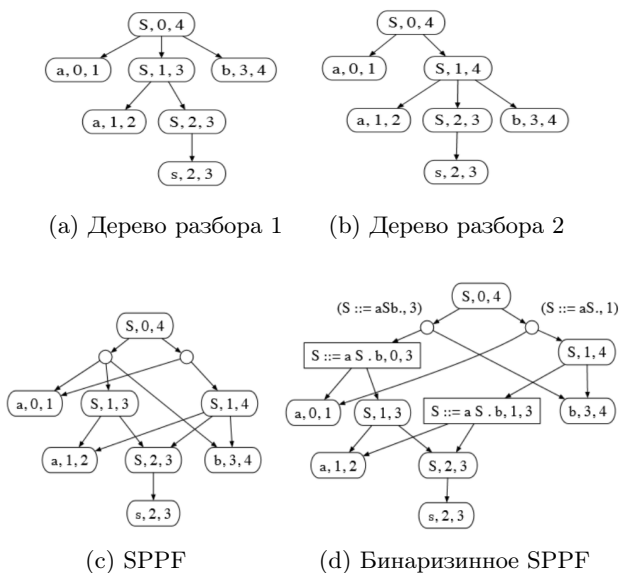


Рис. 1: Граф SPPF для двух вариантов вывода

ревьев на рис. 1a и рис. 1b. А на рис. 1d представлена его бинаризованная форма. Пример взят из статьи [12].

Решение на RNGLR и GLL построено на основе генерации синтаксических анализаторов. Такое решение не является удобным при работе с графами и графовыми базами данных, так как при добавлении малейших изменений необходимо генерировать руками новый синтаксический анализатор, а также требуется использование дополнительного предметно-ориентированного языка для задания запроса.

В сфере промышленных графовых баз данных существуют свои языки запросов. К примеру для графовой базы данных Neo4j [5] существуют языки Cypher [6] и openCypher [7], а для

OrientDB [13] используется язык SQL [14]. Ни один из них не поддерживает формат запроса в виде контекстно-свободной грамматики. Более того, результат запроса всегда — простые строки, что усложняет их дальнейший анализ.

Таким образом, нашей целью стала разработка решения, в котором грамматику можно специфицировать в коде целевого приложения. Один из возможных подходов к решению данной задачи — использование техники парсер-комбинаторов [15].

## **В.2 Техника парсер-комбинаторов**

Комбинатор — это функция высшего порядка, которая из набора функций строит новую функцию. Возможность принимать функции как аргументы, комбинировать их и возвращать как результат является важной особенностью функциональных языков программирования. Парсер-комбинатор — это функция высшего порядка, которая на вход получает множество синтаксических анализаторов и возвращает новый синтаксический анализатор.

Для синтаксического анализа необходимо научиться анализировать элементарные сущности (терминалы, нетерминалы), осуществлять последовательное применение анализаторов и поддерживать возможность осуществлять выбор анализатора для разбора суффикса строки. Эти требования задают минимальный набор комбинаторов. Техника парсер-комбинаторов позволяет из элементарных анализаторов конструировать более сложные. Интеграция с языком программирования приложения, в котором применяется синтаксический анализатор, добавляет гибкости и расширяемости в сравнении с генераторами синтаксических анализаторов. Приведём пример реализации простейшего парсер-комбинатора на Scala.

В листинге 15 представлен синтаксический анализатор, который принимает на вход строковую последовательность, затем разбирает строку, начинающуюся с определенного терминала, и возвращает результат разбора и необработанный суффикс строки.

---

**Listing 15** Синтаксический анализатор терминала

---

```
type ParserChar = String => (Boolean, String)
def parseChar(ch: Char): ParserChar = (str: String) => {
  if(str != null && !str.isEmpty)
    if(str.charAt(0) == ch) (true, str.substring(1))
    (false, "Not found symbol "+ch)
}
```

---

Для того чтобы получить синтаксический анализатор подстроки, можно воспользоваться парсер-комбинатором, который составлял последовательность из анализаторов символов — парсер-комбинатор последовательности `seq`. На листинге 16 приведен пример реализации.

---

**Listing 16** Парсер-комбинатор последовательности

---

```
def seq(p1: ParserChar, p2: ParserChar) = (str: String) => {
  val res1 = p1(str)
  if(res1._1) p2(res1._2)
  else (false, res1._2)
}
```

---

Теперь, чтобы получить синтаксический анализатор, начинающийся с подстроки “ABC”, мы можем воспользоваться элементарными синтаксическими анализаторами символов и парсер-комбинатором последовательности (см. листинг 17).

---

**Listing 17** Парсер-комбинатор строки “ABC”

---

```
def parserABC = seq(parseChar('A'), seq(parseChar('B'), parseChar('C')))
```

---

Простые парсер-комбинаторы, основанные на рекурсивном спуске, представляют собой интуитивно ясную модель и поэтому удобны для отладки. Однако они имеют экспоненциальную сложность относительно размеров грамматики [16]. Это связано с тем, что в наивной реализации рекурсивного спуска при откате не сохраняются результаты и разбор префикса строки одним и тем же синтаксическим анализатором может происходить многократно. Мемоизация [17] позволяет решить эту проблему за счет переиспользования результатов применения синтаксических анализаторов к подстрокам. Таким образом, однажды выполненное вычисление никогда не повторяется — результат просто берется из таблицы.

Другой проблемой, ассоциируемой с парсер-комбинаторами, является трудность обработки леворекурсивных определений анализаторов. Например, синтаксический анализ наивным рекурсивным спуском в соответствии с грамматикой, представленной в листинге 18, никогда не завершится.

---

**Listing 18** Леворекурсивная грамматика

---

$$E \rightarrow E + a \mid a$$

---

Данная проблема имеет несколько решений, одно из которых основано на ограничении числа вызовов нетерминала некоторой константой, связанной с длиной входной последовательности [18]. Количество применений каждого распознавателя к каждой позиции в строке ограничивается длиной неразобранного суффикса строки. Данный подход не применим, если длина последовательности неизвестна, например, при считывании символов с сетевого сокета. Во-вторых, такой подход обладает сложностью  $O(n^4)$ , вместо ожидаемой  $O(n^3)$ , где  $n$  — длина последовательности. Подобные проблемы решаются техникой Continuation Parsing Style (CPS) [19].



В отличие от первого метода, цепочка леворекурсивных вызовов завершается, когда происходит второй вызов синтаксического анализатора в данной позиции входа. Затем результаты для леворекурсивных синтаксических анализаторов эффективно вычисляются в цикле: пока создается новый результат, завершённые пути синтаксического анализа, записанные как продолжения, перезапускаются в новой входной позиции. Как результат, обработка рекурсивных правил более эффективна и не требует знания длины последовательности. Более подробно об этом речь пойдет в следующей главе.

## С Разработка библиотеки для синтаксического анализа графов

### С.1 Библиотека Meerkat

Meerkat — это библиотека парсер-комбинаторов, разработанная на языке программирования Scala Али Афрузе и Анастасией Измайловой [12] для синтаксического анализа строк. Анализ осуществляется за  $O(n^3)$ , где  $n$  — длина последовательности, а также осуществляется построение компактного представления леса разбора Binarized Shared Packed Parse Forest (BSPPF). В ней решены проблемы левой рекурсии, а также экспоненциальной сложности за счет использования техники мемоизации и Continuation-Passing Style, предложенной Марком Джонсоном [19].

### С.2 Распознаватель в стиле парсер-комбинаторов

В терминах данной библиотеки базовый распознаватель — это функция типа *Recognizer*, которая определяется как функция  $Int \Rightarrow Result[Int]$  (принимает значение типа *Int* и возвращает значение типа *Result[Int]*). Базовый распознаватель — это частичная функция, принимающая как аргумент позицию во входном потоке и возвращающее значение *success*,

соответствующее успешному разбору и содержащее следующую позицию, или значение *failure*, соответствующее ошибке при анализе.

Для составления любой КС-грамматики необходимо реализовать набор базовых комбинаторов: анализаторы терминала и пустой строки, комбинаторы последовательности и правила. В библиотеке Meerkat для этих целей реализованы анализаторы *terminal*, и *epsilon*, а также комбинаторы *seq* и *rule* (см. листинг 19).

---

**Listing 19** Распознаватели в стиле парсер-комбинаторов

---

```
type Recognizer = Int => Result[Int]

def terminal(t: String): Recognizer
  = i => if(input.startsWith(t, i)) success(i + t.length)
      else failure

def epsilon: Recognizer = i => success(i)

def seq(rs: Recognizer*): Recognizer
  = rs.reduceLeft((cur, r) => (i => cur(i).flatMap(r)))

def rule(nt: String, alts: Recognizer*): Recognizer
  = alts.reduce((cur, alt) => (i => cur(i).orElse(alt(i))))
```

---

Комбинатор *terminal* возвращает распознаватель, который принимает индекс текущей строки и возвращает *success* в случае, когда суффикс строки с текущего символа равен значению аргумента. Входной поток в данном случае предполагается глобальной переменной, но в реализации передаётся как параметр функции.

Комбинатор *seq* представляет собой последовательную композицию распознавателей. Он получает на вход текущую позицию и список распознавателей, затем применяет последовательно каждый из распознавателей к входному потоку, начиная с текущей позиции, и передает предыдущие результаты следующим распознавателям. Если какой-либо из распознава-

телей вернёт *failure*, то дальнейший разбор производиться не будет и комбинатор *seq* вернёт *failure*.

Комбинатор *rule* используется, чтобы определить нетерминал с именем *nt* и списком распознавателей *alts*, которые представляют из себя альтернативы правила грамматики. Данный комбинатор принимает как параметр текущую позицию во входном потоке и применяет каждый анализатор к этому символу, пока хотя бы один не вернёт *success*.

Для того чтобы в строго типизированных языках можно было реализовать рекурсивные распознаватели, введен дополнительный комбинатор *fix* (см. листинг 20) — комбинатор неподвижной точки.

---

#### Listing 20 Комбинатор *fix*

---

```
def fix[A,B](f: (A=>B)=>(A=>B)): A=>B =
    { lazy val p: A=>B = f(t => p(t)); p }
```

---

Комбинирование элементарных анализаторов и представленных выше парсер-комбинаторов позволяет анализировать произвольную КС-грамматику и избежать зацикливания обработки леворекурсивных правил [10].

### C.3 Полный перебор с использованием Continuation-Passing Style

У базовых распознавателей есть недостатки: более высокий приоритет у первого распознавателя альтернативы и детерминизм. Из-за более высокого приоритета первого распознавателя анализ строки “ab” относительно грамматики  $S \rightarrow A \$; A \rightarrow a \mid a b$  завершится ошибкой — *failure*: первая альтернатива нетерминала *A* распознает односимвольный префикс строки, после чего произойдет ошибка при проверки на конец строки,

и второй распознаватель не будет применен к началу строки. Детерминизм означает, что результатом успешного распознавания всегда является единственное решение, в то время как их может быть и несколько. Порождение всех возможных выводов строки возможно при помощи техники Continuation-Passing Style (CPS).

При программировании в стиле Continuation-Passing передача управления происходит через механизм продолжений. Продолжение в данном контексте представляет собой функцию высшего порядка, содержащую информацию о состоянии программы в конкретный момент времени, которое возможно сохранить и вызвать позже для перехода в данное состояние.

Для преобразования базовые распознаватели в CPS авторы библиотеки Meerkat изменили тип *Result[T]* и сопровождающие его функции *success* и *failure*. Любой результат теперь должно быть возможным представить как композицию двух функций, используя метод *flatMap*, или как комбинацию двух возможных альтернатив, используя метод *orElse*. Реализация в библиотеке Meerkat представлена в листинге 21.

CPS распознаватель принимает на вход позицию и возвращает функцию типа *Result[T]*. Данная функция принимает на вход продолжение типа *K[Int]* и возвращает *Unit*. Продолжение в данном случае является функцией-остатком процесса распознавания. Вместо возвращения значения, распознаватель возвращает либо *success*, вызывая продолжение со следующей позиции, либо *failure*, не вызывая продолжения. Такая реализация осуществляет перебор всех возможных решений.

## C.4 Мемоизация и поддержка левой рекурсии

Наивный перебор всех возможных решений приводит к экспоненциальной сложности алгоритма. Библиотека Meerkat использует мемоизацию для обеспечения полиномиальной сложности, а также для решения проблемы с леворекурсивными нетерминалами.

**Listing 21** Result[T] для CPS распознавателей

---

```

type K[T] = T => Unit // Continuation type

trait Result[T] extends (K[T] => Unit)
    with MonadPlus[T, Result] {

    def map[U](f: T => U): Result[U]
        = result(k => this(t => k(f(t))))

    def flatMap[U](f: T => Result[U]): Result[U]
        = result(k => this(t => f(t)(k)))

    def orElse(r: => Result[T]): Result[T]
        = { lazy val v = r;
            return result(k => { this(k); v(k) }) }
    }

    def success[T](t: T): Result[T] = result(k => k(t))
    def failure[T]() : Result[T] = result(k => { /*do nothing*/ })

    def result[T](f: K[T] => Unit): Result[T]
        = new Result[T]{ def apply(k: K[T]) = f(k) }

```

---

Мемоизацией называют механизм, который позволяет сохранять вычисленные результаты и в дальнейшем переиспользовать их. При применении распознавателя, алгоритм в первую очередь проверяет в таблице мемоизации, не было ли вычислено значение данного распознавателя в данной позиции ранее. Если вычисление происходит в первый раз, результат записывается в таблицу мемоизации. Иначе распознаватель не выполняется, а результат его работы берется из таблицы. В листинге 22 представлен такой механизм для техники CPS, реализованный в библиотеке Meerkat.

Функция *memo* превращает произвольный распознаватель CPS в мемоизированный CPS-распознаватель. Мемоизированный CPS-распознаватель при каждом вызове в позиции *i* обращается к таблице *table*. Таблица *table* содержит функцию для работы с продолжениями для каждого символа. В случае, когда для позиции *i* применяется немемоизированный распознаватель в первый раз, его модификация сохраняется и пред-

ставляет собой переменную *res*. Результат распознавателя вычисляется только после обновления таблицы *table*. Если распознаватель был вызван в данной позиции раньше, его результат возвращается из *table*. Таким образом решается проблема экспоненциального взрыва.

---

**Listing 22** Мемоизация для CPS

---

```
1 def memo[T](f: Int => Result[T]): Int => Result[T] = {
2   val table: Map[Int, Result[T]] = HashMap.empty
3   return i => table.getOrElseUpdate(i, memo_result(f(i)))
4 }

6 def memo_result[T](res: => Result[T]): Result[T] = {
7   val Rs: MutableList[T] = MutableList.empty
8   val Ks: MutableList[K[T]] = MutableList.empty
9   return result(k =>
10    if (Ks.isEmpty) { // Called for the first time
11      Ks += k
12      val k_i: K[T] = t => if (!Rs.contains(t)) {
13        Rs += t
14        for (kt <- Ks) kt(t)
15      }
16      res(k_i)
17    } else { // Has been called before
18      Ks += k
19      for (t <- Rs) k(t)
20    })
21 }
```

---

Каждый CPS-распознаватель оперирует двумя списками: *Rs* и *Ks*. Список *Rs* содержит все позиции входа, созданные немемоизированным распознавателем, когда он достигает успеха, будучи примененным к позиции *i*. Список *Ks* содержит все продолжения, которые передаются в функцию *memo\_result*, когда они вызываются в позиции *i*. Если мемоеизированный распознаватель вызывается в первый раз, текущее продолжение добавляется к *Ks*, а исходный немемоизированный распознаватель вызывается с новым продолжением *k\_i*. Продолжение *k\_i* создается только после первого вызо-

ва мемоизированного распознавателя в  $i$ . Каждый раз, когда немемоизированный распознаватель завершается с успехом в позиции  $i$ ,  $k\_i$  проверяет, была ли эта входная позиция получена как результат раньше, если нет, сначала записывает ее в  $Rs$ , а затем запускает все записанные продолжения. С другой стороны, если вызванный мемоизированный результат был вызван ранее, текущее продолжение  $k$  добавляется к  $Ks$  и вызывается для каждой входной позиции, записанной в  $Rs$ .

Теперь, когда мемоизированный леворекурсивный CPS-распознаватель вызывается во входной позиции  $i$ , его завершение гарантируется, поскольку соответствующий немемоизированный распознаватель никогда не будет вызван в  $i$  более одного раза. В то же время, часть пути выполнения, которая привела к леворекурсивному вызову и может создавать новые позиции для левого рекурсивного распознавателя в  $i$ , эффективно записывается как продолжение. Каждое продолжение фиксирует следующий шаг в альтернативе после завершения текущего вызова. Продолжения будут выполняться для любой входной позиции, создаваемой леворекурсивным распознавателем в позиции  $i$ , до тех пор, пока создаются новые позиции ввода [12]. Таким образом решается проблема левой рекурсии.

### С.5 Библиотека для синтаксического анализа графов

Основной задачей работы является разработка решения для синтаксического анализа графа, которое позволяет не только писать запросы непосредственно в коде программы, но и получать результат этих запросов в компактной форме SPFF.

Данная работа требует решения промежуточных шагов.

1. Входным типом данных библиотеки Meerkat являются строки, необходимо изменить его на граф.
2. Строки можно рассматривать как линейную последовательность ребер и вершин, поэтому далее необходимо преобразовать библиотеку для анализа последовательности

вершин с несколькими исходящими ребрами (деревья) с различными метками, а также графа с циклами.

3. Необходимо преобразовать библиотеку для анализа графов с одинаковыми ребрами, исходящими из одной вершины.
4. Необходимо добавить функциональность для решения частных задач синтаксического анализа.
5. Необходимо добавить функциональность для работы с графовой базой данных Neo4j.

**Изменение входного типа данных на граф** Входной последовательностью в библиотеке Meerkat являются строки. Для работы с ними разработчиками библиотеки был разработан класс *Input*, который в конструкторе получает строку. Для добавления нового типа входных данных класс *Input* был преобразован в интерфейс *Input*, который имеет следующие методы:

- *startWith*: принимает на вход строку *prefix* и позицию в последовательности *n*. Проверяет, является ли *prefix* префиксом суффикса строки, начинающегося с позиции *n*;
- *matchRegex*: принимает на вход регулярное выражение и позицию в последовательности. Проверяет, содержится ли в суффиксе строки с позиции *n* строка, удовлетворяющая данному регулярному выражению.

Класс *InputString* реализует интерфейс для строки, класс *InputGraph* — для графа. Для графа был разработан интерфейс *IGraph*, задающий методы необходимые для реализации класса *InputGraph*. Для тестирования данный интерфейс был реализован для типа данных *scalax.collection.Graph* [20]. Это простая в использовании реализация графа, в которой кратко и наглядно можно представить узлы и связи между ними.

**Преобразование системы для анализа дерева и графа с циклами** Дерево представляет собой связный граф, в котором нет циклов. Пример дерева представлен на рис. 2. На



данном этапе метки на ребрах, исходящих из одной вершины, должны быть различны. Необходимо преобразовать библиотеку для осуществления синтаксического анализа деревьев.

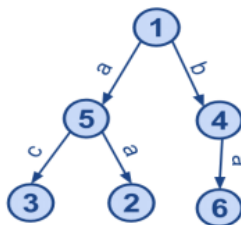


Рис. 2: Дерево  $A_1$

Для решения данной задачи необходимо преобразовать синтаксический анализатор терминала (см. листинг 15). Данный метод принимает на вход строку-шаблон (длины  $k$ ) и позицию во входной последовательности ( $n$ ). Если существует подстрока, начинающаяся с позиции  $k$  и совпадающая с шаблоном, то возвращается значение *success*, содержащее позицию, с которой следует продолжить разбор —  $k + n$ . При обработке узла дерева просматриваются все исходящие ребра и проверяется соответствие их меток со значением терминала. Если существует ребро с соответствующим терминалом, необходимо вернуть вершину, в которую направлено ребро. Так как не для всех исходящих ребер анализ успешен, а для ситуаций успешного анализа надо возвращать позицию, то тип данных метода *startWith* необходимо изменить с *Boolean* на *Option[Int]*.

В графах с циклами, в отличие от деревьев, в одну и ту же вершину может существовать несколько путей, которые могут иметь циклическую структуру. В наивной реализации парсер-комбинаторов каждый путь приходилось бы перечис-

тывать заново, а в случае с циклом вычисление бы никогда не завершилось. Однако применение техники мемоизации совместно с CPS гарантирует вычисление каждого анализатора в каждой вершине не более одного раза. Для каждой вершины существует свой набор продолжений, который комбинируется и переиспользуется. Благодаря этим свойствам дальнейших изменений для поддержания графов с циклами не потребовалось. Циклы в графе обрабатываются подобно леворекурсивной грамматике.

Таким образом решена задача синтаксического анализа для деревьев и графов с циклами. Проиллюстрируем полученные результаты на примере 1.

ПРИМЕР 1. Входной граф представлен на рис. 3, данный граф цикличесен. Стартовой вершиной считаем вершину 0. Результат синтаксического анализа в соответствии с грамматикой  $G_1$  представлен на рисунке 23.

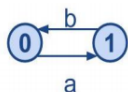


Рис. 3: Циклический граф  $A_2$

---

**Listing 23** Грамматика  $G_1$ 

---

$$E \rightarrow a \ b \ E \mid a \ b$$

---

Результатом синтаксического анализа преобразованной библиотекой Meerkat является синтаксический лес разбора, представленный на рисунке 4. Из корневой вершины исходит две ветви, два возможных решения. Первое решение строка “ab”. Второе решение соответствует рекурсивному правилу

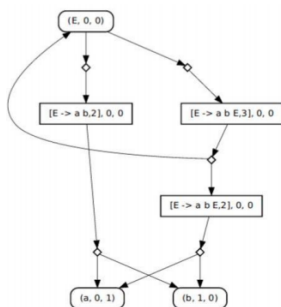


Рис. 4: Результат применения анализатора  $E$  к графу  $A_2$

грамматики с префиксом “ab” с левой ветвью указывающей на корень дерева, представляя собой бесконечное множество возможных деревьев разбора.

**Преобразование системы для анализа графов с одинаковыми ребрами из одной вершины** Ранее требовалась уникальность исходящих ребер из одной вершины. В этом случае из каждой вершины может существовать единственный путь, начинающийся с данного терминала. Если отказаться от данного ограничения, то таких путей может существовать несколько или не существовать вовсе, поэтому необходимо изменить тип и реализацию метода *startWith*. Теперь результатом его работы будет тип *Set[Int]*. Когда множество оказывается не пусто, будем считать, что разбор прошел успешно (*success*) иначе — завершился ошибкой (*failure*).

Метод *terminal* также требует изменений. Все успешные пути, полученные методом *startWith*, комбинируются при помощи *orElse* класса *Result*. В результате чего получаем единственное продолжение, которое возвращается для дальнейшей обработки. Пример 2 демонстрирует работу новой реализации.

ПРИМЕР 2. Входной граф  $A_3$  представлен на рисунке 5. Из стартовой вершины 0 исходят 3 ребра с одинаковыми метками. Проведем синтаксический анализ в соответствии с грамматикой  $G_2$  в листинге 24.

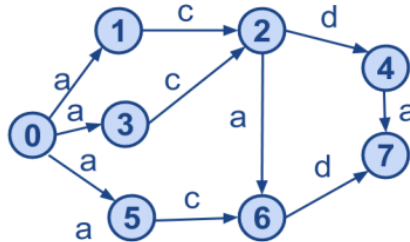


Рис. 5: Граф  $A_3$

---

**Listing 24** Грамматика  $G_2$

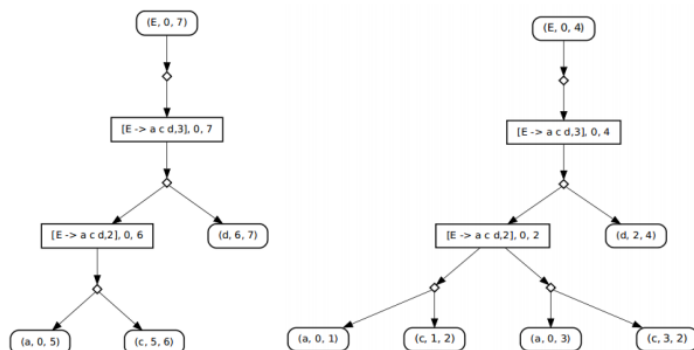
---


$$E \rightarrow a \ c \ d \ E \mid a \ d$$


---

Результат работы представлен на рис. 6. В графе  $A_3$  из вершины 0 существуют 3 пути, соответствующие грамматике  $G_2$  (0-5-6-7, 0-1-2-4 и 0-3-2-4). В результате получен граф SPPF, где несколько вершин выделены как начальные. Вершины, соответствующие общим подпутям при этом переиспользуются.

SPPF представляет собой компактное представление множества деревьев разбора одной строки. В случае синтаксического анализа графов необходимо построить множество деревьев разбора множества строк, что возможно сделать, если модифицировать SPPF таким образом, чтобы у него было несколько “корневых” узлов. За счет такого определения мож-

Рис. 6: Результат применения анализатора  $E$  к графу  $A_3$ 

но обеспечить переиспользование деревьев разбора для общих подпутей.

В библиотеке *Meerkat* во время анализа строится структура данных *SPPFLookup*. Она представляет собой множество уникальных узлов, создаваемых во время анализа, которые ссылаются друг на друга. При успешном результате один или несколько узлов, как в нашем случае, берутся как корни дерева.

**Функциональность для решения частных задач синтаксического анализа** Ранее мы обсуждали поиск всех путей в графе, удовлетворяющих заданным ограничениям. Существуют и другие семантики запросов, при которых необходимо идентифицировать некое подмножество всех путей, удовлетворяющих ограничениям. Такими семантиками являются [21]:

- поиск всех путей в графе;
- поиск путей, начинающихся с какой-либо вершины из данного множества;

- поиск путей, завершающихся в какой-нибудь вершине из данного множества;
- поиск путей, начинающихся в какой-нибудь вершине множества начальных вершин и заканчивающихся в вершине из множества конечных вершин.

Для нахождения решений, удовлетворяющих каждой из данных семантик, не требуется изменений в процессе разбора. После построения *SPPFLookup* необходимо произвести фильтрацию стартовых нетерминальных символов в соответствии с семантикой запроса, то есть выбрать корневые вершины, которые удовлетворяют требованиям. В итоге все вычисления производятся один раз и уже из полученных результатов выбираются необходимые.

**Интеграция библиотеки с графовой базой данных Neo4j** Было решено применить результат работы библиотеки для синтаксического анализа графов к существующей графовой базе данных. Нами была выбрана графовая база данных Neo4j [5]. Она обладает наглядным и удобным в использовании интерфейсом, имеет REST API для доступа из любого языка программирования и большое количество пользователей по всему миру.

Для интегрирования реализован класс *Neo4jGraph*, реализующий методы интерфейса *IGraph*. Класс использует REST API для работы с базой данных, предоставленное компанией Neo4j. В качестве индексов во входном потоке используется уникальный идентификатор вершин графа.

**ПРИМЕР 2.** Для тестирования была взята графовая база данных Wine. Фрагмент представлен на рис. 7. Каждая вершина представляет собой вид вина, регион или тело вина. Между ними представлены два вида связи:

- *locatedIn* указывает на расположение объекта, из которого исходит ребро;
- *hasBody* указывает на цвет вина

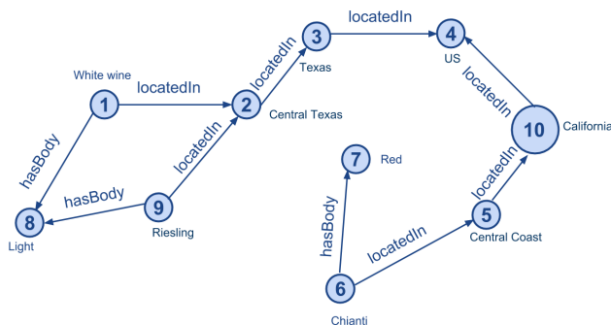


Рис. 7: Фрагмент графовой базы данных Wine

Для того, чтобы узнать в каких регионах производят Riesling, необходимо выполнить запрос представленный в листинге 25.

**Listing 25** Запрос: определение региона

$S \rightarrow locatedId\ S \mid locatedIn$

В процессе работы было получено 3 пути, начинающиеся с вершины 9 и заканчивающиеся в вершинах 2, 3, 4. Соответствующие этим вершинам названия, соответствуют расположению регионов, где производится вино Riesling: Central Texas, Texas, US.

**ПРИМЕР 3.**

Другой пример, демонстрирующий необходимость в запросах, представленных в КС-грамматиках — это поиск потомков одного поколения.

База данных моделирует семейное древо (см. рис. 8). Требуется найти всех потомков одного поколения: например, всех братьев и сестер конкретного узла. Нахождение всех этих потомков может быть произведено запросом в виде грамматики (см. листинг 26). Данная грамматика представляет собой язык правильных скобочных последовательностей, где одна скобка — отношение “ребенок”, другой — отношение “родитель”. Технически, данные в базе данных представлены таким образом, что существуют только переходы от предков к потомкам, поэтому отношение “ребенок” необходимо симулировать как обратное ребро. Для обработки данной ситуации был добавлен комбинатор “not”, который осуществляет анализ в обратном направлении: от узла, в которое входит ребро, в узел, из которого исходит ребро.

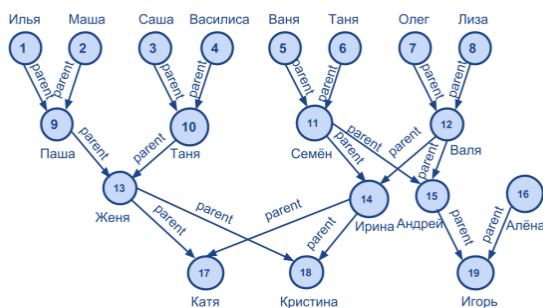


Рис. 8: Фрагмент графовой базы данных “Семейное древо”

---

**Listing 26** Запрос: определение потомков одного поколения

---

$S \rightarrow \text{child } S \text{ parent} \mid \text{epsilon}$

---



Найдем всех потомков одного поколения для Кати из базы данных “Семейное древо”. Для этого запишем запрос в виде грамматики представленной в листинге 27.

---

**Listing 27** Запрос: определение потомков одного поколения

---

$S \rightarrow - \text{parent } S \text{ parent} | \text{epsilon}$

---

В результате работы синтаксического анализатора было получено три дерева: дерево из вершины 17 в вершину 17, из 17 в 18 и из 17 в 19. Это говорит о том, что в одном поколении находятся Катя, Кристина и Игорь. Также из полученных деревьев можно узнать, кто является ближайшим общим родственником.

## Заключение

Поиск путей в графах, удовлетворяющих контекстно-свободным ограничениям может использоваться для решения различных задач, в том числе выполнения запросов к графовым базам данных. Существующие решения в основном основаны на генераторах синтаксических анализаторов, поэтому в данной работе была поставлена задача разработка нового инструмента для синтаксического анализа графов, основанном на технике парсер-комбинаторов, который бы:

- поддерживал контекстно-свободные запросы;
- конструировал в качестве результата работы лес разбора множества строк, удовлетворяющих ограничениям;
- позволял взаимодействовать с одной из графовых баз данных.

Для модификации библиотеки Meerkat для синтаксического анализа графов были сделаны следующие шаги:

- преобразованы типы входных данных;
- преобразован анализатор терминальных символов *terminal*;
- добавлена функциональность для фильтрации возвращаемых деревьев;
- добавлены средства для взаимодействия с графовой базой данных Neo4j;
- добавлена дополнительная функциональность для указания направления поиска.

В результате работы была разработана библиотека синтаксического анализа графов, основанная на технике парсер-комбинаторов. Использование парсер-комбинаторов позволяет писать более модульный, человекочитаемый и поддерживаемый код синтаксических анализаторов. Более того, такие анализаторы не требуют исполнения дополнительного предметно-ориентированного языка для запросов или выполнения отдельного шага генерации анализатора по спецификации.

На данном этапе рекомендуется использование данной библиотеки для небольших объемов данных. В дальнейшем планируется улучшение производительности, поддержка некоторых форматов контекстно-зависимых грамматик, а также вычисления семантических действий.

## Список литературы

1. Grigorev S., Ragozina A. Context-Free Path Querying with Structural Representation of Result //arXiv preprint arXiv:1612.08872. – 2016.
2. Hellings J. Conjunctive context-free path queries. – 2014.
3. Sevon P., Eronen L. Subgraph queries by context-free grammars
4. Scott E., Johnstone A. GLL parse-tree generation //Science of Computer Programming. – 2013. – Т. 78. – №. 10. – С. 1828-1844.
5. Webber J. A programmatic introduction to neo4j //Proceedings of the 3rd annual conference on Systems, programming, and applications: software for humanity. – ACM, 2012. – С. 217-218.

6. Team N. Cypher Query Language. – 2013.
7. Frost R. A., Hafiz R., Callaghan P. Parser combinators for ambiguous left-recursive grammars //International Symposium on Practical Aspects of Declarative Languages. – Springer Berlin Heidelberg, 2008. – С. 167-181.
8. Izmaylova A., Afroozeh A., Storm T. Practical, general parser combinators //Proceedings of the 2016 ACM SIGPLAN Workshop on Partial Evaluation and Program Manipulation. – ACM, 2016. – С. 1-12
9. Odersky M., Spoon L., Venners B. Programming in scala. – Artima Inc, 2008.
10. Afroozeh A., Izmaylova A. Faster, Practical GLL Parsing //CC. – 2015. – Т. 15. – С. 89-108.
11. Verbitskaia E., Grigorev S., Avdyukhin D. Relaxed Parsing of Regular Approximations of String-Embedded Languages //International Andrei Ershov Memorial Conference on Perspectives of System Informatics. – Springer International Publishing, 2015. – С. 291-302.
12. Izmaylova A., Afroozeh A., Storm T. Practical, general parser combinators //Proceedings of the 2016 ACM SIGPLAN Workshop on Partial Evaluation and Program Manipulation. – ACM, 2016. – С. 1-12.
13. Tesoriero C. Getting Started with OrientDB. – Packt Publishing Ltd, 2013.
14. Date C. J., Darwen H. A Guide to the SQL Standard. – New York : Addison-Wesley, 1987. – Т. 3.
15. G. Hutton. Higher-order Functions for Parsing. Journal of Functional Programming, 2(3):323–343, July 1992.
16. Попов Д. Оптимизирующие парсер-комбинаторы // Практика функционального программирования. 2010, вып. №05. С. 162-186
17. Norvig P. Techniques for automatic memoization with applications to context-free parsing //Computational Linguistics. – 1991. – Т. 17. – №. 1. – С. 91-98
18. Frost R. A., Hafiz R., Callaghan P. Parser combinators for ambiguous left-recursive grammars //International Symposium on Practical Aspects of Declarative Languages. – Springer Berlin Heidelberg, 2008. – С. 167-181.

19. Johnson M. Memoization in top-down parsing //Computational Linguistics. – 1995. – Т. 21. – №. 3. – С. 405-417.
20. Scala-graph library documentation [Электронный ресурс]. — URL: [www.scala-graph.org](http://www.scala-graph.org) (дата обращения: 03.05.2016).
21. Hellings J. Path results for context-free grammar queries on graphs //arXiv preprint arXiv:1502.02242. – 2015.