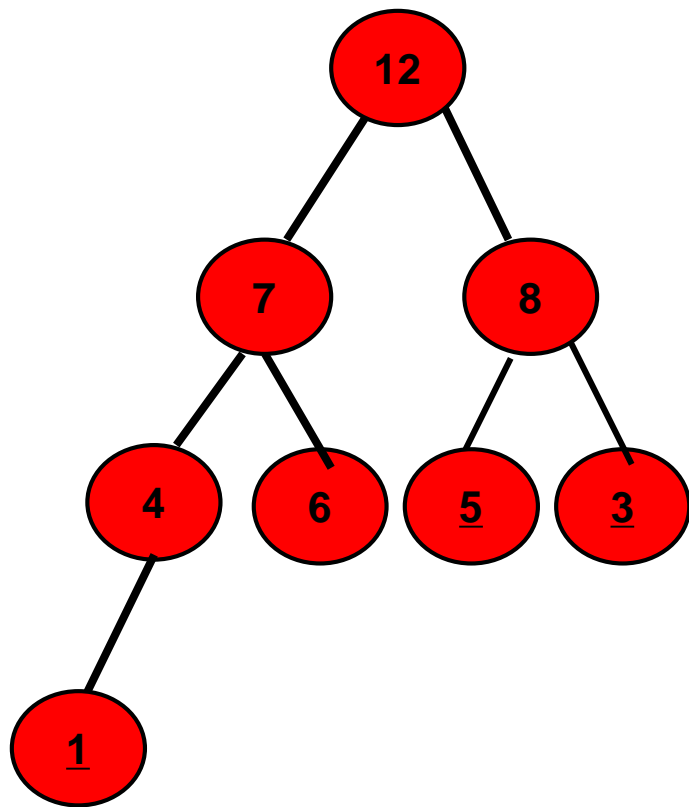


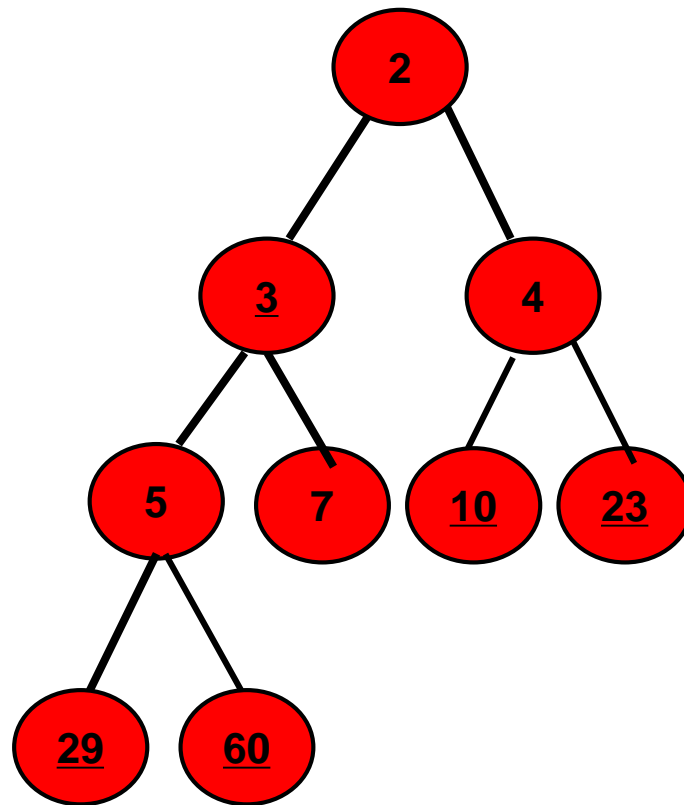
第7章 优先级队列

基本的优先级队列

- 结点之间的关系是由结点的**优先级**决定的，而不是由入队的先后次序决定。**优先级高的先出队，优先级低的后出队**。这样的队列称为优先级队列。
- 优先级队列的操作与普通的队列相同



最大化堆



最小化堆

二叉堆的特性

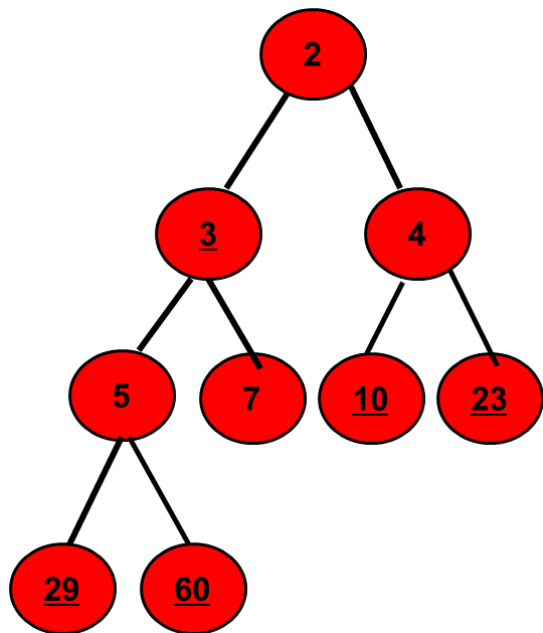
- 结构性：符合完全二叉树的结构
- 有序性：满足父节点小于子节点（最小化堆）或父节点大于子节点（最大化堆）
- 以下的讨论都以最小化堆为例

二叉堆的存储

- 可以采用顺序存储
- 二叉堆的有序性可以很容易地通过下标来反映

优先级
数值
下标

	2	3	4	5	7	10	23	29	60
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9



enQueue (x)

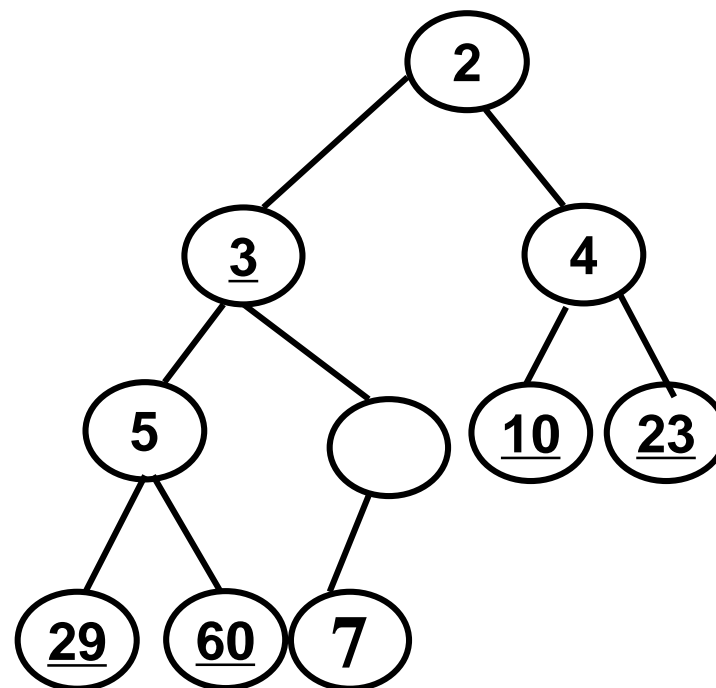
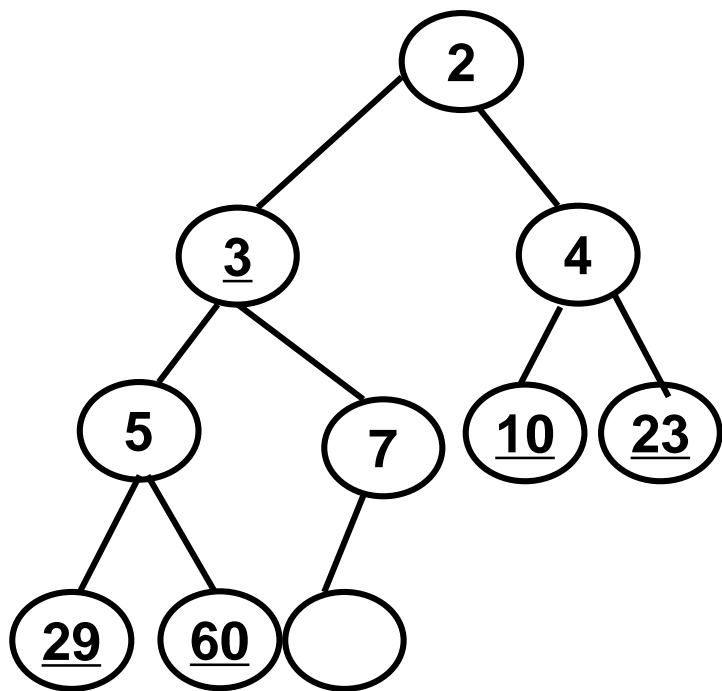
- enQueue操作是在堆中插入一个新元素
- 堆的插入是在具有**最大序号的元素之后插入新的元素或结点**，否则将违反堆的结构性。

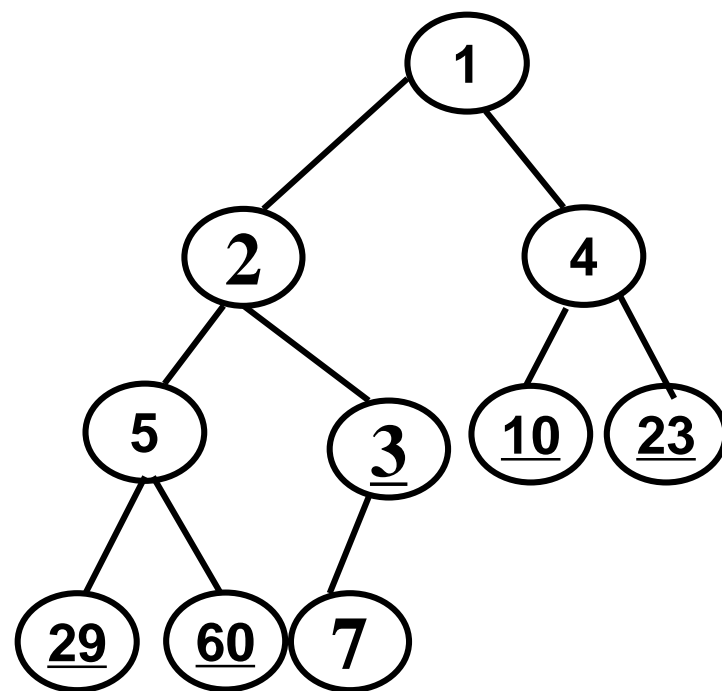
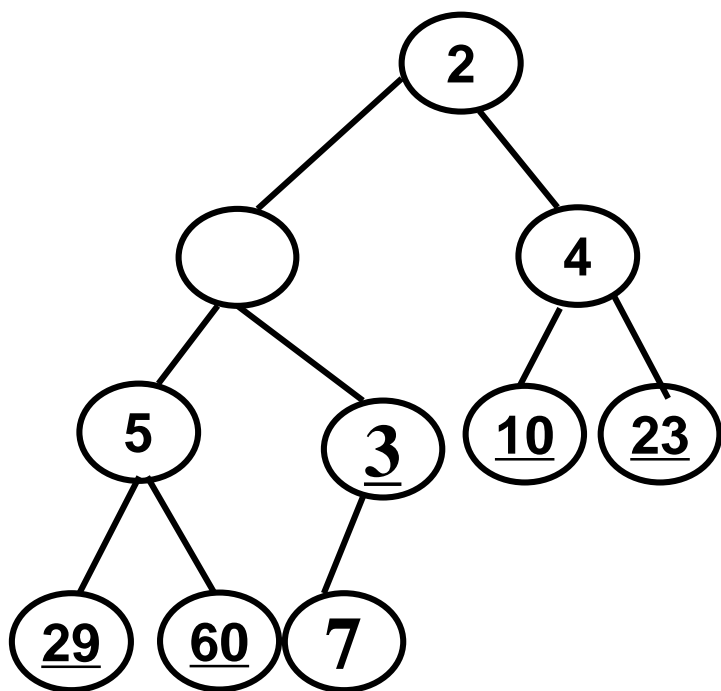
满足父节点小于子节点（最小化堆）

- 如果新元素放入后，没有违反堆的**有序性**，那么操作结束。否则，让该节点向父节点移动，直到满足有序性或到达根节点。
- 新节点的向上移动称为向上过滤(percolate up)



在如下的堆中插入元素1的过程：





enQueue的时间效率

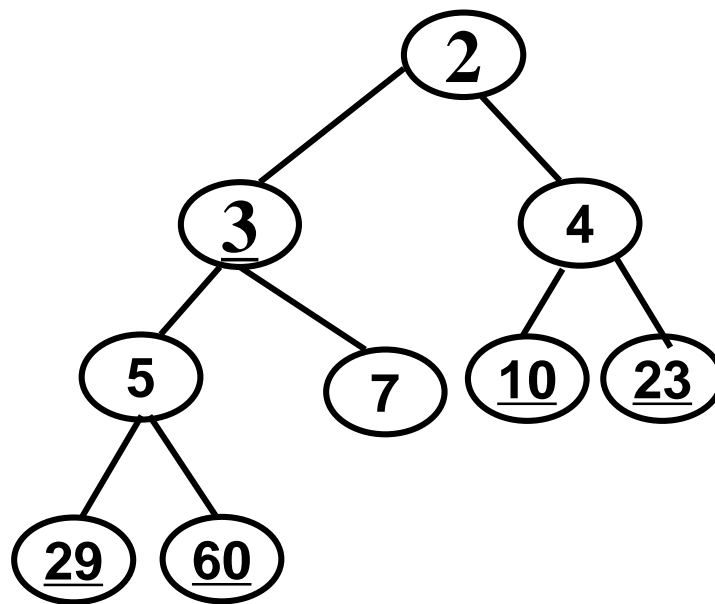
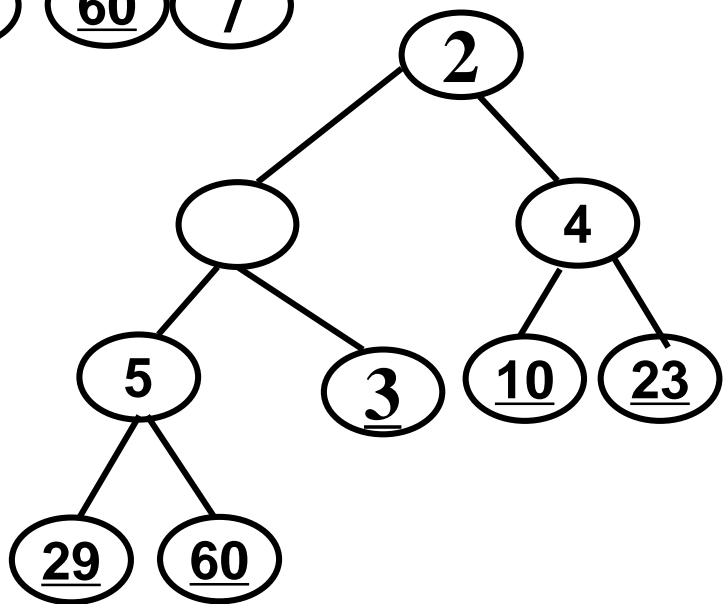
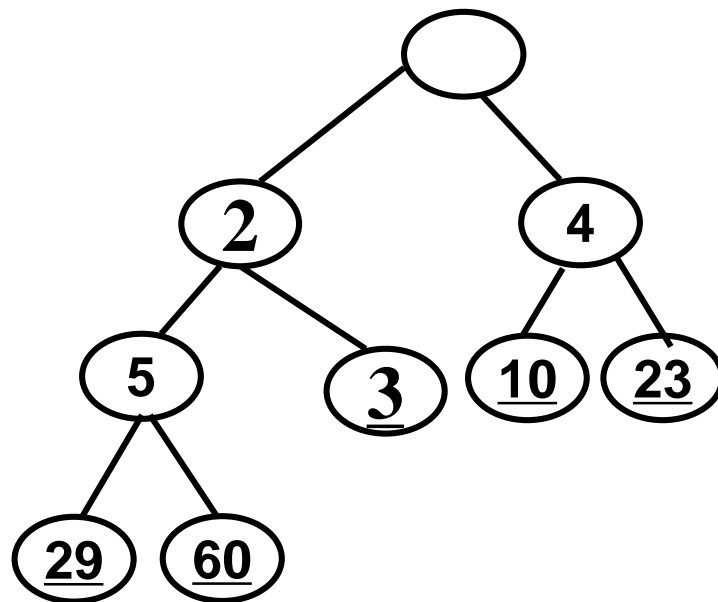
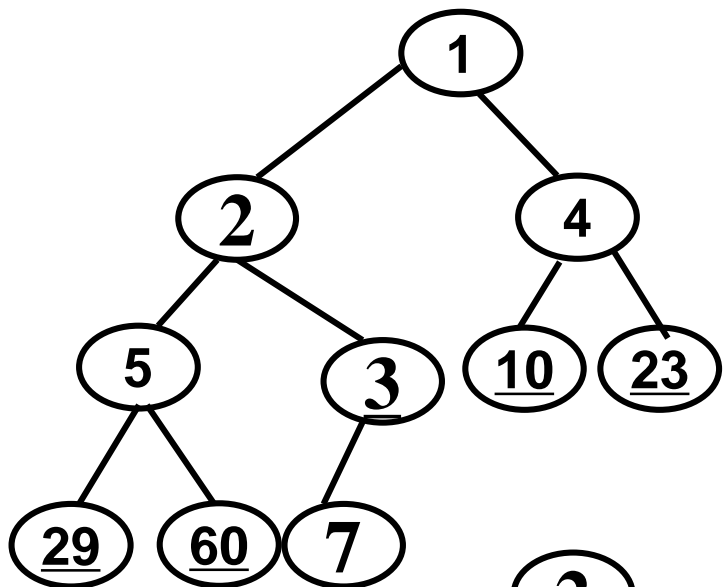
完全2叉树的高度是 $\lfloor \log_2 N \rfloor + 1$

- 最坏情况是对数的
- 平均情况，过滤会提前结束。有资料表明，平均是2.6次比较，因此元素平均上移1.6层。

- 当最小元素被删除时，在根上出现了一个空结点。堆的大小比以前小1，堆的结构性告诉我们，最后一个结点应该删掉。
- 如果最后一项可以放在此空结点中，就把它放进去。然而，这通常是不可能的。
- 我们必须玩与插入操作相同的游戏：把某些项放入空结点，然后移动空结点。仅有的区别在于：对DeQueue操作，空结点是往下移动。

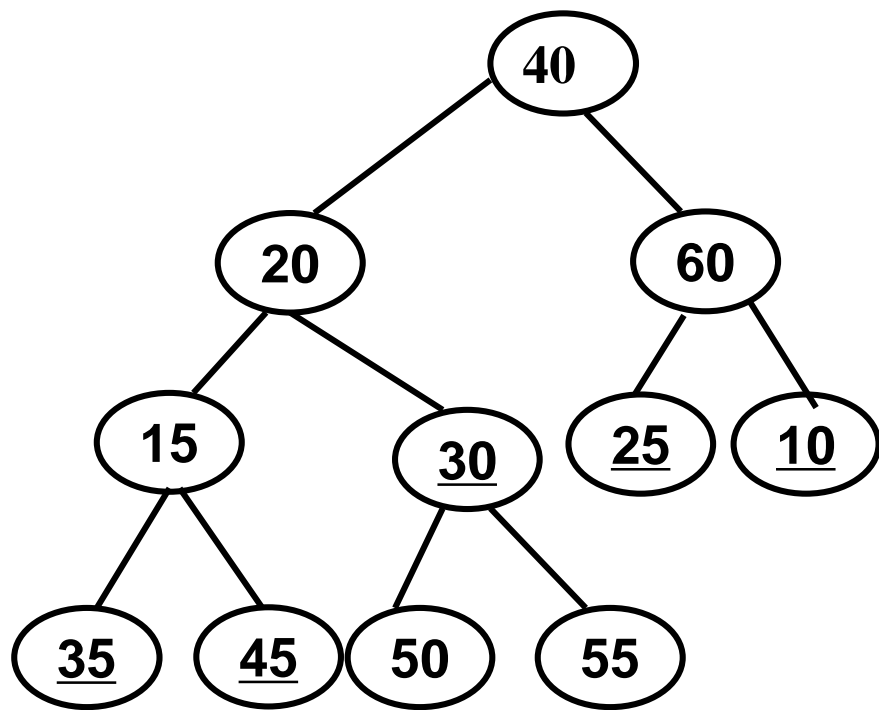


- 找到空结点的一个较小的子结点，如果该儿子的值小于我们要放入的项，则把该儿子放入空结点，把空结点往下推一层，重复这个动作，直到该项能被放入正确的位置。

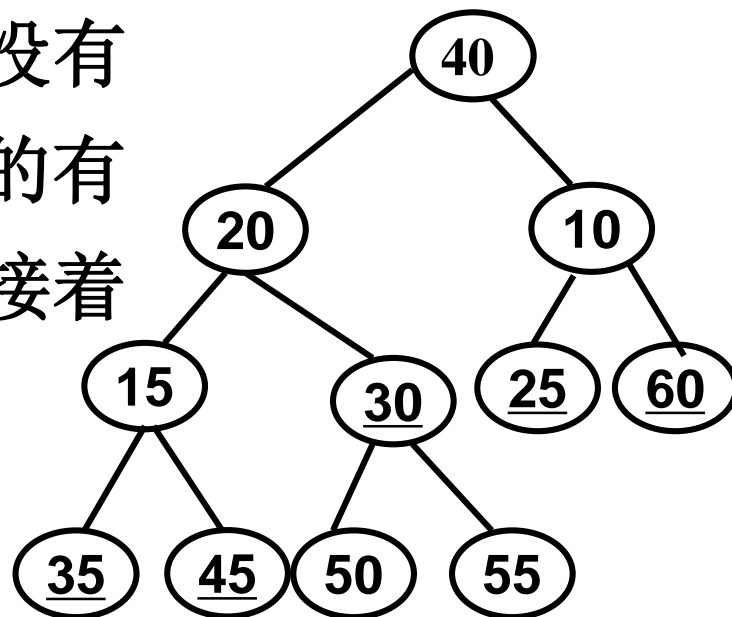


例如，给出的数据初值为40，20，60，15，30，25，10，35，45，50，55，构造一个最小化堆

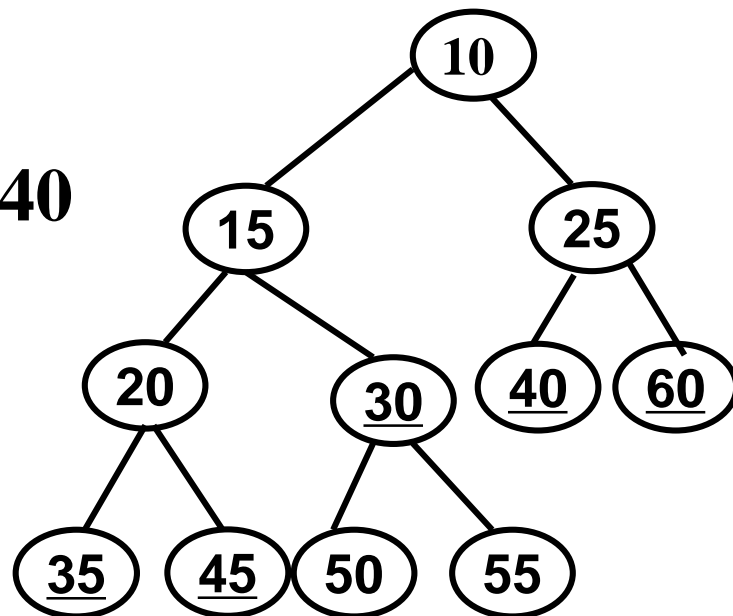
首先，将它看成是一
棵完全二叉树，然后
把它调整成一个堆



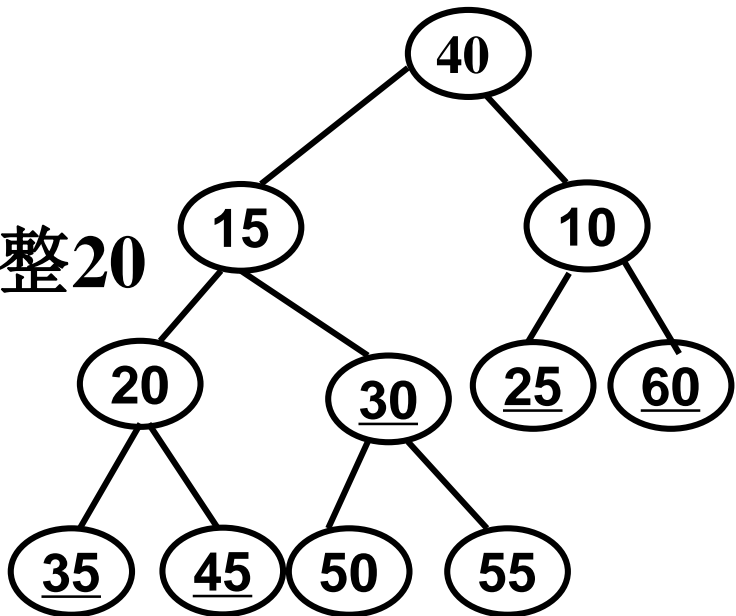
30和15没有
违反堆的有
序性，接着
调整60



调整40



调整20



建堆的时间代价分析

- 建堆的时间是 $O(N)$ 的。
- 高度为 h 的节点（叶节点为0），在 `percolateDown` 中交换的最大次数是 h 。
- 建堆的时间是所有节点的调整时所需交换次数之和，即所有节点的高度之和。

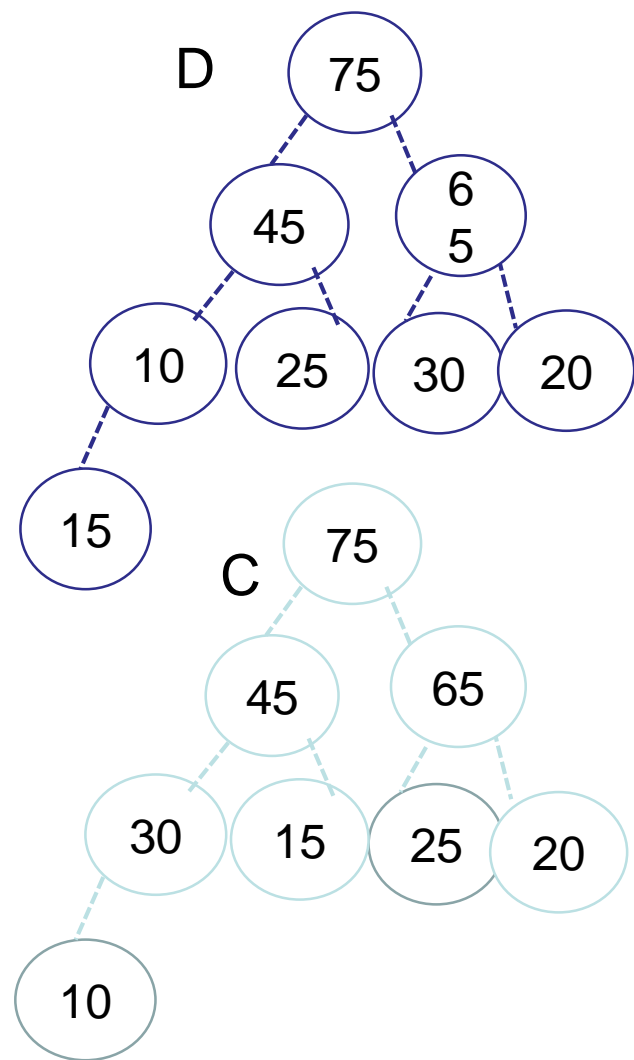
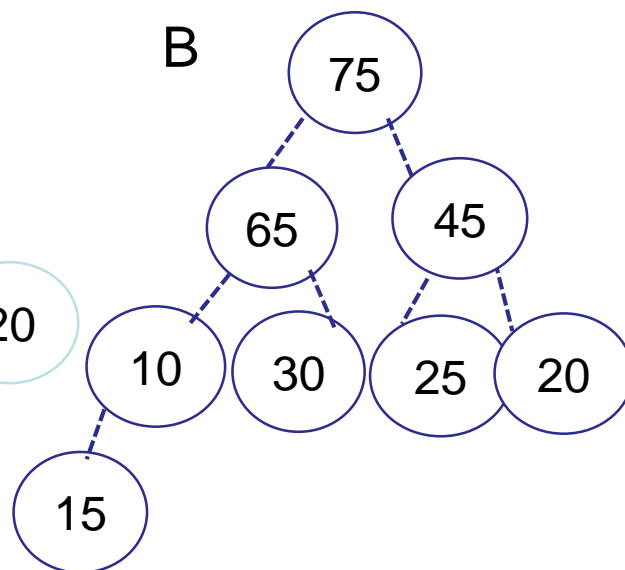
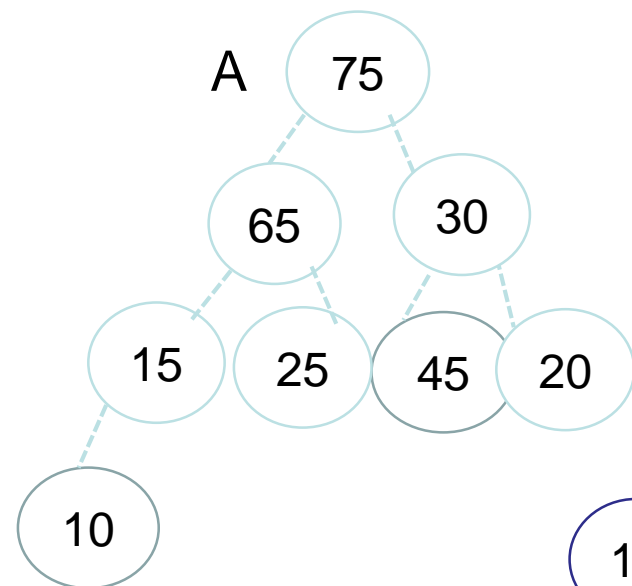
1. 下列 4 个序列中，（C）是大根堆

A. {75, 65, 30, 15, 25, 45, 20, 10}

B. {75, 65, 45, 10, 30, 25, 20, 15}

C. {75, 45, 65, 30, 15, 25, 20, 10}

D. {75, 45, 65, 10, 25, 30, 20, 15}



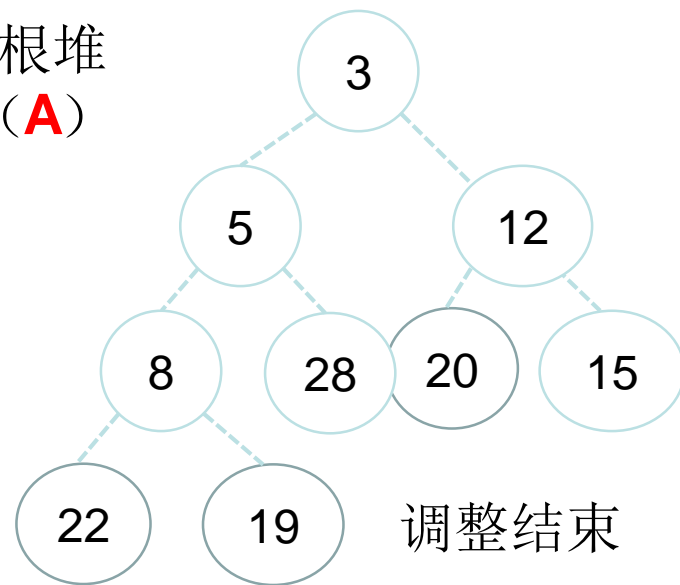
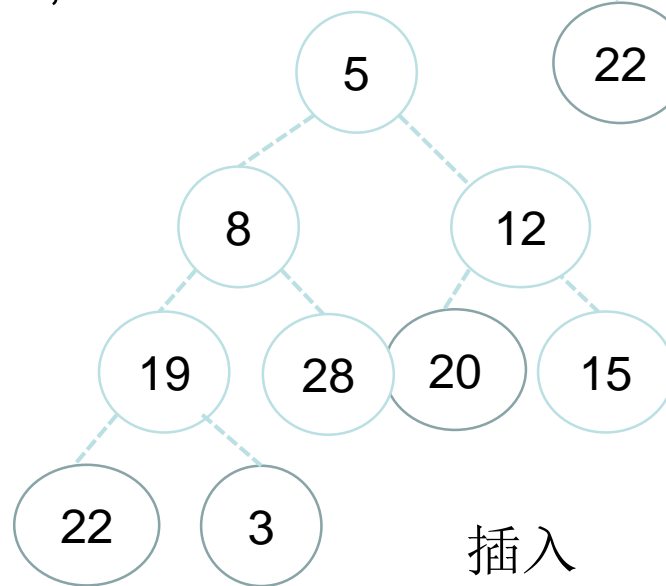
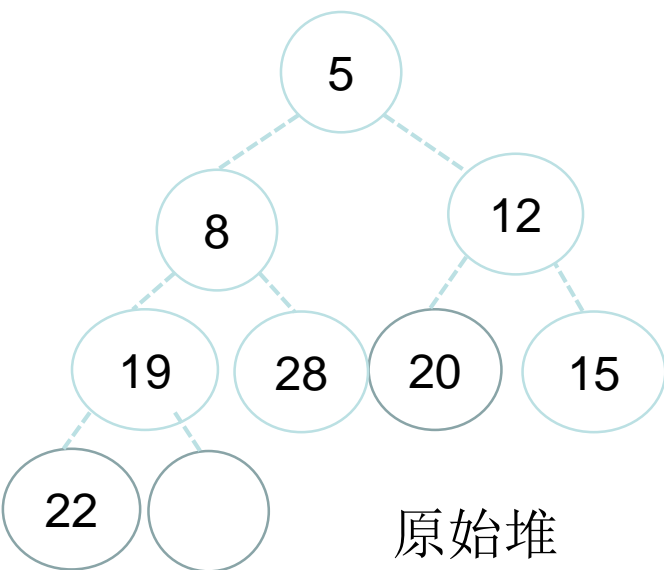
2. 已知关键序列5, 8, 12, 19, 28, 20, 15, 22是小根堆(最小堆), 插入关键字3, 调整后得到的小根堆是 (A)

A. 3, 5, 12, 8, 28, 20, 15, 22, 19

B. 3, 5, 12, 19, 20, 15, 22, 8, 28

C. 3, 8, 12, 5, 20, 15, 22, 28, 19

D. 3, 12, 5, 8, 28, 20, 15, 22, 19



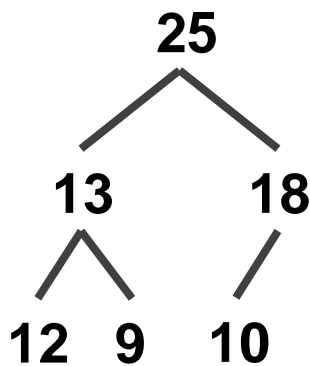
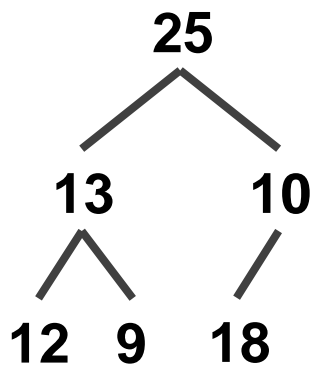
3. 已知序列25, 13, 10, 12, 9是大根堆,在序列尾部插入新关键字18, 再将其调整为大根堆, 调整过程中关键字之间进行的比较次数是 (B)

A. 1

B. 2

C. 3

D. 5



$10 < 18$ (第一次比较), 需要调整, 交换得到右边的图。

$18 < 25$ (第二次比较), 不需要调整