Übungsblatt 8

1)

$$x \equiv 2 \pmod 3$$
$$x \equiv 2 \pmod 5$$
$$x \equiv 4 \pmod 7$$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{ll} a_1 = 2 & m_1 = 3 \\ a_2 = 2 & m_2 = 5 \\ a_3 = 4 & m_3 = 7 \end{array} \right\}$$

m_i paarw. teilerfremd $\Rightarrow$ CRT anwendbar

Konstruiere eine Lösung $x := a_1 q_1 q_1' + a_2 q_2 q_2' + a_3 q_3 q_3'$

mit

- $q_1 := 5 \cdot 7 = 35$

  In $\mathbb{Z}/3\mathbb{Z}$: $\overline{q_1} = \overline{2}$, $\overline{q_1}^{-1} = \overline{2} \Rightarrow$ wähle $q_1' := 2$

- $q_2 := 3 \cdot 7 = 21$

  In $\mathbb{Z}/5\mathbb{Z}$: $\overline{q_2} = \overline{1}$, $\overline{q_2}^{-1} = \overline{1} \Rightarrow$ wähle $q_2' := 1$

- $q_3 := 3 \cdot 5 = 15$

  In $\mathbb{Z}/7\mathbb{Z}$: $\overline{q_3} = \overline{1}$, $\overline{q_3}^{-1} = \overline{1} \Rightarrow$ wähle $q_3' := 1$

$\Rightarrow x = 2 \cdot 35 \cdot 2 + 2 \cdot 21 \cdot 1 + 4 \cdot 15 \cdot 1 = 242$

Lösungsmenge ist $x + m\mathbb{Z} = 242 + 105\mathbb{Z}$ $(m := m_1 \cdot m_2 \cdot m_3)$

2.)

1.)

$$
\begin{aligned}
423 &= 211 \cdot 2 + 1 \\
211 &= 105 \cdot 2 + 1 \\
105 &= 52 \cdot 2 + 1 \\
52 &= 26 \cdot 2 + 0 \\
26 &= 13 \cdot 2 + 0 \\
13 &= 6 \cdot 2 + 1 \\
6 &= 3 \cdot 2 + 0 \\
3 &= 1 \cdot 2 + 1 \\
1 &= 0 \cdot 2 + 1
\end{aligned}
$$

$423 = 110100111_2 = 1\ 1010\ 0111_2$, Probe ✓

2.)

$$
\begin{aligned}
423 &= 84 \cdot 5 + 3 \\
84 &= 16 \cdot 5 + 4 \\
16 &= 3 \cdot 5 + 1 \\
3 &= 0 \cdot 5 + 3
\end{aligned}
$$

$423 = 3143_5$, Probe ✓

3.)

(1)

$$
\begin{array}{r}
35_6 \\
+ \ {}^{(1)}1_6 \\
\hline
40_6
\end{array}
$$

wie normales schriftliches Addieren

Carry da $5_6 + 1_6 = 0_6$ Carry 1

(2)

$$
\begin{array}{r}
455_6 \\
+ \ {}_{1\,1}1_6 \\
\hline
500_6
\end{array}
$$

analog

Wäre das so okay in der Klausur?

~~oder z.B. $201_3 - 1_3$:~~

$$\cancel{\begin{array}{r} 201_3 \\ - \quad 1_3 \\ \hline \end{array}}$$

oder z.B bei $210_3 - 1_3$:

$$\begin{array}{r} 21\overset{3}{0}_3 \\ - \quad 1_3 \\ \hline 202_3 \end{array}$$

wie schriftliches Subtrahieren

"Borrow"

Wäre das okay in der Klausur?

4)

(1) $\frac{203}{95} = 2 + \frac{13}{95} = 2 + \cfrac{1}{\frac{95}{13}}$

$= 2 + \cfrac{1}{7 + \frac{4}{13}} = 2 + \cfrac{1}{7 + \cfrac{1}{\frac{13}{4}}}$

$= 2 + \cfrac{1}{7 + \cfrac{1}{3 + \frac{1}{4}}} = [2, 7, 3, 4]$, Probe

mit ~~Variante~~ des eukl. Algo.:

$$\begin{aligned} 203 &= \boxed{2} \cdot 95 + 13 \\ 95 &= \boxed{7} \cdot 13 + 4 \\ 13 &= \boxed{3} \cdot 4 + 1 \\ 4 &= \boxed{4} \cdot 1 + 0 \end{aligned}$$

für $\frac{28}{17}$:

$$\begin{aligned} 28 &= \boxed{1} \cdot 17 + 11 \\ 17 &= \boxed{1} \cdot 11 + 6 \\ 11 &= \boxed{1} \cdot 6 + 5 \\ 6 &= \boxed{1} \cdot 5 + 1 \\ 5 &= \boxed{5} \cdot 1 + 0 \end{aligned}$$

$\Rightarrow [1, 1, 1, 1, 5]$

$= 1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{1 + \frac{1}{5}}}}$

(2) $\frac{17}{28} = 0 + \frac{1}{\frac{28}{17}}$

$$\Rightarrow [0, \underbrace{1, 1, 1, 1, 5}_{\text{Kettenbruchdarstellung von } \frac{28}{17} \text{ von oben}}]$$