

Übungsblatt 8

1.)

$$x \equiv 2 \pmod{3}$$

$$x \equiv 2 \pmod{5}$$

$$x \equiv 4 \pmod{7}$$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{ll} a_1 = 2 & m_1 = 3 \\ a_2 = 2 & m_2 = 5 \\ a_3 = 4 & m_3 = 7 \end{array} \right\}$$

m_i paarw. teilerfremd \Rightarrow CRT anwendbar

Konstruiere eine Lösung $x := a_1 q_1 q_1' + a_2 q_2 q_2' + a_3 q_3 q_3'$
mit

- $q_1 := 5 \cdot 7 = 35$

In $\mathbb{Z}/3\mathbb{Z}$: $\overline{q_1} = \overline{2}$, $\overline{q_1}^{-1} = \overline{2} \Rightarrow$ wähle $q_1' := 2$

- $q_2 := 3 \cdot 7 = 21$


In $\mathbb{Z}/5\mathbb{Z}$: $\overline{q_2} = \overline{1}$, $\overline{q_2}^{-1} = \overline{1} \Rightarrow$ wähle $q_2' := 1$

- $q_3 := 3 \cdot 5 = 15$

In $\mathbb{Z}/7\mathbb{Z}$: $\overline{q_3} = \overline{1}$, $\overline{q_3}^{-1} = \overline{1} \Rightarrow$ wähle $q_3' := 1$

$$\Rightarrow x = 2 \cdot 35 \cdot 2 + 2 \cdot 21 \cdot 1 + 4 \cdot 15 \cdot 1 = 242$$

Lösungsmenge ist $x + m\mathbb{Z} = 242 + 105\mathbb{Z}$

 $m := m_1 \cdot m_2 \cdot m_3$

2.)

1.)

$$423 = 211 \cdot 2 + 1$$

$$211 = 105 \cdot 2 + 1$$

$$105 = 52 \cdot 2 + 1$$

$$52 = 26 \cdot 2 + 0$$

$$26 = 13 \cdot 2 + 0$$

$$13 = 6 \cdot 2 + 1$$

$$6 = 3 \cdot 2 + 0$$

$$3 = 1 \cdot 2 + 1$$

$$1 = 0 \cdot 2 + 1$$

$$423 = 110100111_2 = 110100111_2, \text{ Probe } \checkmark$$

2.)

$$423 = 84 \cdot 5 + 3$$

$$84 = 16 \cdot 5 + 4$$

$$16 = 3 \cdot 5 + 1$$

$$3 = 0 \cdot 5 + 3$$

$$423 = 3143_5, \text{ Probe } \checkmark$$

3.)

(1)

$$\begin{array}{r} 35_6 \\ + 16_6 \\ \hline 40_6 \end{array}$$

wie normales schriftliches Addieren

Carry da $5_6 + 1_6 = 0_6$ Carry 1

(2)

$$\begin{array}{r} 455_6 \\ + 111_6 \\ \hline 500_6 \end{array}$$

analog

Wäre das so okay in der Klausur?

oder z.B. $201_3 - 1_3$:

$$\begin{array}{r} 201_3 \\ - 1_3 \\ \hline \end{array}$$

oder z.B. bei $210_3 - 1_3$:

$$\begin{array}{r} 210_3 \\ - 1_3 \\ \hline 202_3 \end{array}$$

Wie schriftliches Subtrahieren

"Borrow"

Wäre das okay in der Klausur?

4)

$$(1) \quad \frac{203}{95} = 2 + \frac{13}{95} = 2 + \frac{1}{\frac{95}{13}}$$

$$= 2 + \frac{1}{7 + \frac{4}{13}} = 2 + \frac{1}{7 + \frac{1}{\frac{13}{4}}}$$

$$= 2 + \frac{1}{7 + \frac{1}{3 + \frac{1}{4}}} = [2, 7, 3, 4], \text{ Probe}$$

mit ~~Handrechen~~ des eukl. Algo.:

$$203 = 2 \cdot 95 + 13$$

$$95 = 7 \cdot 13 + 4$$

$$13 = 3 \cdot 4 + 1$$

$$4 = 4 \cdot 1 + 0$$

~~für~~ für $\frac{28}{17}$: $28 = 1 \cdot 17 + 11$

$$17 = 1 \cdot 11 + 6$$

$$11 = 1 \cdot 6 + 5$$

$$6 = 1 \cdot 5 + 1$$

$$5 = 5 \cdot 1 + 0$$

$$\Rightarrow [1, 1, 1, 1, 5]$$

$$= 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{5}}}}$$

$$(2) \quad \frac{17}{28} = 0 + \frac{1}{\frac{28}{17}}$$

$$\Rightarrow [0, \underbrace{1, 1, 1, 1, 1}_5, 5]$$

Kettenbruchdarstellung

von $\frac{28}{17}$ von oben

