

## EZT - Übung 2

1.) Falsch, z.B.  $12 \mid 2 \cdot 6$ , aber  $12 \nmid 2$   
und  $12 \nmid 6$

2.) Nein.

Lemma:  $\forall n \geq 1 \quad \forall p \text{ prim.} \quad p \mid n \Rightarrow p \nmid n+1$

Bew.:

~~Sei  $n \geq 1, p \text{ prim.}, p \mid n$ .~~  
 ~~$p \mid n \Rightarrow \exists q \geq 0. p \cdot q = n$~~   
 ~~$n \geq 1 \Rightarrow q \neq 0$ .~~

Angenommen  $p \mid n$  und  $p \mid n+1$

$\Rightarrow p \mid 1 \text{ (in } \mathbb{Z}) \Rightarrow p = 1 \vee p = -1$   
Korollar 2.6  $\Downarrow p \text{ prim.}$   $\square$

3.) Beweise stärkere Aussage:

Lemma: Alle ungeraden Zahlen (in  $\mathbb{N}$ ) sind von der Form  $4n \pm 1$  für ein  $n \in \mathbb{N}_0$ .

Bew.:

Alle Zahlen in  $\mathbb{N}$  sind von der Form

$$4n + \{0, 1, 2, 3\}$$

oder äquivalent

$$4n + \{-1, 0, 1, 2\} \text{ für ein } n \in \mathbb{N}_0.$$

Für ungerade Zahlen sind Fälle

$4n+0$  und  $4n+2$  ausgeschlossen.  $\square$



4.)

Lemma:  $\forall n \geq 2 \quad \forall p \leq n \text{ prim.} \quad p \nmid n! - 1$

Bew.:

Angenommen  $p \mid n! - 1$ ,  $p \leq n \Rightarrow p \mid n!$

$\Rightarrow$   
Korollar 2.6

$p \mid 1 \quad (\text{in } \mathbb{Z})$

$\nexists$

□

(Beachte, dass z.B.  $8! - 1$  Faktoren 23, 1753 hat, d.h. insbesondere nicht prim.)