

# Elementare Zahlentheorie

Prof. Dr. Ch. Birkenhake

Wintersemester 2020/21

## Übungsblatt 1

**Abgabe:** Do. 12.11.20, per Mail als PDF an **wild\_dennis@ymail.com**,  
Dateien mit gedrehter, gespiegelter oder auf dem Kopf stehender Schrift werden nicht korrigiert.

### Aufgabe 1:

Beweisen Sie mit vollständiger Induktion: Für  $n, k \in \mathbb{N}$  gilt: **(je 2 Pkte)**

(1)  $1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1) = n^2$

(2)  $1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 = (1 + 2 + 3 + \dots + n)^2$

(3) Für reelle Zahlen  $x, y$  gilt:  $(x + y)^n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} x^{n-k} y^k$

(Hinweis: Benutzen Sie:  $\binom{n}{k} = \binom{n-1}{k-1} + \binom{n-1}{k}$ )

### Aufgabe 2:

Aus Schulbüchern: zeigen Sie:

(1) *Das Quadrat einer natürlichen Zahl  $n > 1$  ist um 1 größer, als das Produkt der beiden benachbarten Zahlen von  $n$ .* **(2 Pkte)**

(2) *Die Differenz zweier aufeinanderfolgender Quadratzahlen ist ungerade.* **(2 Pkte)**

(3)  $3 \mid n^3 - n$  für alle  $n \geq 1$ ? Ja, für welche Zahlen gilt das? **(3 Pkte)**