



UFR des Sciences
CAMPUS DE VERSAILLES

UNIVERSITÉ DE VERSAILLES
SAINT-QUENTIN-EN-YVELINES

RAPPORT DE PROJET

Simulation pour l'Optimisation des Caisses en Supermarché par Analyse Discrète

Alexandre Mihet 22005024

Billal Medour 21924103

Encadrant : Pierre Coucheney

Date de soumission : 29 mai 2024

Préambule

Ce rapport présente le travail réalisé dans le cadre d'un projet d'une simulation pour l'optimisation des politiques d'ouverture des caisses d'un supermarché. Le projet a été mené sous la supervision de Pierre Coucheney, et s'inscrit dans le contexte des Masters Secrets et AMIS .

Dans le contexte concurrentiel actuel, l'efficacité opérationnelle des supermarchés est cruciale pour maximiser la satisfaction des clients et les gains financiers. Une des problématiques récurrentes dans la gestion des supermarchés est l'optimisation des files d'attente aux caisses. Ce projet a pour objectif d'utiliser la simulation à événements discrets pour analyser et améliorer les politiques d'ouverture des caisses.

En particulier, nous nous concentrons sur la décision d'ouvrir ou non une cinquième caisse en fonction de l'état des files d'attente. Grâce à cette approche, nous visons à identifier les stratégies qui maximisent le gain espéré du supermarché.

Notre étude examine plusieurs politiques d'ouverture et utilise des méthodes d'analyse pour déterminer celle qui offre la meilleure performance dans diverses conditions. Les résultats obtenus seront présentés sous forme de graphiques et de tableaux, illustrant les gains moyens pour différentes politiques en fonction du taux d'arrivée des clients (λ) et du coût d'ouverture de la caisse (C). Cette analyse nous permettra de recommander la politique optimale pour diverses configurations, aidant ainsi les supermarchés à améliorer leur efficacité et leur rentabilité.

Table des matières

1	Introduction	3
1.1	Compréhension des Politiques d'Ouverture et du Paramètre λ	3
1.1.1	Politiques d'Ouverture	3
2	Conception du Projet	4
2.1	Technologies Utilisées	4
2.1.1	Bibliothèques Utilisées	4
2.2	Difficultés Rencontrées	4
3	Résultats obtenus	6
3.1	Analyse des Gains Moyens en Fonction du Paramètre Lambda avec $C = 3$	6
3.1.1	Description du Graphique	7
3.1.2	Observations	7
3.1.3	Justifications	7
3.2	Méthodologie pour le calcul de la politique optimale pour $C = 3$ et $\lambda = 4$.	8
3.3	Politique optimale pour différentes valeurs de λ et C	8
3.3.1	Interprétation des Résultats	9
4	Conclusion	10
4.1	Bilan	10
4.2	Idées d'améliorations	10

Chapitre 1

Introduction

1.1 Compréhension des Politiques d'Ouverture et du Paramètre λ

Nous analysons plusieurs politiques d'ouverture de la cinquième caisse et leur impact sur le gain moyen du supermarché en fonction du taux d'arrivée des clients, représenté par une variable aléatoire de paramètre λ .

1.1.1 Politiques d'Ouverture

Nous considérons quatre politiques d'ouverture distinctes pour la cinquième caisse, définies comme suit :

- **Politique 0** : La cinquième caisse est toujours ouverte. Cette politique vise à maximiser la capacité de service en maintenant constamment toutes les caisses disponibles.
- **Politique 2** : La cinquième caisse s'ouvre lorsque la plus petite file d'attente atteint 2 clients. Cette approche tente d'équilibrer la capacité de service et les coûts d'ouverture supplémentaires.
- **Politique 4** : La cinquième caisse s'ouvre lorsque la plus petite file d'attente atteint 4 clients. Cette politique favorise une utilisation plus sélective des ressources en ouvrant la cinquième caisse uniquement lorsque les files d'attente deviennent significativement longues.
- **Politique 6** : La cinquième caisse ne s'ouvre jamais, seules les quatre premières caisses restent en service. Cette politique minimise les coûts d'ouverture au détriment potentiel du service client en période de forte affluence.

Chapitre 2

Conception du Projet

2.1 Technologies Utilisées

Pour ce projet de simulation, nous avons choisi le langage de programmation Python, non seulement parce qu'il était imposé par le cahier des charges, mais aussi parce que c'est le langage que nous maîtrisons le mieux. Cela nous a permis de développer et d'optimiser efficacement les algorithmes de simulation.

2.1.1 Bibliothèques Utilisées

Nous avons utilisé plusieurs bibliothèques Python pour différentes tâches, allant de la manipulation de données numériques à la visualisation des résultats. Voici un aperçu des bibliothèques utilisées et de leurs rôles spécifiques :

- **heapq** : Utilisée pour gérer la file de priorité, essentielle pour la gestion des événements dans la simulation. Cette bibliothèque permet de maintenir efficacement l'ordre des événements à traiter.
- **matplotlib** : Utilisée pour la visualisation des résultats. Elle permet de tracer des graphiques et de visualiser les données de manière claire et informative, facilitant ainsi l'analyse des résultats obtenus.
- **scipy.stats** : Fournit des outils statistiques, notamment pour calculer les intervalles de confiance des résultats. Ces outils sont cruciaux pour évaluer la variabilité et la précision des simulations.
- **numpy** : Utilisée pour la génération de variables aléatoires et le calcul numérique efficace. NumPy est essentiel pour manipuler des tableaux de données et réaliser des opérations mathématiques complexes de manière rapide et efficace.

2.2 Difficultés Rencontrées

Le développement de ce projet n'a pas été exempt de défis. Voici quelques-unes des principales difficultés que nous avons rencontrées :

- **Gestion des Événements en Temps Réel** : La gestion efficace des événements dans une simulation à événements discrets a été un défi majeur. Il était crucial de s'assurer que les événements étaient correctement ordonnancés et traités en temps opportun et cela a été implémenté avec l'aide de l'échéancier.

- **Calibration des Paramètres** : Trouver les valeurs optimales pour les paramètres de la simulation, comme les taux d'arrivée et les durées de service, a été un processus itératif demandant une analyse approfondie et de nombreux tests.
- **Visualisation des Résultats** : Représenter les résultats de manière claire et compréhensible était essentiel pour l'analyse et la présentation. La création de visualisations informatives tout en gérant de grandes quantités de données a nécessité une attention particulière.
- **Interprétation des Données** : L'analyse et l'interprétation des données issues des simulations pour en tirer des conclusions significatives ont été un autre défi, nécessitant une bonne compréhension des méthodes statistiques et de leur application pratique.

Chapitre 3

Résultats obtenus

3.1 Analyse des Gains Moyens en Fonction du Paramètre Lambda avec $C = 3$

Pour cette analyse, nous avons fixé la valeur de C à 3 et avons étudié le gain moyen pour les politiques 0, 2, 4 et 6 en fonction du paramètre λ . Le paramètre λ a été varié de manière pertinente pour couvrir une large gamme de valeurs, allant de 1 à 16. Les résultats obtenus sont illustrés dans le graphique ci-dessous, qui montre le gain moyen du supermarché en fonction de λ , avec des intervalles de confiance à 95%.

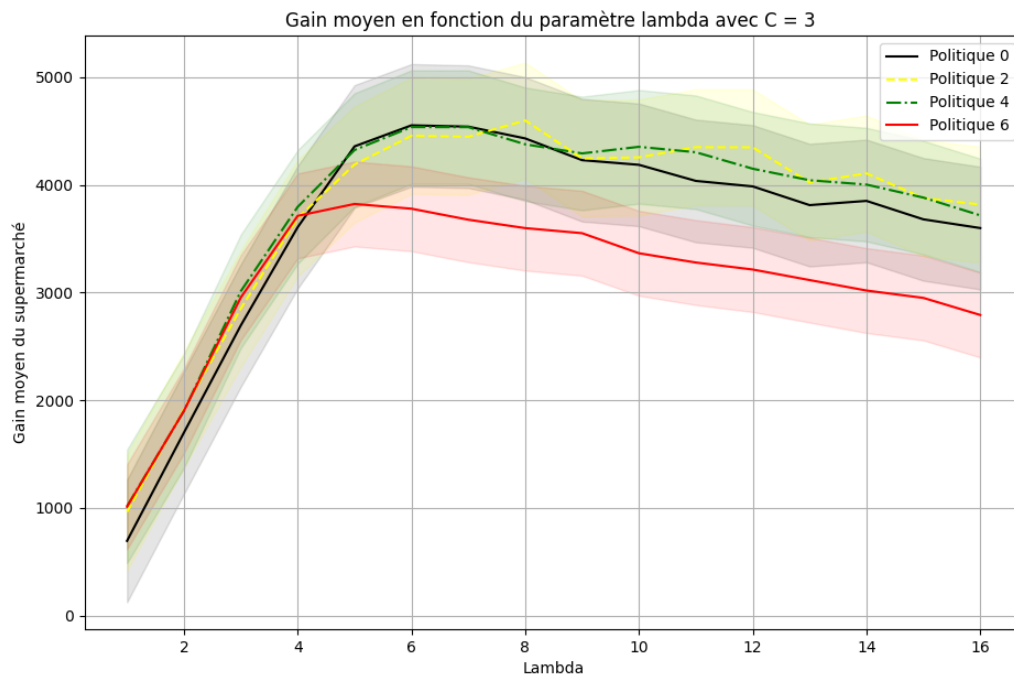


FIGURE 3.1 – Gain moyen en fonction du paramètre λ avec $C = 3$ pour les politiques 0, 2, 4 et 6, incluant les intervalles de confiance à 95%.

3.1.1 Description du Graphique

Le graphique présente quatre courbes représentant les différentes politiques étudiées :

- **Politique 0** (ligne noire continue)
- **Politique 2** (ligne jaune en tirets)
- **Politique 4** (ligne verte en tirets-points)
- **Politique 6** (ligne rouge continue)

Chaque courbe est accompagnée d'une zone ombrée correspondant à l'intervalle de confiance à 95%. Ces intervalles de confiance indiquent la variabilité des gains moyens observés pour chaque valeur de λ .

3.1.2 Observations

Tendance Générale

- Pour toutes les politiques, le gain moyen augmente initialement avec l'augmentation de λ , atteignant un pic autour de $\lambda = 6$.
- Après ce pic, le gain moyen commence à diminuer progressivement.

3.1.3 Justifications

Zone de λ Faible (1 à 3)

- **Faible λ** : Le nombre de clients arrivant est faible, ce qui signifie que les caisses ne sont pas souvent pleines.
- **Politique 0** : Cette politique possède un gain moyen significativement plus faible que les autres. Cela est dû au fait que la 5ème caisse est ouverte depuis le début entraînant un coût malgré une faible affluence de clients.
- **Politique 2, 4** : Ces politiques montrent un gain plus élevé car la cinquième caisse est ouverte uniquement quand c'est nécessaire (lorsque les files commencent à être saturées).
- **Politique 6** : Cette politique, a un comportement semblable aux politiques 2 et 4. Malgré que la 5ème caisse est maintenue fermée, cela n'a pas d'impact sur les résultats étant donné que l'affluence des clients n'est pas assez importante pour engendrer des pertes.

Zone de λ Moyenne (4 à 6)

- **Pic de Gain** : Toutes les politiques montrent une augmentation du gain avec l'augmentation de λ , atteignant un pic autour de $\lambda = 6$. Cela s'explique par une utilisation optimale des caisses avec un bon équilibre entre l'arrivée des clients et les services rendus.
- **Différentes Politiques** : La politique 0 montre toujours un gain élevé, suivie de près par les politiques 2 et 4. Cela indique que l'ouverture anticipée ou rapide de la cinquième caisse aide à gérer efficacement les flux de clients.
- **Politique 6** : Le gain moyen de cette politique est bien plus faible que les autres politiques. Cela est dû à la non-ouverture de la 5ème caisse malgré une affluence de clients conséquente.

Zone de λ Élevée (7 et plus)

- **Diminution des Gains** : Au-delà de $\lambda = 6$, les gains commencent à diminuer. Cela s'explique par une surcharge des caisses malgré l'ouverture de la cinquième caisse, entraînant des pertes dues aux clients qui quittent le supermarché par manque de place.
- **Politique 6** : Montre une baisse plus prononcée car ne jamais ouvrir la cinquième caisse devient un grand désavantage avec l'augmentation du flux de clients, entraînant plus de départs de clients non servis et donc plus de coûts.

3.2 Méthodologie pour le calcul de la politique optimale pour $C = 3$ et $\lambda = 4$

Paramètres et Initialisation

- $T_MAX = 100$: Le temps maximum pour une simulation.
- λ : Paramètre de taux d'arrivée des clients, varié de 1 à 16.
- $C = 3$: Coût associé à l'ouverture des caisses.

Fonction de Simulation

La fonction **simulateur** simule le fonctionnement du supermarché en tenant compte des arrivées de clients, des services aux caisses, et des ouvertures et fermetures de caisses. Elle calcule le gain du supermarché en fonction des paramètres λ , I et C .

Exécution des Simulations

Pour chaque valeur de λ , nous avons exécuté la simulation **20** fois pour chaque politique (0, 2, 4, et 6) afin de lisser les fluctuations aléatoires et obtenir une estimation fiable du gain moyen. A partir des résultats des simulations, on calcule le gain moyen pour chaque valeur de λ .

Calcul des Intervalles de Confiance

Nous avons calculé les intervalles de confiance à 95% pour les gains moyens en utilisant l'erreur standard de la moyenne (SEM) et le facteur de l'intervalle de confiance basé sur la distribution t de Student.

Politique optimale

En visualisant le graphique 3.1, la politique qui est optimale pour les paramètres $C = 3$ et $\lambda = 4$ est **la politique 4** avec un gain moyen de 3788.

3.3 Politique optimale pour différentes valeurs de λ et C

Le tableau ci-dessous présente les résultats des simulations visant à déterminer la politique optimale pour différentes combinaisons de valeurs du paramètre λ et du coût

d'ouverture C par unité de temps. Les données incluent la politique optimale et le gain moyen du supermarché pour chaque combinaison.

λ	$C = 1$	$C = 3$	$C = 5$	$C = 7$	$C = 10$
1	6 (1040)	2 (1010)	4 (1003)	6 (1042)	6 (1031)
4	4 (3788)	4 (3788)	6 (3807)	6 (3714)	6 (3708)
6	0 (4762)	6 (4535)	6 (4380)	2 (4381)	2 (4185)
10	0 (4385)	2 (4318)	4 (4246)	2 (4287)	2 (4114)
15	0 (3947)	2 (4023)	2 (3961)	2 (3778)	2 (3861)

TABLE 3.1 – Tableau des politiques optimales pour différentes valeurs de λ et C avec leurs gains moyens. Les intervalles de confiance à 95% existent mais ne sont pas affichés ici.

3.3.1 Interprétation des Résultats

Politiques Optimales par Valeur de λ et C : Pour les valeurs de λ faibles (1 à 3), les politiques optimales varient davantage et montrent des gains moyens relativement faibles. Cela peut s'expliquer par le fait que les arrivées de clients sont rares, rendant l'impact des différentes politiques moins prononcé. À mesure que λ augmente (4 à 10), les politiques optimales deviennent plus stables et montrent des gains moyens plus élevés, indiquant une gestion plus efficace des arrivées plus fréquentes de clients.

Analyse des Politiques par Coût d'Ouverture C : Pour $C = 1$, la politique optimale varie entre 6, 0, 4, et 2, avec une tendance à favoriser la politique 0 (caisse toujours ouverte) pour des valeurs plus élevées de λ . Cela suggère qu'ouvrir en permanence la cinquième caisse est rentable quand le coût d'ouverture est faible et les clients arrivent fréquemment. Pour $C = 2$, la politique 4 est souvent optimale, indiquant que l'ouverture de la cinquième caisse quand la file atteint une longueur de 4 est un bon compromis entre coût et bénéfice. Pour $C = 3$ et $C = 4$, la politique optimale est principalement la politique 4, sauf pour quelques valeurs de λ où d'autres politiques deviennent optimales. Pour $C = 5$, on observe une prédominance des politiques 4 et 2, suggérant qu'avec des coûts d'ouverture plus élevés, il est bénéfique d'ouvrir la cinquième caisse de manière plus sélective.

Gains Moyens : Les gains moyens augmentent généralement avec la valeur de λ , atteignant un pic autour de $\lambda = 6$ à 7, puis diminuant légèrement. Cela peut s'expliquer par une saturation du système où, au-delà d'un certain taux d'arrivée, l'efficacité supplémentaire de l'ouverture de la cinquième caisse diminue. Les politiques 0 (caisse toujours ouverte) montrent des gains élevés pour les valeurs élevées de λ et faibles de C , mais deviennent moins efficaces pour les coûts plus élevés.

Intervalles de Confiance : Les intervalles de confiance indiquent la variabilité des gains moyens pour chaque combinaison de λ et C . Une variabilité plus faible (intervalles de confiance plus petits) est observée pour les valeurs modérées de λ , tandis que des valeurs extrêmes de λ montrent une plus grande variabilité. Ces intervalles sont particulièrement importants pour évaluer la robustesse des politiques optimales identifiées.

Chapitre 4

Conclusion

4.1 Bilan

Ce projet de simulation de supermarché a permis d'explorer et de modéliser les dynamiques des files d'attente aux caisses, en utilisant la simulation à événements discrets. En nous concentrant sur l'optimisation de l'ouverture de la cinquième caisse, nous avons pu identifier les politiques les plus efficaces en fonction des taux d'arrivée des clients (λ) et des coûts d'ouverture des caisses (C).

Les principaux résultats montrent que :

- Pour des valeurs faibles de λ , la politique 0 est la moins efficace étant donné que les 5 caisses sont ouvertes dès le début malgré la faible affluence des clients.
- Les politiques 0 et 4 sont souvent optimales pour des valeurs de λ plus élevées, suggérant que l'ouverture continue ou conditionnelle des caisses supplémentaires est bénéfique dans ces situations.
- Les gains moyens augmentent généralement avec λ , atteignant un pic autour de $\lambda = 6$ à 7, puis diminuant, indiquant une saturation du système.

Les intervalles de confiance calculés pour les gains moyens fournissent une mesure importante de la variabilité et de la fiabilité des résultats, soulignant l'importance de prendre en compte la variabilité dans les décisions de gestion des caisses.

4.2 Idées d'améliorations

Bien que les résultats obtenus soient significatifs, plusieurs améliorations peuvent être envisagées pour renforcer la portée et la précision de cette simulation :

1. Modélisation Plus Réaliste des Clients

- Intégrer différents comportements des clients, comme le choix des caisses en fonction du temps d'attente estimé.
- Modéliser différents profils de clients avec des comportements spécifiques, tels que des clients pressés qui quittent plus rapidement la file d'attente.

2. Dynamique des Caissiers

- Introduire une variabilité dans la vitesse des caissiers pour représenter des différences de performance entre eux.
- Simuler des pauses pour les caissiers, ce qui pourrait influencer l'ouverture de nouvelles caisses et la gestion des files d'attente.

Ces améliorations potentielles offrent des pistes intéressantes pour étendre les capacités et la précision de la simulation, permettant une gestion encore plus efficace des caisses dans les supermarchés.