Coordonnées barycentrique dans un triangle

1. Les 3 droites séparent le plan en 7 régions.

Dans la région 7 toutes les coordonnées barycentriques des points sont positives. Dans la 3 seul la coordonnée relative à A est négative. Dans la région 6 les coodonnées realtives à B et C sont négatives. Dans la 2 ce sont celles de A et C. Dans la 1 c'est celle de C qui est négative. Dans la 5 c'est celle de B. Dans la 4 ce sont celles de A et B.

2.

$$f(p) = \sum_{i=1}^{n} b_i(p) f(v_i)$$

or $b_i(p) = \frac{A_i}{A}$

On a

$A_1 = \det(v_2 - v_1, p - v_1)/2 = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} v_{2x} - v_{1x} & p_x - v_{1x} \\ v_{2y} - v_{1y} & p_y - v_{1y} \end{vmatrix} = [(v_{2x} - v_{1x})(p_y - v_{1y}) - (p_x - v_{1x})(v_{2y} - v_{1y})]/2$

donc $\frac{\partial A_1}{\partial p_x} = -v_{1x}(v_{2y} - v_{1y})$ et $\frac{\partial A_1}{\partial p_y} = (v_{2x} - v_{1x})$ donc $\nabla_p A_1$ est constant.

On pourrait refaire ce résonnement pour chaque A_i.

On en déduit que $\nabla_p f$ est constant , et donc f est linéaire en p.