Министерство образования и науки Российской Федерации

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Московский физико-технический институт
(государственный университет)»

Факультет аэрофизики и космических исследований
Кафедра вычислительной математики

Численное моделирование парогравитационной технологии добычи высоковязких нефтей

Выпускная квалификационная работа

(бакалаврская работа)

Направление подготовки: 03.03.01 Прикладные математика и физика

Выполнил:

Студент 131 группы ______________________ Фирсов Егор Игоревич

Научный руководитель:

к.ф.-м.н., доцент ______________________ Скалько Юрий Иванович

Научный консультант:

д.ф.-м.н. ______________________ Колдоба Александр Васильевич

Москва 2015

Содержание

1 Введение

Значительная доля нефтяных запасов России приходится на высоковязкие нефти и битумы. Поэтому проблема добычи высоковязких нефтей и битумов крайне актуальна. Их добыча сложна из-за большой вязкости ($\mu > 30000$ сПуаз).

Существуют технологии помогающие при добыче такой нефти. Одна из них это подвод тепла к области, в том числе с помощью технологии парогравитационного дренажа. Эта технология состоит из двух этапов. Первый этап — подогрев области с помощью циркулирующего внутри труб пара. Второй - закачка горячего пара в пласт.

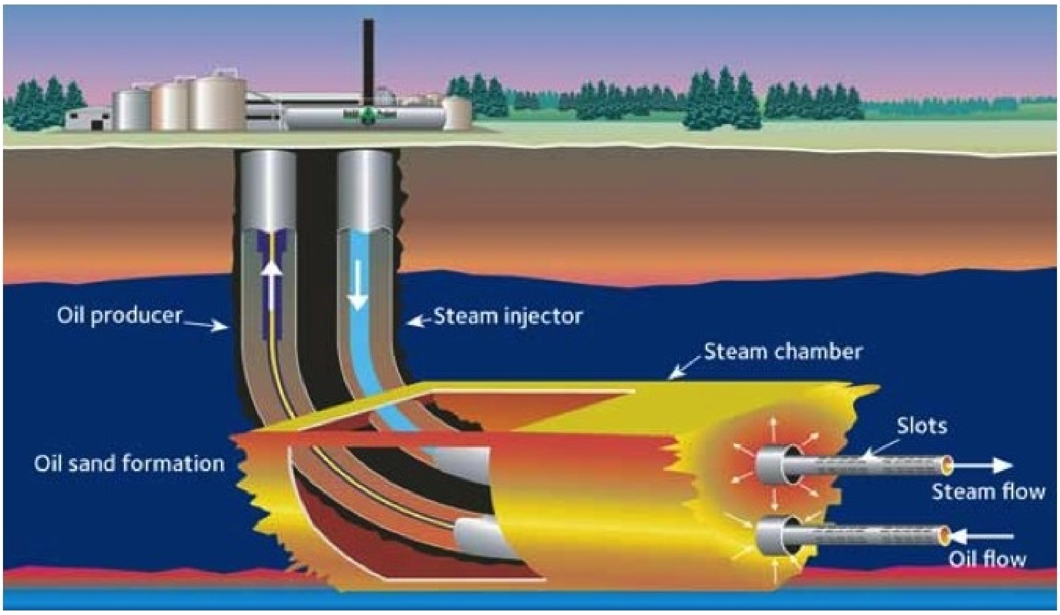

Рис. 1: Схема парагравитационного дренажа

1.1 Постановка задачи

В данной работе рассмотрен первый этап парогравитационного дренажа, то есть подогрев области. В отличии от традиционной задачи фильтрации здесь считается, что скелет не является монолитной структурой, а подвижен. Рассматривается одномерная полубесконечная область, расположенная вертикально. Она заполнена двумя подвижными фазами песком и нефтью. Нефть при пластовой темпераауре имеет большую вязкость и практически не фильтруется. Нижняя граница области имеет большую температуру. Благодаря конвекции и теплопроводности область начинает прогреваться, вязкость нефти уменьшается, и песок преобретает подвижность и начинает двигаться относительно нефти под действием силы тяжести.

Во втором разделе предложена одномерная модель процесса и получены уравнения, необходимые для решения поставленной задачи. Далее задача разбита на несколько подзадач: изотермической фильтрации, теплопроводности, изотермической фильтрации с предельной насыщенностью, и наконец решена задача неизотермической фильтрации с предельной насыщенностью. При решении каждой подзадачи были построены вычислительные алгоритмы и разработаны програмные комплексы, реализующие их. Также для подзадач изотермической фильтрации и теплопроводности были построены аналитические решения.

1.2 Обозначения

Индекс a = l, s обозначает жидкую и твердую фазу.

- θ_a — Объемная доля a-ой фазы
- ρ_a — Плотность a-ой фазы ($[\rho_a] =$ Кг/м^3)
- e_a — Плотность энергии a-ой фазы ($[e_a] =$ Дж/м^3)
- T — Температура ($[T] =$ К)
- λ — Коэффициент теплопроводности среды ($[\lambda] =$ Дж/(м с К))
- c_a — Удельная теплоемкость a-ой фазы ($[c_a] =$ Дж/К)
- V_a — Скорость a-ой фазы ($[V_a] =$ м/с)
- W — Скорость фильтрации ($[W] =$ м/с)
- h_a — плотность энтальпии ($[h_a] =$ Дж/м^3)
- ψ - отношение объемных долей двух фаз($\psi = \frac{\theta_l}{\theta_s}$)

2 Математическая модель

2.1 Уравнения модели

Выпишем уравнения необходимые для решения задачи. Это уравнение непрерывности, уравнение сохранения энергии и определяющее соотношение в виде закона Дарси. z — вертикальная координата, t — время. В уравнениях присутствуют 2 индкса — l и s, означающие, что данная величина относится к жидкой фазе (нефти) или твердой фазе(песку) соответственно. θ — объемная доля соответсвующей фазы, V — скорость.

Уравнения непрерывности жидкой и твердой фаз, при условии что источников вещества нет, выглядят следующим образом:

$$\frac{\partial \rho_l \theta_l}{\partial t} + \frac{\partial V_l \theta_l \rho_l}{\partial z} = 0 \tag{1}$$

$$\frac{\partial \rho_s \theta_s}{\partial t} + \frac{\partial V_s \theta_s \rho_l}{\partial z} = 0 \tag{2}$$

Сумма объемных долей жидкой и твердой фазы равна единице.

$$\theta_l + \theta_s = 1 \tag{3}$$

Считаем, что источники энергии отсутствуют. В этом случае уравнение сохранения энергии принимает следующий вид:

$$\begin{aligned} &\frac{\partial E}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial z} = 0 \\ &E = \theta_l e_l + \theta_s e_s \\ &Q = \theta_l h_l V_l + \theta_s h_s V_s - \lambda \frac{\partial T}{\partial z} \end{aligned} \tag{4}$$

Считаем, что твердая фаза несжимаема

$$\rho_s = const \tag{5}$$

Тогда уравнение (2), принимает вид

$$\frac{\partial \theta_s}{\partial t} + \frac{\partial \theta_s V_s}{\partial z} = 0 \tag{6}$$

Учитывая (6) перейдем к Лагранжевой координате dx связанной с твердой фазой

$$dx = \theta_s dz - \theta_s V_s dt \tag{7}$$

Чтобы переписать наши уравнения в лагранжевых координатач посмотрим как связаны дифференциирование по z и по x

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_z &= \frac{\partial (f,z)}{\partial (t,z)} \\ \partial (f,z) &= \frac{1}{\theta_s}\partial (f,x) + V_s \partial (f,t) \\ \frac{\partial (f,z)}{\partial (t,z)} &= \frac{1}{\theta_s}\frac{\partial (f,x)}{\partial (t,z)} + V_s \frac{\partial (f,t)}{\partial (t,z)} \end{aligned} \tag{8}$$

Для $f = t$

$$\partial (t,z) = \frac{1}{\theta_s}\partial (t,x) + V_s \partial (t,t) = \frac{1}{\theta_s}\partial (t,x)$$

Из (8), используя предыдущее равенство получаем

$$\left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_z = \frac{\partial (f,x)}{\partial (t,x)} + V_s \theta_s \frac{\partial (f,t)}{\partial (t,x)}$$

Далее получаем

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_z &= \left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_x - V_s \theta_s \left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)_t \\ \left(\frac{\partial f}{\partial z}\right)_t &= \theta_s \left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)_t \end{aligned} \tag{9}$$

Применим полученные равенства к уравнению непрерывности для твердой фазы (6). Переходим к новой переменной.

$$\frac{\partial \theta_s}{\partial t} - V_s \theta_s \frac{\partial \theta_s}{\partial x} + \theta_s \frac{\partial V_s \theta_s}{\partial x} = 0$$

Расписывая третий член, и сокращая подобные члены, получаем

$$\frac{\partial V_s}{\partial x} + \frac{1}{\theta_s^2}\frac{\partial \theta_s}{\partial t} = 0$$

Отсюда

$$\frac{\partial V_s}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial t}\frac{1}{\theta_s} \tag{10}$$

2.2 Уравнение непрерывности в лагранжевых координатах

Теперь используя полученные равенства перепишем уравнение непрерывности для жидкой фазы в новых переменных. Преобразуем (1)добавив и вычтя член $V_s\frac{\partial \rho_l\theta_l}{\partial z}$

$$\frac{\partial \rho_l\theta_l}{\partial t} + V_s\frac{\partial \rho_l\theta_l}{\partial z} - V_s\frac{\partial \rho_l\theta_l}{\partial z} + \frac{\partial V_l\theta_l\rho_l}{\partial z} = 0$$

Сгруппировав члены и используя (9), получаем:

$$\left(\frac{\partial \rho_l\theta_l}{\partial t}\right)_x - V_s\theta_s\left(\frac{\partial \rho_l\theta_l}{\partial x}\right)_t + \theta_s\left(\frac{\partial \rho_l\theta_l(V_l-V_s)}{\partial x}\right)_t + \rho_l\theta_l\theta_s\left(\frac{\partial V_s}{\partial x}\right)_t + V_s\theta_s\left(\frac{\partial \rho_l\theta_l}{\partial x}\right)_t = 0$$

Перепишем последнее уравнение, используя (10) и поделив на θ_s

$$\frac{1}{\theta_s}\frac{\partial \rho_l\theta_l}{\partial t} + \frac{\partial \rho_l\theta_l(V_l-V_s)}{\partial x} + \rho_l\theta_l\frac{\partial}{\partial t}\frac{1}{\theta_s} = 0$$

Сгруппировав первый и последний члены выпишем

$$\frac{\partial}{\partial t}\frac{\rho_l\theta_l}{\theta_s} + \frac{\partial}{\partial x}\rho_l\theta_l(V_l-V_s) = 0 \tag{11}$$

Обозначим отношение объемных долей жидкой и твердой фазы за ψ:

$$\psi = \frac{\theta_l}{\theta_s}$$

Все величины θ_l, θ_s, ψ - выражаются друг через друга, поэтому возможно использование любой из них. Для удобства будем использовать ψ.

Введем скорость фильтрации W как

$$W = \theta_l(V_l - V_s) \tag{12}$$

Тогда в предположении, что жидкая фаза не сжимаема, получаем уравнение непрерывности в лагранжевых координатах

$$\frac{\partial \psi}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} W = 0 \tag{13}$$

2.3 Уравнение сохранения энергии в лагранжевых координатах

Перепишем уравнение сохранения энергии в лагранжевых переменных. Используем (4) и (9)

$$\frac{\partial E}{\partial t} - V_s \theta_s \frac{\partial E}{\partial x} + \theta_s \frac{\partial Q}{\partial x} = 0$$

Отсюда

$$\frac{1}{\theta_s} \frac{\partial E}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(Q - V_s E) + E \frac{\partial V_s}{\partial x} = 0$$

Используем (10), группируя члены получаем

$$\frac{\partial}{\partial t} \frac{E}{\theta_s} + \frac{\partial}{\partial x}(Q - V_s E) = 0 \tag{14}$$

$$Q - V_s E = \theta_l e_l V_l + \theta_s e_s V_s + \theta_l P + \theta_s P - V_s(\theta_l e_l + \theta_s e_s) - \lambda \theta_s \frac{\partial T}{\partial x}$$

Сокращаем подобные члены, учитываем (13), получаем уравнение сохранения энергии в новых переменных

$$\frac{\partial e_s + \psi e_l}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(e_l W - \lambda \theta_s \frac{\partial T}{\partial x}) = 0 \tag{15}$$

Это уравнение наряду с (13) являются основными для решения поставленной задачи. Кроме них нужно определяющее соотншение для замыкания системы.

2.4 Закон Дарси

Выпишем закон Дарси для жидкой фазы [1].

$$W = -\frac{Kk(\theta)}{\eta} \left(\frac{\partial p}{\partial z} - \rho_l g \right) \tag{16}$$

Здесь K — абсолютная проницаемость(она константа, далее она будет опускатся и просто входить в проницаемость k), $k(\theta)$ — проницаемость, функция от объемных долей жидкой и твердой фаз, p — давление.

Предположим, что процесс развивается квазистатически, т. е. сила тяжести действующая на смесь фаз, компенсирует давление:

$$\frac{\partial p}{\partial z} = (\rho_l \theta_l + \rho_s \theta_s) g \tag{17}$$

Из (17) и (16) получаем:

$$W = -\theta_s \frac{k(\theta)}{\eta} (\rho_l - \rho_s) g \tag{18}$$

Для расчета проницаемости используется комбинация формул. В пределе малой объемной доли твердой фазы, когда взаимодействием между частицами можно пренебречь, используется следствие формулы Стокса:

$$k = 2K \frac{\psi^2}{(1+\psi)^2}$$

В пределе большой объемной доли твердой фазы, когда учитыватся взаимодействие между частицами используется формула Кармана-Козени:

$$k = K \frac{\psi^3}{(1+\psi)^2}$$

Здесь и далее θ_s внесена в проницаемость k.

Комбинируем эти формулы (берем среднее гармоническое). Получаем:

$$k = K \frac{4\psi^3}{(1+\psi)^2(2+\psi)} \tag{19}$$

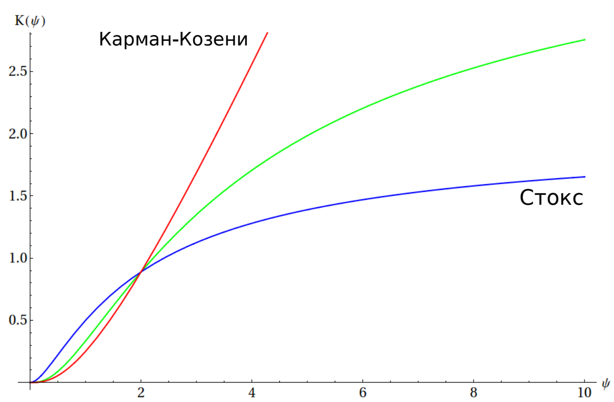

Рис. 2: График функции проницаемости

3 Изотермическая фильтрация

3.1 Математическая модель

Для решения задачи изотермической фильтрации достаточно уравнения непрерывности, закона Дарси и выражения для проницаемости. Выпишем их:

$$
\begin{aligned}
&\frac{\partial \psi}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} W = 0 \\
&W = \frac{k(\psi)}{\eta}(\rho_s - \rho_l)g \\
&k = K\frac{4\psi^3}{(1+\psi)^2(2+\psi)}
\end{aligned}
\tag{20}
$$

3.2 Численный метод

Запишем разностную схему

- Вычисляем проницаемость на всей области.

$$k_i = k(\psi_i),\ \ i = 0, \ldots, M \tag{21}$$

- Вычисляем скорости фильтрации на границах всех ячеек. Используем противопоточную аппроксимацию. То есть сносим нужные значения из ячейки расположеной против потока. Считаем, что скорость фильтрации направлена всегда вверх, поэтому на границе $i + \frac{1}{2}$ сносим проницаемость из ячейки i.

$$W_{i+\frac{1}{2}} = \frac{k(\psi_i)}{\eta}(\rho_s - \rho_l)g\ ,\ \ i = 0, \ldots, M-1 \tag{22}$$

- Переходим на новый слой по времени, вычисляем отношение насыщенностей в каждой ячейке

$$\psi_i^{n+1} = \psi_i^n - \tau\frac{W_{i+1/2} - W_{i-1/2}}{h}\ ,\ \ i = 1, \ldots, M \tag{23}$$

3.3 Аналитическое решение

Подставим выражение для скорости фильтрации и проницаемости в (20), переходим к квазилинейной форме уравнения:

$$\frac{\partial \psi}{\partial t} - aK\frac{\partial k}{\partial \psi}\frac{\partial \psi}{\partial x} = 0,\ \text{Где } a = \frac{8(\rho_l - \rho_s)g}{\eta} \tag{24}$$

Гиперболическое уравнение (24) решается методом характеристик:

$$\xi = \frac{x}{t} = aK\frac{\partial k}{\partial \psi} = aK\frac{2\psi^3 + 3\psi^2}{(1+\psi)^3(2+\psi)^2}$$

Начальное условие $\psi_0 = 5$ и граничное $\psi_1 = 0$ означают, что в области находится смесь жидкости и песка. Снизу — непроницаемая для жидкости и песка граница. Характеристики (24) показаны на рисунке 3

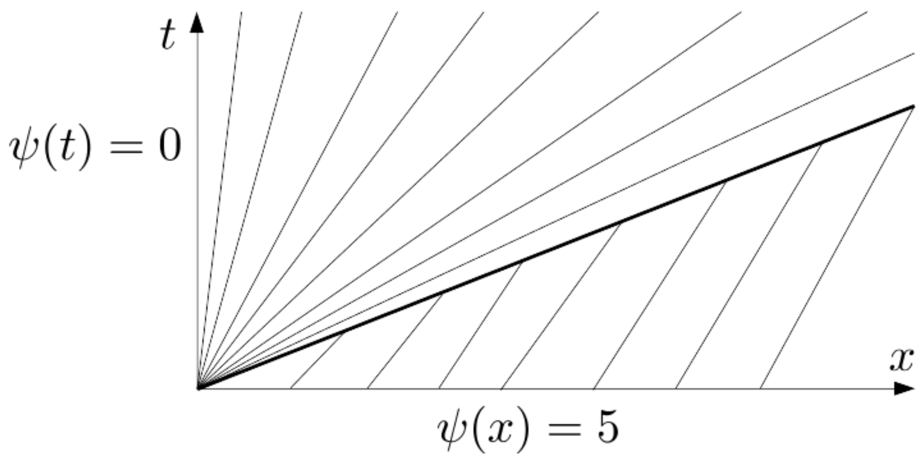

Рис. 3: Характеристики

3.4 Результаты численных рачетов

На рисунке 4 показано распределение объемной доли флюида. По оси абсцисс отложены лагранжевы координаты. Синим пунктиром изображено аналитическое решение. Красной сплошной линией — численное решение. На рисунке видно три различных области: слева центрированая волна, где уплотняется песок, затем скачок и стационарная область. Из графика понятно, что решение разностной задачи неплохо аппроксимирует аналитическое решение, немного размывается рядом со скачком, что является последствием использования схемы первого порядка.

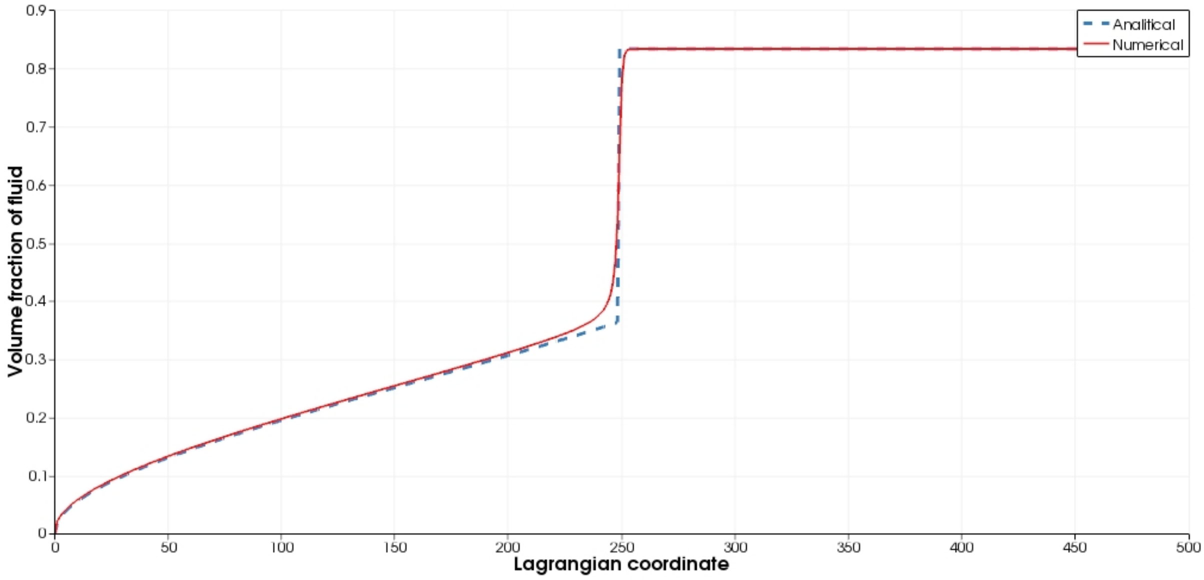

Рис. 4: Распределение объемной доли флюида

4 Изотермическая фильтрация с предельной насыщенностью

4.1 Математическая модель

Вообще объемная доля твердой фазы не может достигнуть единицы. В любом случае останется пространство между частицами, заполненное флюидом [2]. Получаем два случая: первый, когда объемная доля твердой фазы меньше предельной. В этом случае верно следствие закона Дарси, приведенное в задаче изотермической фильтрации. Второй случай реализуется, когда объемная доля твердой фазы досигает предельной. Тогда уравнения принимают вид стандартной однофазной фильтрации.

$$\begin{cases} \theta_s < \theta_s^*, \ W = \frac{k(\psi)}{\eta}(\rho_s - \rho_l)g \\ \theta_s = \theta_s^*, \ \frac{\partial W}{\partial x} = 0 \end{cases} \tag{25}$$

Уравнение непрерывности и выражение для проницаемости остаются теми же, что и для задачи изотермической фильтрации(20).

4.2 Численный метод

Вычисляем проницаемость на всей области.

$$k_i = k(\psi_i),\ i = 0, \dots, M \tag{26}$$

Далее вычисляем скорость фильтрации на границе очередной ячейки. Как и ранее используется противопоточная аппроксимация.

$$W_{i+1/2} = \frac{k(\psi_i)}{\eta}(\rho_s - \rho_l)g \tag{27}$$

Вычисляем отношение насыщенностей в очередной ячейке.

$$\psi_i^{n+1} = \psi_i^n - \tau\frac{W_{i+1/2} - W_{i-1/2}}{h} \tag{28}$$

Существование предельной объемной доли тверой фазы, больше которой оно не может вырасти, означает существование предельного отношения объемных долей, меньше которого оно не может упасть.

Если ψ больше предельного, переходим на следующую ячейку.

Если же наоборот оно опустилось ниже предельного, приравниваем его предельному и перерасчитываем скорость фильтрации, используя уравнение непрерывности (28) с известным отношением объемных долей равным предельному.

$$\begin{aligned} &\psi_i^{n+1} = \psi^* \\ &W_{i+1/2} = \frac{(\psi_i^n - \psi^*)h}{\tau} + W_{i-1/2} \end{aligned} \tag{29}$$

4.3 Результаты численных расчетов

На графике видно четыре различных области. Первая — область, где объемная доля песка достигла предельной. Далее центрированная волна, заетм скачок и выход на стационарную область, которую ещё не достигло возмущение.

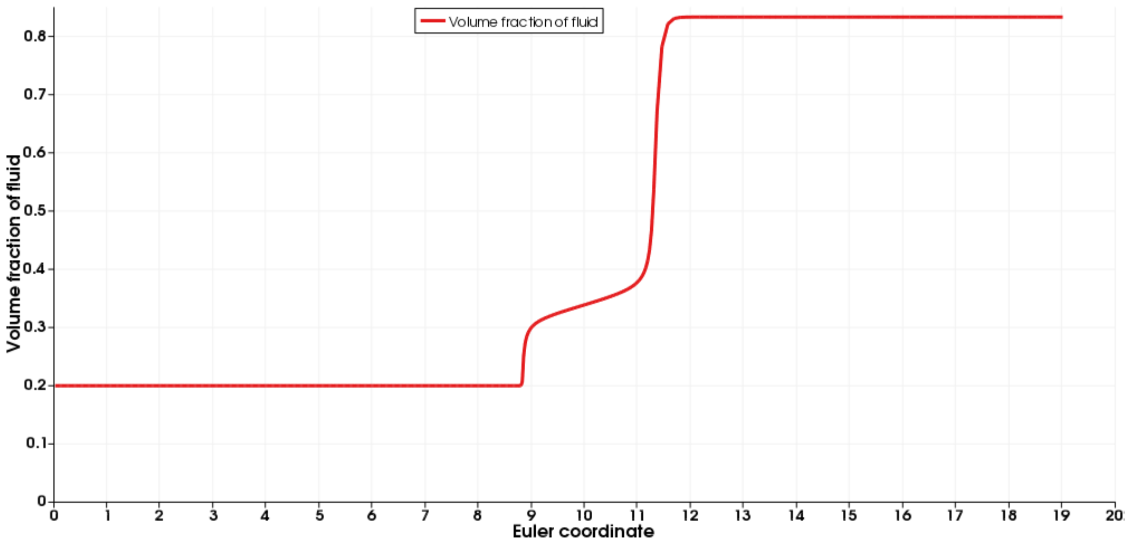

Рис. 5: Распределение объемной доли флюида

5 Теплопроводность

5.1 Математическая модель

Решим следующую задачу. Пусть объемная доля твердой фазы во всей рассматриваемой области достигла предельного значения. И на нижней границе задана скорость фильтрации равная нулю. Тогда скорость фильтрации во всей области равна нулю. Температура границы больше температуры области. Уравнение сохранения энергии (15) принимает вид:

$$(c_l\psi + c_s)\frac{\partial T}{\partial t} = -\theta_s\frac{\partial q}{\partial x}$$

$$q = -\lambda\frac{\partial T}{\partial x}$$

5.2 Численный метод

Для решения используется явная схема.

$$\begin{aligned} &q_{m+1/2} = -\lambda\frac{T_{m+1} - T_m}{h} \\ &T_m^{m+1} = -\tau\theta_s\frac{q_{m+1/2} - q_{m-1/2}}{h(c_l\psi + c_s)} + T_m^n \end{aligned} \qquad (30)$$

5.3 Аналитическое решение

Перепишем уравнение сохранения энергии в виде уравнения теплопроводности и решим его аналитически:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \varkappa \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}, \text{ где } \varkappa = \frac{\lambda \theta_s}{\rho_l c_l \psi + \rho_s c_s} \tag{31}$$

Его решение имеет вид:

$$T(x,t) = T_1 - T_0 - T_0 \operatorname{erfc}\left(\frac{x}{\sqrt{4\varkappa t}}\right) \tag{32}$$

где erfc(x) - Дополнительная функция ошибок:

$$erfc(x) = \int_x^{+\infty} e^{\eta^2} d\eta$$

5.4 Результаты численных расчетов

Зеленым изображено численне решение, черным пунктиром — аналитическое. Из графика видно что численное решение хорошо сходится с аналитическим.

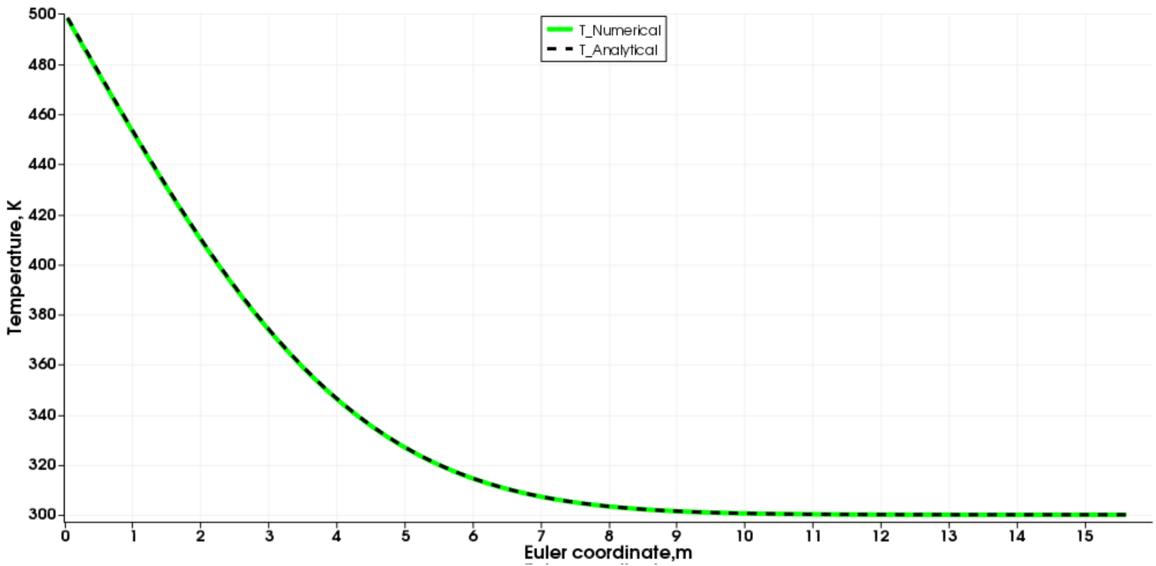

Рис. 6: Распределение Температуры

6 Неизотермическая фильтрация с предельной насыщенностью

6.1 Математическая модель

Выпишем ещё раз все уравнения.

$$\frac{\partial \psi}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} W = 0$$

Ранее коэффициент вязкости η был константой. Теперь же он зависит от температуры по модельному экспоненциальному закону.

$$\eta = e^{\alpha(T - T_0)} \tag{33}$$

Этот закон — частный случай закона Фогеля. Он хорошо аппроксимирует поведение вязкости нефти на небольшом промежутке температур.

Закон Дарси имеет такой же вид как и в прошлом разделе.

$$\begin{cases} \theta_s < \theta_s^*, \ W = \frac{k(\psi)}{\eta(T)}(\rho_s - \rho_l) g \\ \theta_s = \theta_s^*, \ \frac{\partial W}{\partial x} = 0 \end{cases}$$

Для расчета температуры понадобится уравнение сохранения энергии (15). Распишем его:

$$\frac{\partial (e_l \psi + e_s)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(e_l W - \lambda \theta_s \frac{\partial T}{\partial x}) = 0$$

где $e_l = \rho_l c_l T, \ e_s = \rho_s c_s T$.

6.2 Численный метод

Для вычисления потоков тепла между ячейками и температуры на границах, как и для скорости фильтрациии используем противопоточную аппроксимацию.

1. Вычисляем вязкость на всей области :

$$\eta_m = e^{-\alpha(T_m^n - T_0)}, \ m = 0, \ldots, M$$

2. Вычисляем относительную проницаемость:

$$k_m = k(\psi_m),\ m = 0, \ldots, M$$

3. Вычисляем потоки тепла между ячейками:

$$q_{m+\frac{1}{2}} = -\lambda(\theta_s)_m^n \frac{T_{m+1}^n - T_m^n}{h}$$

   Теперь проходим не весь временной слой сразу, а идем по одной ячейке, что бы корректировать скорость фильтрации в случае достижения предельной объемной доли.

4. Вычисляем скорость фильтрации на очередной границе ячеек:

$$W_{m+\frac{1}{2}} = -\frac{k_{m+\frac{1}{2}}}{(\eta)_{m+\frac{1}{2}}}(\rho_s - \rho_l)g$$

5. Вычсляем отношение объемных долей:

$$\psi_m^{n+1} = \psi_m^n - \tau\frac{W_{m+\frac{1}{2}} - W_{m-\frac{1}{2}}}{h}$$

6. Если отношение объемных долей опустилось меньше предельной, приравниваем его предельному и корректируем скорость фильтьрации:

$$\begin{aligned}
&\psi_i^{n+1} = \psi^* \\
&W_{i+1/2} = \frac{(\psi_i^n - \psi^*)h}{\tau} + W_{i-1/2}
\end{aligned}$$

7. Вычисляем температуру на новом слое.

$$T_m^{n+1} = \left(\frac{1}{\psi_m^{n+1}c_l + c_s}\right)\left((\psi_m^n c_l + c_s) - \tau\frac{q_{m+\frac{1}{2}} - q_{m-\frac{1}{2}}}{h} - \tau\frac{c_l T_{m+\frac{1}{2}}^n W_{m+\frac{1}{2}} - c_l T_{m-\frac{1}{2}} W_{m-\frac{1}{2}}}{h}\right) \tag{34}$$

Уравнение непрерывности является гиперболическим. Для устойчивости необходимо соблюдение условия Куранта. Расчитаем шаг по времени необходимый для устойчивости схемы для уравнения непрерывности:

$$\frac{\tau a_{max}}{h} < \frac{1}{2}, \quad a_{max} = \left|\frac{\partial W}{\partial \psi}\right|_{max}$$

$$\tau_1 = \frac{h}{2a_{max}}, \quad a_{max} = 8K(\rho_s - \rho_l)g\left|\frac{2\psi^3 + 3\psi^2}{\eta(1+\psi)^3(2+\psi)^2}\right|_{max}$$

6.3 Результаты численных расчетов

На графике — распределение объемной доли жидкой фазы в какой-то момент времени, красным — с подогревом области, синим — без него. Видно что в случае, когда область подогревается снизу, жидкая фаза продвинулась дальше. Из-за нагрева вязкость жидкой фазы уменьшается, она начинает фильтроватся быстрее, поэтому на температурном фронте появляется скачок объемной доли флюида, как результат того что выше темпераурного фронта жидкая фаза фильтруется медленнее а ниже быстрее.

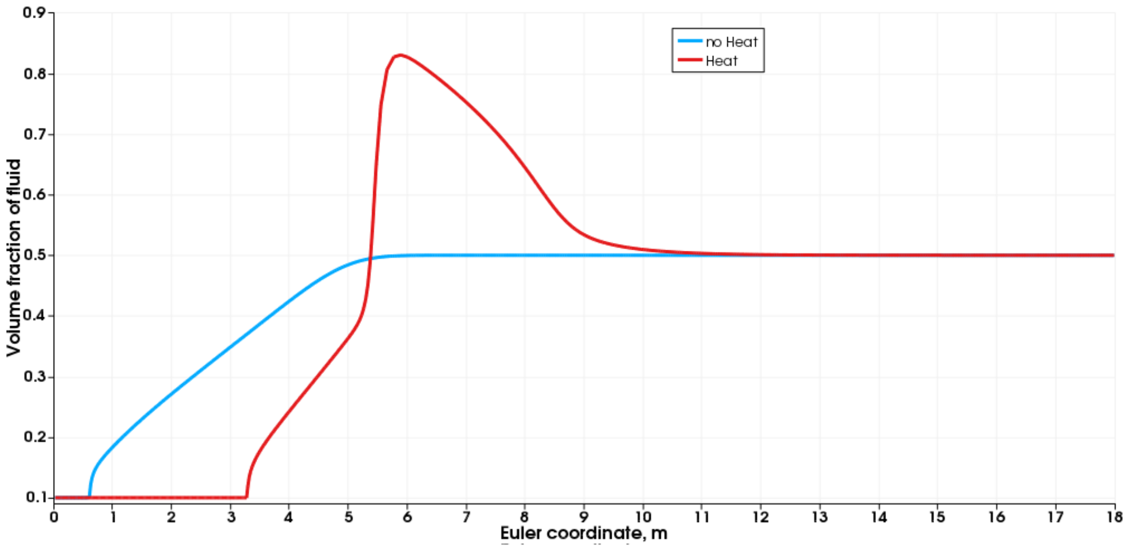

Рис. 7: Распределение объемной доли флюида

Далее график распределения температуры подогреваемой области в тот же момент времени. Он отличаеся от стандартного вида теплопроводности, из-за наличия конвективных членов в уравнении сохранения энергии.

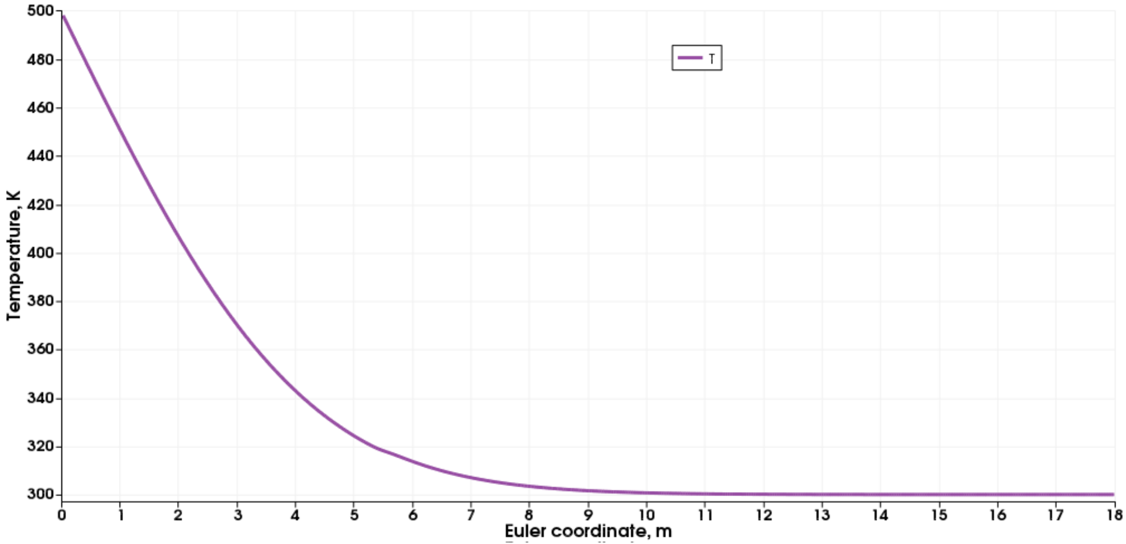

Рис. 8: Распределение температуры

Вязкость зависит по экспоненциальному закону от температуры.

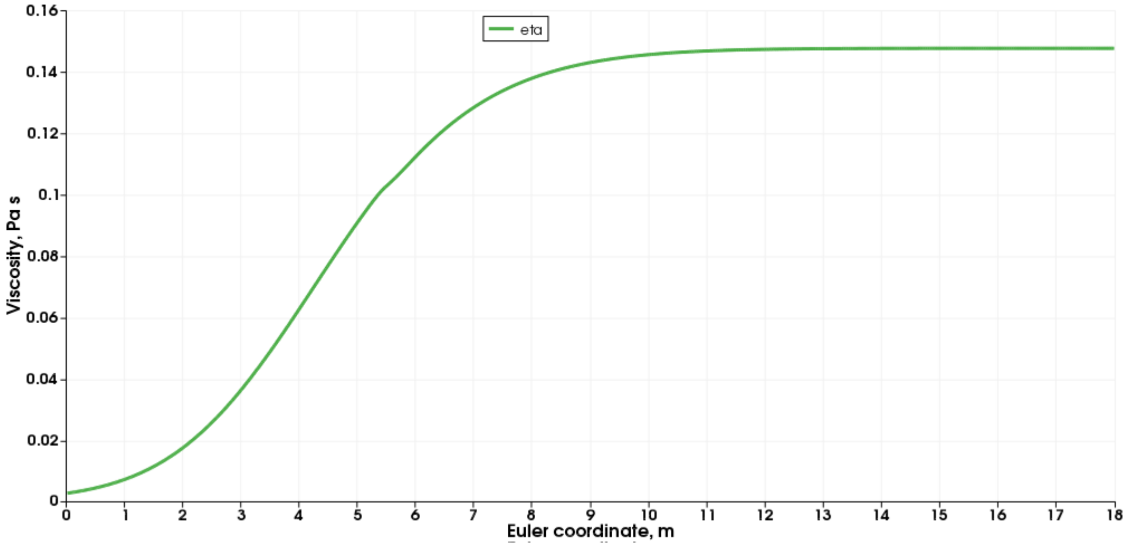

Рис. 9: Распределение вязкости

7 Заключение

Основные результаты:

- Построена математическая модель задачи неизтермической фильтрации с предельной насыщенностью
- Разработан вычислительный алгоритм моделирующий эту задачу.
- Были построены аналитические решения для задач теплопроводности и изотермической фильтрации для тестирования програмной реализации.
- Проведены расчеты.
- Далее планируется смоделировать второй этап парогазового воздействия — закачку пара в двумерной постановке.

Список литературы

[1] *Кондауров В. И.* Механика и термодинамика насыщенной пористой среды. — МФТИ М., 2007. — С. 309.

[2] *Добрего К.В, Жданок С.А.* Физика фильтрационного горения газов. — Минск, 2002. — С. 203.